

# 配置极点的约束方差设计<sup>1)</sup>

王子栋

(南京理工大学 11 系 南京 210014)

陈学敏 郭治

(南京理工大学 10 系 南京 210014)

## 摘 要

在随机控制问题中,性能指标常常表现为系统的状态方差或其上界的形式.本文研究了使闭环系统满足给定的状态方差约束、且具有预期闭环极点的线性反馈控制器的存在条件,给出具体的设计方法,并举例说明该设计方法具有简单、直接的特点.

**关键词:** 线性连续随机系统,约束方差设计,极点配置.

## 1 引言

在不同的工程系统中,性能指标要求常常表现为系统状态的方差或其上界的形式.如置于运动载体上的激光通信系统<sup>[1]</sup>,其主要性能指标(如稳定度、切换频率等)在一些特定的条件下完全决定于系统被控量及其有限阶均方导数的方差.传统的二次型广义最小方差控制方法用于这类问题的控制通常是较为困难的,它只能通过调整,选择一个适当的权矩阵来实现设计目的.显然,这样的设计方法是间接的,不能保证系统每个状态的方差都满足要求.况且这一适当的权矩阵很难找到,有时甚至根本不存在<sup>[2]</sup>.

近年来发展起来的协方差控制理论<sup>[2-5]</sup>为实现上述性能指标要求提供了一个直接的方法.该理论是针对线性稳定定常系统,设计线性反馈控制器,使系统稳定状态协方差达到预先指定值.其主要设计思想是根据给定的状态方差的约束要求,解算出满足这一要求的、且由反馈可配置的状态协方差阵,最后求出能配置这一状态协方差阵的线性反馈控制器的集合.

对于以状态的方差或其上界为性能指标的随机控制问题,上述协方差配置方法有以下不足之处:1)该方法将仅对协方差阵对角线元素(即方差)的约束,实际上换成了对全部矩阵元素的约束,从而限制了解的存在性条件;2)该方法仅考虑了闭环系统的稳态特性,而未考虑其暂态特性,但在实际系统的设计中,后者与前者同样重要.基于以上分析,本文的目的在于设计线性反馈控制器,使闭环系统在满足给定稳态方差约束的同时,具有预期闭环极点,从而兼顾系统的稳态及暂态特性,使系统具有良好的过渡过程品质.

本文于 1992 年 11 月 19 日收到.

1) 高等学校博士学科点专项科研基金及南京理工大学科学发展基金资助课题.

## 2 问题的提出

考虑稳定定常连续系统:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) + D\mathbf{w}(t) \quad (1a)$$

$$\mathbf{u}(t) = G\mathbf{x}(t) \quad (1b)$$

这里  $\mathbf{x}(t) \in R^{n_x}$ ,  $\mathbf{u}(t) \in R^{n_u}$ ,  $\mathbf{w}(t) \in R^{n_w}$ , 且  $A, B, D, G$  为适维常数矩阵.  $\mathbf{w}(t)$  为零均值高斯白噪声过程, 且与  $\mathbf{x}(0)$  独立, 其协方差  $W > 0$ . 记号“ $[\cdot] > 0$ ”和“ $[\cdot] \geq 0$ ”分别表示正定和半正定.

系统状态的稳态协方差为  $X = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \tau \rightarrow 0}} E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t + \tau)]$ , 这里  $X$  为对称正定阵. 对于闭环系统(1),  $X$  满足 Lyapunov 方程:

$$(A + BG)X + X(A + BG)^T + DWD^T = 0. \quad (2)$$

其中  $X = X^T > 0$ , 且假定  $A + BG$  是稳定的.

假定  $\sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, n_x)$  表示系统状态方差的约束,  $H$  为具有希望闭环极点的矩阵, 则问题在于找到合适的线性反馈控制器  $G$ , 使得

$$[X]_{ii} \leq \sigma_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n_x), \quad (3)$$

$$A + BG = H \quad (4)$$

同时成立. 这里  $[X]_{ii}$  表示  $X$  的第  $i$  个对角元素.

