第 21 卷 第 2 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 21, No. 2
1995 年 3 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1995

广义分散控制系统固定模的统一判定[1)]

谢绪恺　王殿辉　林　崇　程学建
（东北大学数学系　沈阳　110006）

摘　　要

讨论了广义分散控制系统的固定模与脉冲固定模的统一判定问题．通过定义矩阵束 $[sE-A]$ 的无穷秩，给出了系统同时存在两种固定模的充要条件，并研究了它与现存判据的联系．

关键词：广义分散控制系统，固定模与脉冲固定模，矩阵束的无穷秩．

1　准备知识

设有矩阵束 $(sE-A)\in R[s]^{n\times m}$，其中 E 一般是奇异阵，$R[s]^{n\times m}$ 表示元素为 s 的实系数多项式的 $n\times m$ 的矩阵的全体．对此矩阵束作变换 $s=\lambda^{-1}$，整理后得 $\lambda^{-1}(E-\lambda A)$，其中 $(E-\lambda A)$ 也是一个矩阵束．将它化成 Smith 标准型[1]，有

$$\frac{1}{\lambda}(E-\lambda A)\sim\frac{1}{\lambda}\begin{bmatrix}\varphi_1(\lambda) & & & \\ & \varphi_2(\lambda) & & 0 \\ & 0 & \ddots & \\ & & & \varphi_r(\lambda) \\ & & & & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\varphi_1(\lambda)}{\lambda} & & & \\ & \frac{\varphi_2(\lambda)}{\lambda} & & 0 \\ & 0 & \ddots & \\ & & & \frac{\varphi_r(\lambda)}{\lambda} \\ & & & & 0\end{bmatrix},\tag{1}$$

其中 $r=\text{normalrank}(E-\lambda A)$，$\varphi_1(\lambda),\varphi_2(\lambda),\cdots\varphi_r(\lambda)$ 都是 λ 的首一多项式，且满足

$$\varphi_1(\lambda)\,|\,\varphi_2(\lambda)\,|\cdots|\,\varphi_r(\lambda).\tag{2}$$

在 (1) 式右边矩阵主对角线上的元素根据当 $\lambda\to 0$ 时取值可分为两类：一是其极限值为零，一是不为零，即

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_i(\lambda)}{\lambda}=0\quad 或\quad \lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_j(\lambda)}{\lambda}\neq 0.\tag{3}$$

极限值不为零实际上又包含两种情况，一是极限值为常数，一是无穷大．本文对此不加区

1）国家自然科学基金资助课题．
本文于 1992 年 5 月 11 日收到

分，无论是哪种情况，都认为是极限值不为零。

从 (2) 式可直接推出下面的引理:

引理 1. 如果(1)式矩阵中某一元素的极限值为

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_i(\lambda)}{\lambda}=0,\ \left(\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_i(\lambda)}{\lambda}\neq 0\right), \tag{4}$$

则相应元素的极限值为

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_k(\lambda)}{\lambda}=0,\ k\geqslant i,\ \left(\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_k(\lambda)}{\lambda}\neq 0,\ k\leqslant i\right). \tag{5}$$

从引理 1 不难看出，存在一正整数 K 将 (1) 式矩阵主对角线上元素分为如下两部分:

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{\varphi_i(\lambda)}{\lambda}\begin{cases}\neq 0, & i\leqslant K,\\ =0, & i>K.\end{cases} \tag{6}$$

简记以上结果为

$$K=\operatorname{rank}\left(\lim_{\lambda\to 0}\frac{1}{\lambda}[E-\lambda A]\right). \tag{7}$$

定义 1. 给定矩阵束 $[sE-A]\in R[s]^{n\times m}$. 按上述步骤把它化成 (1) 式右边的矩阵束，则 rank $(\lim\limits_{\lambda\to 0}\lambda^{-1}[E-\lambda A])$ 称为矩阵束 $[sE-A]$ 的无穷秩，记为 $\operatorname{rank}_\infty[sE-A]$，也就是

$$\operatorname{rank}_\infty[sE-A]=\operatorname{rank}\left(\lim_{\lambda\to 0}\frac{1}{\lambda}[E-\lambda A]\right). \tag{8}$$

根据此定义及 (1) 式得

$$\operatorname{normalrank}[sE-A]-\operatorname{rank}_\infty[sE-A]=[sE-A]\text{ 的无穷零点组数}. \tag{9}$$

大家知道，无穷零点对应于脉冲解。当矩阵束 $[sE-A]\in R[s]^{n\times n}$，且 $\det[sE-A]\not\equiv 0$ 时，(9) 式两边将是相应系统脉冲模式的组数。

引理 2. 设 $[sE-A]\in R[s]^{n\times m}$, $N\in R^{n\times n}$, $M\in R^{m\times m}$ 且都是可逆阵. 则

$$\operatorname{rank}_\infty[sE-A]=\operatorname{rank}_\infty N[sE-A]M. \tag{10}$$

证明. 因为 $[sE-A]$ 与 $N[sE-A]M$ 有相同的 Simth 标准型(1)，所以引理成立.

