

短 文

五轴联动激光切割机数控系统空间 直线和圆弧插补算法的研究¹⁾

黄 序 周祖德 周云飞 朱国力

(华中理工大学数控中心 武汉 430074)

摘 要

在示教生成零件加工程序的基础上,讨论了空间直线和圆弧的插补算法以及空间绝对坐标到机床运动坐标的变换,并对插补算法的误差进行了分析.这种插补算法通过控制五个联动的运动轴,可实现空间任意直线和圆弧的插补,从而在理论上使激光切割机能完成对空间曲面的切割加工.

关键词: 激光切割,数控系统,五轴联动,插补算法,示教功能.

1 引言

激光加工是激光技术的重要应用领域.将激光技术与数控技术相结合,激光切割、焊接和热处理等可广泛应用于汽车、造船、航空和通用机械制造等工业中^[1-3].

由于激光加工与普通机械加工的不同,对数控系统特别是插补算法提出了新的要求.在激光切割加工中要求从激光头射出的激光束与被加工表面垂直,以获得最佳的切割效果^[4].为了使激光头能达到空间中的任一点,同时保证激光头的姿态,除了 x 、 y 、 z 三个直线运动轴外,还需要两个旋转轴 A (绕 x 轴旋转)和 C (绕 z 轴旋转)才能满足切割加工空间曲面的需要^[5].由于有些被加工表面十分复杂且不规则,这就使得曲面切割加工的自动编程十分困难甚至不可能.因此,多数激光切割机都具有示教功能,零件加工程序可通过示教产生^[6-7].

根据空间解析几何原理,空间中两点确定一条直线,不在一条直线上的三点确定一个圆弧.因此,通过示教可获得直线的起、终点和圆弧上三点的空间绝对坐标,这些示教点处的法矢由 A 、 C 轴旋转角度确定.再由直线和圆弧插补算法求出各插补点的空间绝对坐标.考虑被加工表面的形状是连续变化的^[8],采用与三个直线运动轴的合成进给量成正比的分配方法求取插补点处 A 、 C 轴的旋转角度.然后根据机床参数(A 、 C 轴的旋转

1) 本文得到国家“八五”重点科技攻关项目资助.
本文于 1992 年 9 月 1 日收到

半径等), 将插补点的空间绝对坐标变换成机床运动坐标。最后, 求出各轴的进给量。

2 空间直线和圆弧插补算法

通过空间两点示教, 获取直线起点 P_1 和终点 P_2 的坐标 $(x_1, y_1, z_1, a_1, c_1)$ 和 $(x_2, y_2, z_2, a_2, c_2)$ 。其中 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 为相对于机床零点空间绝对坐标, (a_1, c_1) 和 (a_2, c_2) 为相对于机床零点位置的绝对旋转角度。

设 l 为 P_1P_2 间的直线距离, l_x, l_y, l_z 为直线 P_1P_2 的方向余弦, Δl_i 为第 i 个插补周期内的合成进给量。则有

$$l = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (1)$$

$$l_x = \frac{x_2 - x_1}{l}, \quad l_y = \frac{y_2 - y_1}{l}, \quad l_z = \frac{z_2 - z_1}{l}. \quad (2)$$

根据时间分割法, 第 i 个插补点的空间绝对坐标为

$$\begin{cases} x_i = x_1 + l_x \sum_{j=0}^{i-1} \Delta l_j, \\ y_i = y_1 + l_y \sum_{j=0}^{i-1} \Delta l_j, \\ z_i = z_1 + l_z \sum_{j=0}^{i-1} \Delta l_j. \end{cases} \quad (3)$$

该插补点处的旋转轴角度为

$$\begin{cases} a_i = a_1 + \frac{\sum_{j=0}^{i-1} \Delta l_j}{l} (a_2 - a_1), \\ c_i = c_1 + \frac{\sum_{j=0}^{i-1} \Delta l_j}{l} (c_2 - c_1). \end{cases} \quad (4)$$

