第21卷 第1期 自动化学报 Vol. 21, No. 1
1995年1月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 1995

问题讨论

关于《具有多线性相关系数扰动的有理函数的严格正实不变性判据及其应用》一文的一点修正

田玉平 冯纯伯
(东南大学自动化所 南京 210096)

最近中科院系统科学研究所王恩平教授在给笔者的来信中指出,文[1]的定理2有问题,即当分子、分母多项式有相关参数时,有理函数严格正实性的顶点检验结果不能成立.经研究我们对原文作如下修正.

以下符号与文[1]相同. 另记

$$\hat{\mathscr{F}}_a = \mathrm{Conv}\ f_a(s, \boldsymbol{Q}_v), \tag{1}$$

$$\hat{\mathscr{F}}_b = \mathrm{Conv}\ f_b(s, \boldsymbol{P}_v). \tag{2}$$

注: 在多线性相关系数扰动下,一般来说,

$$\hat{\mathscr{F}}_a \neq \mathscr{F}_a(\boldsymbol{Q}) = \{f_a(s,q): q \in \boldsymbol{Q}\},$$

$$\hat{\mathscr{F}}_b \neq \mathscr{F}_b(\boldsymbol{P}) = \{f_b(s,p): p \in \boldsymbol{P}\}.$$

记 $\hat{\mathscr{F}}_a$ 的第 i 条突出棱边为 $f_{a_i}(s)$,它的两个端点多项式分别为 $f_{a_i}^{(1)}(s)$ 和 $f_{a_i}^{(2)}(s)$.

记

$$g_{a_i} = f_{a_i}^{(2)} - f_{a_i}^{(1)}, \tag{3}$$

同理可定义

$$g_{b_j} = f_{b_j}^{(2)} - f_{b_j}^{(1)}. \tag{4}$$

则文[1]定理2可修正为:

定理 对于文[1]图2所示的鲁里叶系统,当其前向通道的线性部分具有多线性相关系数扰动时,若 $g_{a_i}(i=1,2,\cdots)$ 和 $g_{b_j}(j=1,2,\cdots)$ 均为复系数稳定多项式空间中的凸方向[2]时,该系统绝对稳定的充分条件为

$$k^{-1} + \frac{f_a(s,q)}{f_b(s,p)} \in SPR,\ \forall q \in \boldsymbol{Q}_v,\ \forall p \in \boldsymbol{P}_v.$$

证明 根据圆判据我们只要证明下面的等价关系成立即可:

$$k^{-1} + \frac{f_a(s,q)}{f_b(s,p)} \in SPR, \forall q \in \boldsymbol{Q}, \forall p \in \boldsymbol{P}$$

本文于1994年8月15日收到

$$\Longleftrightarrow \quad k^{-1}+\frac{f_a(s,q)}{f_b(s,p)}\in SPR,\forall q\in \boldsymbol{Q}_v,\forall p\in \boldsymbol{P}_v. \tag{5}$$

不失一般性，取 $k=1$，则有

$$k^{-1}+\frac{f_a}{f_b}=\frac{f_b+f_a}{f_b}\triangleq\frac{f_c(s,p,q)}{f_b(s,p)}.$$

按熟知的结果有，当 $\frac{f_c(0)}{f_b(0)}>0$（即 f_c 和 f_b 同为正多项式）时，

$$\frac{f_b+f_a}{f_b}\in SPR \quad \Longleftrightarrow$$

$$f_b+f_a+\alpha j f_b\in\mathscr{H},\forall\alpha\in\boldsymbol{R}. \tag{6}$$

按定义(1)和(2)知

$$\hat{\mathscr{F}}_a(j\omega)=\mathrm{Conv}F_a(\boldsymbol{Q}_v), \tag{7}$$

$$\hat{\mathscr{F}}_b(j\omega)=\mathrm{Conv}F_b(\boldsymbol{P}_v), \tag{8}$$

其中 $\hat{\mathscr{F}}_a(j\omega)$ 和 $\hat{\mathscr{F}}_b(j\omega)$ 分别表示多项式族 $\hat{\mathscr{F}}_a$ 和 $\hat{\mathscr{F}}_b$ 的值集．而 $F_a(\boldsymbol{Q}_v)$ 和 $F_b(\boldsymbol{P}_v)$ 的定义见文[1]中的(8)和(9)．

根据映射定理有

$$\mathrm{Conv}F_a(\boldsymbol{Q}_v)=\mathrm{Conv}F_a(\boldsymbol{Q}),$$

$$\mathrm{Conv}F_b(\boldsymbol{P}_v)=\mathrm{Conv}F_b(\boldsymbol{P}).$$

因此有

$$F_a(\boldsymbol{Q})\subset\hat{\mathscr{F}}_a(j\omega), \tag{9}$$

$$F_b(\boldsymbol{P})\subset\hat{\mathscr{F}}_b(j\omega). \tag{10}$$

于是由

$$\begin{aligned}&f_b+f_a+\alpha j f_b\\&=(1+\alpha j)f_b+f_a\in\mathscr{H},\forall f_a\in\hat{\mathscr{F}}_a,\forall f_b\in\hat{\mathscr{F}}_b\end{aligned}$$

