

# 一种模糊 CMAC 神经网络<sup>1)</sup>

邓志东 孙增圻 张再兴

(清华大学计算机系, 智能技术与系统国家重点实验室 北京 100084)

## 摘要

提出了一种模糊 CMAC (小脑模型关节控制器) 神经网络, 它由输入层、模糊化层、模糊相联层、模糊后相联层与输出层等 5 层节点组成, 具有与 CMAC 相似的单层连接权, 可通过 BP 算法学习推论参数或模糊规则。给出了网络的连接结构与学习算法, 并将其应用于函数逼近问题中。仿真结果验证了该方法较之 CMAC 的优越性。

**关键词:** 神经网络, 模糊逻辑, CMAC, 函数逼近。

## 1 引言

由 Albus 最初基于神经生理学提出的小脑模型关节控制器 (CMAC)<sup>[1]</sup>, 是一种类似于 Perceptron 的相联记忆方法, 能够学习任意多维非线性映射, 迄今已广泛应用于函数逼近、模式识别与机器人控制等许多领域。特别是 Miller 等<sup>[2-4]</sup>的突破性应用研究, 已使 CMAC 受到越来越多的关注。

与 BP 网络之类的全局逼近方法不同的, 是 CMAC 具有诸多优点: <sup>[5-11]</sup> (1) 局部逼近能力, 使其每次修正的权极少, 学习速度快; (2) 一定的泛化 (generalization) 能力, 即所谓相近输入产生相近输出, 不同输入给出不同输出; (3) 连续(模拟)输入输出能力; (4) 寻址编程方式, 在利用串行计算机仿真时, 它将使回响速度加快。不足之处是随着输入维数和(或)分辨率的增加, 所需存储容量将呈几何级数增长。由于实现时受存储空间与实时性的限制, CMAC 的泛化能力较之全局逼近的 BP 网络差距较大。

另一方面, 自 Zadeh 的开创性工作以来, 模糊逻辑已被广泛应用于各个领域, 如工业过程控制、机器人、医疗诊断、家用电器和模糊计算机等<sup>[12]</sup>。作为另外一种处理不确定性、非线性和不稳定性 (ill-defined) 的有力工具, 人们正在重新发掘模糊逻辑的深刻含义。

一般说来, 包括 CMAC 在内的神经网络的内部知识表达方式是不清楚的, 但它具有学习能力; 模糊逻辑方法虽长于表达近似与定性的知识, 但通常又无学习能力。这就使前者在每次学习时, 只能从任意初始条件开始, 不能利用必要的初始经验或知识, 收敛速度慢, 易于陷入局部极值; 相反, 由于缺乏学习能力, 后者则只能主观地或依赖试凑地选择隶

本文于 1993 年 12 月 23 日收到。

1) 国家博士后科学基金资助项目。

属函数和模糊规则, 不能根据积累的经验自动地改善系统的性能。

从某种意义上说, CMAC 与模糊逻辑不但是相互补充的, 而且也是相通的、可以结合的。首先, 利用连接主义表达的模糊逻辑控制器, 必然引入了学习机制, 也带来了两者结合的诸多优点, 如存储容量的减小, 泛化能力的增加, 以及连接主义结构的容错性等。其次, 在 CMAC 的分布表达中, 一个值由散布于许多计算单元的活性模式表示, 每个计算单元又涉及许多不同值的表达, 因此每个计算单元都有一个感受野 (receptive field), 即它表达的所有值的集合, 这相当于每个计算单元都对应一个模糊集合, 或者说感受野相当于隶属函数。应该指出, 这正是它们能够有机结合的一个基础。

本文基于 Takagi 型模糊推理方法<sup>[13]</sup>, 提出了一种模糊 CMAC 神经网络。它不但具有与 CMAC 相近的结构与单层连接权, 可通过 BP 算法学习 consequence 参数或模糊规则, 而且可克服 CMAC 的大多数缺陷, 特别是泛化能力与存储容量的矛盾。

## 2 一种模糊 CMAC 神经网络

利用两个序贯的基本映射

$$S: \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}', W: \mathbf{a}' \rightarrow y, \quad (1)$$