## 3 两个主要定理

在设计控制器的过程中, 需要如下性质: 1)  $A + BG$  是稳定的; 2)  $(A + BG) + (A + BG)^T < 0$ ; 3)  $A + BG = H$ . 其中性质 2) 主要用来保证性能指标 (3) 得到满足. 为此, 首先研究使上述性质成立的  $G$  存在的充要条件及表达式.

**定理 1.** 给定系统矩阵  $A$  和  $B$ , 且  $|B^T B| \neq 0$ , 则存在反馈控制器  $G$ , 使得  $A + BG$  稳定及  $(A + BG) + (A + BG)^T < 0$ , 且  $A + BG = H$  的充要条件是:

$$[F^T(A + A^T)F]_{22} < 0, \quad (5)$$

$$[F^T(H - A)F]_{11}^T + [F^T(H - A)F]_{11} + R_{11} = 0, \quad (6)$$

$$[F^T(H - A)F]_{12} + R_{12} = 0, \quad (7)$$

$$[F^T(H - A)F]_{21} = 0, \quad (8)$$

$$[F^T(H - A)F]_{22} = 0. \quad (9)$$

其中  $[\cdot]_{11}, [\cdot]_{12}, [\cdot]_{21}, [\cdot]_{22}$  为  $[\cdot]$  的分块阵, 且分别具有维数  $n_u \times n_u, n_u \times (n_x - n_u), (n_x - n_u) \times n_u, (n_x - n_u) \times (n_x - n_u)$ .  $F$  为乘积  $BB^+$  的酉模态阵,  $B^+$  为  $B$  的 Moore-Penrose 广义逆.  $R_{11}$  和  $R_{12}$  按下式定义:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} \equiv F^T(A + A^T + Q)F.$$

这里

$$Q = F \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{12}^T & -\hat{A}_{22} \end{bmatrix} F^T, \quad \hat{A}_{22} = [F^T(A + A^T)F]_{22},$$

且  $\hat{Q}_{12}$  和  $\hat{Q}_{11}$  为使  $Q = Q^T > 0$  的任意子矩阵.

必要性的证明. 假设存在  $G$ , 使得  $A + BG$  稳定和  $(A + BG) + (A + BG)^T < 0$ , 且  $A + BG = H$ . 则对方程

$$(A + BG) + (A + BG)^T + Q = 0, \quad (10)$$

显然有  $Q$  唯一且正定. 并可得到如下关系式<sup>[6]</sup>:

$$BG = -\frac{1}{2}(A + A^T + Q - S_k). \quad (11)$$

其中  $S_k$  为关于  $BG$  的斜对称矩阵(即  $S_k + S_k^T = 0$ ), 而且存在  $G$ , 使(11)式成立的充要条件为<sup>[7]</sup>

$$(I - BB^+)S_k = (I - BB^+)(A + A^T + Q). \quad (12)$$

设  $F$  为  $BB^+$  的西模态阵, 则

$$FF^T = F^T F = I,$$

$$F^T S_k F = -(F^T S_k F)^T, \quad F^T B B^+ F = \begin{bmatrix} I_{n_u} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

于是

$$F^T(I - BB^+)F F^T S_k F = F^T(I - BB^+)F F^T(A + A^T + Q)F, \quad (13)$$

即

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{n_x - n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{k11} & S_{k12} \\ -S_{k12}^T & S_{k22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{n_x - n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中

$$F^T S_k F = \begin{bmatrix} S_{k11} & S_{k12} \\ -S_{k12}^T & S_{k22} \end{bmatrix}, \quad F^T(A + A^T + Q)F = R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix}.$$

考察(14)式, 有  $S_{k12} = -R_{12}$ ,  $S_{k22} = R_{22}$ . 而  $S_{k22}$  为斜对称的,  $R_{22}$  为对称的. 从而  $R_{22} = 0$ , 即  $[F^T(A + A^T + Q)F]_{22} = 0$ . 又因  $Q$  正定, 所以  $[F^T(A + A^T)F]_{22} < 0$ . 从而(5)式得到证明.