由空间三点示教得到圆弧上三点: 起点 P_1 、中间点 P_2 和终点 P_3 的坐标分别为 $(x_1, y_1, z_1, a_1, c_1)$, $(x_2, y_2, z_2, a_2, c_2)$ 和 $(x_3, y_3, z_3, a_3, c_3)$ 。为简化计算, 先在圆弧所在平面内进行平面圆弧插补, 然后通过坐标变换求得插补点的空间绝对坐标。

为进行平面圆弧插补, 需求出圆弧的半径。如图 1 所示, 设 P_{m1} 和 P_{m2} 分别为线段 P_1P_2 和 P_2P_3 的中点, 则过 P_{m1} 点所作的 P_1P_2 的中垂线与过 P_{m2} 点以 $(\mathbf{OP}_3 - \mathbf{OP}_2)$ 为法矢的平面的交点即为圆心。设圆心为 O' , 其坐标为 (x_0, y_0, z_0) 。则由 P_1, P_2 和 P_3 三点的空间绝对坐标即可求出园心坐标。再由园心坐标可求出半径

$$R = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}, \quad (5)$$

以圆心 O' 为坐标原点, $O'P_1$ 为 X' 轴构造新坐标系 $X'Y'Z'O'$, 使得圆弧平面正好在 $X'Y'O'$ 平面上。则在 $X'Y'O'$ 平面内圆弧的起点 P_1 的坐标为 $(R, 0)$ 。设终点 P_3 的坐标为 (x'_c, y'_c) , 如图 2 所示。其中 (x'_c, y'_c) 可对 $P_3(x_3, y_3, z_3)$ 进行平面到空间的坐标反变换求得。