模糊 CMAC 神经网络可以表达任意的非线性映射

$$y = f(\mathbf{x}). \quad (2)$$

其中  $\mathbf{x} \in R^n$  为连续输入空间;  $\mathbf{a}' \in R^{N_{A'}}$  为模糊后相联空间;  $y \in R^1$  为输出空间。图 1 给出了模糊 CMAC 神经网络的结构示意图。

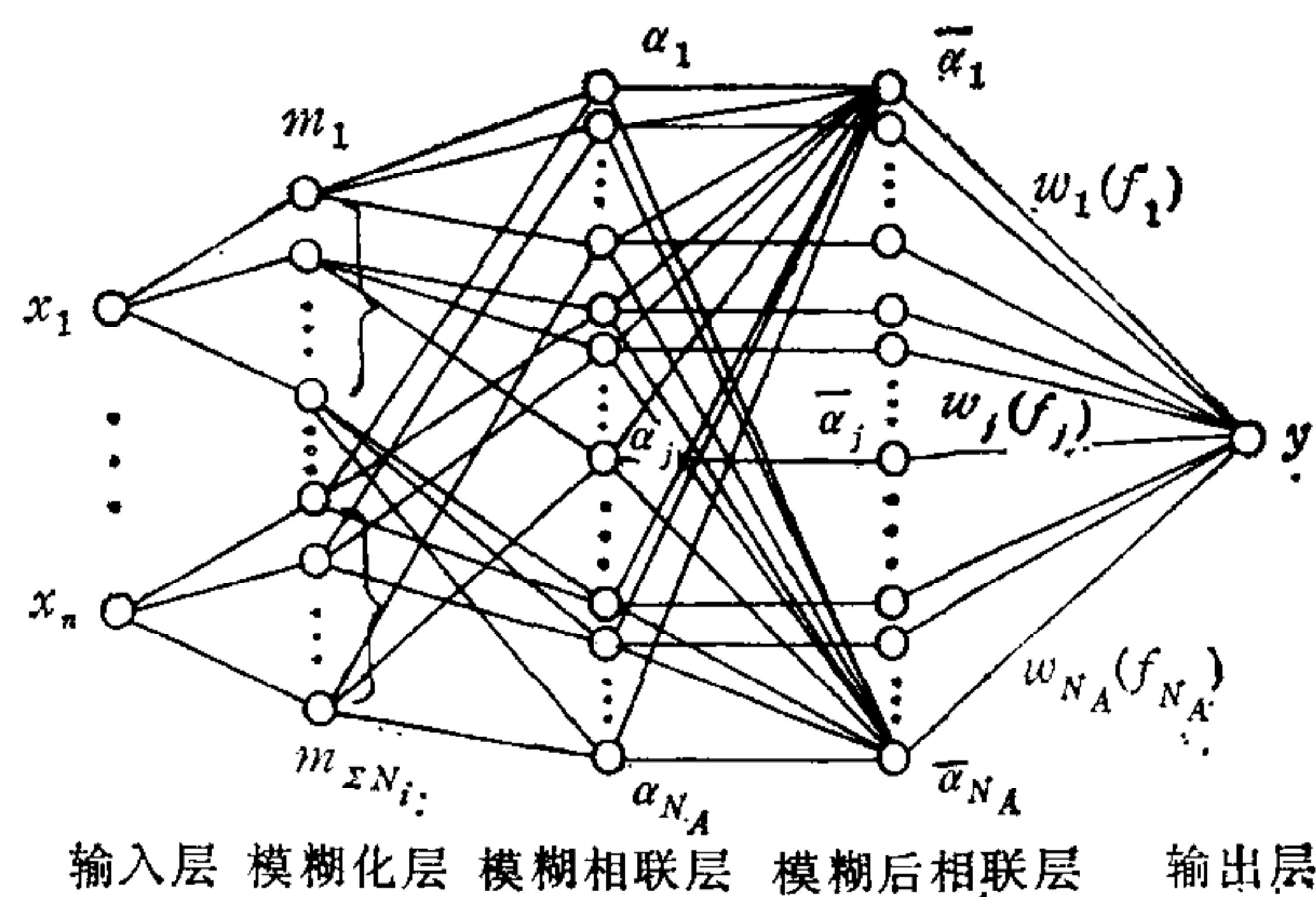


图 1 模糊 CMAC 神经网络的结构示意图

式(1)中的映射  $S: \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{a}'$  一般是固定的, 通常可分解为三个子映射:  $R: \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{m}$ ,  $A: \mathbf{m} \rightarrow \mathbf{a}$ ,  $P: \mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a}'$ , 即可分成输入层、模糊化层、模糊相联层、模糊后相联层等 5 层:

### (1) 输入层 (Input Layer)

该层的各个节点直接与输入向量的各分量  $x_i$  连接, 它起着将输入值  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  传送到下一层的作用。

## (2) 模糊化层 (Fuzzified Layer)

模糊化层的每个节点对应于一个语言变量,如负大(NL)、负中(NM)、负小(NS)、负零(NZ)、零(ZO)、正零(PZ)、正小(PS)、正中(PM)、正大(PL)等,它完成一个输入隶属函数的计算,如利用铃型函数(bell-shaped function)

$$m_j = \exp\left\{-\frac{(x_i - m_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right\}, \quad j = 1, 2, \dots, \sum_{i=1}^n N_i. \quad (3)$$

这里,  $m_{ij}$  和  $\sigma_{ij}$  分别表示隶属函数的中心(均值)与宽度(方差),  $N_i$  为对应于第  $i$  个输入变量的名义值的个数。它完成输入变量的模糊化,相当于 CMAC 的感觉层(sensor layer),亦相当于模糊逻辑控制器的 fuzzifier.

## (3) 模糊相联层 (Fuzzy Association Layer)

该层与模糊化层的连接用来完成模糊逻辑规则 precondition(前件)的匹配,即通过输入语言变量的组合来构成 precondition。各个节点将实现模糊 AND 运算,以便得到相应的点火强度(适用度)

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \min\{m_1, \dots, m_k\}, \quad j = 1, 2, \dots, N_A, \\ i(, \dots, k) &= 1, 2, \dots, N_1(, \dots, N_n). \end{aligned} \quad (4)$$

这里记  $N_A = \prod_{i=1}^n N_i$ .

## (4) 模糊后相联层 (Fuzzy Postassociation Layer)

模糊后相联层将完成点火强度的归一化计算,以便为下一层的 Takagi 型模糊推理提供必要的准备。它具有与模糊相联层相同的节点个数

$$\bar{\alpha}_j = \alpha_j / \sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_A. \quad (5)$$

对于式(1)中的映射  $W: a' \rightarrow y$ , 它将通过可调连接权  $w_i$  而变化。

## (5) 输出层 (Output Layer)

对于单输出的情形,该层的唯一节点将完成归一化点火强度的加权线性和,直接给出清晰化的输出值,避免使用输出隶属函数与 defuzzifier。为此,本文将采用 Takagi 型模糊推理方法<sup>[13]</sup>,即将每条模糊规则的 consequence(后件)定义为输入变量的一个函数,即

$$\text{RULE}_i: \text{if}(x_1 \text{ is } A_i, \dots, \text{AND } x_n \text{ is } F_i) \text{ then } z = f_i(x_1, \dots, x_n). \quad (6a)$$

其中  $A_i, \dots, F_i$  为模糊子集,  $i = 1, 2, \dots, N_A$ , 且

$$y = \sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i f_i / \sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i = \sum_{i=1}^{N_A} \bar{\alpha}_i f_i. \quad (6b)$$

因此,在图 1 的结构中,  $f_i$  实际起着连接权  $w_i$  的作用。若记  $w_i = f_i$ , 则此层节点将完成如下计算:

$$y = \sum_{i=1}^{N_A} w_i \bar{\alpha}_i. \quad (7)$$

上述连接主义结构对多输出情形的推广是明显的。

### 3 学习算法

与 CMAC 类似,本文方法同样仅输出层有权,而且在这一层连接权中,也只有相应于被激活神经元  $\bar{\alpha}_i^*$  地址  $i$  的局部连接权  $w_i$  (地址的内容)得到修正 ( $i = 1, 2, \dots, N_A^*$ , 这里  $N_A^* \leq N_A$ ). 对于有人监督的情况,这里的学习算法采用了 BP (误差反向传播) 算法.