引理 3. 设矩阵 E 与矩阵 A 分别为

$$E=\begin{bmatrix} I & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix},$$

则

$$\operatorname{rank}_\infty[sE-A]=\operatorname{rank}E+\operatorname{rank}A_{22}. \tag{11}$$

证明. 根据定义 1 并进行适当的初等变换，有

$$\begin{aligned}\operatorname{rank}_\infty[sE-A]&=\operatorname{rank}_\infty\begin{bmatrix} sI-A_{11} & -A_{12}\\ -A_{21} & -A_{22}\end{bmatrix}\\ &=\operatorname{rank}\lim_{\lambda\to 0}\frac{1}{\lambda}\begin{bmatrix} I-\lambda A_{11} & -\lambda A_{12}\\ -\lambda A_{21} & -\lambda A_{22}\end{bmatrix}\\ &=\operatorname{rank}\lim_{\lambda\to 0}\frac{1}{\lambda}\begin{bmatrix} I-\lambda A_{11} & -\lambda A_{12}\\ \lambda^2 A_{21}A_{11} & \lambda^2 A_{21}A_{12}-\lambda A_{22}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$= \operatorname{rank} \lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} I - \lambda A_{11} & -\lambda A_{12} \\ 0 & \lambda^2 A_{21} A_{12} - \lambda A_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \operatorname{rank} \lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} I - \lambda A_{11} & 0 \\ 0 & \lambda^2 A_{21} A_{12} - \lambda A_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \operatorname{rank} E + \operatorname{rank} A_{22}. \tag{12}$$

引理证毕.

记 $E_L(E_R)$ 为矩阵 E 的最大左(右)化零阵,即 $E_L E = 0(E E_R = 0)$, 且

$$\operatorname{rank} E + \operatorname{rank} E_L = n(\operatorname{rank} E + \operatorname{rank} E_R = m).$$

需要说明, E_L 与 E_R 的矩阵表示式不是唯一的,但这并不影响本文的结果.

引理 4. 设 $[sE - A] \in R[s]^{n \times m}$, 则

$$\operatorname{rank}_\infty [sE - A] = \operatorname{rank} E + \operatorname{rank} E_L A E_R. \tag{13}$$

证明. 选可逆阵 $N \in R^{n \times n}$, $M \in R^{m \times m}$, 使得

$$NEM = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad NAM = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

根据引理 2,3, 有

$$\operatorname{rank}_\infty [sE - A] = \operatorname{rank} \begin{bmatrix} sI_r - \bar{A}_{11} & -\bar{A}_{12} \\ -\bar{A}_{21} & -\bar{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \operatorname{rank} I_r + \operatorname{rank} \bar{A}_{22}. \tag{15}$$

由(14)式知,可取

$$E_L = [0 \quad I_{n-r}] N, \quad E_R = M [0 \quad I_{m-r}]^T,$$

由此得

$$E_L A E_R = \bar{A}_{22}. \tag{16}$$

将(16)式代入(15)式,则得(13)式. 引理证毕.

推论 1. 如 E 为满秩阵,即 $\operatorname{rank} E = \min(n, m)$, 则

$$\operatorname{rank}_\infty [sE - A] = \operatorname{rank} E.$$

推论 2. 矩阵束 $[sE - A]$ 的无穷秩可表示为

$$\operatorname{rank}_\infty [sE - A] = \operatorname{rank} [E \quad A E_R] = \operatorname{rank} \begin{bmatrix} E \\ E_L A \end{bmatrix}. \tag{17}$$

借助无穷秩的概念,定义矩阵束的广义秩如下:

定义 2. 给定矩阵束 $[sE - A] \in R[s]^{n \times m}$, 其广义秩定义为

$$\operatorname{Rank} [sE - A] = \begin{cases} \operatorname{rank} [sE - A], & \text{当 } s \text{ 有限时}, \\ \operatorname{rank}_\infty [sE - A], & \text{当 } s \text{ 无限时}. \end{cases}$$

上式右边是广义秩的记号 "Rank".

