



“ H^∞ -补偿器的泛函优化实现方法” 一文的补充

胡建昆

(哈尔滨船舶工程学院自控系 哈尔滨 150001)

文[1]提出了一种 H^∞ -补偿器的泛函优化实现方法。该法采用了 H^∞ 最优范数指标，将设计问题化为一个带泛函约束的优化问题求解，并考虑了补偿器参数的容差问题。

值得指出的是，文[1]的设计算例1并不能保证系统闭环稳定。

现引用文[1]的算例1如下：

$$P(s) = \frac{(s-1)(s+3)}{(s-2)(s^2+2s+3)}, \quad (1)$$

设计鲁棒控制器 $J = \min \|PQ\|$ 。

① 按 H^∞ -优化设计方法，……，得 $J_{\min} = 3$ 。

② 采用外逼近法设计 G_c 。

选定 $G_c(s)$ 的结构为

$$G_c(s) = \frac{k_3s^2 + k_4s + k_5}{s^2 + k_1s + k_2}, \quad (2)$$

$k_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 为参数，并允许各参数摄动量 $|t_i| < 0.1$ 。采用分割映射法搜索有解： $k_1 = 6.49, k_2 = 1.73, k_3 = 0.142, k_4 = 0.054, k_5 = -5.535$ 。得到的指标 $J = 3.5$ （较 H^∞ 法为差）。……。

对于这个算例，分析其闭环系统的稳定性。从文[1]知，用外逼近法设计的补偿器为式(2)，系统闭环传递函数为

$$\begin{aligned} 1 + P \cdot G(s) &= 1 + \frac{(s-1)(s+3)}{(s-2)(s^2+2s+3)} \cdot \frac{k_3s^2 + k_4s + k_5}{s^2 + k_1s + k_2} \\ &= \frac{(s-2)(s^2+2s+3)(s^2+k_1s+k_2) + (s-1)(s+3)(k_3s^2+k_4s+k_5)}{(s-2)(s^2+2s+3)(s^2+k_1s+k_2)}. \end{aligned}$$

闭环特征多项式为

$$\begin{aligned} f(s) &= (s^2 + 6.49s + 1.73)(s-2)(s^2+2s+3) \\ &\quad + (s-1)(s+3)(0.142s^2 + 0.054s - 5.535). \end{aligned}$$

$$\therefore f(0) = 6.225 > 0,$$

$$f(1) = (1 + 6.49 + 1.73)(-1) \times (1 + 2 + 3) < 0,$$

$\therefore f(s)$ 在 $(0,1)$ 区间至少有一零根。进一步计算有一零点 $s^* = 0.1153$ 。这说明名义闭环系统在右半平面有极点,因而不稳定。

为了使系统保证名义闭环稳定,建议采用 Youla 参数化方法对待定控制器参数进行约束。即

令参数化方程为 $G = (Y - Q\tilde{N}_p)^{-1}(X + Q \cdot \tilde{D}_p)$, 其中 \tilde{N}_p, \tilde{D}_p 为 p 的左互质分解因子, N_p, D_p 为 p 的右互质分解因子, $XN_p + YD_p = I$, $X, Y, Q \in \text{RH}^\infty$ 。令 Q 固定阶数且含待定参数 k_1, k_2, \dots, k_n , 则待定控制器 $G(k_1, k_2, \dots, k_n)$, 加上约束 $Q(k_1, k_2, \dots, k_n) \in \text{RH}^\infty$, 那么参数寻优得出的控制器 $G(k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*)$ 则能保证系统闭环稳定。

参 考 文 献

- [1] 张愈文等. H^∞ -补偿器的泛函优化实现方法. 自动化学报, 1990, 16(6): 488—494.
 [2] Vidyasagar. Control System Synthesis. MIT, 1985.