当网络输入为  $x$  时,设  $y$  为模糊 CMAC 神经网络的实际输出,  $y_d$  为相应的期望输出, 考虑如下误差目标函数为

$$E_p = \frac{1}{2} (y_d(t) - y(t))^2, \quad (8)$$

从而

$$\frac{\partial E_p}{\partial y} = -(y_d - y). \quad (9)$$

为了给出可计算的梯度表达式,这里将式(6)的  $w_i$  (即  $f_i$ )进一步参数化为如下的线性形式:

$$w_i = p_{i,0} + p_{i,1}x_1 + \dots + p_{i,n}x_n = \sum_{k=0}^n p_{i,k}x_k. \quad (10)$$

其中  $p_{i,k}$  ( $i = 1, 2, \dots, N_A^*; k = 0, 1, \dots, n$ ) 称为 consequence 参数, 相当于系统辨识中的回归系数,且约定  $x_0 = 1$ .

注意式(7),此时

$$\frac{\partial E_p}{\partial p_{i,k}} = \frac{\partial E_p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p_{i,k}} = -(y_d - y)\bar{\alpha}_i^*x_k, \quad (11)$$

于是

$$\Delta p_{i,k} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial p_{i,k}} = \eta(y_d - y)\bar{\alpha}_i^*x_k. \quad (12)$$

又由于

$$\Delta w_i = w_i(t+1) - w_i(t) = \sum_{k=0}^n \Delta p_{i,k}x_k, \quad (13)$$

故

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \eta(y_d - y)\bar{\alpha}_i^* \sum_{k=0}^n x_k^2, \quad i = 1, 2, \dots, N_A^*, \quad (14)$$

$$w_l(t+1) = w_l(t), \quad l \neq i.$$

其中  $0 < \eta \leq 1$  为学习率.

从这里可以看出,由于引入了模糊逻辑的概念,权空间的最大维数为  $N_A$ , 即等于规则库中规则的个数.对于两维输入的情形,此值一般不超过 100. 除此之外,与 CMAC 本质不同的是,本文方法不存在输入量化问题,允许完全的连续(模拟)信号输入,因此  $N_A$  与输入的分辨率或泛化能力无关,这就从根本上克服了 CMAC 的主要缺陷,即泛化能力与存储容量之间存在的突出矛盾.

## 4 应用举例

不失一般性, 考虑如下两输入单输出函数的逼近问题。设训练样本集的期望输出  $y_d$  为

$$f(x_1, x_2) = \sin(\pi x_1) \cos(\pi x_2),$$

其中  $x_1 \in [-1, 1], x_2 \in [-1, 1]$ .

选择输入  $x_1, x_2$  的先验隶属函数如图 2 所示。这里使用了从 NL 到 PL 的 8 个名义值, 即  $N_1 = N_2 = 8$ , 故  $N_A = N_1 \times N_2 = 64$ .