例如.

$$\operatorname{Rank} \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{cases} 2, & \text{当 } s \text{ 有限时}, \\ 1, & \text{当 } s \text{ 无限时}. \end{cases}$$

上例表明,矩阵束的广义秩不同于常义下的秩.

引理 5. 设 $[sE - A] \in R[s]^{n \times m}$, $B \in R^{n \times h}$, $C \in R^{l \times m}$, $K \in R^{h \times l}$ 为参数矩阵. 用

g. R. 表示参数矩阵束[·]的最大广义秩，即当其中参数矩阵的元在容许域内任意变化时给定矩阵束所能有的最大广义秩，则下式成立：

$$\underset{K\in\mathscr{K}}{\mathrm{g.R.}}[sE-A+BKC]=\min\left\{\mathrm{Rank}[sE-A\quad B],\ \mathrm{Rank}\begin{bmatrix}sE-A\\ C\end{bmatrix}\right\},\tag{18}$$

其中

$$\mathscr{K}\triangleq\{K\,|\,K\in R^{k\times l}\}.$$

为书写方便起见，以下证明在不致引起误解的时候略去记号"$K\in\mathscr{K}$"。

证明，从文 [2] 中引理 1 容易知道，当 s 有限时，下式成立：

$$\mathrm{g.R.}[sE-A+BKC]=\min\left\{\mathrm{rank}_\infty[sE-AB],\ \mathrm{rank}_\infty\begin{bmatrix}sE-A\\ C\end{bmatrix}\right\},\tag{19}$$

因此，只需证明

$$\max\ \mathrm{rank}_\infty[sE-A+BKC]=\min\left\{\mathrm{rank}_\infty[sE-AB],\ \mathrm{rank}_\infty\begin{bmatrix}sE-A\\ C\end{bmatrix}\right\}.\tag{20}$$

根据引理 4 及文 [2] 中引理 1 有

$$\max\ \mathrm{rank}_\infty[sE-A+BKC]=\mathrm{rank}E+\max\ \mathrm{rank}E_L(A+BKC)E_R\mathrm{rank}\,E$$
$$+\min\left\{\mathrm{rank}[E_LAE_R\quad E_LB],\ \mathrm{rank}\begin{bmatrix}E_LAE_R\\ CE_R\end{bmatrix}\right\},\tag{21}$$

及

$$\mathrm{rank}_\infty[sE-A\quad B]=\mathrm{rank}[E\quad 0]+\mathrm{rank}([E\quad 0]_L[A\quad B][E\quad 0]_R)$$
$$=\mathrm{rank}E+\mathrm{rank}[E_LAE_R\quad E_LB],\tag{22}$$

$$\mathrm{rank}_\infty\begin{bmatrix}sE-A\\ C\end{bmatrix}=\mathrm{rank}\begin{bmatrix}E\\ 0\end{bmatrix}+\mathrm{rank}\begin{bmatrix}E\\ 0\end{bmatrix}_L\begin{bmatrix}A\\ C\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E\\ 0\end{bmatrix}_R$$
$$=\mathrm{rank}\,E+\mathrm{rank}\begin{bmatrix}E_LAE_R\\ CE_R\end{bmatrix},\tag{23}$$

其中 $[\cdot]_L([\cdot]_R)$ 为[·]的最大左(右)化零阵。将(21)，(22)和(23)式结合起来就得到(20)式。证毕。

引理 6. 设 $\mathrm{Rank}[sE-A]<n$, $b\in R^{n\times l}$, $c\in R^{l\times n}$, 则

$$\mathrm{g.R.}\,[sE-A+bkc]<n\tag{24}$$

成立的充要条件是

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix}sE-A & b\\ c & 0\end{bmatrix}<n+1.\tag{25}$$

证明. 根据文[2]中引理 3，只需证明下式成立，即

$$\max\ \mathrm{rank}_\infty[sE-A+bkc]<n\Longleftrightarrow\mathrm{rank}_\infty\begin{bmatrix}sE-A & b\\ c & 0\end{bmatrix}<n+1.\tag{26}$$

根据引理 4 直接可得

$$\mathrm{rank}_\infty\begin{bmatrix}sE-A & b\\ c & 0\end{bmatrix}=\mathrm{rank}\,E+\mathrm{rank}\begin{bmatrix}E_LAE_R & E_Lb\\ cE_R & 0\end{bmatrix}.\tag{27}$$

