一类具有 Markov 跳跃参数的不确定混合线性时滞系统鲁棒稳定性研究[1)]

康 宇 奚宏生 张大力 季海波
(中国科学技术大学自动化系 合肥 230027)
(E-mail: xihs@ustc.edu.cn)

摘 要 讨论了一类具有 Markov 跳跃参数的不确定混合线性时滞系统的鲁棒稳定性问题. 分别给出了非匹配条件下不确定部分范数上界已知时使混合线性系统以概率 1 渐近稳定的充分条件, 和匹配条件下不确定部分范数上界未知时同样可以实现混合系统以概率 1 渐近稳定的鲁棒自适应控制设计方案. 文章研究结果表明, 此控制方案对混合线性时滞系统的不确定部分是有效的.

关键词 混合线性时滞系统, Markov 跳跃参数, 鲁棒自适应控制
中图分类号 TP13

Robust Stability for a Class of Uncertain Hybrid Linear Systems with Time-Delay

KANG Yu XI Hong-Sheng ZHANG Da-Li Ji Hai-Bo
(*Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei* 230027)
(E-mail: xihs@ustc.edu.cn)

Abstract In this paper, we deal with the stochastic stability of uncertain hybrid linear systems with Markovian jumping parameters and time delay. Under the assumption of mismatched boundedness of system′s uncertainties, sufficient conditions that guarantee asymptotic stability with probability 1 of the system are given, then a parameter adaptive estimation and robust adaptive control law are proposed for unknown upper bounds on the norm of uncertainties that guarantee the asymptotic stability with probability 1 for matched uncertain hybrid systems. The results show that this adaptive control method is useful for uncertain hybrid linear systems with time-delay.

Key words Hybrid linear systems with time-delay, Markovian jumping parametes, robust adaptive control

1 引言

近年来对于不确定混合线性时滞系统的研究已经得到了国内外学者的广泛关注, 并已有若干成果[1~4]. 其研究成果大多局限于系统的不确定项具有某种已知的范数上界情况, 并且在进行系统稳定性控制律设计时往往需要利用这些已知的范数上界. 本文首先将确定型系统中的 Lasalle 稳定性定理进行推广, 得到混合时滞系统模式下不变集稳定性定理. 在介绍了一个矩阵不等式引理之后提出了非匹配条件下、不确定部分范数上界已知时, 使

1) 国家自然科学基金 (60274012) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of P. R. China (60274012)
收稿日期 2005-8-8 收修改稿日期 2006-2-12
Received August 8, 2005; in revised form February 12, 2006

不确定混合线性时滞系统以概率 1 渐近稳定的充分条件. 并在此基础上针对匹配条件下混合线性时滞系统不确定部分范数上界未知的情况提出了同样使系统以概率 1 渐近稳定的鲁棒自适应控制设计方案.

2　问题描述

系统的状态方程是

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_1(r_t) + \Delta A_1(r_t)]x(t) + [A_2(r_t) + \Delta A_2(r_t)]x(t-\tau) + [B(r_t) + \Delta B(r_t)]u(t) \\ x(s) = f(s), \quad s \in [-\tau, 0] \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(t) \in R^n$ 是系统的状态变量，$u(t) \in R^m$ 是系统的输入变量，$f(s)$ 是 $R \to R^n$ 的时间连续函数. r_t 是定义在有限状态空间 $S = \{1, 2, \cdots, N\}$ 上的连续时间 Markov 过程，其状态转移概率是

$$p\{r_{t+\Delta} = j | r_t = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i \neq j \\ 1 + \pi_{ii}\Delta + o(\Delta), & i = j \end{cases} \tag{2}$$

其中

$$\lim_{\Delta \to 0} o(\Delta)/\Delta = 0,\ \Delta > 0, \quad \pi_{ii} = -\sum_{j \neq i} \pi_{ij},\ (\pi_{ij} \geqslant 0, j \neq i)\ i, j \in S$$

以后将简记 $r_t = i$ 时刻的矩阵 $M(r_t = i)$ 为 M_i.