下面证明(6)–(9)式成立. 因  $A + BG = H$ , 故由(11)式有

$$BG = -\frac{1}{2}(A + A^T + Q - S_k) = H - A, \quad \text{则}$$

$$F^T(A + A^T + Q)F - F^T S_k F = -2F^T(H - A)F, \quad \text{即}$$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{k11} & -R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} = -2F^T(H - A)F.$$

于是

$$\begin{bmatrix} S_{k11} - R_{11} & -2R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 2F^T(H - A)F.$$

注意到  $S_{k11} + S_{k11}^T = 0$ , 则由

$$[F^T(H-A)F]_{11} + [F^T(H-A)F]_{11}^T = \frac{1}{2}(S_{k11} - R_{11} + S_{k11}^T - R_{11}) = -R_{11}$$

即可得到(6)式。同样易得(7)–(9)式。

充分性的证明。若条件(5)–(9)满足,则可选择

$$Q = F \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{12}^T & \hat{Q}_{22} \end{bmatrix} F^T.$$

其中  $\hat{Q}_{22} = -[F^T(A+A^T)F]_{22} > 0$ , 而  $\hat{Q}_{11}$ 、 $\hat{Q}_{12}$  为使得  $Q > 0$  的任意子矩阵。则

$$R_{22} = [F^T(A+A^T+Q)F]_{22} = 0.$$

对任意的斜对称阵  $S_{k11}$ , 可定义斜对称阵

$$S_k = F \begin{bmatrix} S_{k11} & S_{k12} \\ -S_{k12}^T & S_{k22} \end{bmatrix} F^T \triangleq F \begin{bmatrix} S_{k11} & -R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} F^T.$$

从而  $S_k$  满足(14)式,即(12)式。所以,存在  $G$  使(11)式成立,亦即使(10)式成立,于是  $(A+BG) + (A+BG)^T < 0$ 。由 Lyapunov 稳定性理论可知,  $A+BG$  稳定。

由(6)式有  $[F^T(H-A)F]_{11} = -(R_{11} - S_{k11})/2$ , 其中  $S_{k11}$  为任一斜对称阵。再由(7)–(9)式知:

$$\begin{aligned} -2F^T(H-A)F &= \begin{bmatrix} R_{11} - S_{k11} & 2R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{n_u} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{k11} & -R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} \right\}, \end{aligned}$$

亦即

$$-2F^T(H-A)F = F^T B B^+ F \cdot [F^T(Q + A + A^T - S_k)F].$$

上式两端同时左乘  $F$ 、右乘  $F^T$  得

$$B B^+(Q + A + A^T - S_k) = -2(H - A).$$

定义

$$G = -\frac{1}{2}B^+(Q + A + A^T - S_k),$$

则  $A+BG = H$ , 且  $G$  满足(11)式(当  $|B^T B| \neq 0$  时),即这样的  $G$  仍满足

$$(A+BG) + (A+BG)^T < 0.$$

证毕。

**定理 2.** 若定理 1 的条件满足,则使得  $A+BG$  稳定,  $(A+BG) + (A+BG)^T < 0$ , 且  $A+BG = H$  的控制器  $G$  的集合为

$$\mathcal{G} = \left\{ G; G = -\frac{1}{2}B^+(Q + A + A^T - S_k) \right\}.$$

其中

$$S_k = F \begin{bmatrix} R_{11} + 2[F^T(H-A)F]_{11} & -R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} F^T,$$

这里  $R$  及  $Q$  的定义如定理 1。

证明。只需注意到  $S_{k11} = R_{11} + 2[F^T(H-A)F]_{11}$  即可。

## 4 控制器的设计方法

若  $G \in \mathcal{G}$ , 据定理 2,  $A + BG$  可表示为

$$A + BG = \frac{1}{2} F \left\{ - \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{12}^T & -\hat{A}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{k11} & -R_{12} \\ R_{12}^T & 0 \end{bmatrix} \right\} F^T. \quad (15)$$