然后再仿照文[2]证明引理 3 的方法就可推出 (26) 式。证毕。

2 主要结论

考虑如下的广义分散控制系统:

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{N} B_i u_i, \tag{28a}$$

$$y_i = C_i x, \ i = 1,2,\cdots,N, \tag{28b}$$

其中 $E,A \in R^{n\times n}$, $B_i \in R^{n\times m_i}$, $C_i \in R^{l_i\times n}$, $i = 1,2,\cdots,N$, 且 $\det[sE - A] \not\equiv 0$. 记集合

$$\mathscr{K} = \{K|K = \text{blockdiag}(K_1,K_2,\cdots,K_N), \ K_i \in R^{m_i\times l_i}, \ i = 1,2,\cdots,N\}. \tag{29}$$

记局部输出反馈

$$u_i = K_i y_i, \ i = 1,2,\cdots,N. \tag{30}$$

定义 3. 设$s \in \sigma(E,A)$ 是系统(28)的一个广义特征值。如果存在

$$\max_{\in\mathscr{K}} \text{rank}(sE - A + BKC) < n, \tag{31}$$

或

$$\det_{K\in\mathscr{K}}(sE - A + BKC) = 0, \tag{32}$$

则称 s 是系统(28)的一个固定模,或有限固定模.

定义 4. 设 $(sE - A)$ 存在无穷零点. 如果有

$$\max_{K\in\mathscr{K}} \text{rank}_\infty(sE - A + BKC) < n, \tag{33}$$

则称系统 (28) 存在脉冲固定模,或无穷固定模.

定理 1. 系统 (28) 既含有限固定模 s 又含无穷固定模的充要条件是存在集合 $\{1,2,\cdots,N\}$ 的一个不相交分划 $\{i_1,i_2,\cdots,i_k\}$ 与 $\{i_{k+1},i_{k+2},\cdots,i_N\}$ 使得下式成立:

$$\text{Rank}\begin{bmatrix} sE - A & B_{i}\cdots B_{ik} \\ C_{ik+1} & \\ \vdots & 0 \\ C_{iN} & \end{bmatrix} < n. \tag{34}$$

证明. 根据引理 5, 有

$$\text{g. R.}\left[sE - A + \sum_{i=1}^{N} BKC\right]$$

$$= \min\left\{\text{g. R.}\left[sE - A + \sum_{i=1}^{N=1} B_iK_iC_iB_N\right], \text{g. R.}\begin{bmatrix} sE - A + \sum_{i=1}^{N-1} B_iK_iC_i \\ C_N \end{bmatrix}\right\}. \tag{35}$$

由定义 3 与定义 4 直接可知, 系统 (28) 既含有限固定模又含无穷固定模的充要条件是, 上式右边花括号内的两项中至少有一项它的广义秩小于 n. 对广义秩小于 n 的项继续使用引理5, 就得到(34)式. 详细步骤请参见文[2]定理 1 的证明.

在以前的工作中[3-5], 判定有限固定模与无穷固定模的判据都是分别给出的,且形式各异. 上述定理把两类判据统一起来,对 (34) 式中矩阵只取常义下的秩就得到判定有限

固定模的判据，取无穷秩就得到判定无穷固定模的判据。另外，因它具备形式上的一致性，依此可看出，有限固定模与无穷固定模所含有的特征是相同的。

现设系统(28)中的 $m_i = l_i = 1$, $i = 1,\cdots,N$。这时系统变成具有N通道的单输入单输出系统

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{N} b_i u_i, \tag{36a}$$

$$y_i = c_i x,\ i = 1,2,\cdots,N. \tag{36b}$$

定理 2. 设 $s\in\sigma(E,A)$，且 $\mathrm{Rank}[sE - A] < n$，则系统(36)既含有限固定模 s 又含无穷固定模的充要条件是对任何集合 $\{i_1,\cdots,i_k\}\subseteq\{1,\cdots,N\}$ 都有

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} sE - A & b_{i_1}\cdots b_{i_k} \\ c_{i_1} & \\ \vdots & 0 \\ c_{i_k} & \end{bmatrix} < n + k,\ k = 1,\cdots,N. \tag{37}$$