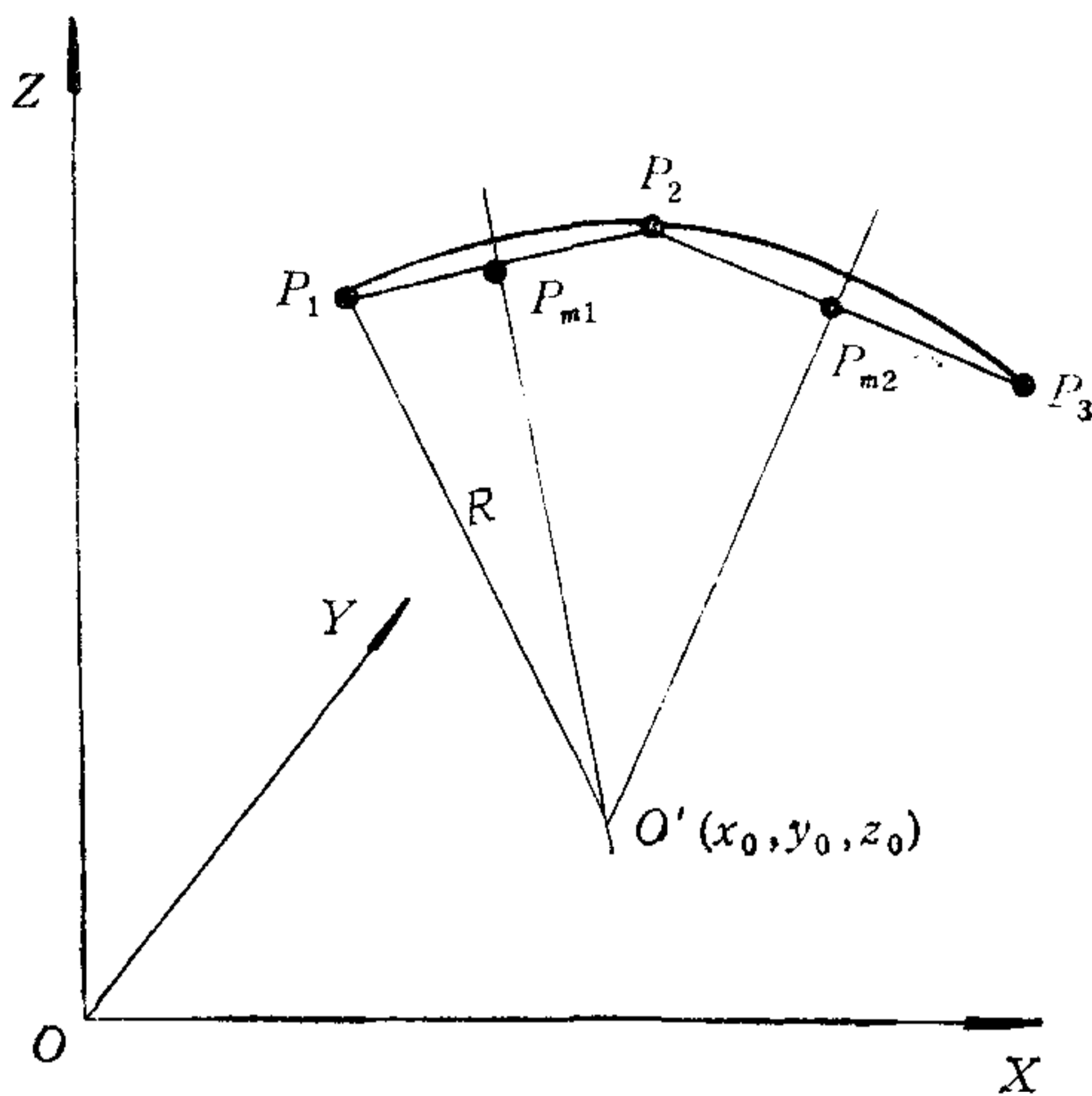


图 1 圆弧半径的求取

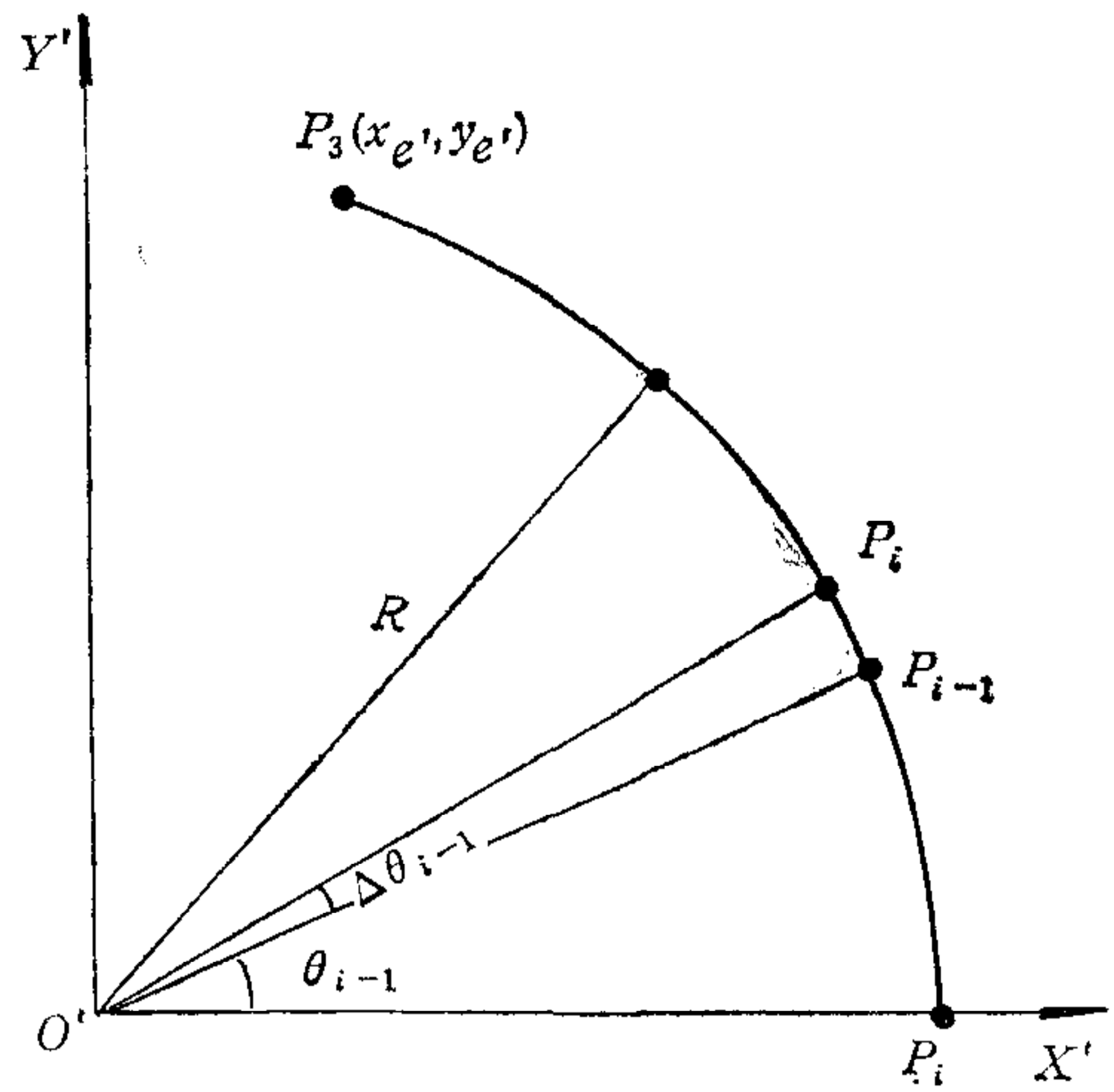


图 2 平面圆弧插补

设 P_{i-1}, P_i 为相邻两插补点, $\Delta\theta_{i-1}$ 为第 $i-1$ 个插补周期内圆心角弧度的增量, Δl_{i-1} 为该插补周期内的合成进给量, 则 $\Delta\theta_{i-1} = \frac{\Delta l_{i-1}}{R}$. 根据时间分割法和圆的参数方程, 在 $X'Y'O'$ 平面内第 i 个插补点 P_i 的坐标为

$$\begin{cases} x'_i = R \cos(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}), \\ y'_i = R \sin(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}), \end{cases} \quad (6)$$

根据新坐标系 $X'Y'Z'O'$ 的构成, 为了保证圆弧在 $X'Y'O'$ 平面内, 且使新坐标系为笛卡尔坐标系^[9], 则在空间坐标系 $XYZO$ 中, X' 轴的单位矢量应为 $\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{O}'P_1}{|\mathbf{O}'P_1|}$, Z' 轴的单位矢量为 $\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{N}}{|\mathbf{N}|}$, 而 Y' 轴的单位矢量为 $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$. 其中 \mathbf{N} 为圆弧所在平面的法矢, $\mathbf{N} = (\mathbf{O}'P_2 - \mathbf{O}'P_1) \times (\mathbf{O}'P_3 - \mathbf{O}'P_2)$. 由此可见, $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ 可通过计算求出.

$$\text{设 } \mathbf{e}_1 = (u_1 \ v_1 \ w_1) \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}, \mathbf{e}_2 = (u_2 \ v_2 \ w_2) \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}, \mathbf{e}_3 = (u_3 \ v_3 \ w_3) \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix},$$

另设 $X'Y'O'$ 平面内圆弧第 i 个插补点 $P_i(x'_i, y'_i)$ 在空间坐标系 $XYZO$ 中的坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 则由

$$(x'_i, y'_i, 0) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{pmatrix} = (x_i, y_i, z_i) \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

再加上 O' 到 O 的平移分量 (x_0, y_0, z_0) , 平面 $X'Y'O'$ 内插补点 (x'_i, y'_i) 到空间坐标系 $XYZO$ 内的变换公式为