对于每一个 $r_t \in S$, $A_1(r_t) \in R^{n\times n}$, $A_2(r_t) \in R^{n\times n}$, $B(r_t) \in R^{n\times m}$ 是已知的常数矩阵. $\Delta A_1(r_t) \in R^{n\times n}$, $\Delta A_2(r_t) \in R^{n\times n}$, $\Delta B(r_t) \in R^{n\times m}$ 是范数有界不确定常数矩阵，并满足

$$\|\Delta A_1(r_t)\| \leqslant k_1(r_t), \quad \|\Delta A_2(r_t)\| \leqslant k_2(r_t), \quad \|\Delta B(r_t)\| \leqslant k_3(r_t) \tag{3}$$

其中 $\|\cdot\|$ 为 2 范数，$k_1(r_t), k_2(r_t), k_3(r_t)$ 均为正实数.

3　非匹配不确定部分范数上界已知的混合线性时滞系统鲁棒控制

在文献 [5,6] 关于带有 Wiener 噪声的非线性随机系统 Lasalle 稳定性定理的基础上，我们首先给出一种具有 Markov 跳跃参数的混合系统模式下的不变集稳定性定理.

定理 3.1. 考虑混合时滞系统

$$\dot{x}(t) = h(x(t), x(t-\tau), u(t), r_t, t)$$

如果存在 Lyapunov 函数 $V(x(t), r_t, t)$ 和 K_∞ 函数 $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot)$ 使如下条件成立：

1) $V(0, r_t, t) = 0$

2) 对任意时刻 r_t 处于第 i 模态时有，$V(x, i, t)$ 是连续的，并且对 x 和 t 的一次偏导始终存在并有界.

3) $\alpha_1(\|x(t)\|) \leqslant V(x(t), r_t, t) \leqslant \alpha_2(\sup_{\theta\in[-\tau,0]} \|x(t+\theta)\|)$　(4)

4) $\Psi V(x(t), r_t, t) \leqslant -W(x(t))$　(5)

其中 $W(\cdot): R^n \to R^+ \cup \{0\}$ 是 $x(t)$ 的连续非负函数. 则对于任意 $x_0 \in R^n (\|x_0\| < \infty)$ 有，

$$P\{\lim_{t\to\infty} W(x(t)) = 0\} = 1 \tag{6}$$

证明. 由 $x(t)$ 的样本函数对时间 t 是以概率 1 连续的可以推知 $\alpha_1(\|x(t)\|), W(x(t))$ 也是时间 t 的连续函数 (以概率 1). 对任意 $s>0$ 定义停留时间

$$\tau_s = \inf\{t \geqslant 0 : \|x(t)\| \geqslant s\}$$

由 Markov 无穷小算子定义式[7] 可知 $V(x(t), r_t, t)$ 是非负的 $X_t \vee R_t$ 上鞅. 其中 $X_t \vee R_t$ 是系统状态 x 和模态 r_t 的 σ- 代数. 利用上鞅性质可知, 当 $s \to \infty$ 时以概率 1 有 $\tau_s \to \infty$ 并且

$$P\{\sup_{0\leqslant t<\infty} \alpha_1(\|x(t)\|) < \infty\} = 1 \tag{7}$$

取 $t_s = \min\{\tau_s, t\} \geqslant 0$, 由一般 $It\hat{o}$ 公式, 考虑到 (4) 式的关系则有

$$E[\alpha_1(\|x(t_s)\|)] \leqslant \alpha_2(\sup_{\theta\in[-\tau,0]} \|x(\theta)\|) - E\{\int_0^{t_s} W(x(\tau))\mathrm{d}\tau\} \tag{8}$$

因为 $\alpha_1(\|x\|)$ 是 K_∞ 函数, 所以 (8) 式的左边必非负, 同时考虑到 $W(x(t))$ 是时间上的连续函数. 令 $s\to\infty$, $t\to\infty$, 并运用 Fatou 定理则有

$$E\{\int_0^\infty W(x(\tau))\mathrm{d}\tau\} \leqslant \alpha_2(\sup_{\theta\in[-\tau,0]} \|x(\theta)\|) \tag{9}$$

