

## 用于不确定性故障诊断的权重逻辑推理算法研究

董春玲<sup>1,2</sup> 张勤<sup>2,3</sup>

**摘要** 针对复杂系统故障诊断建模及推理的复杂性、数据不足、领域知识及监测信息不完备等问题, 本文基于动态不确定因果图 (Dynamic uncertain causality graph, DUCG) 进行权重逻辑推理 (Weighted logical inference, WLI) 及其数理基础的系统化研究. WLI 引入绑定权重系数的逻辑事件推理机制, 可确保变量状态概率的自动归一性和链式推理的自我依赖性, 为多赋值因果关系的简洁、不完备表达提供了解决方案. 由于 WLI 在信息不完全性和命题真值空间的高维性等方面突破了经典数理逻辑, 为其理论基础更为坚实, 本文进行了 WLI 的规范化定义、推理算法补充、运算性质探析, 并就理论相容性和自治性开展了详细论证. 算法分析及故障诊断实验结果表明, 其高效、准确、较少依赖于参数精确性和数据完备性等特征.

**关键词** 故障诊断, 权重逻辑推理, 不确定性, 多值逻辑, 概率推理

**引用格式** 董春玲, 张勤. 用于不确定性故障诊断的权重逻辑推理算法研究. 自动化学报, 2014, 40(12): 2766–2781

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2014.02766

### Research on Weighted Logical Inference for Uncertain Fault Diagnosis

DONG Chun-Ling<sup>1,2</sup> ZHANG Qin<sup>2,3</sup>

**Abstract** To solve the problems of fault diagnosis of complex systems such as modeling complexity, computational overload, insufficient data, and incomplete knowledge and observations, this paper systematically investigates the algorithm and its mathematical foundation for weighted logical inference (WLI) by means of dynamic uncertain causality graph (DUCG). After introducing a novel mechanism of logic event inference that is accompanied by algebraic operation of weighting factor, WLI is characterized as “self-relied” chaining inference which guarantees the auto-normalization of variables’ state probabilities, providing solutions for compact and incomplete representation of multi-valued causalities. Since WLI is beyond the realm of classical mathematical logic in respects of incomplete information and high dimension of propositional truth value space, this paper presents its formal definitions, supplements the inference algorithms, and analyzes the operational features in order to ensure the theoretical rigorousness. Also, the theoretic self-containment and self-consistency are proven in detail. The results of algorithm analysis and fault diagnosis experiments indicate WLI’s efficiency, accuracy, and less dependency on the preciseness of parameters and completeness of observations.

**Key words** Fault diagnosis, weighted logical inference (WLI), uncertainty, multi-valued logic, probabilistic reasoning

**Citation** Dong Chun-Ling, Zhang Qin. Research on weighted logical inference for uncertain fault diagnosis. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(12): 2766–2781

收稿日期 2013-12-26 录用日期 2014-05-27  
Manuscript received December 26, 2013; accepted May 27, 2014  
国家自然科学基金 (61402266, 61273330), 教育部博士学科点专项科研基金 (20120002110037), 中国广核集团研发项目 (CNPRI-ST10P005), 山东师范大学教学改革立项、实验教学改革 (SYJG302108) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61402266, 61273330), Research Foundation for the Doctoral Program of China Ministry of Education (20120002110037), Development Project of China Guangdong Nuclear Power Group (CNPRI-ST10P005), and Teaching Reform and Experiment Teaching Reform Project of Shandong Normal University (SYJG302108)

本文责任编辑 张化光  
Recommended by Associate Editor ZHANG Hua-Guang  
1. 山东师范大学地理信息系统系 济南 250014 2. 北京航空航天大学计算机学院 北京 100191 3. 清华大学核能与新能源技术研究院 北京 100083

1. Department of Geographic Information System, Shandong Normal University, Jinan 250014 2. School of Computer Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191 3.

在复杂系统的事故状态下, 运维决策系统需根据实时故障情境迅速、准确地在故障早期定位故障根源, 制定合理有效的故障应对方案. 然而在现实应用中, 各种不确定性因素无处不在, 如模糊性、随机性和时变性等, 加上大量强非线性的复杂机理现象, 这些问题往往难以用任何解析模型进行精确描述和近似<sup>[1]</sup>. 知识的不准确性、数据的不完备性、测试手段的局限性等更是加大了故障诊断与决策分析的难度.

在基于不确定性建模的推理诊断研究领域, 概率图模型<sup>[2-3]</sup> 成为近年来的研究热点, 为多变量间复杂依赖关系的表示和严谨的概率推理运算提供

Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100083

了统一的框架. 常见的概率图模型包括贝叶斯网络 (Bayesian networks, BNs)<sup>[4-5]</sup>、马尔科夫网络、高斯图模型、隐树模型、概率关系模型、云模型、以及 Zhang 等创立的动态不确定因果图 (Dynamic uncertain causality graph, DUCG)<sup>[6-9]</sup> 等. 虽然形式各异, 但许多概率图模型的基本思想是利用条件独立性假设对联合概率分布进行因式分解<sup>[10]</sup>, 从而简化建模形式和推理计算过程. 作为其中最典型的代表, BNs 在有向无环图模型上以条件概率表 (Conditional probability table, CPT) 来量化变量间依赖关系的不确定性, 具有较为坚实的理论基础并获得了广泛应用. 但 BNs 仍存在一些难以处理的问题: 如 CPT 所需参数数目与父节点及各节点状态数目之间呈指数级数量关系, 这意味着 CPT 的构造需要大量统计数据; Cooper 和 Dagum 等的研究早已表明 BNs 的精确推理和近似推理均为 NP-hard 问题, 特别是在大规模、多连通网络下其推理复杂性问题尤为严重. 总体来讲, 当前各种智能故障诊断建模与推理决策方法在工程应用中需应对的主要挑战包括:

1) 系统的高度复杂性往往导致故障症状与故障原因之间的映射关系表现为不清晰、不确定, 系统参数的变化以及报警提示未必能正确反映故障的类型及位置, 为系统建模带来困难.

2) 在模型建造中, 获得尽可能涵盖全部故障模式的样本集对于许多基于学习的算法而言至关重要. 然而, 设备的高可靠性要求往往决定了可获得的故障样本不足、特征分散, 故障模式获取困难. 比如核电站中许多设备的失效是稀有事件, 在有限的运行历史中没有失效记录, 如反应堆冷却剂丧失事故 (Loss-of-coolant accident, LOCA) 可能引起堆芯裸露甚至堆芯损伤等严重后果, 但对其发生频率的估算通常只能基于世界范围内的压水堆运行经验 (以热段大破口 LOCA 为例, 有资料显示在 2670 个堆/年运行经验中未发生过一次, 因此有文献将其年失效率估算为  $3.49 \times 10^{-9}$ ). 基于统计数据模型的局限在于: 不同电站在设备配置、运行环境、参数阈值设置、信号监测与控制等方面各不相同, 数据难以具有通用性, 且不包含有潜在可能、而尚未发生过的故障.

3) 系统采集到的观测数据难免存在一定噪声或丢失, 这必然为精确推理带来干扰. 在数据完备性不稳定的情况下绝大多数方法均会出现诊断精度上的较大起伏, 信息的不完备性更会增大推理的复杂度<sup>[2]</sup>.

4) 推理诊断结果缺乏可解释性也是阻碍诊断模型可用性的重要因素<sup>[11]</sup>. 当前很多算法属于“黑箱”建模, 其模型结构、推理过程与所表达的事物之间的逻辑关系不能清楚对应, 无法显式地展现推理过程的内在机理<sup>[12]</sup>.

综上所述, 问题可总结为: 如何在数据缺乏, 信息不精确、不一致、不完备的条件下实现对大规模复杂系统的动态不确定性推理<sup>[13]</sup>. 数理逻辑是人工智能领域内问题建模的基础, 然而经典数理逻辑仅适用于解决确定性世界中封闭、全息的二值类单调推理问题<sup>[14-15]</sup>, 是对现实世界的一种近似描述<sup>[16]</sup>, 无法满足多值和非全息逻辑等前提下的不确定性推理要求. 为此国际上出现了一些较为灵活的非经典数理逻辑基础理论, 包括 Zadeh 在模糊逻辑基础上提出的可能性理论、Shortliffe 等基于确定性因子 (Certainty factor) 的确定性理论 (Theory of confirmation)、Dempster 和 Shafer 提出的 D-S 证据理论 (Dempster-Shafer evidential theory)、Pawlak 及 Banerjee 等有关粗糙逻辑 (Rough logic) 的研究, Duda 等建立的主观 Bayes 方法等. 我国学者在这方面的研究也十分活跃, 例如李未为解决知识的容错性及推理的单调性等科学问题而提出的关于形式系统序列和极限的开放逻辑系统, 并提出一阶语言的公理化进程理论、建立了对形式理论的修正演算系统 — R 演算<sup>[17]</sup>; Xu 等提出格蕴涵代数、格值命题逻辑<sup>[18-20]</sup>, 定义了格值一阶逻辑的语义与算法, 并研究了基于语言真值格值命题逻辑的不确定性推理理论与方法; 王国俊等提出的模糊推理三 I 算法 (Triple I method)、林作铨等提出的非单调超协调逻辑、陈图云等对区间值模糊命题逻辑的研究等; He 等所创的以柔性逻辑为核心的泛逻辑学<sup>[14]</sup>, 在经典数理逻辑的基础上增加各种柔性参数和自适应调整机制, 利用广义相关性对连续值命题构建柔性逻辑运算模型完整簇和柔性推理模式, 以包容和处理具有内在矛盾性、外在不确定性及演化特征的知识表达与推理问题, 实现模糊逻辑关系的柔性化. 值得注意的是, 很多非经典数理逻辑的提出有着较强的应用背景, 如此全方位地对经典数理逻辑提出挑战, 充分显示出智能科学的发展需要对数理逻辑基础进行扩展; 从另一个角度来讲, 无法否认的是: 当前有些逻辑表达和推理理论倾向于推理方法的工程实用性, 而忽视了推理本身的数学严谨性.