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & x_0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & y_0 \\ w_1 & w_2 & w_3 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

因在圆弧示教中旋转角是分两段变化的,为了更好地反映各插补点处旋转角的变化,旋转角的计算公式也分为

1) A轴

$$\text{当 } a_1 \leq a_i < a_2 \text{ 时, } a_i = a_1 + \frac{\theta_i}{\alpha_{12}} (a_2 - a_1), \quad (9)$$

$$\text{当 } a_2 \leq a_i \leq a_3 \text{ 时, } a_i = a_2 + \frac{\theta_i - \alpha_{12}}{\alpha_{23}} (a_3 - a_2). \quad (10)$$

2) C轴

$$\text{当 } c_1 \leq c_i < c_2 \text{ 时, } c_i = c_1 + \frac{\theta_i}{\alpha_{12}} (c_2 - c_1), \quad (11)$$

$$\text{当 } c_2 \leq c_i \leq c_3 \text{ 时, } c_i = c_2 + \frac{\theta_i - \alpha_{12}}{\alpha_{23}} (c_3 - c_2). \quad (12)$$

其中 $\theta_i = \theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}$, α_{12} 和 α_{23} 分别为 P_1 到 P_2 和 P_2 到 P_3 间圆弧对应的圆心角弧度。

3 空间坐标到机床运动坐标的变换

以上插补计算得出的是激光束焦点运动轨迹(即加工轨迹)的空间绝对坐标。由于A、C两轴的旋转对X、Y和Z轴的空间位置将产生影响,所以要得到X、Y、Z轴电机实际运动的坐标位置,还需将空间绝对坐标变换成机床运动坐标。如图3所示, P_i 为激光束焦点,其坐标就是插补计算出的空间绝对坐标 (x_i, y_i, z_i) 。因M点不受A、C轴旋转的影响,就以M点的坐标作为机床运动坐标,设其坐标值为 $(x_{m_i}, y_{m_i}, z_{m_i})$ 。设A、C轴的旋转半径分别为 r_a 和 r_c 。由图中可看出

$$\mathbf{r}_{m_i} = \mathbf{r}_{p_i} + \mathbf{r}_{a_i} + \mathbf{r}_{c_i}, \quad (13)$$

其中 $\mathbf{r}_{m_i} = (x_{m_i} \ y_{m_i} \ z_{m_i}) \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$ 。

$\mathbf{r}_{p_i} = (x_i \ y_i \ z_i) \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$ 。经过A、C轴的旋转,