从而以概率 1 有下列结论成立

$$\int_0^\infty W(x(\tau))\mathrm{d}\tau < \infty \tag{10a}$$

$$\lim_{t\to\infty} V(x(t), r_t, t)\text{存在并有限} \tag{10b}$$

而 $\alpha_1(\|x(t)\|)$ 是 $x(t)$ 的连续径向无穷函数, 所以由 (7) 式可知一定存在一个正数 $h>0$ 使得

$$x(t) \in B = \{x(t) \in R^n : \|x(t)\| \leqslant h\} \tag{11}$$

因而必然以概率 1 存在一子空间, 使得在此子空间内式 (7) 、式 (10) 、式 (11) 成立. 下面证明在此子空间上恒有

$$\lim_{t\to\infty} W(x(t)) = 0 \tag{12}$$

即可. 余下证明部分完全类似于文献 [6] 的定理 2.1 的证明, 这里省略. □

引理 3.1[8]**.** 对于任意给定的常数 $\varepsilon>0$, 及列向量 $x, y \in R^n$ 和适当维数的矩阵 D, F, S, 如果 $F^{\mathrm{T}}F \leqslant I$, 则一定有

$$2(x^{\mathrm{T}}DFSy) \leqslant \varepsilon^{-1}(x^{\mathrm{T}}DD^{\mathrm{T}}x) + \varepsilon(y^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}Sy)$$

定理 3.2. 对于不确定混合线性时滞系统 (1), 如果存在正定矩阵 Q 和正实数 $\rho_{1i}, \rho_{2i}, \rho_{3i} > 0(\rho_{2i}I - Q < 0)$, 以及一般反馈矩阵 K_i 使下列线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} N_i & k_{1i}X_i & k_{2i} & Y_i^{\mathrm{T}} & \Xi_i \\ k_{1i}X_i & \rho_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ k_{2i} & 0 & \rho_{2i} & 0 & 0 \\ Y_i & 0 & 0 & \rho_{3i} & 0 \\ \Xi_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & -\gamma_i \end{bmatrix}_{i\in S} < 0 \tag{13}$$

其中

$$
\begin{aligned}
&N_i = X_iA_{1i}^{\mathrm{T}} + A_{1i}X_i + B_iY_i + Y_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + \pi_{ii}X_i + A_{2i}R_iA_{2i}^{\mathrm{T}} + (\rho_{1i} + \rho_{3i}k_{3i}^2)I_n \\
&\varXi_i = [\sqrt{\pi_{i1}}X_i \ \cdots \ \sqrt{\pi_{i,j-1}}X_i \ \sqrt{\pi_{i,j+1}}X_i \ \cdots \ \sqrt{\pi_{iN}}X_i \ X_i], \ R_i = (Q - \rho_{2i}I)^{-1} \\
&\gamma_i = \mathrm{diag}\lfloor X_1 \ \cdots \ X_{i,i-1} \ X_{i,i+1} \ \cdots \ X_N \ R_i \rfloor, \ Y_i = P_i^{-1}K_i, \ X_i = P_i^{-1}
\end{aligned}
$$

有唯一的正定对称矩阵解 $X_1, X_2, \cdots, X_N$, 则控制律 $u(t) = K(r_t)x(t)$ 使系统以概率 1 渐近稳定.

证明. 取 Lyapunov 函数为

$$
V(x(t), r_t, t) = x^{\mathrm{T}}(t)P(r_t)x(t) + \int_{t-\tau}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s
$$

则在 t 时刻 r_t 处于第 i 模态时有

$$
\begin{aligned}
\varPsi V(x(t), i, t) = x^{\mathrm{T}}(t)[&(A_{1i} + \Delta A_{1i})^{\mathrm{T}}P_i + P_i(A_{1i} + \Delta A_{1i}) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + P_i(B_i + \Delta B_i)K_i + \\
&x^{\mathrm{T}}(t)P_i(A_{2i} + \Delta A_{2i})x(t-\tau) + x^{\mathrm{T}}(t-\tau)(A_{2i} + \Delta A_{2i})^{\mathrm{T}}P_ix(t) + \\
&K_i^{\mathrm{T}}(B_i + \Delta B_i)^{\mathrm{T}}P_i]x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) - x^{\mathrm{T}}(t-\tau)Qx(t-\tau)
\end{aligned}
$$

利用引理 3.1 对上式中的不确定项作分析可得

$$
\varPsi V(x(t), i, t) \leqslant [x^{\mathrm{T}}(t) \quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau)] \begin{bmatrix} M_i & P_iA_{2i} \\ A_{2i}^{\mathrm{T}}P_i & -(Q - \rho_{2i}I_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
M_i = &A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_{1i} + K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i(\rho_{1i}I_n + \rho_{2i}^{-1}k_{2i}^2I_n + \rho_{3i}k_{3i}^2I_n)P_i + \\
&P_iB_iK_i + \rho_{1i}^{-1}k_{1i}^2I_n + \rho_{3i}^{-1}K_i^{\mathrm{T}}K_i + Q + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j
\end{aligned}
$$

