

## 非仿射纯反馈非线性系统的 自抗扰控制

程春华<sup>1</sup> 胡云安<sup>1</sup> 吴进华<sup>1</sup>

**摘要** 针对一类具有外部扰动的不确定非仿射纯反馈非线性系统, 结合反演和自抗扰技术, 提出了一种新的控制设计方案, 该方案中反演设计的每一步引入了自抗扰设计, 同时采用微分器和扩展状态观测器分别估计虚拟控制的导数和系统的未知部分. 与现有设计方法不同, 它不是直接利用逼近定理来构建理想的控制器. 该方案设计过程简单, 并且通过输入状态稳定性分析证明了系统状态能渐近收敛到原点的任意小邻域内. 仿真结果证实了该方法的有效性.

**关键词** 非仿射纯反馈, 自抗扰, 扩展状态观测器, 跟踪微分器

**引用格式** 程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制. 自动化学报, 2014, 40(7): 1528–1536

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2014.01528

### Auto Disturbance Controller of Non-affine Nonlinear Pure Feedback Systems

CHENG Chun-Hua<sup>1</sup> HU Yun-An<sup>1</sup> WU Jin-Hua<sup>1</sup>

**Abstract** In this paper, a novel control approach based on the combination of back-stepping design and auto disturbance rejection is presented for a class of non-affine nonlinear pure feedback systems with modeling uncertainties and external disturbances. During every step of back-stepping, the auto disturbance rejection control is adopted, meanwhile, a differentiator and an extended state observer (ESO) are respectively used to estimate the virtual control of the derivative and the unknown part of the system. It is different from other existing methods, which employed approximation theory to directly construct the controller for the non-affine nonlinear systems. The design procedure of this proposed scheme is not complicated, and the input to state stability (ISS) analysis shows that the system states can asymptotically converge to an arbitrarily small region of the equilibrium point. Several simulation examples illustrate the effectiveness of the proposed design.

**Key words** Non-affine pure feedback, auto disturbance rejection, extend states observers (ESO), track differentiator (TD)

**Citation** Cheng Chun-Hua, Hu Yun-An, Wu Jin-Hua. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528–1536

近年来, 复杂非线性系统的控制设计问题引起了各国学者的广泛关注, 并取得了许多突破性的成果. 但是大多数研究成果都是针对仿射型系统, 如基于微分几何的反馈线性化设计方法<sup>[1]</sup>、基于反演的自适应设计方法<sup>[2]</sup>等. 而对非仿射非线性系统的研究, 由于问题更复杂和更具挑战性, 取得的成果要少得多<sup>[3]</sup>. 许多实际系统, 如化学系统、飞控系统 etc. 并不能用仿射型来描述. 对于一些相对成熟的仿射型系统的设计方法, 并不能简单推广到非仿射型系统设计中.

非仿射型系统的控制问题一直是控制领域的难点. 据了解, 非仿射型系统的控制问题还没有形成一种系统化的设计方法. 1998年, Zhang等<sup>[4]</sup>假设单输入单输出非仿射非线性系统具有强相对度, 利用微分同胚变换将非仿射形式转化为严格反馈输入非仿射形式, 通过隐函数定理证明存在控制器, 最后用自适应多层神经网络构建这种理想的控制器. 2000年, Ge等在文献[4]的基础上, 采用泰勒级数将严格反馈输入非仿射形式变成输入仿射形式, 最后设计了自适应高斯径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络滑模控制<sup>[3]</sup>. 2003年, Ge等又考虑零动态, 设计了高增益观测器重构系统的状态, 进一步扩展了该方法<sup>[5]</sup>. 文献[6]在文献[4–5]的基础上研究了一类含有外部扰动的严格反馈输入非仿射系统, 通过引入辅助变量设计扰动观测器, 接着利用自适应反演、RBF神经网络和微分中值定理设计控制器. 2011年, 文献[7]针对严格反馈输入非仿射非线性系统, 设计了滤波跟踪误差, 然后利用中值定理和神经网络设计了鲁棒控制器. 文献[3–7]中的神经网络或模糊系统的参数自适应律都是通过 Lyapunov 稳定性分析得到的. 2007年, 文献[8]在上述文献的基础上为链式积分输入非仿射系统设计了直接自适应模糊控制器, 模糊系统参数的自适应律是由梯度算法得到的. 文献[9]在文献[8]的基础上考虑到了非仿射输入控制方向未知, 通过梯度算法得出了引入 Nussbaum 函数的模糊参数自适应律. 文献[10]利用中值定理和模糊神经网络研究了多输入多输出非仿射系统的控制, 采用了投影算法得出了参数自适应律. 文献[11]在文献[10]的基础上, 利用模糊系统逼近非仿射系统的线性化系统设计了跟踪控制器, 为了提高系统性能, 采用改进的投影算法得出了参数自适应律.