基于上述分析, 本文以 Zhang 等<sup>[6-7]</sup> 所创的 DUCG 理论为基础, 在复杂系统故障诊断应用背景下开展对一套全新的逻辑推理理论 — 权重逻辑推理

(Weighted logical inference, WLI) 的系统化研究, 主要的工作包括 WLI 基础理论体系的定义与完善、运算性质探析、推理有效性和鲁棒性分析、理论相容性和自洽性论证、实证分析以及综合理论比较。

### 1 DUCG 理论介绍及现存问题

DUCG 理论体系中包含仅适用于单赋值情况的 S-DUCG 以及同时适用于单、多赋值情况的 M-DUCG (图 1 是 M-DUCG 的一个示例) 两条分支, 二者均实现了对 CPT 的简洁表达。这里所谓“单赋值”与“多赋值”, 区别在于单赋值下子变量仅有一个状态的原因被说明、另一个状态取其补集, 而多赋值下子变量多种状态的原因被分别说明。文献 [6] 分析了现有文献采用状态概率强制归一的方法将仅适用于单赋值情况的不确定性因果关系简洁表达和推理算法简单地推广于多赋值的做法, 指出其理论与实践意义上的不合理、不自洽、不精确及不可操作性等问题。事实上, 多赋值下的简洁表达必须解决的本质问题是: 1) 子变量的各状态之间因互斥而相关 (子变量各状态的概率之和必须归一); 2) 多赋值的简洁表达又要求子变量各状态的原因被独立说明。显然, 1) 中的相关性与 2) 中的独立性是一对矛盾。为解决这一矛盾, 文献 [6] 在 M-DUCG 的框架下引入绑定权重系数的逻辑事件运算新算法 — WLI 的基础概念。

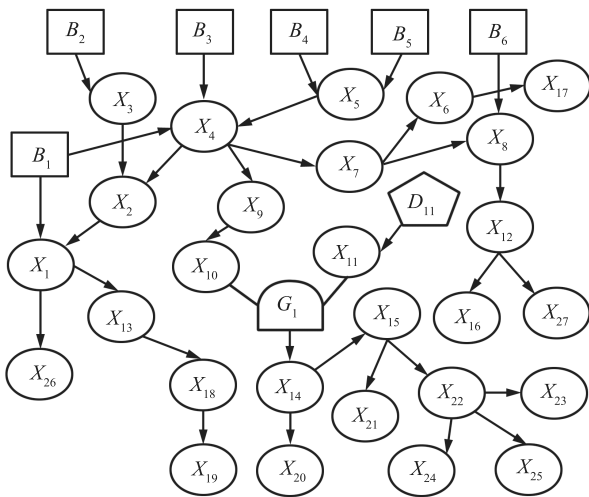


图 1 M-DUCG 示例图

Fig. 1 An example of M-DUCG

#### 1.1 M-DUCG 的不确定性因果表达

M-DUCG 中 \$B\$、\$X\$、\$D\$ 类型变量分别表达基本原因变量、结果变量 (往往可观测)、缺省原因变

量; 逻辑门变量 \$G\$ 表示父子变量间的复杂组合逻辑关系, 如图 1 中逻辑门 \$G\_1\$ 的 1 状态表达式为 \$G\_{1,1} = X\_{11,0} \cup X\_{10,1}\$; 变量 \$V\_i \in \{X, B, D, G\}\$ 的相应状态事件记为 \$V\_{i,j}\$, \$j\$ 代表 \$V\_i\$ 所处的状态。M-DUCG 采用对因果作用事件绑定权重系数的方法进行多赋值因果关系表达的动态平衡, 即图 1 中的有向弧代表相应变量间的权重因果作用事件 \$F\_{n,k;i,j} \equiv (r\_{n,i}/r\_n)A\_{n,k;i,j}\$, 这里 \$A\_{n,k;i,j}\$ 定义为 \$V\_{i,j}\$ 独立导致 \$X\_{n,k}\$ 发生这一随机作用事件, 并以其参数值 \$a\_{n,k;i,j} = \Pr\{A\_{n,k;i,j}\}\$ 来量化作用的不确定性; \$r\_{n,i}\$ 为父变量 \$V\_i\$ 与子变量 \$X\_n\$ 之间的因果关联强度, \$r\_n \equiv \sum\_i r\_{n,i}\$, \$(r\_{n,i}/r\_n)\$ 即为绑定在作用事件 \$A\_{n,k;i,j}\$ 上的权重系数, 显然满足 \$\sum\_i (r\_{n,i}/r\_n) = 1\$; \$A/F/r\$ 类型变量下标中的“;”用于间隔子变量和父变量的标号。

#### 1.2 M-DUCG 权重逻辑事件展开的基本思想

M-DUCG 的基本思想是将不确定性因果关系用相对独立的随机事件来表达<sup>[6]</sup>。设变量 \$V\_i\$ (\$i = 1, \dots, m\$) 代表变量 \$X\_n\$ 的所有父变量, 则事件 \$X\_{n,k}\$ 可按其因果解释意义展开为一系列独立事件的“积之和”表达式, 这就是 M-DUCG 的权重逻辑事件展开:

$$X_{n,k} = \sum_i \sum_{j_i} \left( \frac{r_{n,i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \quad (1)$$

图 2 是文献 [6] 给出的对逻辑事件展开意义的直观解释: 在 \$\Pr\{X\_{n,k} | \cap\_i V\_{i,j\_i}\}\$ 中各父变量独立地贡献其权重因果作用, 这些因果作用之和构成子变量的状态概率分布, 子变量所处状态由该分布随机决定。这恰好对应了领域工程师对客观世界的直观认识。

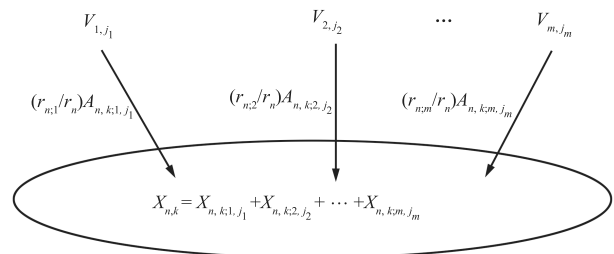


图 2 权重逻辑事件展开示意图

Fig. 2 An example of weighted outspread of logic event

#### 1.3 需解决的关键问题

在权重事件展开的意义下, 推理计算过程必然出现因果事件的逻辑运算和权重系数的代数运算相融、并存的状态, 对于这种全新的数理逻辑体系, 文

献 [6-7] 中只是零散地给出 4 条运算规则 (规则 11 ~ 14), 并未进行规范化定义和阐述; 推理算法本身是否完备和可靠还值得推敲; 特别是由于 WLI 已经突破了经典数理逻辑, 伴随着许多新的逻辑规律的涌现, 其理论体系的自洽性、相容性、有效性等方面能否既确保工程实用性又兼顾理论严谨性, 尚未被严谨而科学地论证. 总体而言, 目前 WLI 离统一、可靠、完备、严谨的逻辑理论体系这一目标尚存在较大差距.

## 2 WLI 的定义、算法补充及运算性质分析

### 2.1 WLI 推理算法的基本定义

本文将 WLI 算法的论域及逻辑运算符集形式化定义为:  $G(U, \{+, \cup, \cdot, *, \neg\})$ , 其中, 论域  $U = U_1 \cup U_2$ ,  $U_1 = \{B, X, G, D\}$  为实体变量集合,  $U_2 = \{F, A, r\}$  为关系变量集合. 基本逻辑运算定义如下:

1) “+” 运算在权重逻辑运算中用于表达多条不同因果链的因果作用之和, 其所连接的各项在因果解释意义下彼此独立; 当 “+” 运算作用于无权重系数的实体变量时, 表达互斥或 (XOR) 含义.

2) “ $\cup$ ” 运算表示经典逻辑或操作 (OR).

3) “ $\cdot$ ” 运算表示经典逻辑与操作 (AND), 该符号常可省略.

4) “\*” 运算表示多因果连通情况下的逻辑与运算, 主要适用于矩阵运算方式, 本文暂不涉及.

5) “ $\neg$ ” 运算可作用于变量及表达式, 分别表达对实体变量的取补运算或关系变量上的因果作用路径方向的更改.

### 2.2 WLI 的 “ $\neg$ ” 算法设计与表现形式分析

首先对 WLI 下逻辑事件的 “ $\neg$ ” 运算进行算法补充和运算性质分析.

#### 2.2.1 实体变量 $U_1 = \{B, X, G, D\}$ 上的 “ $\neg$ ” 算法

引理 1. 假定  $V_i \in U_1$ , 则其 “ $\neg$ ” 算法为

$$\bar{V}_{i,j} = \sum_{j' \neq j} V_{i,j'} \quad (2)$$

证明. 从逻辑意义角度, 显然有  $\bar{V}_{i,j} = 1 - V_{i,j}$ . 根据定义,  $V_i$  的各状态之间为互斥且穷尽的关系, 即  $\sum_j V_{i,j} = 1$ , 所以有  $1 - V_{i,j} = \sum_{j' \neq j} V_{i,j'}$ .  $\square$

推论 1. 实体变量表达式的 “ $\neg$ ” 运算符合经典 De Morgan 律:

$$\begin{cases} \overline{\bar{V}_{n,k} \cup \bar{V}_{i,j}} = \bar{V}_{n,k} \cdot \bar{V}_{i,j} \\ \overline{\bar{V}_{n,k} \cdot \bar{V}_{i,j}} = \bar{V}_{n,k} \cup \bar{V}_{i,j} \end{cases} \quad (3)$$

例如, 若变量  $X_3$  含  $X_{3,0} \sim X_{3,3}$  四种状态,  $X_5$  含  $X_{5,0}$  和  $X_{5,1}$  两种状态, 据上述法则可得

$$\begin{aligned} \overline{X_{3,2} \cup X_{5,1}} &= \bar{X}_{3,2} \cdot \bar{X}_{5,1} = \\ &= (X_{3,0} + X_{3,1} + X_{3,3}) \cdot X_{5,0} \end{aligned}$$