由定理 3.1 知若

$$
\begin{bmatrix} M_i & P_iA_{2i} \\ A_{2i}^{\mathrm{T}}P_i & -(Q - \rho_{2i}I) \end{bmatrix} < 0 \tag{14}
$$

则该系统是以概率 1 渐近稳定的. 再由 Schur 和 $\rho_{2i}I - Q < 0$ 知, 欲使 (14) 成立则必须

$$
M_i + P_iA_{2i}(Q - \rho_{2i}I_n)^{-1}A_{2i}^{\mathrm{T}}P_i < 0 \tag{15}
$$

同样利用 Schur 定理我们可以很容易的将 (13) 式转换成

$$
A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_{1i} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + P_iB_iK_i + K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i + \rho_{3i}^{-1}K_i^{\mathrm{T}}K_i + P_iD_iP_i + \rho_{1i}^{-1}k_{1i}^2I + Q < 0 \tag{16}
$$

其中 $D_i = (\rho_{1i}I_n + \rho_{2i}^{-1}k_{2i}^2I_n + \rho_{3i}k_{3i}^2I_n) + A_{2i}(Q - \rho_{2i}I)^{-1}A_{2i}^{\mathrm{T}}$, $i = 1, 2, \cdots, N$, 从而有

$$
M_i - \rho_{2i}I_n + P_iA_{2i}(Q - \rho_{2i}I_n)^{-1}A_{2i}^{\mathrm{T}}P_i \leqslant -\rho_{2i}I_n
$$

因此当 (13) 式成立时不确定混合线性时滞系统 (1) 是以概率 1 渐近稳定的. □

4 匹配条件下不确定部分范数上界未知时的鲁棒自适应控制设计

考虑匹配条件下不确定部分范数上界未知的混合线性时滞系统, 即存在具有适当维数的矩阵 $E(x(t),x(t-\tau),u(t),r_t)$ 使系统 (1) 中的不确定部分满足匹配条件

$$\Delta A_1(r_t)x(t)+\Delta A_2(r_t)x(t-\tau)+\Delta B(r_t)u(t)=BE(x(t),x(t-\tau),u(t),r_t) \tag{17}$$

并假设存在正定对称矩阵 $Q_i,P_i,R(R>I)$, 使下列 N 个耦合方程成立 $(i=1,2,\cdots,N)$

$$A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i+P_iA_{1i}-P_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i+\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j+R+Q_i+P_iA_{2i}(R-I)^{-1}A_{2i}^{\mathrm{T}}P_i=0 \tag{18}$$

注 3. 由 (17) 式可知只要我们选取的控制信号 $u(t)$ 满足线性增长条件, 则一定有

$$\|E(x(t),x(t-\tau),u(t),r_t)\|\leqslant k_1+k_2\|x(t)\|+k_3^2\|x(t-\tau)\| \tag{19}$$

其中 $k_1,k_2,k_3>1$ 为未知正数.

采用如下自适应估计算法

$$\dot{\bar{k}}_1(t)=\|B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)\| \tag{20}$$

$$\dot{\bar{k}}_2(t)=\|B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)\|\|x(t)\| \tag{21}$$

$$\dot{\bar{k}}_3(t)=\|B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)\|^2 \tag{22}$$

来学习 k_1,k_2 和 k_3^2, 选取自适应控制律为

$$u=u_1+u_2+u_3+u_4 \tag{23}$$

其中 $u_1(r_t)=-0.5B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)$, $u_2(r_t)=-\bar{k}_1\mathrm{sign}[B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)]$,
$u_3(r_t)=-\bar{k}_2\|x(t)\|\mathrm{sign}[B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)]$, $u_4(r_t)=-\bar{k}_3B^{\mathrm{T}}(r_t)P(r_t)x(t)$
(若矩阵 N 为列向量, 则 $\mathrm{sign}(N)$ 表示对 N 每一个分量求符号函数后所组成的列向量).

定理 4.1. 对于不确定混合线性时滞系统 (1), 不确定部分范数上界 k_1,k_2,k_3 未知时, 采用估值算法 (20) 、(21) 、(22) 式和自适应控制律 (23) 式可以实现该系统以概率 1 渐近稳定.