总的来说, 上述文献都是直接神经网络或模糊自适应控制, 解决此类问题可以归结三个步骤: 1) 基于隐函数定理或中值定理或泰勒级数定理, 证明存在理想的控制器能够镇定该类系统; 2) 利用逼近定理直接构建理想的控制器; 3) 由 Lyapunov 稳定性分析或其他算法, 得出参数自适应律. 当研究的对象不再是链式积分输入非仿射系统时<sup>[12]</sup>, 随着系统阶的增加, 会使控制设计显得更加复杂, 因为虚拟控制含有模糊和神经基函数或符号函数, 导致求偏导比较困难, 而构建的神经网络或模糊系统中, 其输入需要虚拟控制的偏导信号.

文献[13]先利用中值定理将完全非仿射纯反馈系统变换成含有未知增益函数的严格反馈型仿射非线性系统, 然后利用动态面反演技术, 设计了间接自适应神经网络控制器, 避免反演中对虚拟控制量的复杂求导运算, 但是控制器参数的选择需要增益函数上界的知识. 文献[14–15]为链式积分输入非仿射系统, 设计了间接自适应模糊控制, 通过设定一些假设, 将系统的动态分解成只依靠控制输入的已知部分和表示系统不确定性的未知部分, 然后采用定点方法设计了控制器, 该控制律由三项组成: 1) 线性控制项, 给定所需的闭环动态; 2) 自适应模糊控制项, 用于构造一个理想不确定性补偿器, 通过隐函数定理可证明其存在; 3) 鲁棒控制项, 用来补偿干扰和逼近误差. 但是文献[14–15]研究的对象都是链式积分输入非仿射系统, 链式积分输入非仿射是严格反馈输入非仿射的特殊形式. 文献[16]在文献[14–15]的基础上, 研究了严格反馈输入非仿射的非线性系统, 文献[17]将该思想运用到一类具有非仿射输入的混沌系统. 但文献[14–17]对加减输入变量的线性项有限制条件, 并且研究的对象都是严格反馈输入非仿射非线性系统. 文献[14–17]在含有输入非仿射表达式的子系统上加减输入变量的思想, 本质上等同于韩京清提出的自抗扰设计思想<sup>[18–19]</sup>. 为了能为不确定性系统

收稿日期 2013-02-05 录用日期 2013-10-16

Manuscript received February 5, 2013; accepted October 16, 2013  
本文责任编辑 刘德荣

Recommended by Associate Editor LIU De-Rong

1. 海军航空工程学院控制工程系 烟台 264001

1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001

设计有效的控制器, 韩京清提出了新型实用的非线性控制技术——自抗扰控制<sup>[18-19]</sup>. 很多专家对该新技术展开了深入的研究, 并且已将该技术成功应用于很多领域<sup>[20-23]</sup>.

在上述文献工作的基础上, 本文结合韩京清的自抗扰技术和反演技术, 研究了非仿射纯反馈非线性系统, 在反演设计的每一步都嵌入自抗扰设计, 提出了非仿射系统控制设计的新思路. 针对每个子系统未知非仿射函数项设计了扩展状态观测器 (Extend states observers, ESO)<sup>[24-25]</sup>, 为了解决反演方法中的虚拟控制求导复杂这一困难, 设计了跟踪微分器 (Track differentiator, TD). 最后对现有文献中的大量非仿射非线性系统进行了仿真验证.

## 1 问题描述和准备

### 1.1 非仿射型系统

本文考虑的非仿射型纯反馈非线性系统形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(\bar{x}_2, x_3) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(\bar{x}_n, u) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i]$ ,  $i = 2, \dots, n$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为系统状态;  $u \in \mathbf{R}$  为系统的输入;  $f_i(\cdot)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  为未知光滑函数.