根据矢量旋转变换可得

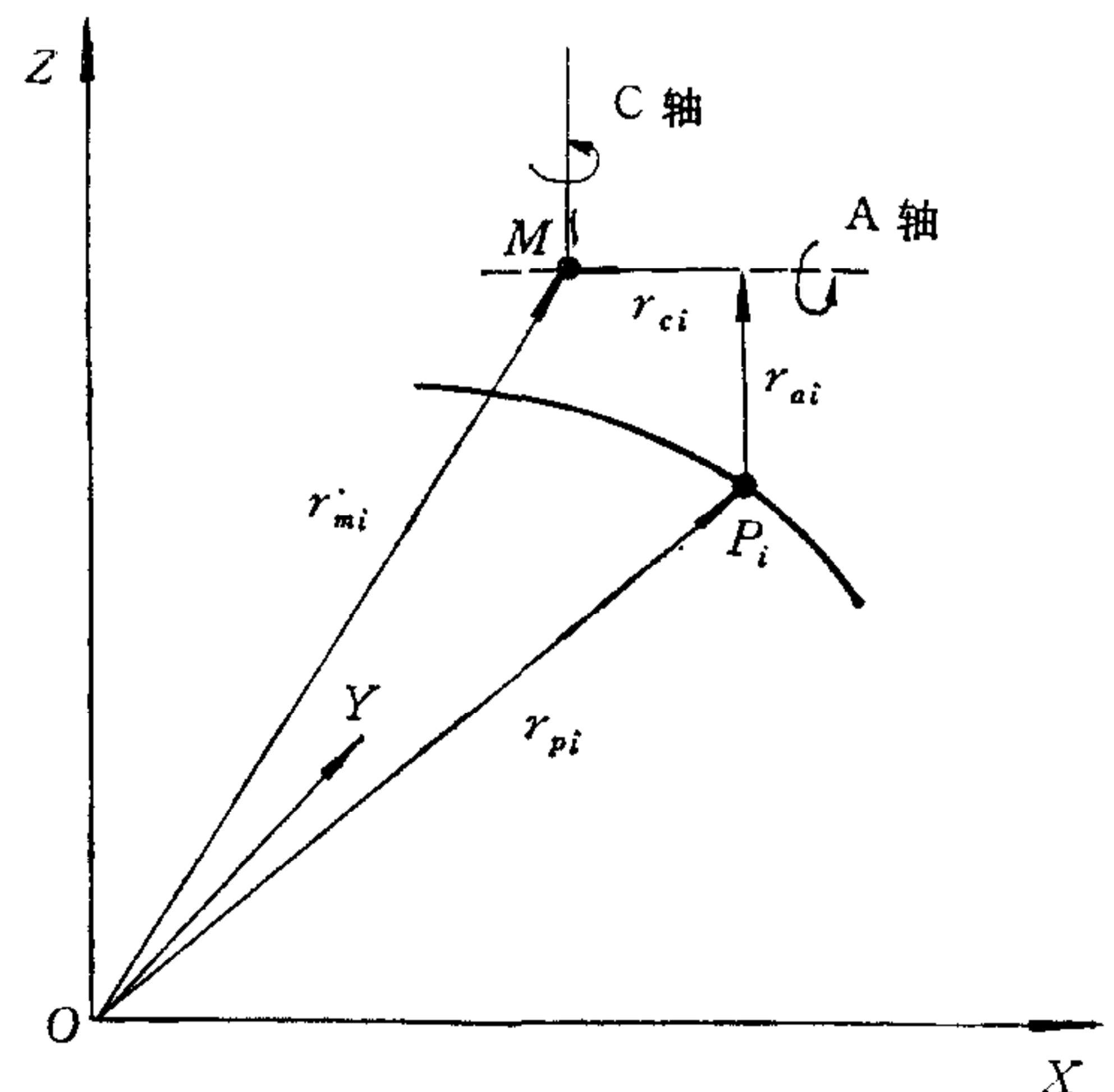


图3 空间坐标到机床运动坐标的变换

$$\mathbf{r}_{a_i} = (r_a \sin a_i, \sin c_i - r_{a1} \sin a_i \cos c_i, r_a \cos a_i) \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_{c_i} = (-r_c \cos c_i, -r_c \sin c_i, 0) \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}. \quad (15)$$

所以,机床各轴运动坐标可由下式求出

$$\begin{cases} x_{m_i} = x_i + r_a \sin a_i \sin c_i - r_c \cos c_i, \\ y_{m_i} = y_i - r_a \sin a_i \cos c_i - r_c \sin c_i, \\ z_{m_i} = z_i + r_a \cos a_i. \end{cases} \quad (16)$$

将本次计算出的 $(x_{m_i}, y_{m_i}, z_{m_i})$ 减去上次的插补计算结果 $(x_{m_{i-1}}, y_{m_{i-1}}, z_{m_{i-1}})$ 即可求出本次插补 X、Y、Z 轴的进给量。A、C 轴的进给量由 $a_i - a_{i-1}$ 和 $c_i - c_{i-1}$ 求得。