证明. 根据引理 6，当系统只有一个通道即$N = 1$时本定理显然成立，用归纳法证略。

为了将定理 2 推广到多输入多输出的系统(28)，先引入导出系统的概念，然后把系统(28)转化成系统(36)的形式。

用记号 $\bar{M}\subseteq M$ 来表示矩阵 $\bar{M}$ 是由矩阵M的若干个列构成的。设 $M = [m_1,\cdots,m_n]$，则 $\bar{M} = [m_{i_1},\cdots,m_{i_k}]$，其中 $\{i_1,\cdots,i_k\}\subseteq\{1,\cdots,N\}$。称系统

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^{\bar{N}} \bar{B}_i u_i, \tag{38a}$$

$$y_i = \bar{C}_i x,\ i = 1,2,\cdots,N,\ \bar{N}\leqslant N, \tag{38b}$$

为系统(28)的一个导出系统，其中 $\bar{B}_i\subseteq B_i$, $\bar{C}_i^T\subseteq\bar{C}_i^T$ 且 $\mathrm{rank}\,\bar{B}_i = \mathrm{rank}\,\bar{C}_i$, $i = 1,\cdots,N$。容易看出，每个导出系统中 $\bar{B}_i$ 的列数总是等于 $\bar{C}_i$ 的行数，而随着各个 $\bar{B}_i$ 或 $\bar{C}_i$(从 B_i 或 C_i 中所具体选出的列或行)的不同便生成了不同的导出系统。

定理 3. 系统(28)既含有限固定模 s 又含无穷固定模的充要条件是，对任意集合 $\{i_1,\cdots,i_k\}\subseteq\{1,\cdots,N\}$ 及其任意导出系统都有

$$\mathrm{Rank}\begin{bmatrix} sE - A & \bar{B}_{i_1}\cdots\bar{B}_{i_k} \\ \bar{C}_{i_1} & \\ \vdots & 0 \\ \bar{C}_{i_k} & \end{bmatrix} < n + p, \tag{39}$$

其中 $p = \sum_{i=i_1}^{i_k} p_i$, p_i 是 $\bar{B}_i$ 的列数，$i = i_1,\cdots,i_k$。

证明. 将 $B_i u_i$ 展开成 B_i 的各列与 u_i 的相应分量相乘的形式，$C_i x$ 展开成 C_i 的各行与 x 相乘的形式，其中 $i = 1,2,\cdots,N$。这样就可把系统(28)化成一个单输入单输出系统，再应用定理 2 便可证明本定理。

命题 1. 系统(28)存在无穷固定模。

命题 2. 存在集合 $\{1,\cdots,N\}$ 的一个不相交分划 $\{i_1,\cdots,i_k\}$ 与 $\{i_{k+1},\cdots,i_N\}$，使得

$$\operatorname{rank}_\infty\begin{bmatrix} sE-A & B_{i_1}\cdots B_{i_k} \\ C_{i_{k+1}} & \\ \vdots & 0 \\ C_{i_N} & \end{bmatrix} < n. \tag{40}$$

命题 3. 条件同上，使得

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} E & AE_R & B_{i_1}\cdots B_{i_k} \\ 0 & C_{i_{k+1}}E_R & 0\cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad\ \ \vdots \\ 0 & C_{i_N}E_R & 0\cdots 0 \end{bmatrix} < n. \tag{41}$$

命题 4. 条件同上，使得

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} E & 0\cdots 0 \\ E_LA & E_LB_{i_1}\quad E_LB_{i_k} \\ C_{i_{k+1}} & 0\cdots 0 \\ \vdots & \vdots \quad\ \ \vdots \\ C_{i_N} & 0\cdots 0 \end{bmatrix} < n. \tag{42}$$

命题 5. 条件同上，使得

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} 0 & E & 0\cdots 0 \\ E & A & B_{i_1}\cdots E_LB_{i_k} \\ 0 & C_{i_{k+1}} & 0\cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad\ \ \vdots \\ 0 & C_{i_N} & 0\cdots 0 \end{bmatrix} < n + \operatorname{rank} E. \tag{43}$$

命题 6. 条件同定理 3，使得

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} sE-A & \bar{B}_{i_1}\cdots\bar{B}_{i_k} \\ \bar{C}_{i_1} & \\ \vdots & 0 \\ \bar{C}_{i_k} & \end{bmatrix} < n + p. \tag{44}$$

引理 7. 如果矩阵 X 与矩阵 Y 有相同的行数，则

$$\operatorname{rank}[X \quad Y] = \operatorname{rank} X + \operatorname{rank}[X_LY], \tag{45}$$

如果有相同的列数，则

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \operatorname{rank}X + \operatorname{rank}[YX_R], \tag{46}$$

其中 X_L 与 X_R 分别为矩阵 X 的最大左与右化零阵。

证明．选可逆阵 M 与 N 使得 MXN 成为只含有单位阵的矩阵，再经简单运算就得到(45)，(46)式。

推论 3. 取矩阵 $\operatorname{diag}[X \quad X]$ 的最大左、右化零阵分别为 $\operatorname{diag}[X_L \quad X_L]$ 与 $\operatorname{diag}[X_R \quad X_R]$，得

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} X & 0 \\ Y & X \end{bmatrix} = 2\operatorname{rank} X + \operatorname{rank} X_LYX_R. \tag{47}$$

定理 4. 命题 1—6 等价.

