

漆包线热处理系统的非线性建模 和自适应控制¹⁾

郑毓蕃 陈树中

(华东师范大学数学系 上海 200062)

D. PRÄTZEL-WOLTERS

(凯撒斯劳滕大学数学系 德国)

摘 要

建立了漆包线热处理系统从开工到进入工作点附近整个过程的非线性数学模型,并提出了一种非线性自适应控制算法,仿真表明,该算法有良好的控制效果.

关键词: 非线性系统,自适应控制,热处理.

1 非线性建模

漆包线热处理过程分两个阶段. 第一阶段从开工到系统进入工作点附近的稳定状态,系统特性呈现非线性. 第二阶段是系统在工作点附近的小范围内变动,它的状态可用线性模型表示,文[1]给出了系统结构和处理了第二阶段的建模与控制. 本文是文[1]的继续,讨论第一阶段的建模与控制器设计.

为便于实现,将每对线圈和测温点看成一个独立的回路,考虑到周围回路的影响,假定数学模型有如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + (a_3 x_3 + a_5) \exp(a_4 x_1) u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中 x_1 表示被研究回路的输出温度, x_2 是温度变化率, x_3 是周围环境的平均温度,它取所研究回路上、下两个测温点温度的平均值. 参数 $a_i, i \in (1, \dots, 5)$ 用实验得到的数据加以估计. $u(t), z(t) (0 \leq t \leq T)$ 表示实验得到的输入、输出数据, $y(t)$ 是模型输出. 模型中参数选择要使下面纯量性能指标 J 取极小:

$$J = \int_0^T H(y, z) dt, \quad H(y, z) = (y(t) - z(t))^2, \quad (2)$$

1) 本课题得到德国 VW 基金资助.
本文于 1993 年 2 月 22 日收到

将 J 对参数 a_i 求偏导得

$$\frac{\partial J}{\partial a_i} = \sum_{j=1}^2 \int_0^T \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial a_i} dt, \quad i \in (1, \dots, 5), \quad (3)$$

为了求 $\frac{\partial x_j}{\partial a_i}$, 在(1)式两边对 a_i 求偏导数, 记

$$z_{ij} = \frac{\partial x_j}{\partial a_i}, \quad b(x, u) = (a_3 x_3 + a_5) \exp(a_4 x_1) u, \quad c(x, u) = a_1 + a_4 b(x, u),$$

则有

$$\dot{z}_{i1} = z_{i2}, \quad i \in (1, \dots, 5), \quad (4.1)$$

$$\dot{z}_{i2} = c(x, u) z_{i1} + a_2 z_{i2} + x_i, \quad i \in (1, 2), \quad (4.2)$$

$$\dot{z}_{i32} = c(x, u) z_{i31} + a_2 z_{i32} + x_3 \exp(a_4 x_1) u, \quad (4.3)$$

$$\dot{z}_{i42} = c(x, u) z_{i41} + a_2 z_{i42} + x_1 b(x, u), \quad (4.4)$$

$$\dot{z}_{i52} = c(x, u) z_{i51} + a_2 z_{i52} + \exp(a_4 x_1) u, \quad (4.5)$$

$$z_{ij}(0) = 0, \quad i \in (1, \dots, 5), \quad j \in (1, 2).$$

参数估计的计算步骤为^[2]

1) 取初始估计 $a_i, i \in (1, \dots, 5)$.

2) 由方程(4)求解 z_{ij} .

3) 由(3)式求 $\frac{\partial J}{\partial a_i}$.

4) 修改初始估计, 新的估计为 $a_i + \Delta a_i$, $\Delta a_i = -c^* \frac{\partial J}{\partial a_i}$, $i \in (1, \dots, 5)$, c^* 是非

负常数, 可用多种方法确定, 如二次插值。

5) 判别 $\frac{\partial J}{\partial a_i}, i \in (1, \dots, 5)$ 的绝对值是否足够小, 若成立, 结束迭代, 否则返回 2)。

按以上步骤求得

$$a_1 = -0.00028, \quad a_2 = -0.045, \quad a_3 = 0.0022, \quad a_4 = -0.00608, \quad a_5 = 0.0176,$$

$$\frac{\partial J}{\partial a_1} = -0.317 \times 10^{-2}, \quad \frac{\partial J}{\partial a_2} = -0.848 \times 10^{-6}, \quad \frac{\partial J}{\partial a_3} = -0.0393 \times 10^{-2},$$

$$\frac{\partial J}{\partial a_4} = -0.0018 \times 10^{-3}, \quad \frac{\partial J}{\partial a_5} = -0.0058 \times 10^{-3}.$$