4 插补计算的误差分析

假定数控系统的计算精度足够高,以致于舍入误差的影响可忽略不计。

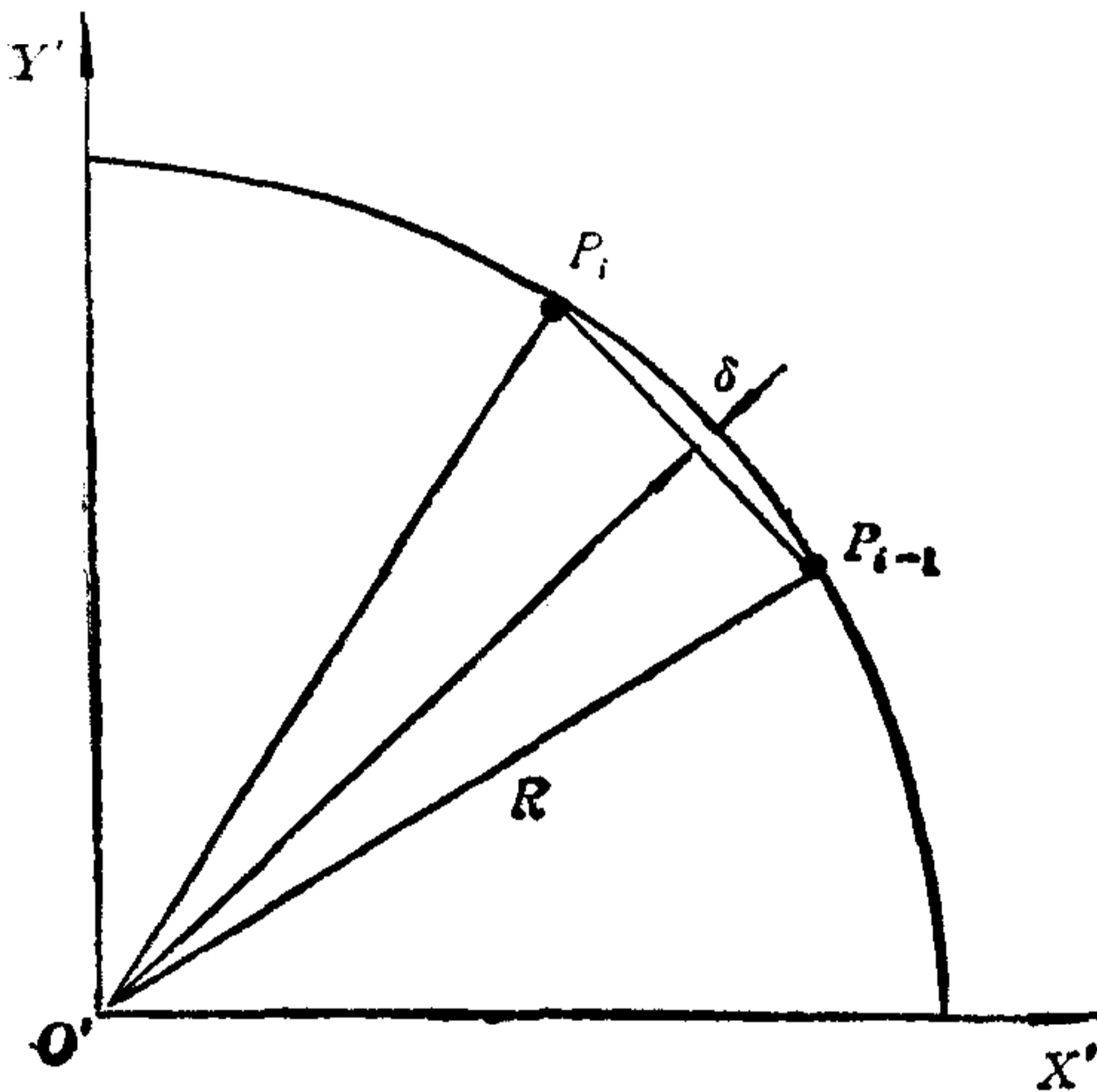


图 4 圆弧插补弓高误差的分析

从直线插补的(3)式和圆弧插补的(6)式可以看出,插补点处的空间绝对坐标是由直线和圆弧方程直接求出的,没有经过近似处理。因此所求出的插补点均在直线或圆弧上。

在圆弧插补中,实际上是以小直线段来逼近圆弧的,由此产生的圆弧插补的径向绝对误差称为弓高误差。可见直线插补不存在弓高误差。对于同一半径的圆弧来说弓高误差的大小将取决于进给速度的大小。