设  $X$  为关于  $A + BG$  的稳态协方差, 即

$$(A + BG)X + X(A + BG)^T + DWD^T = 0. \quad (16)$$

为寻求  $G \in \mathcal{G}$ , 以使约束条件(3)被满足, 定义正定矩阵

$$Y = F\hat{Y}F^T = F \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & 0 \\ 0 & \hat{Y}_{22} \end{bmatrix} F^T, \text{ 且 } [Y]_{ii} \leq \sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, n_x).$$

其中  $[Y]_{ii}$  为  $Y$  的第  $i$  个对角元素;  $\hat{Y}_{11}$ ,  $\hat{Y}_{22}$  分别为  $n_u \times n_u$  和  $(n_x - n_u) \times (n_x - n_u)$  维矩阵.

方程(16)可表示为

$$(A + BG)(X - Y) + (X - Y)(A + BG)^T + (A + BG)Y + Y(A + BG)^T + DWD^T = 0. \quad (17)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 若有

$$(A + BG)Y + Y(A + BG)^T + DWD^T < 0 \quad (18)$$

成立, 则由  $A + BG$  的稳定性, 可得  $X - Y < 0$ . 从而

$$[X]_{ii} < [Y]_{ii} \leq \sigma_i^2 (i = 1, 2, \dots, n_x).$$

下面的问题将是选择合适的  $Y$ , 以使(18)成立.

由于(18)式等价于:

$$F^T(A + BG)FF^TYF + F^TYFF^T(A + BG)^TF + F^TDWD^TF < 0. \quad (19)$$

假设  $D$  的值域包含于  $B$  的值域中, 于是有

$$[F^TDWD^TF] = K = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

则(19)式成为

$$\begin{bmatrix} L & M \\ M^T & N \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

其中

$$L = \frac{1}{2}(-\hat{Q}_{11}\hat{Y}_{11} + S_{k11}\hat{Y}_{11}) + \frac{1}{2}(-\hat{Y}_{11}\hat{Q}_{11} + \hat{Y}_{11}S_{k11}) + K_{11};$$

$$M = \frac{1}{2}(-\hat{Q}_{12}\hat{Y}_{22} - R_{12}\hat{Y}_{22}) + \frac{1}{2}(-\hat{Y}_{11}\hat{Q}_{12} + \hat{Y}_{11}R_{12});$$

$$N = \frac{1}{2}(\hat{A}_{22}\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{22}\hat{A}_{22}).$$

则(20)式成立的充要条件是<sup>[8]</sup>:

$$L < 0; \quad (21)$$

$$N < 0; \quad (22)$$

$$N - M^T \cdot L^{-1}M < 0. \quad (23)$$

考察(21)式,可以发现只有  $K_{11}$  是给定的,  $\hat{Q}_{11} > 0$  和  $\hat{Y}_{11} > 0$  是任意的(其中  $[Y]_{ii} \leq \sigma_i^2$ ), 而  $S_{k11}$  则满足  $S_{k11} = R_{11} + 2[F^T(H - A)F]_{11}$ .

对于(22)式,因  $\hat{A}_{22} > 0$ , 则仅当  $\hat{A}_{22}$  稳定时成立, 同时  $\hat{A}_{22}$  对称, 故(22)式仅当  $\hat{A}_{22} < 0$  时成立. 由定理 1 的证明可知,  $\hat{A}_{22} < 0$  等价于  $A + BG$  稳定, 且  $(A + BG) + (A + BG)^T < 0$ . 这就是要研究使后者成立的充要条件的缘故.

**定理 3.** 考虑线性定常系统(1), 若定理 1 的条件满足, 且  $D$  的值域包含于  $B$  的值域中, 则存在  $G \in \mathcal{G}$ , 使得指标(3)对给定的  $\sigma_i^2 > 0$  成立.