控制系统设计的目的是在系统存在不确定性的情况下, 确定光滑控制函数  $u(\mathbf{x})$ , 在保证闭环系统所有信号半全局最终一致有界的同时, 平衡点  $x_0$  是渐近稳定的. 在此不妨设系统的平衡点为原点, 即  $x_0 = 0$ , 同时有  $f_i(0) = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**假设 1.** 存在一个紧集  $\Omega \in \mathbf{R}^n$ , 使得  $\mathbf{x} = \bar{x}_n \in \Omega$ .

**假设 2.** 存在  $g_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) / \partial x_{i+1} \neq 0$ , 当  $x_i \neq 0$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  时, 但  $g_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ ,  $i = 1, \dots, n-1$  是未知函数. 不失一般性, 设存在未知常数  $g_{iu} > g_{i0} > 0$ , 使得  $0 < g_{i0} < g_i(\cdot) \leq g_{iu} < \infty$ ,  $\bar{x}_n \in \Omega$ .

**假设 3.** 不等式  $\partial f(\bar{x}_n, u) / \partial u > 0$ ,  $(\bar{x}_n, u) \in \Omega \times \mathbf{R}$  成立.

**假设 4.** 系统所有状态可测.

**注 1.** 假设 2 表明偏导数  $g_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$  为严格正函数或者严格负函数<sup>[7]</sup>; 假设 2 和假设 3 保证了系统 (1) 的可控性; 假设 4 是引入扩展状态观测器的前提.

### 1.2 扩展状态观测器

在非线形控制中, 对未知非线性处理的方法有自适应神经网络逼近、自适应模糊逼近以及基于微分器或扩展观测器的逼近. 前两种方法只能在某个紧集内以任意精度逼近任意一个连续函数, 并且设计过程复杂. 而基于微分器或扩展观测器逼近的方法不仅可以一致地逼近系统中不确定项, 并且能够估计出系统中的未知状态, 而且能有效地抑制系统中的扰动.

本文采用非线性连续扩展状态观测器来估计系统中的未知项. 例如: 假设系统

$$\dot{z} = H(t) + BU \quad (2)$$

式中,  $H(t)$  是未知项,  $U$  是子系统的输入, 系统的状态  $z$  可

测, 则可以将系统的状态进行扩展成下面的系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = z_0 + BU \\ \dot{z}_0 = G(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $G(t)$  是未知的, 并且是未知项  $H(t)$  的导数, 则可以构建扩展状态观测器如下:

$$\begin{cases} E_1 = Z_1 - z \\ \dot{Z}_1 = Z_2 - \beta_{01} f_{c1}(E_1) + BU \\ \dot{Z}_2 = -\beta_{02} f_{c2}(E_1) \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $E_1$  是 ESO 的估计误差,  $Z_1$ 、 $Z_2$  是观测器的输出,  $\beta_{01} > 0$  和  $\beta_{02} > 0$  是观测器增益, 参数函数  $f_{ci}(\cdot)$  为适当构造的非线性函数, 满足  $ef_{ci}(e) > 0$ ,  $\forall e \neq 0$ ,  $f_{ci}(0) = 0$ . 观测器增益  $\beta_{01}$  和  $\beta_{02}$  和参数函数  $f_{ci}(\cdot)$  的选取可以参考文献 [24-25]. 本文选取参数函数  $f_{ci}(\cdot)$  形式如下:

$$\begin{cases} f_{c1}(E_1) = E_1 \\ f_{c2} = |E_1|^{\alpha_1} \text{sgn}(E_1) \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ .

**定理 1**<sup>[24]</sup>. 考虑系统 (2) 和扩展观测器 (4), 则存在观测器增益  $\beta_{01}$  和  $\beta_{02}$ ,  $\alpha_1 \in (0, 1)$ , 使得状态  $Z_1$ 、 $Z_2$  分别收敛到实际状态  $z$ ,  $H(t)$  的某一紧集内. 为了提高扩展状态观测器 (4) 的估计精度, 就得扩大下面的不等式