此外, 对于无权重系数的实体变量间的 “ $\cup$ ” 运算, 可借助如下两个不交化公式转换为以 “+” 运算连接的互斥事件的 “积之和” 表达式:

$$\begin{cases} C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \dots \cup C_n = C_1 + \bar{C}_1 C_2 + \\ \quad \bar{C}_1 \bar{C}_2 C_3 + \dots + \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{n-1} C_n \\ \bar{C} = \overline{V_{1,j_1} V_{2,j_2} \dots V_{m,j_m}} = \bar{V}_{1,j_1} + \\ \quad V_{1,j_1} \bar{V}_{2,j_2} + V_{1,j_1} V_{2,j_2} \bar{V}_{3,j_3} + \dots + \\ \quad V_{1,j_1} \dots V_{m-1,j_{m-1}} \bar{V}_{m,j_m} \end{cases}$$

这里  $C = V_{1,j_1} V_{2,j_2} \dots V_{m,j_m}$  被称为割集 (Cutset), 代表不同展开阶段的事件之积. 例如图 1 中的  $G_{1,1} = X_{11,0} \cup X_{10,1}$ ,  $X_{10}$  和  $X_{11}$  分别为二、三状态变量, 则依据式 (2) 及不交化公式,  $G_{1,1}$  表达式可被转换为  $G_{1,1} = X_{11,0} + \bar{X}_{11,0} X_{10,1} = X_{11,0} + X_{11,1} X_{10,1} + X_{11,2} X_{10,1}$ .

#### 2.2.2 关系变量 $U_2 = \{F, A, r\}$ 上的 “ $\neg$ ” 算法

引理 2.  $A$  变量的 “ $\neg$ ” 算法为

$$\bar{A}_{n,k;i,j} = \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j} \quad (4)$$

证明. 根据  $A$  变量定义, 显然有  $\sum_k A_{n,k;i,j} = 1$ . 因此可得  $\sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j} + A_{n,k;i,j} = \sum_k A_{n,k;i,j} = 1$ , 即  $\sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j} = 1 - A_{n,k;i,j} = \bar{A}_{n,k;i,j}$ .  $\square$

推论 2.

给定  $X_{n,k} = \sum_i \left(\frac{r_{n;i}}{r_n}\right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$ , 则

$$\begin{aligned} \overline{\sum_i \left(\frac{r_{n;i}}{r_n}\right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}} &= \\ \sum_i \left(\frac{r_{n;i}}{r_n}\right) \sum_{j_i} \bar{A}_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} & \quad (5) \end{aligned}$$

证明.

$$\begin{aligned} \bar{X}_{n,k} &= \sum_{k' \neq k} X_{n,k'} = \\ &= \sum_{k' \neq k} \sum_i \left(\frac{r_{n;i}}{r_n}\right) \sum_{j_i} A_{n,k';i,j_i} V_{i,j_i} = \end{aligned}$$

$$\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} V_{i,j_i} =$$

$$\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \bar{A}_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$$

由于  $\bar{X}_{n,k} = \overline{\sum_i (r_{n;i}/r_n) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}}$ , 因此式 (5) 成立.  $\square$

由上述推理可知, WLI 下代数和逻辑运算需兼顾, 这使得经典 De Morgan 取补定律不能全部简单适用. 事实上, 任何独立事件的权重逻辑展开结果中的关系变量都刻画了其展开过程所经由的因果链路, 所以关系变量的“ $\neg$ ”运算意味着作用路径的方向更改, 由此事件展开表达式上的“ $\neg$ ”运算只对因果链“果”这一端的  $F/A$  变量起作用, 而对所有上游因果链相应的  $F/A$  变量以及因果链“因”这一端的  $B/X/D$  等变量均无影响; 表达式的“ $\neg$ ”运算中, 各种“+”、“ $\cdot$ ”等运算符保持不变; 而权重系数  $(r_{n;i}/r_n)$  是父子变量之间关联度的数值量化, 逻辑意义层面的“ $\neg$ ”运算对其无影响.

### 推论 3.

$$\bar{F}_{n,k;i,j} = \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j} \quad (6)$$

证明. 由  $F_{n,k;i,j} \equiv (r_{n;i}/r_n) A_{n,k;i,j}$  及式 (4), 有

$$\bar{F}_{n,k;i,j} = \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \bar{A}_{n,k;i,j} = \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j} \quad \square$$

M-DUCG 下任何复杂逻辑表达式的“ $\neg$ ”运算, 均可分解为上述运算式 (2)~(6), 并最终转化为实体变量级的权重逻辑运算.

## 2.3 WLI 两阶段推理法及相关性质的分析与证明

诊断推理问题往往需要基于特定证据来求解某一故障假设的后验概率  $\Pr\{H_{k,j}|E\}$ , 其中  $H_{k,j}$  代表所关注的假设事件或事件表达式,  $E \equiv \cap_i V_{i,j_i}$  代表所观测到的一组证据, 这就是文献 [6] 在给定证据下计算假设事件  $H_{k,j}$  的条件状态概率  $h_{k,j}^s$  的方法:

$$h_{k,j}^s \equiv \Pr\{H_{k,j}|E\} = \frac{\Pr\{H_{k,j} \cap_i V_{i,j_i}\}}{\Pr\{\cap_i V_{i,j_i}\}} \quad (7)$$

WLI 算法的推理过程分为两个阶段:

1) 逻辑运算阶段. 将  $H_{k,j}|E$  和  $E$  分别按照式 (1) 展开为由  $r$ 、 $A$  和  $B$  事件组成的“积之和”表达式, 并通过逻辑运算 (与、或、非、吸收、互斥等) 使

得表达式积内去重、积间互不包含. 所得表达式中, 每个“积”就是一条因果链, 而“和”则列出所有的因果链, 由此这种推理方式也称为“链式推理”[6].

2) 概率计算阶段. 将逻辑运算阶段所得逻辑表达式中的各事件分别替换为其相应参数值和先验概率值, 由式 (7) 算得  $\Pr\{H_{k,j}|E\}$  的值, 最终对各假设事件进行概率排序计算.

下面分析 WLI 的运算性质.

**性质 1.** 从含义上讲,  $a_{n,k;i,j}$  不同于概率论中的条件概率 (即  $a_{n,k;i,j} \neq \Pr\{X_{n,k}|V_{i,j}\}$ ). 这表明 DUCG 在表达和量化不确定性因果交互关系上所采用的因果作用参数并非传统的 CPT 条件概率值.

**证明.** 根据权重逻辑事件展开的定义, 有

$$X_{n,k} = \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} =$$

$$\left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} +$$

$$\sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \sum_{j_{i'}} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}}$$

由  $V_{i,j_i}$  与  $V_{i',j_{i'}}$  之间的互斥性 ( $j_{i'} \neq j_i$ ), 并注意区分  $j_i$  与  $j_{i'}$  的不同, 所以

$$\left( \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) \cdot V_{i,j_i} =$$

$$\left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} +$$

$$\left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_{i'} \neq j_i} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} \cdot V_{i,j_i} =$$

$$\left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$$

由此可得

$$X_{n,k} \cdot V_{i,j_i} =$$

$$\left( \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} + \right. \\ \left. \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \sum_{j_{i'}} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} \right) \cdot V_{i,j_i} =$$

$$\left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} \cdot V_{i,j_i} +$$

$$\sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \sum_{j_{i'}} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} \cdot V_{i,j_i}$$

由  $A_{n,k;i',j_{i'}}$  与  $V_{i',j_{i'}}$  及  $V_{i,j_i}$  之间的独立性, 下式成立:

$$\Pr \{X_{n,k} | V_{i,j_i}\} = \frac{\Pr \{X_{n,k} \cdot V_{i,j_i}\}}{\Pr \{V_{i,j_i}\}} = \frac{\Pr \left\{ \left( \frac{r_{n,i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} \cdot V_{i,j_i} + \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n,i'}}{r_n} \right) \sum_{j_{i'}} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} \cdot V_{i,j_i} \right\}}{\Pr \{V_{i,j_i}\}} = \left( \frac{r_{n,i}}{r_n} \right) \Pr \{A_{n,k;i,j_i}\} + \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n,i'}}{r_n} \right) \cdot \sum_{j_{i'}} \Pr \{A_{n,k;i',j_{i'}}\} \cdot \Pr \{V_{i',j_{i'}}\} \neq \Pr \{A_{n,k;i,j_i}\}$$

由  $a_{n,k;i,j_i} \equiv \Pr \{A_{n,k;i,j_i}\}$ , 显然可得  $a_{n,k;i,j_i} \neq \Pr \{X_{n,k} | V_{i,j_i}\}$  成立.  $\square$

**性质 2.** WLI 满足变量状态概率的自动归一性和链式推理的自我依赖性.

M-DUCG 为便于知识库的建造和领域知识的采集, 在一定程度上放宽了对所表达知识的相关性的约束: 子变量在各状态下的因果解释被独立说明, 各因果链上的参数  $a_{n,k;i,j_i}$  和  $r_{n,i}$  可被独立给定. 但由于变量各状态互斥这一事实的存在, 就带来了变量状态间的相关性与知识表达的独立性之间的矛盾. 在 WLI 推理算法下, 权重系数的引入可起到多赋值因果关系表达的动态平衡作用, 使得该问题迎刃而解. 这主要得益于 WLI 所具有的自动归一和自我依赖两个特性.

**自动归一性.** 在 M-DUCG 权重逻辑定义体系下, 任意子变量的各状态之和可满足归一性  $\sum_k X_{n,k} = 1$ , 鉴于文献 [6] 中对概率自动归一性的论证并不完备, 本文重新予以论证如下.

**证明.** 在权重逻辑意义下按变量在因果图中所处上下游位置以递归的方式展开讨论:

1) 按照 DUCG 的因果关系定义, 任意子变量  $X_n$  的逻辑展开表达式为沿因果链上行, 其父变量集合 (记为  $Pa(X_n)$ ) 中可含有  $X/B/G/D$  四种可能的类型, 但必定有一个或多个  $X_n$  变量其父变量仅为  $B/D$  类型, 这里将这种情况表示为  $\Gamma(X_n) \subseteq \{B, D\}$ ,  $\Gamma(X_n)$  代表  $X_n$  的父变量  $Pa(X_n)$  中所含变量类型的集合. 将符合这一条件的变量集记为  $\mathcal{X}^1$ , 这类变量处于因果链路的最上游.