2 自适应控制器设计

为减少计算量, 选择对模型最灵敏的参数, 由上节获得的数值可知, a_1 对模型最灵敏, 其次是 a_3 , 因此将 a_1, a_3 选为自适应参数。为了能应用文献[3]的结果, 需要将模型(1)修改成线性地依赖于参数。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \theta_1 \frac{x_2}{a_1} \\ \dot{x}_2 = \theta_1 \left(x_1 + \frac{a_2}{a_1} x_2 \right) + \theta_2 (x_3 + a_5) \exp(a_4 x_1) u, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\hat{a}_5 = a_5/a_3$ 。方程(5)中,当 $\theta_1 = a_1, \theta_2 = a_3$ 时即化为模型(1)。将 a_1, a_2, a_4, \hat{a}_5 取为上节中的估计值,则当 θ_1, θ_2 和 a_1, a_3 偏离不大时,数学模型(1)和(5)非常接近。

模型(5)中的向量场 $f(x), g(x)$ 线性地依赖于未知参数,可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u = \theta_1 f^*(x) + \theta_2 g^*(x)u, \\ y = h(x) = x_1, \end{cases} \quad (6)$$

$$f^*(x) = \begin{pmatrix} \frac{x_2}{a_1} \\ a_1 \\ x_1 + \frac{a_2}{a_1} x_2 \end{pmatrix}, \quad g^*(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ (x_3 + \hat{a}_5) \exp(a_4 x_1) \end{pmatrix},$$

显然这个系统是可以完全线性化的。进一步

$$\begin{aligned} L_g h(x) &= 0, \\ L_g L_f h(x) &= \frac{\theta_1 \theta_2}{a_1} (x_3 + \hat{a}_5) \exp(a_4 x_1), \end{aligned}$$

其中 $L_f h(x)$ 表示 $h(x)$ 关于 f 的李导数。由于 x_3 是被加热线圈上下两层的平均温度,在实际情形, $x_3 \geq 20 > \hat{a}_5$, 所以对一切 $x \in R^2$, $L_g L_f h(x) \neq 0$, 即模型(6)有严格相对阶 2; 满足文[3]定理 3.3 的要求,因此有如下自适应算法:

1) 控制律。

$$u = \frac{-L_{\hat{f}} h(x) + \dot{\vartheta}}{L_{\hat{g}} L_{\hat{f}} h(x)}, \quad (7)$$

$$\dot{\vartheta} = y_M^{(2)} + \alpha_1 (y_M^{(1)} - L_{\hat{f}} h(x)) + \alpha_2 (y_M - y), \quad (8)$$

其中 $\hat{f}(x) = \hat{\theta}_1 f^*(x)$, $\hat{g}(x) = \hat{\theta}_2 g^*(x)$, $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 分别是 θ_1 和 θ_2 的估计, y_M 是希望输出值, $y_M^{(i)}$ 表示它的 i 阶导数, α_1, α_2 使下面的传递函数稳定

$$M(s) = \frac{1}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2}.$$

2) 参数修改律。

记 $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_1^2, \theta_1 \theta_2)$ 为新的参数向量, Θ 的估计为 $\hat{\Theta}$, $\Phi^T = \hat{\Theta} - \Theta$, 则参数修