证明. 定义 $z_1(t)=\bar{k}_1(t)-k_1$, $z_2(t)=\bar{k}_2(t)-k_2$, $z_3(t)=\bar{k}_2(t)-k_3^2$

取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}&V(x(t),z_1(t),z_2(t),z_3(t),r_t,t)=x^{\mathrm{T}}(t)P(r_t)x(t)+z_1^{\mathrm{T}}(t)z_1(t)+\\&z_2^{\mathrm{T}}(t)z_2(t)+z_3^{\mathrm{T}}(t)z_3(t)+\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Rx(s)\mathrm{d}s\end{aligned}$$

则在 t 时刻 r_t 处于第 i 模态时有

$$\begin{aligned}\Psi V_i\leqslant&x^{\mathrm{T}}(t)[A_{1i}^{\mathrm{T}}P_i+P_iA_{1i}+R+\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j]x(t)-x^{\mathrm{T}}(t-\tau)Rx(t-\tau)+2x^{\mathrm{T}}P_iB_iu+\\&2[(\bar{k}_1-k_1)\dot{\bar{k}}_1+(\bar{k_2}-k_2)\dot{\bar{k}}_2+(\bar{k}_3-k_3^2)\dot{\bar{k}}_3]+x^{\mathrm{T}}(t)A_{2i}^{\mathrm{T}}P_ix(t-\tau)+\\&x^{\mathrm{T}}(t-\tau)P_iA_{2i}x(t)+2\|x^{\mathrm{T}}(t)P_iB_i\|[k_1+k_2\|x(t)\|+k_3\|x(t-\tau)\|]\end{aligned} \tag{24}$$

将控制信号 u 代人上式有

$$\Psi V_i \leqslant \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} N_i & A_{2i}^{\mathrm{T}} P_i \\ P_i A_{2i} & -(R-I) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}$$

其中 $N_i = A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i + R + \sum\limits_{j=1}^{N} \pi_{ij} P_j - P_i B_i B_i^{\mathrm{T}} P_i$, 由 Schur 定理和 (18) 式可得

$$\Psi V_i \leqslant -x^{\mathrm{T}}(t) Q_i x(t)$$

从而所选取的 Lyapunov 函数满足定理 3.1 的条件. 因此不确定部分匹配条件下的混合线性时滞系统 (1) 在自适应控制律 (23) 式的作用下是以概率 1 渐近稳定的. □

5　仿真算例

考虑形如 (1) 式的二阶混合线性时滞系统，其中

$$f(s) = \begin{bmatrix} 2\cos(s) \\ -\sin(s) - 6\cos^2(s) \end{bmatrix}, \quad s \in [-\tau \quad 0]$$

$x = [x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}} \in R^2$, $u \in R^2$, 假设 r_t 有两个状态 $r_t \in S = \{1, 2\}$, 对应地有

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -184 & -10 \\ -9.67 & -101.5 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 60.57 & 9.59 \\ 9.63 & 39.78 \end{bmatrix},\ A_{21} = A_{22} = 0,\ B_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},\ R = \begin{bmatrix} 40 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix},\ \Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & 40 \\ 100 & -100 \end{bmatrix},\ Q_1 = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 200 & 10 \\ 10 & 5 \end{bmatrix},\ F(x(t), x(t-\tau), r_t, t) = B(r_t) \begin{bmatrix} \sin x_1 + x_1(t-\tau) \\ 0.5\cos(2x_2) + x_2(t-\tau) \end{bmatrix}$$

由方程 (18) 可解得 $P_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 21 & 0.8 \\ 0.8 & 5.8 \end{bmatrix}$. 取 $\tau = 1$ 秒，并取初始值如下

$$u(0) = [0 \quad 0]',\ \bar{k}_{11}(0) = 0.1,\ \bar{k}_{12}(0) = 0.1,\ \bar{k}_{21}(0) = 0.5,\ \bar{k}_{22}(0) = 1,\ \bar{k}_{31}(0) = 1,\ \bar{k}_{32}(0) = 1$$

采用定理 4.1 中的自适应方法 (20)∼(22) 及控制策略 (23), 其仿真结果如图 1 和图 2 所示. 仿真结果表明自适应控制策略 (23) 对于具有线性增长条件的匹配不确定混合系统有较强的鲁棒性.