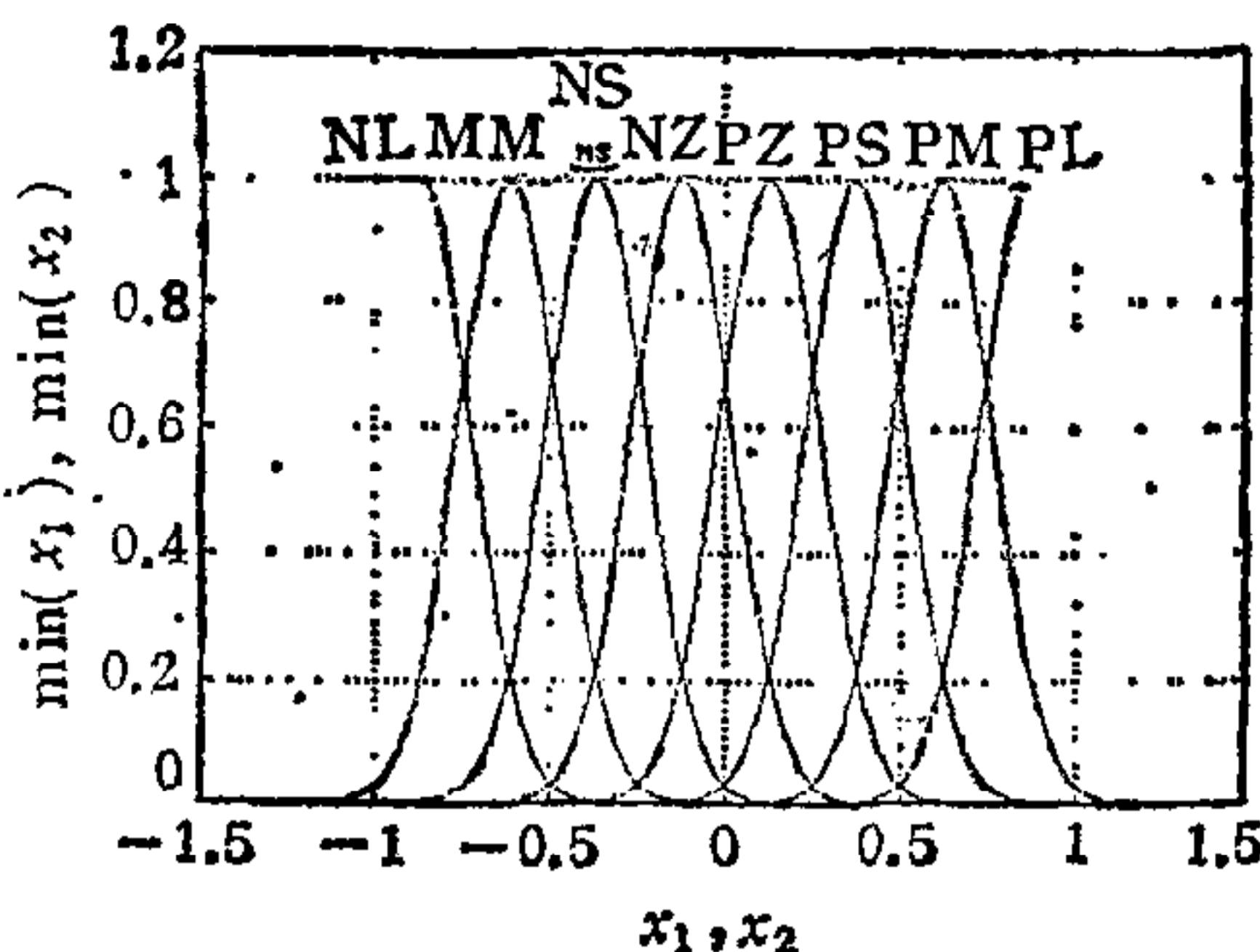


图 2 输入  $x_1, x_2$  的隶属函数

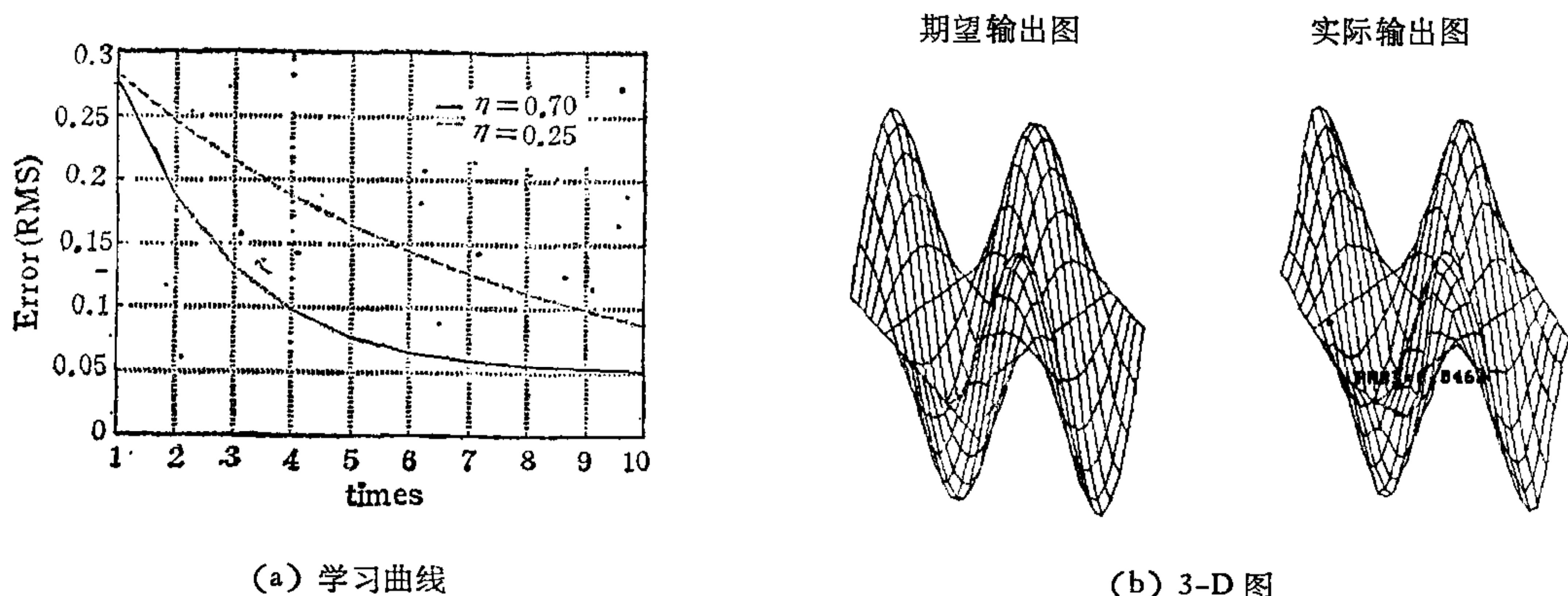


图 3 模糊 CMAC 神经网络的学习曲线与 3-D 消隐图

若取  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.10$ , 图 3(a) 给出了当  $\eta = 0.70$  与  $0.25$  时本文提出网络的学习曲线。图 3(b) 进一步示出了  $\eta = 0.25$  时经过 20 步的训练后期望输出  $y_d$  与实际输出  $y$  的 3-D 消隐图。注意, 输出时将取不同于训练时的新的数据 ( $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.12$ ), 以此证明其泛化能力。

为了与传统的 CMAC 进行比较, 图 4(a), (b) 分别给出了当  $\eta = 0.70$  时模糊 CMAC 神经网络与 CMAC 在相同样本集下的仿真结果, 其中 CMAC 的参数选择为:  $\beta = 1.0$ ,  $C = 5$ ,  $res = 1.0$ ,  $a_1 = a_2 = -1$ ,  $b_1 = b_2 = 1$ .