对于变量  $X_n \in \mathcal{X}^1$ , 其父变量  $V_i \in Pa(X_n)$  显然满足  $\sum_{j_i} V_{i,j_i} = 1$ , 再加上由定义所保证的  $\sum_i (r_{n,i}/r_n) = 1$  及  $\sum_k A_{n,k;i,j_i} = 1$ , 因此  $X_n$  各状

态之和可满足归一性:  $\sum_k X_{n,k} = \sum_k \sum_i (r_{n,i}/r_n) \cdot \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} = 1$ .

2) 沿因果链路向下, 对于满足  $X_n \notin \mathcal{X}^1$ ,  $\Gamma(X_n) \subseteq \{B, X\}$  及  $\{X_i | X_i \in Pa(X_n)\} \subseteq \mathcal{X}^1$  的变量, 将该类变量集合记为  $\mathcal{X}^2$ . 对于变量  $X_n \in \mathcal{X}^2$ , 其父变量  $V_i \in Pa(X_n)$  的归一性  $\sum_{j_i} V_{i,j_i} = 1$  在 1) 的基础上显然可满足, 因此  $\sum_k X_{n,k} = 1$  成立.

3) 除  $\mathcal{X}^1$  和  $\mathcal{X}^2$  外, 余下所有  $X$  型子变量  $X_n$  均为  $\Gamma(X_n) \subseteq \{B, X, G\}$ , 其  $X$  型父变量的归一性可自  $\{X_i | X_i \in Pa(X_n)\} \subseteq \{\mathcal{X}^1 \cup \mathcal{X}^2\}$  中的变量起递归地得到保证, 分析方式同于上述 1) 和 2), 因此  $\sum_k X_{n,k} = 1$  依然成立.  $\square$

**说明.** 逻辑门变量  $G_i$  可视为其  $B/X$  型输入变量的逻辑组合表达式, 且定义决定了  $G_i$  各状态间应当互斥且穷尽输入变量的组合全集, 因此  $G_i$  可被等价转化为相应  $B/X$  型变量, 在此不赘述; 对于牵扯在逻辑循环中的  $X$  变量, DUCG 提供了静态逻辑解环的规则 (非本文讨论范畴), 因而在任何实际证据下环路不复存在, 该变量也成为普通变量, 此时所涉及变量的无条件状态概率计算与非环路变量情况相同, 同样适用于上述论证.

上述归一化结果是在并未应用任何强制概率归一公式的情况下自动获得的. 这意味着我们可以直接计算所关注的  $\Pr \{X_{n,k}\}$  或  $\Pr \{X_{n,k}|E\}$ , 而无须计算我们所不关注的  $\Pr \{X_{n,k'}\}$  或  $\Pr \{X_{n,k'}|E\}$ .

**自我依赖性.** 得益于 WLI 中变量状态概率的自动归一性, 在依据式 (1) 和式 (7) 进行的逻辑推理计算中,  $\Pr \{X_{n,k}\}$  的计算与  $a_{n,k';i,j}$  无关 ( $k \neq k'$ ). 例如在图 1 中, 考虑变量  $X_4$  及其父变量  $B_1$  和  $B_3$  (假定均为二状态变量), 则有  $X_{4,1} = F_{4,1;1,1}B_{1,1} + F_{4,1;3,1}B_{3,1}$ . 若有诊断意义且被关注的事件是  $X_{4,1}$ , 则领域工程师只需给出  $a_{4,1;1,1}$  和  $a_{4,1;3,1}$ , 无须给出  $a_{4,0;1,0}$ ,  $a_{4,0;3,0}$ ,  $a_{4,0;1,1}$ ,  $a_{4,0;3,1}$ ,  $a_{4,1;1,0}$  和  $a_{4,1;3,0}$ . 运用概率表达式可得

$$\Pr \{X_{4,1}\} = \Pr \{F_{4,1;1,1}\} \Pr \{B_{1,1}\} + \Pr \{F_{4,1;3,1}\} \Pr \{B_{3,1}\} = \left( \frac{r_{4,1}}{r_4} \right) a_{4,1;1,1} b_{1,1} + \left( \frac{r_{4,3}}{r_4} \right) a_{4,1;3,1} b_{3,1}$$

可见  $\Pr \{X_{4,1}\}$  的计算与  $\Pr \{X_{4,j}\}$  ( $j \neq 1$ ) 及其输入作用事件均无关. 这意味着 DUCG 中某些参数可以缺失而不会影响诊断推理的精确性, 这就是链式推理的自我依赖特性. 正是得益于此, DUCG 的因果表达才可以是不完备的, 从而实现了不确定性知

识简洁表达的充分性和可分离性要求<sup>[21]</sup>, 使得 WLI 不依赖于历史故障数据和在线观测数据的完整无误, 可为多赋值不确定性因果建模供极大的方便.

2.4 诊断推理算例及算法鲁棒性分析

这里以图 1 的算例来阐释 WLI 算法及其相关性质, 并通过仿真观测信号丢失和参数值扰动等情形来展示推理算法的鲁棒性. 假定收到证据为  $E = X_{1,1}, X_{4,1}, X_{7,2}, X_{8,1}, X_{10,1}, X_{11,2}, X_{14,2}, X_2$  和  $X_9$  为状态未知变量 (代表观测信号丢失), 其余变量均状态正常. 基于收到的证据, 运用文献 [6] 中的化简规则将不相关、无意义、不成立的因果关系和变量从因果图中删减掉, 得到化简图如图 3, 其中观测变量的不同状态以下标来区分. 图 3 简洁直观地展现了故障变量间的因果作用及演变过程, 构成 WLI 的推理依据.  $B_{1,1}$  和  $B_{3,1}$  是所得有效故障根源假设 (其余  $B$  变量由于无法解释全部证据而被排除在假设空间之外). 现将所涉及参数补全如下:

$$b_1 = \begin{bmatrix} - \\ 0.01 \end{bmatrix}, \quad b_3 = \begin{bmatrix} - \\ 0.015 \end{bmatrix}$$

$$a_{1;1} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.8 \end{bmatrix}, \quad a_{1;2} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$a_{2;4} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.6 \\ - & 0 \end{bmatrix}, \quad a_{4;1} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$a_{4;3} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.4 \end{bmatrix}, \quad a_{7;4} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0 \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$a_{8;7} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & 0 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad a_{9;4} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$a_{10;9} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.8 \end{bmatrix}, \quad a_{11;11D} = \begin{bmatrix} - \\ 0.3 \\ 0.7 \end{bmatrix}$$

$$a_{14;1} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0 \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$$

其中, “-” 表示不被关注/可缺省的参数, 行列序号均自 0 起由小到大编号, 如  $a_{1;2}$  是  $X_1$  与其父变量  $B_2$  间的作用事件  $A_{1;2}$  对应的参数矩阵, 其中  $a_{1,1;2,1} = 0.5$ ; 由当前证据结合第 2.2 节分析可知, 这里  $G_1$

最终有效表达式为  $G_{1,1} = X_{11,2}X_{10,1}$ . 为简单起见, 不妨假定因果关联强度  $r_{n;i} = 1$ .

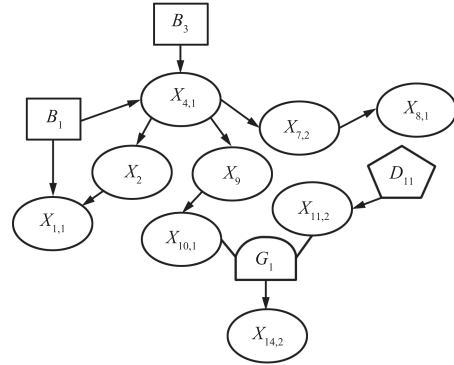


图 3 收到证据后的化简图

Fig. 3 The simplified graph on evidence received

按照 WLI 算法, 首先对图 3 中的异常证据进行权重逻辑展开 (以  $X_{1,1}$  和  $X_{14,2}$  为例),  $E'_i$  对应各异常证据 ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ). 为清晰地展示权重逻辑运算特征, 这里考虑单故障模式诊断.  $H_{1,1} = B_{1,1}$  作为故障假设下的权重逻辑展开结果为

$$E'_1 = X_{1,1} = \frac{1}{2}A_{1,1;1,1}B_{1,1} + \frac{1}{2}A_{1,1;2,1}A_{2,1;4,1}A_{4,1;1,1}B_{1,1}$$

上式由  $A_{2,2;4,1} = 0$  得到, 类似可得

$$E'_7 = X_{14,2} = A_{14,2;1,1}A_{11,2;11D}A_{10,1;9,1}A_{9,1;4,1}A_{4,1;1,1}B_{1,1}$$

由此可得证据  $E$  的权重事件展开表达式为

$$E = \prod_{i=1}^7 E'_i = X_{1,1}X_{4,1}X_{7,2}X_{8,1}X_{10,1}X_{11,2}X_{14,2} = \frac{1}{2}A_{14,2;1,1}A_{11,2;11D}A_{10,1;9,1}A_{9,1;4,1}A_{8,1;7,2} \cdot A_{7,2;4,1}A_{4,1;1,1}A_{1,1;1,1}B_{1,1} + \frac{1}{2}A_{14,2;1,1} \cdot A_{11,2;11D}A_{10,1;9,1}A_{9,1;4,1}A_{8,1;7,2} \cdot A_{7,2;4,1}A_{1,1;2,1}A_{2,1;4,1}A_{4,1;1,1}B_{1,1}$$

同理可得  $H_{2,1} = B_{3,1}$  作为故障假设下  $E$  的权重逻辑展开结果为

$$E = A_{14,2;1,1}A_{11,2;11D}A_{10,1;9,1}A_{9,1;4,1}A_{8,1;7,2}A_{7,2;4,1}A_{1,1;2,1}A_{2,1;4,1}A_{4,1;3,1}B_{3,1}$$

代入各变量/事件的相应参数值可得  $\Pr\{E\}$  和  $\Pr\{H_{k,j}E\}$ , 并依据式 (7) 可得到假设空间  $\{H_{1,1}, H_{2,1}\}$  中各事件的排序概率:  $h_{1,1}^r = 0.6471$  及  $h_{2,1}^r = 0.3529$ , 即  $B_{1,1}$  和  $B_{3,1}$  均可作为故障根源来解释当前收到的异常证据集合, 而且从概率值所量化的不确定性角度来看,  $B_{1,1}$  具备较大的可能性. 注意上述观测数据和参数不完备的情形并未影响推理计算的进行. 随后对部分参数值进行人为扰动, 以检验参数的不精确性对诊断推理结果的影响程度.