证明. 由  $Q$  及  $Y$  的自由度, 可以选择:

$$\hat{Q}_{11} = U, \quad \hat{Y} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & -\mu \cdot \hat{A}_{22}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \text{且 } Y = F\hat{Y}F^T.$$

这里  $U$  和  $V$  均为对角正定阵, 且  $\mu > 0$ . 因  $\hat{A}_{22} < 0$ , 故可选择合适的  $V$  和  $\mu$ , 使得  $[Y]_{ii} \leq \sigma_i^2$ . 以下只要证明(21)–(23)成立即可. 由  $U, V$  的定义, (21)–(23)变成如下形式:

$$L = -UV + K_{11} < 0, \quad (21')$$

$$N = -\mu I < 0, \quad (22')$$

$$N - M^T L^{-1}M < 0. \quad (23')$$

其中

$$M = \frac{1}{2} (\hat{Q}_{12} + R_{12}) \cdot \mu \cdot \hat{A}_{22}^{-1} + \frac{1}{2} (-V \cdot \hat{Q}_{12} + V \cdot R_{12}).$$

显然, 对任意  $\mu > 0$  都能满足(22')式. 只要选择  $U$  的元素足够大, 则(21')和(23')式均可成立, 从而(18)式成立, 并有  $[X]_{ii} < [Y]_{ii} \leq \sigma_i^2$ . 证毕.

**说明.** 在定理 3 中,  $S_{k11}$  的自由度被用来配置希望极点, 而  $\hat{Q}_{12}$  的自由度则尚未利用, 因而有可能利用这个自由度达到其它期望闭环特性, 诸如配置  $q$  马尔柯夫参数、相应于结构参数扰动的性能鲁棒性、有限时间控制等. 这方面的研究有待进一步深入.

根据定理 1–3, 可以得到如下设计期望控制器的基本步骤:

步骤 1. 计算  $B^+$  和乘积  $BB^+$  的西模态阵  $F$ , 求出  $\hat{A}_{22}$ . 验证  $\hat{A}_{22} < 0$  是否成立. 若不成立, 则期望控制器不存在; 若成立, 转步骤 2.

步骤 2. 选择合适的  $U, V, \mu$  和任意的  $\hat{Q}_{12}$ , 使(3)式成立, 并求出  $Y, Q$ .

步骤 3. 将  $A, F, Q$  代入  $R$  的定义式中, 求出  $R$ . 验证(21')–(23')式是否成立. 若不成立, 转步骤 2; 若成立, 转步骤 4.

步骤 4. 由希望极点求出具有这些极点的矩阵  $H^{[9]}$ , 并验证条件(6)–(9)是否成立. 若不都成立, 则该希望矩阵  $H$  不能配置; 若成立, 则由  $H$  求出  $S_{k11}$ , 得到  $S_k$ .

步骤 5. 将  $B^+, A, Q, S_k$  代入  $G$  的表达式中, 求出反馈控制器  $G$ .

**说明.** 因为所考虑的系统的结构参数是给定的, 所以上述步骤可离线计算, 必要时可采用数值搜索的方法.

## 5 数值算例

取系统(1)中参数

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W = 1.$$

试求状态反馈控制器  $G$ , 使得  $[X]_{11} \leq 0.8^2$ ,  $[X]_{22} \leq 1.1^2$ ,  $[X]_{33} \leq 1.3^2$ , 且具有闭环极点  $-1, -400 \pm i$ .