推出

$$(1+\alpha j)f_b+f_a\in\mathscr{H},\forall f_a\in\mathscr{F}_a,\forall f_b\in\mathscr{F}_b. \tag{11}$$

由于 $\hat{\mathscr{F}}_a$ 和 $\hat{\mathscr{F}}_b$ 均为多项式凸多面体，则集和 $\hat{\mathscr{F}}_a+(1+\alpha j)\hat{\mathscr{F}}_b$ 也是多项式凸多面体，且有

$$\begin{aligned}&\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_a+\hat{\mathscr{F}}_b(1+\alpha j))\subseteq\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_a)+\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_b(1+\alpha j))\\&=\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_a)+(1+\alpha j)\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_b),\end{aligned} \tag{12}$$

其中 $\mathscr{E}(\cdot)$表示(·)的棱边集．

根据棱边定理，对任意固定的 $\alpha\in\boldsymbol{R}$

$$(1+\alpha j)f_b+f_a\in\mathscr{H},\forall f_a\in\hat{\mathscr{F}}_a,\forall f_b\in\hat{\mathscr{F}}_b,$$

$$\Longleftrightarrow(1+\alpha j)f_b+f_a\in\mathscr{H},\forall f_a\in\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_a),\forall f_b\in\mathscr{E}(\hat{\mathscr{F}}_b).$$

取 $\hat{\mathscr{F}}_a$ 的第 i 条棱边 f_{a_i} 和 $\hat{\mathscr{F}}_b$ 的第 k 条棱边 f_{b_k}．不失一般性，先固定 f_{b_k}，考虑 $f_{a_i}+(1+\alpha j)f_{b_k}$ 的稳定性．

根据凸方向的定义[2]，当 $g_{a_i}=f_{a_i}^{(2)}-f_{a_i}^{(1)}$ 是复系数稳定多项式空间中的凸方向时，

$$f_{a_i}+(1+\alpha j)f_{b_k}\in\mathscr{H},\Longleftrightarrow f_{a_i}^{(1)}+(1+\alpha j)f_{b_k}\in\mathscr{H}.$$

和 $$f_{a_i}^{(2)} + (1+\alpha_j)f_{b_k} \in \mathscr{H}.$$

同理可证，当 $g_{b_k} = f_{b_k}^{(2)} - f_{b_k}^{(1)}$ 是凸方向时，

$$f_{a_i} + (1+\alpha_j)f_{b_k} \in \mathscr{H}, \Longleftrightarrow f_{a_i} + (1+\alpha_j)f_{b_k}^{(1)} \in \mathscr{H},$$

和 $$f_{a_i} + (1+\alpha_j)f_{b_k}^{(2)} \in \mathscr{H}.$$

再由(11)和(6)知定理得证.

当定理中的凸方向条件不得满足时，只好将 $f_c(s,p,q)$ 和 $f_b(s,p)$ 看成不相关的两个多项式族，再由定理 1 的顶点结果来判别 $\frac{f_c}{f_b}$ 的严格正实不变性. 但这样一来，增加了保守性.

最后，对王恩平教授指出我们文中的错误，表示深切的谢意.

参 考 文 献

[1] 田玉平，冯纯伯，具有多线性相关系数扰动的有理函数的严格正实不变性判据及其应用. 自动化学报，1994，**20**(4).

[2] Rantzer A. Stability conditions for polytopes of polynomials. *IEEE Tr. Anto. Contr.*, 1992, **AC-37** (1).

书 讯

国际自动控制联合会第七届交通系统学术讨论会（先进技术的理论和应用）简称 IFAC TS'94，于 1994 年 9 月 24 日—26 日圆满召开. 来自于 24 个国家的 175 位学者在会议上作了学术报告，并进行了较高水平的学术交流.

本次会议论文集共编辑了 26 个国家的 200 篇论文. 它涉及到:

1.道路交通信息系统及交通事故自动测报系统；2.道路交通预测；3.道路交通安全；4.道路网络监视；5.新型车辆传感器；6.新型自动车；7.城市交通控制；8.公路交通控制；9.道路交通管理；10先进的交通管理系统；11.新的交通模型；12.航空管理；13.水运管理；14.铁道运输管理；15.新型人机接口及多媒体技术的应用等.

内容丰富，题材广泛，对从事交通运输管理和研究系统工程、自动控制、检测、通讯、计算机等科技人员具有很高的参考价值. 每套论文集共 3 册，1173 页（全英文版）. 现尚有少量会议论文集可供有关单位收藏和使用，欢迎订购. 若您单位需要的话，将购书款寄到下列地址，收款后即给您寄去论文集及发票. 每套论文集人民币 200 元整，包括论文集成本费及邮费.

邮寄地址: 天津市天津大学系统工程研究所

邮政编码: 300072

联系人: 杜兰谱　李巧真

电话: (022)3359116 转 2180

本期责任编辑　隗秀英