**情况 1.** 假定在故障因果链的上游发生参数更改如下:

$$b_3 = \begin{bmatrix} - \\ 0.02 \end{bmatrix}, \quad a_{1;1} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$a_{1;2} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

重复上述推理过程, 可得假设空间  $\{B_{1,1}, B_{3,1}\}$  不变, 新的排序概率计算结果分别为  $h_{1,1}^r = 0.6923$  及  $h_{2,1}^r = 0.3077$ . 由此可见, 参数的扰动仅使所得概率值大小出现些许差异, 而对故障定位的准确性并无影响.

**情况 2.** 假定在故障因果链的中下游发生参数更改如下:

$$a_{8;7} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & 0.7 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad a_{9;4} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$a_{10;9} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & 0.3 \end{bmatrix}$$

推理计算可得假设空间依然不变, 排序概率计算结果也与原始算例的结果完全相同, 分别为  $h_{1,1}^r = 0.6471$  及  $h_{2,1}^r = 0.3529$ .

上述结果只是 WLI 推理算法鲁棒性的一个实证展示, 从根本上来讲, WLI 推理算法的鲁棒性的深层次根源在于其理论特性本身:

1) 因果图上的逻辑化简结果往往已经将故障诊断的假设空间准确限定, 如本例中的  $\{B_{1,1}, B_{3,1}\}$ , 因此参数值的扰动并不影响假设空间的构成;

2) 注意 WLI 所用概率推理计算式 (7) 的本质是分子  $\Pr\{H_{k,j}E\}$  和分母  $\Pr\{E\}$  上事件展开表达式的相对概率计算, 即参数值的变化 (特别是与因果链中、下游各证据变量有关的参数) 对分子分母的作用同步, 参数取值只具有相对大小意义, 对推理计算结果的实际影响不大.

因此我们可以认为, WLI 对数据丢失和参数扰动具有较强的鲁棒性.

### 3 WLI 的理论相容性与自洽性论证

为确保理论的可靠性, 这里对 WLI 的逻辑事件运算新算法从相容性和自洽性角度开展论证, 并结合 S/M-DUCG 混合实例展示单/多赋值变量相融并存下 WLI 推理算法的有效性, 给出多赋值变量状态概率归一性的实证分析.

#### 3.1 运算法则间的相容性

##### 3.1.1 式 (4)、式 (5) 与式 (2) 的相容性

**证明.** 由式 (2) 得  $\bar{X}_{n,k} = \sum_{k' \neq k} X_{n,k'}$ , 由式 (4) 和 (5) 有

$$\bar{X}_{n,k} = \frac{\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}}{\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \bar{A}_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}} =$$

$$\frac{\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i}}{\sum_{k' \neq k} \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k';i,j_i} V_{i,j_i}} =$$

$$\frac{\sum_{k' \neq k} X_{n,k'}}{\sum_{k' \neq k} X_{n,k'}}$$

所以式 (4)、式 (5) 与式 (2) 的相容性得证.  $\square$

##### 3.1.2 式 (4)、式 (5) 与式 (3) 的相容性

**证明.** 考虑随机事件  $X_{n,k}$  和  $X_{p,q}$ , 假定其逻辑事件展开结果分别为

$$\begin{cases} X_{n,k} = \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \\ X_{p,q} = \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} A_{p,q;m,w_m} V_{m,w_m} \end{cases}$$

利用式 (3) 和式 (5), 有

$$\overline{X_{n,k} \cup X_{p,q}} = \overline{X_{n,k} \cdot X_{p,q}} =$$

$$\frac{\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \cdot \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} A_{p,q;m,w_m} V_{m,w_m}}{\left( \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \bar{A}_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) \cdot \left( \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \bar{A}_{p,q;m,w_m} V_{m,w_m} \right)} =$$



$$\left( \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \bar{A}_{p,q;m,w_m} V_{m,w_m} \right)$$

另外, 根据式 (2) 可得

$$\begin{cases} \bar{X}_{n,k} = \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} \\ \bar{X}_{p,q} = \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \left( \sum_{q' \neq q} A_{p,q';m,w_m} \right) V_{m,w_m} \end{cases}$$

即

$$\begin{aligned} \bar{X}_{n,k} \cdot \bar{X}_{p,q} = & \left( \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} \right) \cdot \\ & \left( \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \left( \sum_{q' \neq q} A_{p,q';m,w_m} \right) V_{m,w_m} \right) \end{aligned}$$

显然下式成立:

$$\begin{aligned} & \left( \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \bar{A}_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) \cdot \\ & \left( \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \bar{A}_{p,q;m,w_m} V_{m,w_m} \right) = \\ & \left( \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} \right) \cdot \\ & \left( \sum_m \left( \frac{r_{p;m}}{r_p} \right) \sum_{w_m} \left( \sum_{q' \neq q} A_{p,q';m,w_m} \right) V_{m,w_m} \right) \end{aligned}$$

这与式 (4) 的结论一致:

$$\begin{cases} \bar{A}_{n,k;i,j_i} = \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \\ \bar{A}_{p,q;m,w_m} = \sum_{q' \neq q} A_{p,q';m,w_m} \end{cases}$$

□

### 3.2 理论体系的自洽性

本文主要探讨 M-DUCG 在权重事件展开下的逻辑推理运算定义及算法, 需注意的是所有仅涉及实体变量级 (无权重系数) 的逻辑运算仍遵从经典集合论基础上的数理逻辑运算规律. 但作为一个完整的理论体系, WLI 需要在有权重系数和无权重系数的两种运算层面保持理论的一致和自洽.

#### 3.2.1 自洽性之一: 幂等律

$$(X_{n,k})^y = X_{n,k} \tag{8}$$

文献 [6] 围绕幂等律给出了部分论述, 这里以数学归纳方法, 从逻辑推理理论体系的自洽性角度重新予以论证. 欲从权重逻辑事件展开的层面来证明幂等律的满足, 关键在于证明式 (9) 成立.

$$\left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right)^y = \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \tag{9}$$

证明. 依据数学归纳法, 首先考虑  $y = 2$  的情形.

$$\begin{aligned} & \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right)^2 = \\ & \left( F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} + \sum_{i' \neq i} F_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} \right)^2 = \\ & (F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i})^2 + \sum_{i' \neq i} (F_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}})^2 + \\ & 2 \sum_{i' \neq i} F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} F_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} = \\ & \sum_i (F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i})^2 + \\ & 2 \sum_{i' \neq i} F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} F_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} = \\ & \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right)^2 A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} + \\ & 2 \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \cdot \\ & A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} A_{n,k;i',j_{i'}} V_{i',j_{i'}} = \\ & \sum_i \left( \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right)^2 + \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \cdot \right. \\ & \left. \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} = \\ & \sum_i \left( \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) + \sum_{i' \neq i} \left( \frac{r_{n;i'}}{r_n} \right) \right) \cdot \\ & \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} = \\ & \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} = \end{aligned}$$

$$\sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$$

假定当  $y = m$  时式 (9) 成立, 即

$$\left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right)^m = \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$$

而  $y = m + 1$  下的情形为

$$\begin{aligned} \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right)^{m+1} &= \\ \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right)^m \cdot \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) &= \\ \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) \cdot \left( \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \right) &= \\ \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \end{aligned}$$

因此,  $(\sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i})^y = \sum_i F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$  成立.  $\square$

**说明.** 上述证明中运用了 DUCG 权重事件吸收规则 (文献 [6] 中规则 13):

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \prod_{i \in S_m} F_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} &= \\ \left( \sum_{m=1}^M \prod_{i \in S_m} \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \right) \prod_{i \in S_1} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \end{aligned}$$

其中,  $S_m$  代表每个乘积项中的变量标识集,  $S_1 \subseteq S_2 \subseteq \dots \subseteq S_M$ . 权重系数不因事件的吸收而消失, 并且当可吸收项不止一个时按均等吸收原则处置. 这是确保逻辑运算一致性的有效措施, 其正确性已在 M-DUCG 理论中得到证明.

### 3.2.2 自洽性之二: 补余律

$$V_{n,k} + \bar{V}_{n,k} = 1 \tag{10}$$

**证明.** 当  $V \in \{B, D\}$  时, 式 (10) 等同于经典数理逻辑中的补余律, 其正确性不证自明. 这里从理论自洽性的层面关注权重逻辑展开意义下补余律的成立.

1) 假定  $V$  为  $X$  型变量, 且其展开式为  $X_{n,k} = \sum_i (r_{n;i}/r_n) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i}$ , 现需证明  $X_{n,k} + \bar{X}_{n,k} = 1$ . 由式 (2) 可得

$$\bar{X}_{n,k} = \sum_{k' \neq k} X_{n,k'} =$$

$$\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i}$$

上述  $X_{n,k}$  和  $\bar{X}_{n,k}$  展开式相加可得

$$X_{n,k} + \bar{X}_{n,k} = \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \cdot$$

$$\begin{aligned} \sum_{j_i} \left( A_{n,k;i,j_i} + \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} &= \\ \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_k A_{n,k;i,j_i} \right) V_{i,j_i} \end{aligned}$$

由  $\sum_k A_{n,k;i,j_i} = 1$ ,  $\sum_{j_i} V_{i,j_i} = 1$  及  $\sum_i (r_{n;i}/r_n) = 1$ , 因此  $X_{n,k} + \bar{X}_{n,k} = 1$  成立.