解.

$$1) \quad B^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$\hat{A}_{22} = [F^T(A + A^T)F]_{22} = -2 < 0$ , 则控制器存在.

$$2) \quad \text{选择 } U = \begin{bmatrix} 800 & 0 \\ 0 & 800 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mu = 1, \quad \hat{Q}_{12} = (0, 0).$$

于是

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [Y]_{ii} < \sigma_i^2 (i = 1, 2, 3).$$

$$3) \quad R = \begin{bmatrix} 794 & 0 & 0 \\ 0 & 804 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{易验证(21')—(23')式均成立.}$$

4) 用文献[9]中提供的方法, 根据希望的闭环极点写出具有这组极点的  $H$  阵(为一个集合), 而满足条件(6)—(9)的  $H$  阵具有如下形式:

$$H = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -400 & -1 \\ 0 & 1 & -400 \end{bmatrix}.$$

$$\text{从而 } S_{k11} = R_{11} + 2[F^T(H - A)F]_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$5) \quad \text{由定理 2, } G = -\frac{1}{2}B^+(Q + A + A^T - S_k) = \begin{bmatrix} 0 & -397 & -1 \\ 0 & 1 & -402 \end{bmatrix}.$$

## 6 结论

对于以状态的稳态方差或其上界, 以及期望闭环极点为性能指标要求的一类工程系

统的随机控制问题,本文给出了实现上述设计目标的控制器求取的具体方法,从而弥补了文献[2]—[5]的不足,具有较好的应用前景。由前面的讨论可知,在实现设计要求后,系统尚有可以用于设计的自由度,通常可用来考虑提高系统的鲁棒性,这有待进一步深入研究。

### 参 考 文 献

- [1] 徐刚,陈学敏,郭治. 一类工程系统的  $q$  马尔柯夫输出协方差配置控制. 自动化学报,1991,17(6): 669—675
- [2] Hotz A F, Skelton R E. A covariance control theory. *Int. J. Control*, 1987, 46(1):13—32
- [3] Collins Jr E G, Skelton R E. A theory of state covariance assignment for discrete systems. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1987, 32(1): 35—41
- [4] Skelton R E, Ikeda M. Covariance controllers for linear continuous-time systems. *Int. J. Control*, 1989, 49(5): 1773—1785
- [5] Hsieh C, Skelton R E. All covariance controllers for linear discrete-time systems. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1990, 35(8): 908—915
- [6] Barnett S, Storey C. Analysis and synthesis of stability matrix. *J. Differ. Equa.*, 1967, 3:414
- [7] Ben-Israel A, Greville T N E. Generalized inverse: theory and application. John Wiley and Sons., Inc., 1974
- [8] Kreindler E, Jameson A. Conditions for non-negativeness of partitioned matrices. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1972, 17:147
- [9] Anderson B D O, Luenberger D G. Design of multivariable feedback systems. *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, 1967, 144:395—339

## CONSTRAINED VARIANCE DESIGN WITH POLE ASSIGNMENT

WANG ZIDONG

(The 11th Department, Nanjing University of Science and  
Technology, Nanjing 210094 P. R. China)

CHEN XUEMIN      GUO ZHI

(The 10th Department, Nanjing University of Science and  
Technology, Nanjing 210094 P. R. China)

### ABSTRACT

Performance requirements of many stochastic control problems are naturally described in terms of variance or upper bounds of the system states. This paper studies the conditions of existence of linear feedback controllers, which make the closed-loop system meet the specified variance constraints and achieve the desired poles. A concrete design method is also presented. It is shown by an example that the present approach has the characteristics of directness and simplicity.

**Key words:** Linear continuous stochastic systems, constrained variance design, Pole assignment.





**王子栋** 1966年生,1986年于苏州大学获数学专业学士学位,1988年于上海中国纺织大学获随机控制专业硕士学位,后于南京理工大学应用数学系任教,1994年获南京理工大学自动控制专业博士学位,同年晋升为副教授。目前研究兴趣:鲁棒控制、约束方差控制与估计、 $H_{\infty}$ 控制、容错控制及滞留时间控制等。

**陈学敏** 照片、简介见本刊第17卷第6期。



**郭 治** 1937年生,1961年毕业于哈尔滨军事工程学院。现为国务院学位委员会学科评议组成员,中国兵工学会理事,兵工学会自动控制分会主任委员,南京理工大学信息自动化与制造工程学院院长、教授、博士研究生导师。长期从事控制理论与应用技术的教学与研究工作。主要研究领域:滤波与随机控制,兵器火力控制等。