$$\frac{1}{4} \beta_{01}^2 > \beta_{02} > |G(t)| \quad (6)$$

**证明.** 该定理的详细证明见文献 [24].  $\square$

### 1.3 跟踪微分器

跟踪微分器是针对没有数学表达式的信号估计提出来的. 若信号很难由模型构造输出, 则不能用数学方法直接求导. 从而有些学者曾经构造了观测器来估计信号的导数, 但是这种方法具有很强的约束条件. 后来, 学者们提出了跟踪微分器对信号的导数进行估计, 设计原则是: 求取信号的导数, 同时微分器对于任何高频信号不敏感. 微分器中需要注意的问题是: 既要尽量准确求导, 又要对信号的测量误差和输入噪声具有鲁棒性. Levant<sup>[26]</sup> 提出了一种基于滑模技术的非线性微分器, 利用滑模原理求取信号导数, 并有效地抑制了信号估计输出中的噪声, 但是该滑模微分器需要事先知道输入信号导数的上界, 而本文的虚拟控制信号导数的上界是未知的. 本文选择了由二阶最速系统派生出的微分器<sup>[25]</sup>, 其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2 \\ \dot{v}_2 = -\lambda^2 \text{sgn}(v_1 - r(t)) |v_1 - r(t)|^\alpha - \lambda v_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $r(t)$  是已知的信号,  $v_1$ 、 $v_2$  是微分器的状态变量,  $\alpha$  和  $\lambda$  是待设计的参数, 只要其满足以下不等式:

$$0 < \alpha < 1, \quad \lambda > 0 \quad (8)$$

则  $v_2$  就能跟踪  $\dot{r}(t)$ , 同时  $v_1$  可以跟踪  $r(t)$ . 这种跟踪微分器参数的选取参考了文献 [25] 中第 2.3 节内容.

## 2 反演控制设计

在进行反演设计前,先引入自抗扰概念.考虑如下时变系统:

$$\dot{y} = f(y, w(t)) + b(t)u \quad (9)$$

其中,  $f$ 、 $w$ 、 $b$  为不确定函数,  $b_2 > b(t) > b_1 > 0$ , 取  $b(t)$  变化范围内的某一中间值, 则式 (9) 可以改写成

$$\dot{y} = f(y, w(t)) + (b(t) - b_0)u + b_0u \quad (10)$$

可以将  $(b(t) - b_0)u$  当作新的扰动项, 定义  $a(t, u) = f(y, w(t)) + (b(t) - b_0)u$ , 为系统 (10) 构建扩展状态观测器 (4), 其中  $Z_2 \rightarrow a(t, u)$ , 则可设计如下控制器来镇定系统 (10):

$$u(t) = -\frac{Z_2}{b_0} - ky \quad (11)$$

式中,  $k > 0$  为待设计的常数.

**引理 1**<sup>[18]</sup>. 针对时变系统 (9), 只要  $b_2 > b(t) > b_1 > 0$ , 则可以通过为它构建二阶 ESO, 在  $b(t)$  变化范围内取某一中间值  $b_0$  设计控制器 (11) 使系统 (9) 渐近镇定.

**注 2.** 在选择  $b_0$  时, 要确保  $b_0$  的符号与  $b(t)$  一致.  $b(t) - b_0$  越小, 则  $Z_2$  估计出实时作用量  $a(t, u)$  的效果越好,  $b_0u$  的自抗扰效果也越好. 该引理的详细证明见文献 [18-19].

注意到  $f(y, w(t)) + b(t)u$  是一种特殊的非仿射形式, 不妨记为  $G(y, w(t), u)$ , 此时  $b(t) = \partial G / \partial u$ , 且  $a(t, u) = G(y, w(t), u) - b_0u$ , 从而可以进一步得出下面的结论. 考虑下列非仿射系统:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (12)$$

其中,  $x \in \Omega \subset \mathbf{R}$ ,  $\Omega$  为紧集,  $f$  为光滑连续不确定函数, 且  $\partial f / \partial u \neq 0$  和  $x$  可测, 不失一般性, 假设  $\partial f / \partial u > 0$ , 根据前面的分析, 则 (12) 可以改写成:

$$\dot{x} = f(x, u) - c_0u + c_0u \quad (13)$$

式中,  $c_0$  为待设计的参数, 其符号与  $\partial f / \partial u$  一致. 定义新的不确定项,  $F(x, u) = f(x, u) - c_0u$  为系统 (13) 构建扩展状态观测器. 其中扩展状态观测器状态  $z_2 \rightarrow F(x, u)$ , 则设计如下控制器来镇定系统 (12):

$$u(t) = \frac{1}{c_0}(-z_2 - kx) \quad (14)$$

式中,  $k > 0$  为待设计的常数.