2) 假定  $V$  为  $A$  型变量 ( $F$  变量为带有权重系数的  $A$  变量, 在逻辑意义上与  $A$  等同), 需证明  $A_{n,k;i,j_i} + \bar{A}_{n,k;i,j_i} = 1$ .

根据定义有

$$\begin{aligned} A_{n,k;i,j_i} + \bar{A}_{n,k;i,j_i} &= \\ A_{n,k;i,j_i} + \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} &= \sum_k A_{n,k;i,j_i} = 1 \end{aligned}$$

$\square$

### 3.2.3 自洽性之三: 双重否定律

$$\bar{\bar{X}}_{n,k} = X_{n,k} \tag{11}$$

**证明.** 根据取补运算算法, 有

$$\begin{aligned} \bar{\bar{X}}_{n,k} &= \overline{\sum_{k' \neq k} X_{n,k'}} = \\ \overline{\sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i}} &= \\ \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( \sum_{k' \neq k} \bar{A}_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} &= \\ \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \sum_{k' \neq k} (1 - A_{n,k';i,j_i}) V_{i,j_i} &= \\ \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} \left( 1 - \sum_{k' \neq k} A_{n,k';i,j_i} \right) V_{i,j_i} &= \\ \sum_i \left( \frac{r_{n;i}}{r_n} \right) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} &= X_{n,k} \end{aligned}$$

$\square$

**注 1.** 上述证明中运用了式 (5).

3.2.4 自洽性之四：分配律

$$(X_{n_1,k_1} + X_{n_2,k_2}) \cdot X_{m,k_m} = X_{n_1,k_1} X_{m,k_m} + X_{n_2,k_2} X_{m,k_m} \quad (12)$$

证明. 假定各变量的展开式分别为

$$\begin{cases} X_{n_1,k_1} = \sum_{i_1} \left( \frac{r_{n_1;i_1}}{r_{n_1}} \right) A_{n_1,k_1;i_1,j_1} V_{i_1,j_1} \\ X_{n_2,k_2} = \sum_{i_2} \left( \frac{r_{n_2;i_2}}{r_{n_2}} \right) A_{n_2,k_2;i_2,j_2} V_{i_2,j_2} \\ X_{m,k_m} = \sum_w \left( \frac{r_{m;w}}{r_m} \right) A_{m,k_m;w,j_w} V_{w,j_w} \end{cases}$$

因此可得:

$$\begin{aligned} (X_{n_1,k_1} + X_{n_2,k_2}) \cdot X_{m,k_m} &= \left( \sum_{i_1} \left( \frac{r_{n_1;i_1}}{r_{n_1}} \right) A_{n_1,k_1;i_1,j_1} V_{i_1,j_1} + \sum_{i_2} \left( \frac{r_{n_2;i_2}}{r_{n_2}} \right) A_{n_2,k_2;i_2,j_2} V_{i_2,j_2} \right) \cdot \left( \sum_w \left( \frac{r_{m;w}}{r_m} \right) A_{m,k_m;w,j_w} V_{w,j_w} \right) \\ &= \left( \sum_{i_1} \left( \frac{r_{n_1;i_1}}{r_{n_1}} \right) A_{n_1,k_1;i_1,j_1} V_{i_1,j_1} \right) \cdot \left( \sum_w \left( \frac{r_{m;w}}{r_m} \right) A_{m,k_m;w,j_w} V_{w,j_w} \right) + \left( \sum_{i_2} \left( \frac{r_{n_2;i_2}}{r_{n_2}} \right) A_{n_2,k_2;i_2,j_2} V_{i_2,j_2} \right) \cdot \left( \sum_w \left( \frac{r_{m;w}}{r_m} \right) A_{m,k_m;w,j_w} V_{w,j_w} \right) \\ &= X_{n_1,k_1} X_{m,k_m} + X_{n_2,k_2} X_{m,k_m} \end{aligned}$$

□

3.3 S/M-DUCG 混合模型中的推理运算方法及理论有效性实证分析

在 S-DUCG 与 M-DUCG 的混合运算模式下, 由于单赋值变量的逻辑展开及运算性质完全遵从经典数理逻辑, 其状态概率的归一性不言而喻; 而混合模式下, 多赋值变量状态概率的自动归一性并未受到影响, 所以理论上 S/M-DUCG 混合模型下的变量归一性特征仍然可以得到保证. 下面通过实证分

析来佐证这一点, 同时展示多赋值变量下的 WLI 与单赋值变量下的数理逻辑推理混合运算过程的细节. 图 4 为 S/M-DUCG 混合算例图, 所含各变量情况如下:  $X_1$  为单赋值变量, 仅  $X_{1,1}$  的原因被说明;  $X_2$  为多赋值变量, 含  $X_{2,0}$  和  $X_{2,1}$ ;  $X_3$  为多赋值变量, 含  $X_{3,0}$ 、 $X_{3,1}$  和  $X_{3,2}$ ;  $X_7$  为多赋值变量, 含  $X_{7,0}$  和  $X_{7,1}$ . 图 4 中 “ $\leftarrow$ ” 代表 S-DUCG 中的单赋值因果连接事件  $P_{n,1;i,j_i}$  (S-DUCG 相关理论可参照文献 [6]). 逻辑门  $G_6$  的说明如表 1, 其余参数如下:

$$\begin{aligned} p_{1,1;4} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad p_{1,1;5} = \begin{bmatrix} 0 & 0.7 \end{bmatrix} \\ b_4 &= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad b_5 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix} \\ a_{2;1} &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad a_{2;3} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.3 \\ 0 & 0.9 & 0.7 \end{bmatrix} \\ a_{2;6} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.4 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad a_{3;5} = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 0.6 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix} \\ a_{7;7D} &= \begin{bmatrix} - \\ 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

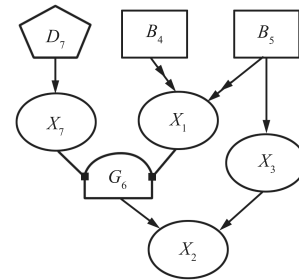


图 4 S/M-DUCG 混合算例图  
Fig. 4 The graph of an example hybriding S/M-DUCG

表 1 图 4 的逻辑门说明

Table 1 The logic gate specification of Fig. 4

逻辑门	状态	状态表达式
$G_6$	0	$X_{7,0}$
	1	$X_{7,1} X_{1,0}$
	2	$X_{7,1} X_{1,1}$

在概率推理之前, 首先计算下游多赋值变量  $X_2$  的全展开逻辑表达式, 展开步骤为沿因果链上行, 经由单赋值变量  $X_1$  和多赋值变量  $X_3$ 、 $X_7$  直至  $B$  变

量, 此期间需将  $X_1$  进行单赋值逻辑展开. 结果如下:

$$X_{1,1} = P_{1,1;4,1}B_{4,1} \cup P_{1,1;5,1}B_{5,1} = P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}B_{4,1} \cdot P_{1,1;5,1}B_{5,1} = P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1}$$

$$X_{1,0} = 1 - X_{1,1} = 1 - (P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1})$$

$$X_{2,1} = \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,1;6,1}A_{7,1;7D} - \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,1;6,1}A_{7,1;7D} \cdot (P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1}) + \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,1;6,2}A_{7,1;7D} \cdot (P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1}) + \left(\frac{r_{2,3}}{r_2}\right) A_{2,1;3}A_{3;5}B_5$$

$$X_{2,0} = \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,0;6,0}A_{7,0;7D} + \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,0;6,1}A_{7,1;7D} - \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,0;6,1}A_{7,1;7D} \cdot (P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1}) + \left(\frac{r_{2,6}}{r_2}\right) A_{2,0;6,2}A_{7,1;7D} \cdot (P_{1,1;4,1}B_{4,1} + \overline{P_{1,1;4,1}}P_{1,1;5,1}B_{5,1} + P_{1,1;4,1}P_{1,1;5,1}B_{4,0}B_{5,1}) + \left(\frac{r_{2,3}}{r_2}\right) A_{2,0;3}A_{3;5}B_5$$

代入参数数据, 可得  $X_2$  的状态概率为  $\Pr\{X_{2,1}\} = 0.13198$  及  $\Pr\{X_{2,0}\} = 0.86802$ . 显然,  $\Pr\{X_{2,0}\} + \Pr\{X_{2,1}\} = 1$  成立. 注意, 上述计算结果是在  $r_{n;i} = 1$  下取得的, 若将权重系数任意加以更改, 如  $r_{2,6} = 3, r_{2,3} = 1$ , 即  $(r_{2,6}/r_2) = 3/4, (r_{2,3}/r_2) = 1/4$ , 可得  $\Pr\{X_{2,1}\} = 0.12997$  及

$\Pr\{X_{2,0}\} = 0.87003$ , 因此  $\Pr\{X_{2,0}\} + \Pr\{X_{2,1}\} = 1$  依然满足. 这证实了在 S/M-DUCG 混合运算模式下变量状态概率的自动归一性.

### 4 工业故障诊断实验及综合理论对比分析

为验证 WLI 算法的正确性、可靠性和算法性能, 对中国广核集团的两台 1150 MW 半速汽轮发电机及其辅助系统构建了 DUCG 安全运维专家系统, 并结合该系统进行了多组故障实例下的诊断实验.

#### 4.1 DUCG 故障诊断模型的建造过程

对该发电机系统建模所得 DUCG 图包括 659 个变量和 2952 条因果链, 图 5 展示了其中一个轴瓦振动故障子图.