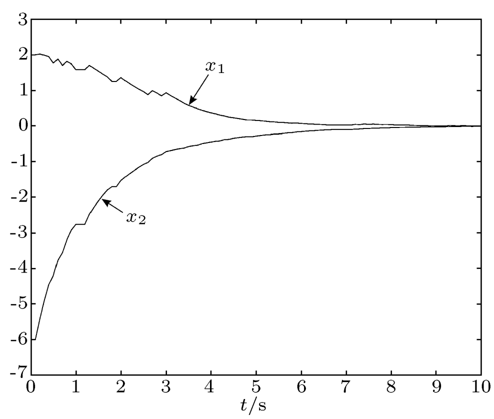

图 1　状态变量 $x = [x_1 \quad x_2]'$ 随时间变化图

Fig. 1　Responses of system state variables $x = [x_1 \quad x_2]'$

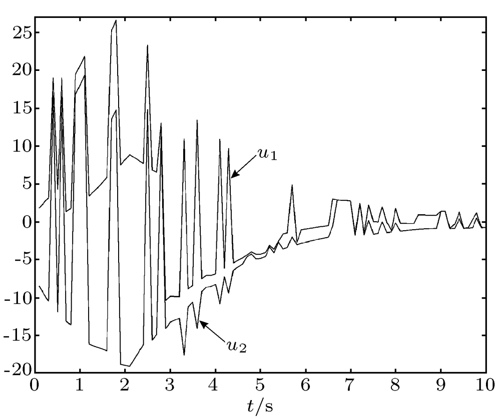

图 2　控制信号 $u = [u_1 \quad u_2]'$ 随时间变化图

Fig. 2　Control inputs $u = [u_1 \quad u_2]'$

6 结论

本文针对一类具有 Markov 跳跃参数的不确定混合线性时滞系统提出了混合系统模式下的 Lasalle 不变集稳定性定理，并在此基础上分别给出了非匹配条件下不确定部分范数上界已知时使混合线性系统以概率 1 渐近稳定的充分条件，和匹配条件下不确定部分范数上界未知时同样可以实现混合系统以概率 1 渐近稳定的鲁棒自适应控制设计方案. 仿真研究结果证明了该方法的有效性. 注意到本文在未知不确定界的研究中是以 Markov 跳跃参数 r_t 的实时状态确切已知为前提条件的，如何在 r_t 状态未知以及不确定部分范数不满足匹配条件和线性增长的情况下实现混合线性系统的随机稳定有待于进一步研究.

References

1 Chen W H, Xu J X, Guan Z H. Guaranteed cost control for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(12): 2270~2276

2 Boukas E K, Liu Z K. Output feedback robust stabilization of jump linear system with mode-dependent time-delays. In: Proceedings of the American Control Conference. Arlington, VA, USA: IEEE Press, 2001. 4683~4688

3 Benjelloun K, Boukas E K. Mean square stochastic stability of linear time-delay system with Markovian jumping parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(10): 1456~1460

4 Benjelloun K, Boukas E K, Shi P. Robust stabilizability of uncertain linear systems with Markovian jumping parameters. In: Proceedings of the American Control Conference. Albuquerque, NM, US: IEEE Press, 1997. 866~867

5 Deng H, Miroslav K, Ruth J W. Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(8): 1237~1253

6 Mao X. Stochastic versions of the Lasalle theorem. *Journal of Differential Equations*, 1999, **153**(1): 175~195

7 Mariton M. Jump Linear Systems in Automatic Control. New York: Marcel Dekker, Inc., 1990

8 Xu S, Chen T. Robust H_∞ control for uncertain stochastic systems with state delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(12): 2089~2094

康 宇 博士. 主要研究方向为鲁棒控制，变结构控制，跳跃系统和非线性系统.

(**KANG Yu** Received his Ph. D. degree in 2005. His research interests include robust control, variable structure control, jump systems, and nonlinear systems.)

奚宏生 教授，博士生导师. 主要研究方向为鲁棒控制，离散事件动态系统，随机系统和混合动态系统.

(**XI Hong-Sheng** Professor. His research interests include robust control, DEDSs, stochastic systems, and hybrid dynamic systems.)

张大力 硕士生. 主要研究方向为鲁棒控制，离散事件动态系统.

(**ZHANG Da-Li** Master student. His research interests include robust control and DEDSs.)

季海波 教授，博士生导师. 主要研究方向为鲁棒控制，非线性系统，随机系统和混合动态系统.

(**JI Hai-Bo** Professor. His research interests include robust control, nonlinear systems, stochastic systems, and hybrid dynamic systems.)