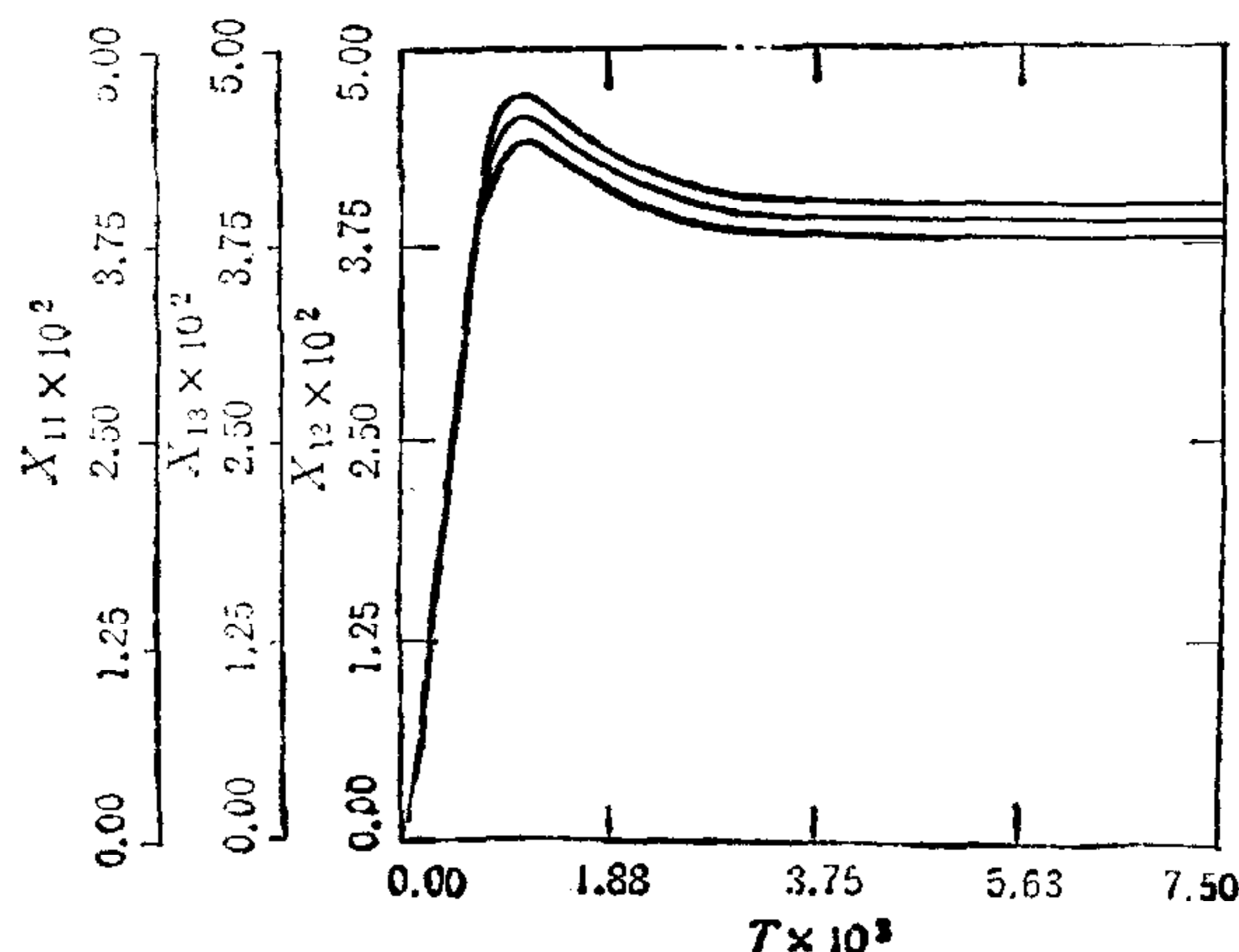


图 1

改律为

$$\dot{\Phi} = \dot{\hat{\Theta}} = -\frac{\eta e_1}{1 + \eta^T \eta}, \quad (9)$$

其中 $e_1 = \Phi^T \eta$, $\eta = L^{-1}\{M(s)\}w$. $L^{-1}\{\cdot\}$ 表示拉普拉斯逆变换.

$$w^T = \left(\alpha_1 \frac{x_2}{a_1}, 0, \frac{1}{a_1} \left(x_1 + \frac{a_2}{a_1} x_2 \right), \frac{1}{a_1} (x_3 + a_5) \exp(a_4 x_1) u \right).$$

命题 1. 由式(6)–(9)组成的闭环系统满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_M(t)$, 并且状态 x 和参数估计有界.

利用上述结果, 三个回路互相耦合的仿真结果见图 1. 系统初始状态为 $x_{1i}(0) = 16$, $x_{2i}(0) = 0$, $i \in (1, 2, 3)$. 希望输出值为定值, 分别是 $y_{M1} = 400$, $y_{M2} = 390$, $y_{M3} = 380$.

参 考 文 献

- [1] 陈树中, 郑毓蕃, Prätzel-Wolters D. 漆包线热处理系统的建模与控制, 自动化学报, 1993, 19(2): 233—238.
- [2] Meissinger H F. The use of parameter influence coefficients in computer analysis of dynamic systems. Proceedings of the western joint computer conference, 1986, 181—192.
- [3] Sastry S S, Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Tran. Aut. Contr.* 1989, **AC-34**: 1123—1131.

NONLINEAR MODELLING AND ADAPTIVE CONTROL FOR THE HEAT TREATMENT SYSTEM OF LACQUERED WIRE

ZHEN YUFAN CHEN SHUZHONG

(Department of Mathematics, East China Normal University Shanghai 200062)

D. PRÖTZEL-WOLTERS

(Fachbereich Mathematik Arbeitsgruppe Technomathematik Universität Kaiserslautern Germany)

ABSTRACT

In this paper, we present a nonlinear mathematical model which describes the dynamical behaviour of a heat treatment system. A nonlinear adaptive controller is designed for steering the heat system from the surrounding temperature into the operating points. Simulation shows that this controller has a satisfactory performance.

Key words: Nonlinear system, adaptive control, heat treatment.