**引理 2.** 针对系统 (12), 通过为它构建二阶 ESO, 可以设计控制器 (14) 使系统 (12) 渐近镇定.

**证明.** 将式 (14) 代入式 (13) 有

$$\dot{x} = F(x, u) - z_2 - kx \quad (15)$$

不难发现, 如果  $g = F(x, u) - z_2 = 0$  或有界, 系统 (15) 会渐近收敛到原点或原点邻域内.  $z_2$  之所以能够很好地跟踪实时作用量  $F(x, u)$  的根本原因是: 只要系统满足可观性, 那么不管  $F(x, u)$  是什么形式, 只要它在起作用, 那么其作用必定会反映在系统的输出上, 就有可能从系统输出信息中提炼出其作用量 (见文献 [24] 第 200 页). 将式 (14) 代入  $g$  的

表达式中, 可得  $g = f(x, -\frac{z_2}{c_0} - \frac{kx}{c_0}) + kx$ , 由于  $f$  是紧集  $\Omega$  内的光滑连续的函数, 且  $\partial f / \partial u \neq 0$ , 因此由隐含数定理可以得出存在  $z_2$  使得  $g = 0$ , 即存在控制律 (14) 可以渐近镇定系统 (12).  $\square$

由引理 2、假设 2 和假设 3, 可以将式 (1) 写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1, x_3) + c_2x_2 \\ \dot{x}_2 = F_2(\bar{x}_2, x_3) + c_3x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = F_n(\bar{x}_n, u) + c_{n+1}u \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $c_{i+1} > 0, i = 1, \dots, n$  为待设计的参数, 与假设 2 和假设 3 中的  $g_i(\cdot), i = 1, \dots, n, g_n(\cdot) = \frac{\partial f}{\partial u}(\cdot)$  同符号, 为了能使构建的 ESO 更高精度的估计未知项, 选择  $c_{i+1} \in (g_{i0}, g_{iu}), i = 1, \dots, n$ , 在设计中也可选择  $c_{i+1} \in (0, \infty)$ , 函数  $F_i(\cdot)$  未知, 定义如下:

$$\begin{aligned} F_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) &= f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - c_{i+1}x_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1 \\ F_n(\bar{x}_n, u) &= f_n(\bar{x}_n, u) - c_{n+1}u \end{aligned} \quad (17)$$

利用反演技术对系统 (16) 进行控制器设计:

**步骤 1.** 考虑子系统  $x_1$ , 定义变量  $e_1 = x_1$ , 对其求导得

$$\dot{e}_1 = F_1(x_1, x_2) + c_2x_2 \quad (18)$$

由于  $F_1(\cdot)$  未知, 在假设 4 成立的条件下, 可为系统 (18) 构建 ESO.

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_{1,1} - e_1 \\ \dot{Z}_{1,1} &= Z_{1,2} - \beta_{01}f_{c1,1}(E_1) + c_2x_2 \\ \dot{Z}_{1,2} &= -\beta_{02}f_{c1,2}(E_1) \end{aligned} \quad (19)$$

设计虚拟控制  $x_{2d}$  如下式

$$x_{2d} = -\frac{Z_{1,2}}{c_2} - \frac{k_1}{c_2}e_1 \quad (20)$$

式中,  $k_1 > 0$ , 选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (21)$$

定义变量  $e_2 = x_2 - x_{2d}$ , 结合式 (20) 的虚拟控制量, 对式 (21) 微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1(F_1 + c_2x_2) = \\ &= e_1(F_1 + c_2(e_2 + x_{2d})) = \\ &= e_1(F_1 + c_2x_{2d}) + c_2e_1e_2 = \\ &= -k_1e_1^2 + e_1(F_1 - Z_{1,2}) + c_2e_1e_2 \end{aligned} \quad (22)$$

如果  $e_2 = 0$ , 将  $F_1 - Z_{1,2}$  视为系统的干扰输入, 则式 (22) 可以写成

$$\dot{V}_1 \leq -k_1e_1^2 + |e_1||F_1 - Z_{1,2}| \quad (23)$$

根据输入状态稳定定理可以看出, 当  $e_2 = 0$  时, 系统 (18) 是输入状态稳定的, 即意味着只要  $F_1 - Z_{1,2}$  有界, 则  $e_1$  就有界.