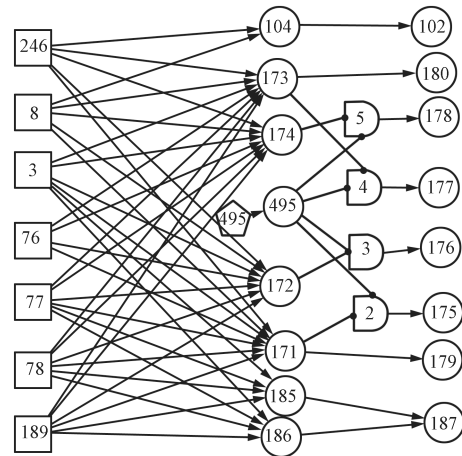


图 5 轴瓦震动故障有关子 DUCG 图

Fig. 5 The sub-DUCG for vibration fault of generator tilting pad journal bearing

结合该例, 这里介绍 DUCG 故障诊断模型的建造过程, 即 WLI 不确定性知识表达的策略 — “化繁为简的模块化建造”: 领域专家可任意根据故障表达的粒度需要, 进行模块化、分布式因果图建造, 具体步骤为:

**步骤 1.** 确定对象系统的  $X/B$  类型变量集合, 并对各变量进行状态区间划分 (可含模糊状态区间, 此时需给出隶属度曲线).

**步骤 2.** 选定可构成完整故障模式的  $X_i$  变量或其集合; 从已定义的  $X/B$  变量中确定  $X_i$  的父变量集合.

**步骤 3.** 用作用变量将父变量与子变量  $X_n$  相连, 对于复杂组合逻辑关系采用逻辑门进行综合表达; 当某个  $X_i$  的原因不明或不被关注时, 可引入缺省变量  $D_i$  作为  $X_i$  的父变量.

**步骤 4.** 对涉及复杂因果关系的观测信息, 例如对  $k/n$  ( $k$ -out-of  $n$  voting logic) 逻辑关系的判断, 采用在线预处理模块来实现信号过滤与甄别.

**步骤 5.** 伴随上述过程, 需给定的参数包括基本事件的先验概率  $b_{i,j}$ 、量化父子变量间不确定性因果关系的作用事件参数  $a_{n,k;i,j}$  及因果关联强度  $r_{n;i}$ . 其中  $b_{i,j}$  通常取值于基本事件的失效率/发生率  $\lambda$ ,  $\lambda = 1/MTBF$ ,  $MTBF$  为设备平均无故障连续工作时间; 上述所有参数的设置均可采用主观信度或样本统计数据; 所有参数值均可独立设定并只需具有相对大小意义; 当前诊断对象中不受关注的参数可缺失. 本例知识库中的参数值是由专家根据领域经验和现场反馈信息设定.

**步骤 6.** 通过知识库编译将各子图模块连接为整体 DUCG 图, 并进行一致性检查.

### 4.2 发电机系统轴瓦振动故障介绍

由于完整系统规模巨大、难以尽述, 仅以发电机轴瓦振动故障诊断为例介绍具体实验结果. 与图 5 相对应的领域知识是: 该发电机机组正常运行时额定转速为 1500 rpm, 而启停机过程中转速会变经临界转速区间, 此时轴瓦振动幅值将正常偏大; 同时发电机转子接地短路/大轴磁化/护环断裂等故障出现时也会引起轴瓦振动异常增大. 发电机配有 4 个轴瓦振动幅值测点 GME 401/402/406/407 MV (汽轮机侧、励磁机侧, 水平、垂直各一). 若幅值监测信号处于  $90 \sim 130 \mu\text{m}$  或  $130 \mu\text{m}$  以上, 则分别引发轴瓦振动“高报警”和“高高报警”, 但需同时判断发电机组是否处于临界转速 ( $800 \sim 1000 \text{ rpm}$  或  $1100 \sim 1300 \text{ rpm}$ ); 相关故障同时还可能引发短路保护动作以及机组跳闸等. 图 5 展示了上述轴瓦振动故障知识对应的子 DUCG 图, 表 2 和表 3 分别给出部分观测变量的定义和逻辑门说明, 相关故障原因可参照表 4.

### 4.3 诊断实验结果

针对轴瓦振动故障给出 3 组诊断实验. 测试过程引入大量状态未知变量以仿真信号丢失的情形. 诊断结果见表 4, 其中仅列出所收到的异常观测信号, 未被列出的测点均为正常或状态未知. 其中实验 1 的诊断因果图如图 6 所示, 故障事件  $B_3$ 、 $B_4$ 、 $B_{77}$ 、 $B_{78}$  及  $B_{189}$  同处于假设空间中、均可独立解释所有异常信号, 故以其后验概率排序来区分各自的解释能力. 图 6 清晰地展示了故障形成的因果传播过程以及诊断推理所依据的逻辑机理, 对诊断结论的由来给出了直观解释. 我们对该发电机系统的 259 种

故障模式共进行了 14 组、38 次实时故障数据测试, 故障诊断准确率均达 100%. 所有推理基本可在 1 秒之内完成, 集中于 324 ms ~ 700 ms 范围内 (测试环境: Intel Core i7, 1.73 GHz/4 GB).

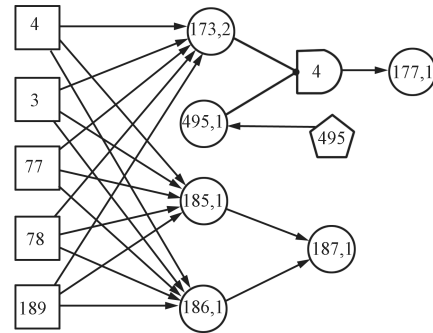


图 6 实验 1 的诊断结果 DUCG 图

Fig. 6 The diagnostic DUCG for Experiment 1

表 2 图 5 中的变量定义

Table 2 The variable definition of Fig. 5

变量名	变量描述及测点名称
$X_{102}$	发电机跳闸 (GSY001JA_XA01)
$X_{104}$	发电机转子接地短路保护动作 (GPA302UR_XG41)
$X_{171} \sim X_{174}$	轴瓦振动测点 (GME401/402/406/407MV_XQ01)
$X_{175} \sim X_{178}$	轴瓦振动高报警 (GME401/402/406/407MV3_XG01)
$X_{179}/X_{180}$	轴瓦振动高高报警 (GME401/406MV4_XG03)
$X_{185}/X_{186}$	GPA 保护动作 (GPA001/002SYT_XG37)
$X_{187}$	发电机跳闸 (GPA001KS1_XV01)
$X_{495}$	发电机在临界转速 (GME014MC_XQ01)

表 3 图 5 中的逻辑门说明

Table 3 The logic gate specification of Fig. 5

逻辑门	状态	状态表达式
$G_2$	0	剩余状态
	1	$X_{495,1} \cdot X_{171,2}$
	2	$X_{171,4}$
$G_3$	0	剩余状态
	1	$X_{495,1} \cdot X_{172,2}$
$G_4$	0	剩余状态
	1	$X_{495,1} \cdot X_{173,2}$
$G_5$	0	剩余状态
	1	$X_{495,1} \cdot X_{174,2}$

表 4 轴瓦振动故障诊断实验所得假设空间

Table 4 The hypothesis space yielded by the diagnosis experiments for vibration fault of tilting pad journal bearing

编号	异常信号	原因	故障原因描述	诊断概率
实验 1	$X_{173,2}, X_{177,1}, X_{185\sim 187,1}, X_{495,1}$	$B_{4,1}$	转子护环断裂	0.830564
		$B_{3,1}$	发风扇叶片断裂	0.167522
		$B_{77,1}$	风扇固定销松脱	0.001567
		$B_{189,1}$	定子端导风圈固定螺丝松脱	0.000321
		$B_{78,1}$	风扇平衡块固定螺栓松脱	0.000026
		$B_{8,1}$	转子匝间短路	0.2435
		$B_{18,1}$	汽/励侧轴承瓦体侧垫块间隙不当	0.2302
		$B_{17,1}$	汽/励侧轴承瓦枕侧垫块间隙不当	0.2302
		$B_{13,1}$	汽/励侧轴承盖固定螺栓松动	0.0676
		$B_{19,1}$	轴瓦绝缘垫块受潮	0.0409
实验 2	$X_{171,2}, X_{175,1}$	$B_{20,1}$	轴瓦绝缘垫块油污染	0.0409
		$B_{16,1}$	轴承瓦枕与瓦体下垫块接触不良	0.0391
		$B_{15,1}$	汽/励侧轴瓦脱胎	0.0368
		$B_{12,1}$	汽/励侧大端盖固定螺栓松动	0.0287
		$B_{167,1}$	大轴磁化	0.0115
		$B_{3,1/76,1} \dots$	风扇叶片断裂/转子大轴裂纹等	0.0306
		$B_{8,1}$	转子匝间短路	0.8333
实验 3	$X_{102,1}, X_{104,1}, X_{173,4}, X_{180,1}$	$B_{246,1}$	转子接地短路	0.1667

从上述核电站系统故障诊断实例的角度来看, WLI 表现出高效、准确、较少依赖于概率参数的精确性和在线观测数据的完备性等特点, 以直观可视化图形来呈现推理过程的逻辑细节, 其知识库建造和维护灵活简便, 可为故障样本缺乏情况下多赋值因果关系的简洁表达及严谨概率推理这一工程应用难题提供理想的解决方案。

#### 4.4 WLI 与现有不确定性知识表达与推理理论的综合对比

结合上述复杂系统故障诊断建模和推理过程, 总结 DUCG (此处 DUCG 与 WLI 不加区分) 与现有众多理论在不确定性表达、度量与推理上的区别与联系. 首先, 可能性理论、确定性理论及 D-S 证据理论均属于非概率方法, 它们都以 If  $E$  Then  $H$  的产生式规则形式来表达知识, 各自引入不同的非概率测度手段来度量证据和规则的不确定性, 如可能性理论中的模糊隶属函数及可能性分布函数, 确定性理论的置信度  $CF(H, E)$  等. 这些方法在经典概率论的框架之外处理不确定性, 有其独到之处, 在推理过程的不确定性传播与更新、结论不确定性的合

成等计算中均采用非概率运算方式, 放弃命题与其补集间的不确定性度量需归一的基本原则 (概率论中称为可加性原则或者归一律 (Additivity rule)), 引入 max/min 算符来实现不确定性证据组合的析取与合取. 这里以 D-S 证据理论为例, 其基本策略是用“识别框架 (Frame of discernment)”来描述一个问题的假设空间上所有互不相容命题构成的完备集合 (表示该问题所有可能的答案), 引入信任函数、似真函数和类概率函数分别来刻画命题的精确信任程度、不可驳斥的信任程度和估计信任程度, 并采用 Dempster 合成规则来融合同一识别框架下多个信息源的不确定性信息对结论的联合支持程度, 在故障诊断领域得到了广泛应用. D-S 证据理论满足比概率论更弱的公理系统, 其重要贡献在于区分了不确定和不知道的界限. 主要的不足表现在, 作为 D-S 证据理论核心基石的 Dempster 合成规则假定信息源提供的证据均可靠, 而这在实际应用中很难满足. 若证据间存在较高冲突, 则融合结果的可信性必然较低且为后续融合过程带来较大风险, 甚至产生反直觉结果<sup>[22]</sup>. 此外, 合成算法缺乏鲁棒性、对基本可信度分配很敏感, 缺少坚实的理论支持来保证其正

确性和严谨性, 并且证据组合会引起潜在的“焦元”爆炸问题等, 这都成为 D-S 证据理论应用中的障碍.