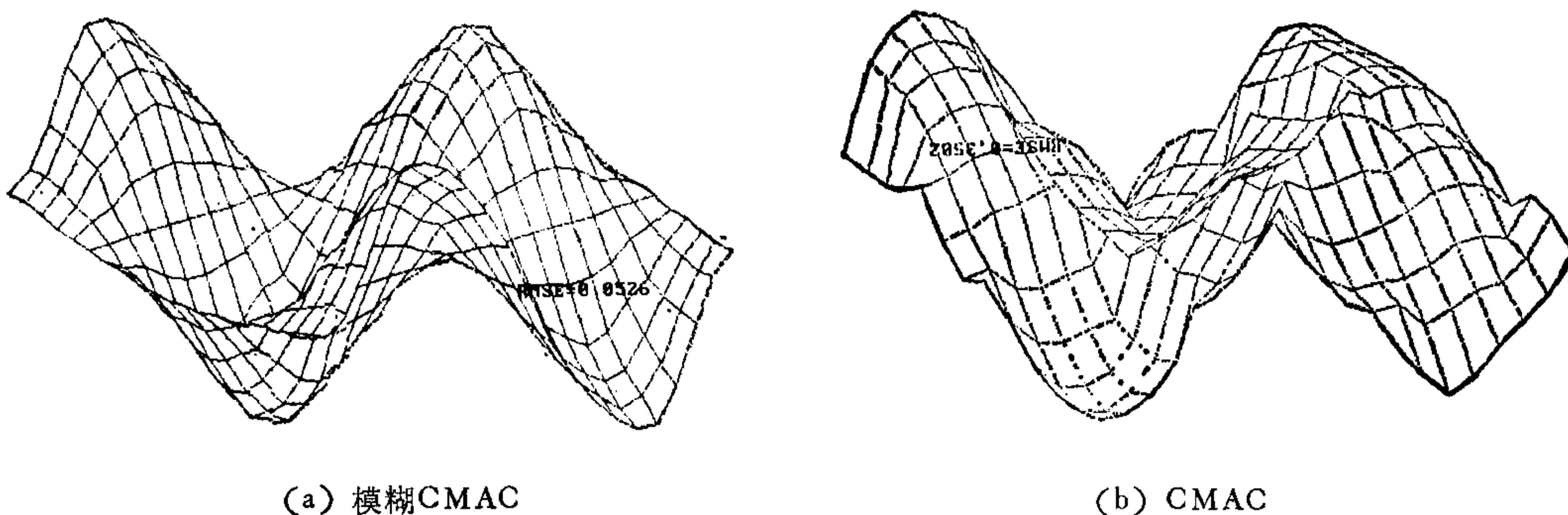


图 4 模糊 CMAC 与 CMAC 的输出比较

5 结论

本文基于 Takagi 型模糊推理方法<sup>[13]</sup>, 提出了一种模糊 CMAC 神经网络。它不但具有与 CMAC 相近的结构与单层连接权, 可通过 BP 算法学习 consequence 参数或模糊规则, 而且可克服 CMAC 的大多数缺陷, 特别是泛化能力与存储容量的矛盾。结合函数逼近问题, 对 CMAC 及本文方法的仿真结果表明, 后者的优越性被验证。

## 参 考 文 献

- [1] Albus J S. A new approach to manipulator control: The cerebellar model articulation controller (CMAC). *Trans of the ASME, J Dyn Sys Meas*, 1975, **97**:220—227.
  - [2] Miller W T, et al. Application of a general algorithm to the control of robotic manipulators. *Int J Robot Res*, 1987, **6**:84—98.
  - [3] Miller W T, et al. Real-time application of neural networks for sensor-based control of robots with vision. *IEEE Trans Sys Man Cyb*, 1989, **19**:825—831.
  - [4] Miller W T et al. Real time dynamic control of an industrial manipulator using a neural network based learning controller. *IEEE J of Robotics and Automation*, 1990, **97**: 220—227.
  - [5] 邓志东,孙增圻. 模型小车的 CMAC 神经网络控制. 模式识别与人工智能, 1993 (已录用).
  - [6] 邓志东,孙增圻,钱宗华. 多层前馈神经网络收敛性的比较研究. 第一届全球华人智能控制与智能化大会论文集,科学出版社,1993: 500—505.
  - [7] 邓志东,孙增圻. 神经网络异步自学习控制系统. 自动化学报, 1993 (已录用).
  - [8] 邓志东,孙增圻. 利用线性再励的自适应变步长快速 BP 算法. 模式识别与人工智能, 1993, **6**(4): 319—323.
  - [9] 邓志东,孙增圻. BP 网络的 PID 型二阶快速学习算法. 自动化学报, 1995, **21**(1): 65—70.
  - [10] 邓志东,孙增圻. 多层前馈感知器的高阶序贯非线性 Kalman 滤波学习算法. 控制理论与应用, 1994, **11**(3): 381—384.
  - [11] 邓志东,孙增圻. 神经网络控制的研究现状与展望. 中国计算机报, 1994,(17): 77—79.
  - [12] Lee C C. Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller, Part I & II. *IEEE Trans Sys Man Cyb*, 1990, **20**:404—435.
  - [13] Takagi T, Sugeno M. Derivation of fuzzy control rules from human operator's control actions. in Proc of the IFAC Symp on Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis, Marseilles, France, 1983:55—60.

## A FUZZY CMAC NEURAL NETWORK

DENG ZHIDONG SUN ZENGQI ZHANG ZAIXING

(Dept of Computer Sci & Tech, Tsinghua University Beijing 100084 China)

### ABSTRACT

In this paper a fuzzy CMAC neural network is proposed, which is composed of input layer, fuzzified layer, fuzzy association layer, and output layer. It has the similar single layer link weights to CMAC and updates the consequence parameters of Takagi's fuzzy reasoning through BP algorithms. The proposed fuzzy-neural structure is described and the supervised learning algorithm is derived. The simulation results with a function approximation problem are shown that the proposed scheme is superior to CMAC in many aspects.

**Key words:** Neural network, fuzzy logic, CMAC, function approximation.



邓志东 1966 年生。1991 年获哈尔滨工业大学控制工程系博士学位。1992 年—94 年在清华大学计算机系从事博士后研究。现为清华大学副教授。发表论文 50 余篇,参编专著 1 部。目前的主要研究领域为神经网络控制、模糊控制、学习控制、滤波理论以及混沌非线性等。

孙增圻 简介及照片见本刊第 20 卷第 6 期。