**步骤 2.** 对变量  $e_2$  进行微分, 得

$$\dot{e}_2 = F_2 + c_3x_3 - \dot{x}_{2d} \quad (24)$$

由于  $x_{2d}$  含有观测器变量  $Z_{1,2}$ , 随着系统阶的增加, 会出现  $Z_{1,2}$  高次导数, 为了避免这一现象, 本文设计跟踪微分器来估计  $\dot{x}_{2d}$ .

$$\begin{cases} \dot{v}_{1,1} = v_{1,2} \\ \dot{v}_{1,2} = -\lambda^2 \operatorname{sgn}(v_{1,1} - x_{2d}) |v_{1,1} - x_{2d}|^\alpha - \lambda v_{1,2} \end{cases} \quad (25)$$

由于式 (24) 中  $F_2$  未知, 同时视  $\dot{x}_{2d}$  为模型的补偿项, 在假设 4 成立条件下, 可为式 (24) 构建 ESO.

$$\begin{aligned} E_2 &= Z_{2,1} - e_2 \\ \dot{Z}_{2,1} &= Z_{2,2} - \beta_{01} f_{c2,1}(E_2) + c_3 x_3 - v_{1,2} \\ \dot{Z}_{2,2} &= -\beta_{02} f_{c2,2}(E_2) \end{aligned} \quad (26)$$

式中,  $v_{1,2}$  为微分器 (25) 的状态 (即信号  $x_{2d}$  导数的估计值), 设计虚拟控制  $x_{3d}$  如下式

$$x_{3d} = -\frac{1}{c_3} (k_2 e_2 + c_1 e_1 + Z_{2,2} - v_{1,2}) \quad (27)$$

式中,  $k_2 > 0$ , 选取 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (28)$$

定义变量  $e_3 = x_3 - x_{3d}$ , 结合式 (27) 的虚拟控制量, 对式 (28) 微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 e_1^2 + e_1 (F_1 - Z_{1,2}) + c_2 e_1 e_2 + e_2 \dot{e}_2 = \\ &= -k_1 e_1^2 + e_1 (F_1 - Z_{1,2}) - k_2 e_2^2 + \\ &= e_2 (F_2 - Z_{2,2}) + e_2 (v_{1,2} - \dot{x}_{2d}) + c_3 e_2 e_3 = \\ &= -\sum_{i=1}^2 k_i e_i^2 + \sum_{i=1}^2 e_i (F_i - Z_{i,2}) + \\ &= e_2 (v_{1,2} - \dot{x}_{2d}) + c_3 e_2 e_3 \end{aligned} \quad (29)$$

如果  $e_3 = 0$ , 令

$$\bar{e}_2 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

此时将

$$\begin{bmatrix} F_1 - Z_{1,2} \\ (F_2 - Z_{2,2}) + (v_{1,2} - \dot{x}_{2d}) \end{bmatrix}$$

视为系统的干扰输入, 则式 (29) 可以写成

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\bar{e}_2^T \begin{bmatrix} k_1 & \\ & k_2 \end{bmatrix} \bar{e}_2 + \\ &\| \bar{e}_2 \| \left\| \begin{bmatrix} F_1 - Z_{1,2} \\ F_2 - Z_{2,2} + v_{1,2} - \dot{x}_{2d} \end{bmatrix} \right\| \end{aligned} \quad (30)$$

根据 ISS (Input to state stability) 定理可以看出, 当  $e_3 = 0$  时, 系统 (24) 输入状态是稳定的, 即意味着只要

$$\begin{bmatrix} F_1 - Z_{1,2} \\ (F_2 - Z_{2,2}) + (v_{1,2} - \dot{x}_{2d}) \end{bmatrix}$$

有界, 则

$$\bar{e}_2 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

就有界.