较之于上述理论模型, DUCG 属于概率图模型方法, 即从拓扑结构上看, 其不确定性因果知识的表达形式为有向图, 因果作用事件参数  $a_{n,k;i,j}$  及因果关联强度  $r_{n;i}$  的物理意义是人们对因果关系的主观信度表达, 在给定逻辑结构的情况下, 相当于给定父子变量间的概率依赖关系, 从而将不确定性知识表示和推理纳入统一的概率论理论框架之下. WLI 的推理公式多是在概率论基础上推导出来的 (逻辑事件状态概率的归一特性始终严格保持); 推理过程及结果的可视化程度高、可解释性强; 模型参数既可取值于主观信度又可取值于统计数据, 不被关注的参数的缺失及参数值的轻微扰动不影响推理结论的准确性, 对参数精度具有较高的鲁棒性; DUCG 可适应在线证据  $E$  的动态变化, 随时将与  $E$  矛盾或与问题无关的事件进行逻辑化简, 从而缩减问题规模并结合逻辑推理运算手段确保高效的概率推理.

现在回到概率图模型的框架下, 以有代表性的 BNs 为例与 DUCG 做对比分析: 1) DUCG 以有向弧表达父变量为真时引起子变量发生这一随机事件, 而在 BNs 下这些事件被隐藏在条件概率中; 2) DUCG 中 AND、OR、XOR、 $k/n$  等逻辑关系均被显式表达, 而 BNs 下这些逻辑关系被隐藏在联合概率分布中; 3) 因果作用事件的概率在 DUCG 下可独立给定, 这符合领域专家的思维逻辑, 但 BNs 用于量化事件间依赖关系的条件概率则不然, 例如专家要给定  $\Pr\{B|A\}$  时不得不综合考虑其他可能引发  $B$  事件的原因, 因此在复杂逻辑关系下, 其条件概率难以获得并易出现理解错误或疏漏; 4) DUCG 以链式逻辑展开自动实现多连通因果关系的分解, 所以其推理算法的效率与因果关系是单连通的还是多连通的无关, 而 BNs 在多连通网络下需使用团算法 (Clustering) 及割集条件算法 (Cutset conditioning) 等, 随节点数目的增多, 推理计算量常会呈现爆炸性增长; 5) DUCG 在不完全表达下仍可进行精确推理 (计算所关注事件的后验概率), 不完全 DUCG 可看作是一组变量的联合概率分布的部分表达, 而 BNs 的 CPT 表达显然必须为完全表达.

## 5 结论

本文在 DUCG 理论框架下进行了 WLI 理论的系统化研究. 为实现多赋值情况下的简洁表达和推理, WLI 采用权重系数的代数运算与因果事件的逻辑运算相融并存的运算方式, 这是有别于经典数理

逻辑的全新逻辑运算理论. 为确保其正确性与严谨性, 本文从 WLI 基础理论体系的完备化构建角度出发, 补充了理论定义和逻辑运算算法, 给出了 De Morgan 取补定律的表现形式, 进行了运算性质探析、推理算法有效性和鲁棒性分析, 并就理论相容性和自洽性开展了论证. 实证分析结果表明, 其在大规模复杂系统故障诊断方面具有显著的工程应用价值.

集合、逻辑和代数是事物的三个不同方面: 集合是事物的外延, 逻辑是事物的内涵, 而代数则描述了集合和逻辑的共同数学性质. 本文正是在不确定性的层面探析 WLI 下的这种三位一体的关系. 这项研究的终极目的是为 DUCG 理论的发展与完善奠定坚实的理论基础, 因此以科学的研究手段对 WLI 相关数理逻辑理论做进一步的完备化、规范化和演绎推理, 是我们未来的努力方向.

## References

- 1 Zhou Dong-Hua, Liu Yang, He Xiao. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1933–1943  
(周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述. *自动化学报*, 2013, **39**(11): 1933–1943)
- 2 Koller D, Friedman N. *Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques*. Cambridge: MIT Press, 2009.
- 3 Larrañaga P, Moral S. Probabilistic graphical models in artificial intelligence. *Applied Soft Computing*, 2011, **11**(2): 1511–1528
- 4 Jensen F V, Nielsen T D. *Bayesian Networks and Decision Graphs (2nd Edition)*. New York: Springer, 2007.
- 5 Pearl J. *Causality: Models, Reasoning and Inference (2nd Edition)*. New York: Cambridge University Press, 2009.
- 6 Zhang Q. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and reasoning: discrete DAG cases. *Journal of Computer Science and Technology*, 2012, **27**(1): 1–23
- 7 Zhang Q, Dong C L, Cui Y, Yang Z H. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and probabilistic reasoning: statistics base, matrix, and application. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, **25**(4): 645–663
- 8 Dong C L, Wang Y J, Zhang Q, Wang N Y. The methodology of dynamic uncertain causality graph for intelligent diagnosis of vertigo. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2014, **113**(1): 162–174
- 9 Dong C L, Zhang Q, Geng S C. A modeling and probabilistic reasoning method of dynamic uncertain causality graph for industrial fault diagnosis. *International Journal of Automation and Computing*, 2014, **11**(3): 288–298
- 10 Cheng Qiang, Chen Feng, Dong Jian-Wu, Xu Wen-Li. Variational approximate inference methods for graphical models. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(11): 1721–1734

- (程强, 陈峰, 董建武, 徐文立. 概率图模型中的变分近似推理方法. 自动化学报, 2012, **38**(11): 1721–1734)
- 11 Yuan C, Lim H, Lu T C. Most relevant explanation in bayesian networks. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2011, **42**: 309–352
  - 12 Yap G E, Tan A H, Pang H H. Explaining inferences in Bayesian networks. *Applied Intelligence*, 2007, **29**(3): 263–278
  - 13 Vomlelová M, Vomlel J. Troubleshooting: NP-hardness and solution methods. *Soft Computing — A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 2003, **7**(5): 357–368
  - 14 He H C, Wang H, Liu Y H, Wang Y J, Du Y W. *Principle of Universal Logics*. Beijing: Science Press, 2006.
  - 15 Novák V. Reasoning about mathematical fuzzy logic and its future. *Fuzzy Sets and Systems*, 2012, **192**: 25–44
  - 16 He Hua-Can, He Zhi-Tao, Wang Hua. On the second revolution of mathematical logic. *CAAL Transactions on Intelligent Systems*, 2006, **1**(1): 29–37  
(何华灿, 何智涛, 王华. 论第二次数理逻辑革命. 智能系统学报, 2006, **1**(1): 29–37)
  - 17 Li Wei. *Mathematical Logic: Fundamental Principles and Formal Calculus*. Beijing: Science Press, 2008.  
(李未. 数理逻辑: 基本原理与形式演算. 北京: 科学出版社, 2008.)
  - 18 Xu Y, Qin K, Liu J, Song Z.  $L$ -valued propositional logic  $L_{vpl}$ . *Information Sciences*, 1999, **114**(1–4): 205–235
  - 19 Xu Y, Ruan D, Qin K, Liu J. *Lattice-Valued Logic — An Alternative Approach to Treat Fuzziness and Incomparability. Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Berlin: Springer, 2003.
  - 20 Lai J J, Xu Y. Linguistic truth-valued lattice-valued propositional logic system  $\mathcal{LP}(X)$  based on linguistic truth-valued lattice implication algebra. *Information Sciences*, 2010, **180**(10): 1990–2002
  - 21 Pfeffer A. Sufficiency, separability and temporal probabilistic models. In: *Proceedings of the 17th Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001. 421–428
  - 22 Zhou Zhe, Xu Xiao-Bin, Wen Cheng-Lin, Lv Feng. An optimal method for combining conflicting evidences. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(6): 976–985  
(周哲, 徐晓滨, 文成林, 吕锋. 冲突证据融合的优化方法. 自动化学报, 2012, **38**(6): 976–985)



**董春玲** 山东师范大学副教授, 北京航空航天大学计算机学院博士研究生. 主要研究方向为不确定性因果表达与概率推理, 复杂系统故障诊断与决策. 本文通信作者. E-mail: dongchunl@163.com  
(**DONG Chun-Ling** Associate professor at Shandong Normal University, Ph.D. candidate at the School of Computer Science and Engineering, Beihang University. Her research interest covers causality representation and probabilistic reasoning under uncertainties, and the diagnosis and decision-making for complex systems. Corresponding author of this paper.)



**张勤** 清华大学、北京航空航天大学教授. 主要研究方向为系统可靠性, 不确定性因果表达与概率推理.  
E-mail: qinzhang@tsinghua.edu.cn  
(**ZHANG Qin** Professor at Tsinghua University and Beihang University. His research interest covers system reliability, and causality representation and probabilistic reasoning under uncertainties.)