证明. 根据定理 1, 3 知, 命题 1, 2, 6 显然是等价的. 对命题 2 中的矩阵应用引理 4、推论 2 与推论 3, 并注意到形如 diag[E 0] 的矩阵的最大化零阵分别为形如 diag[E_L I] 与 diag[E_R I] 的矩阵,再经过简单的代数运算便相继得到式(41),(42)与(43). 证毕.

有限固定模 s 与无穷固定模有相同的特征. 从定理 3, 能清楚地看到,有限固定模 s 是系统的全部导出系统所能有的、由个数任意的但编号相同的输入通道与输出通道所组成的子系统的公共传递零点,而无穷固定模同样是这样的公共传递零点.

3 结语

本文提出了矩阵束的无穷秩与广义秩等新概念,建立了相应的计算公式,并在此基础上对广义分散控制系统的有限固定模及无穷固定模进行了统一的分析研究, 得到了不少新结果. 所引用的方法简单有效,比较规范化,易于推广以研究更为复杂的系统.

参 考 文 献

[1] Φ. P. 甘特马赫尔. 矩阵论. 柯召译. 高等教育出版社, 1957.
[2] 谢绪恺,荆海英. 分散控制系统的固定模式. 自动化学报, 1986, **12**(2): 185—189.
[3] 王恩平,刘万泉. 广义分散控制系统的有穷固定模. 自动化学报, 1990, **16**(4): 358—362.
[4] 王朝珠,王恩平. 广义分散控制系统的无穷远固定模. 系统科学与数学, 1988, **8**(4): 142—150.
[5] 张庆灵,谢绪恺. 脉冲固定模式的代数特征. 自动化学报, 1991, **17**(1): 87—90.

AN UNIFIED APPROACH TO STUDY FIXED MODES IN SINGULAR SYSTEMS

XIE XUKAI WANG DIANHUI LIN CHONG CHENG XUEJIAN
(*Department of Mathematics, Northeastern University Shenyang* 110006)

ABSTRACT

In this paper, the rank at infinity and the generalized rank of a matrix pencil are defined, and the algorithm for the computation of them is also given. Then by using these properties, necessary and sufficient conditions for the simultaneous existence of both finite and infinite fixed modes are obtained.

The approach given in this paper is significant because the two types of fixed modes may be dealt with as the same and the conditions that characterize them have also the same form. Furthermore, this approach can be used to study more complicated systems.

Key words: Singular systems, fixed modes, rank at infinite.

谢绪恺　1925 年生于四川广汉市，1947 年毕业于中央大学电机系。现为东北大学数学系教授，主要从事稳定性与广义系统的研究。

王殿辉　1962 年生于鞍山市，1984 年毕业于辽宁大学数学系计算数学专业，1991 年获东北大学应用数学专业硕士学位，现为东北大学自动化研究中心博士研究生。已发表论文 10 余篇。目前研究领域为模糊、神经网络自适应控制系统，广义系统等。

（上接第 144 页）

征文范围：

- 人工神经网络理论
- 神经网络人工智能
- 联想记忆
- 神经计算机
- 神经系统优化
- 模式识别
- 语音识别
- 自适应共振理论
- 有监督和无监督学习
- 模糊神经系统
- 神经认知科学
- 系统辨识和谱估计
- 非线性滤波和信号处理
- 自适应信号处理
- 生物医学信号处理
- 雷达和声纳信号处理
- 振动信号处理
- 多维信号处理
- 数字图象处理和分析
- 视频信号处理
- 高清晰度电视中的信号处理
- 其它应用

征文要求：

1. 截稿日期：1995年 4 月30日前，请寄2000字详细摘要
2. 录用通知：1995年 6 月30日前发出
3. 印刷全文：1995年 8 月30日前寄来
4. 稿件请寄：210096 南京市东南大学无线电系邹采荣博士收