如图 4 所示, P_{i-1} 和 P_i 为相邻的两个插补点。线段 $P_{i-1}P_i$ 即为一个插补周期 (8ms) 内的进给量 Δl 。设圆弧插补的

弓高误差为 δ , 则有

$$\delta = R - \sqrt{R^2 - \Delta l^2/4}. \quad (17)$$

在满足弓高误差 $\delta \leq \delta_{max}$ 的条件下,进给量 Δl 应满足下式:

$$\Delta l \leq 2\sqrt{\delta_{max}(2R - \delta_{max})}. \quad (18)$$

当弓高误差 $\delta_{max} = 1\mu\text{m}$ 时,进给速度指令 F 的取值将受下式的限制,以保证弓高误差不超过 $1\mu\text{m}$ 。

$$F \leq \sqrt{225000(2R - 1)}, \quad (19)$$

其中 F 的单位为 mm/minute, R 的单位为 mm。

以上弓高误差是在圆弧平面上分析的,经过平面到空间的坐标变换,弓高误差将保持不变。

参 考 文 献

- [1] Eberhardt Gunther. Survey of High Power CO₂ Industrial Laser Applications and Latest Laser Developments. Proceedings of the 1st International Conference on Lasers in Manufacturing, Brighton, UK, 1983, 71—78.
- [2] Vander Wert TL. Systems Considerations for Multiaxis CO₂ Laser Material Processing, Proceedings of the International Conference on Applications of Lasers and Electro-optics, San Francisco, USA, 1985, 101—106.
- [3] Roessler David M. Update on Laser Processing in the Automotive Industry. Proceedings of the International Conference on Lasers' 91, San Diego, USA, 1991, 514—521.
- [4] Horning Randy J. Successful Five-axis Laser Machining. Manufacturing Engineering, 1987, 93(5): 55—58.
- [5] 周祖德等. 多维激光切割机控制系统. 华中理工大学学报, 1992, 20(增刊): 51—54.
- [6] Bohme Dietrich. Five-axis Laser Robots for Materials Processing. The Industrial Robot, 1989, 16(1): 41—45.
- [7] Anthony Phillip. Multi-dimensional Laser Processing Systems. Proceedings of SPIE Vol. 744 Lasers in Motion for Industrial Applications, Los Angeles, USA, 1987, 2—11.
- [8] Bannister Robert D. Three Dimensional Laser Processing. Proceedings of SPIE Vol. 744 Lasers in Motion for Industrial Applications, Los Angeles, USA, 1987, 124—128.
- [9] Ruselowski John M. High-production Laser Industrial Motion Systems. Proceedings of SPIE Vol. 744 Lasers in Motion for Industrial Applications, Los Angeles, USA, 1987, 12—32.

A RESEARCH ON INTERPOLATION ALGORITHM OF SPACE LINE AND ARC FOR NUMERICAL CONTROL SYSTEM OF FIVE-AXIS LASER CUTTING MACHINE

HUANG XU ZHOU ZUDE ZHOU YUNFEI ZHU GUOLI

(Numerical Control Center, Huazhong University of Science and Technology Wuhan 430074)

ABSTRACT

Based on teaching function for generation of workpiece process program, this paper suggests an interpolation algorithm of space line and arc and the transformation of space absolute coordinates to machine motion coordinates. The interpolation error is also analyzed. This algorithm fulfills interpolation of space line and arc by controlling the motion of five axes simultaneously.

Key words: Laser cutting, numerical, control, simultaneous motion of five axes, Interpolation algorithm, teaching function.