**步骤 i.** 对  $e_i = x_i - x_{id}$  进行微分, 得

$$\dot{e}_i = F_i + c_{i+1} x_{i+1} - \dot{x}_{id} \quad (31)$$

同理, 可以构造跟踪微分器估计信号  $\dot{x}_{id}$  的如下

$$\begin{cases} \dot{v}_{i-1,1} = v_{i-1,2} \\ \dot{v}_{i-1,2} = -\lambda^2 \operatorname{sgn}(v_{i-1,1} - x_{id}) |v_{i-1,1} - x_{id}|^\alpha - \\ -\lambda v_{i-1,2} \end{cases} \quad (32)$$

由于式 (31) 中  $F_i$  未知, 同时视  $\dot{x}_{id}$  为模型的补偿项, 在假设 4 成立的条件下, 可以为式 (31) 构建 ESO.

$$\begin{aligned} E_i &= Z_{i,1} - e_i \\ \dot{Z}_{i,1} &= Z_{i,2} - \beta_{01} f_{ci,1}(E_i) + c_{i+1} x_{i+1} - v_{i-1,2} \\ \dot{Z}_{i,2} &= -\beta_{02} f_{ci,2}(E_i) \end{aligned} \quad (33)$$

式中,  $v_{i-1,2}$  为微分器 (32) 的状态 (即信号  $x_{id}$  导数的估计值), 设计虚拟控制  $x_{(i+1)d}$  如下式

$$x_{(i+1)d} = -\frac{1}{c_{i+1}} (k_i e_i + c_i e_{i-1} + Z_{i,2} - v_{i-1,2}) \quad (34)$$

式中,  $k_i > 0$ , 选取 Lyapunov 函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 \quad (35)$$

定义变量  $e_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d}$ , 结合式 (34) 的虚拟控制量, 对式 (35) 微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\sum_{j=1}^{i-1} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} e_j (F_j - Z_{j,2}) + \\ &= \sum_{j=1}^{i-2} e_{j+1} (v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}) + c_i e_{i-1} e_i + e_i \dot{e}_i = \\ &= -\sum_{j=1}^i k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^i e_j (F_j - Z_{j,2}) + \\ &= \sum_{j=1}^{i-1} e_{j+1} (v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}) + c_{i+1} e_i e_{i+1} \end{aligned} \quad (36)$$

同理, 如果  $e_{i+1} = 0$  时, 系统 (31) 输入状态是稳定的, 只要  $F_j - Z_{j,2}, j = 1, \dots, i, v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}, j = 1, \dots, i-1$  有界, 则  $e_j, j = 1, \dots, i$  就有界.

**步骤 n.** 对  $e_n = x_n - x_{nd}$  进行微分, 得

$$\dot{e}_n = F_n + c_{n+1} u - \dot{x}_{nd} \quad (37)$$

同理, 可以构造跟踪微分器估计信号  $\dot{x}_{nd}$  的如下

$$\begin{cases} \dot{v}_{n-1,1} = v_{n-1,2} \\ \dot{v}_{n-1,2} = -\lambda^2 \operatorname{sgn}(v_{n-1,1} - x_{nd}) |v_{n-1,1} - x_{nd}|^\alpha - \\ \lambda v_{n-1,2} \end{cases} \quad (38)$$

由于式 (37) 中  $F_n$  未知, 同时, 视  $\dot{x}_{nd}$  为模型的补偿项, 在假设 4 成立的条件下, 可以为式 (37) 构建 ESO.

$$\begin{aligned} E_n &= Z_{n,1} - e_n \\ \dot{Z}_{n,1} &= Z_{n,2} - \beta_{01} f_{cn,1}(E_n) + c_{n+1} u - v_{n-1,2} \\ \dot{Z}_{n,2} &= -\beta_{02} f_{cn,2}(E_n) \end{aligned} \quad (39)$$

式中,  $v_{n-1,2}$  为微分器 (38) 的状态 (即信号  $x_{nd}$  导数的估计值), 设计控制  $u$  如下式

$$u = -\frac{1}{c_{n+1}}(k_n e_n + c_n e_{n-1} + Z_{n,2} - v_{n-1,2}) \quad (40)$$

选取 Lyapunov 函数如下

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}e_n^2 \quad (41)$$

结合式 (40) 的控制律, 对式 (41) 微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & -\sum_{j=1}^{n-1} k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} e_j (F_j - Z_{j,2}) + \\ & \sum_{j=1}^{n-2} e_{j+1} (v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}) + c_n e_{n-1} e_n + e_n \dot{e}_n = \\ & -\sum_{j=1}^n k_j e_j^2 + \sum_{j=1}^n e_j (F_j - Z_{j,2}) + \\ & \sum_{j=1}^{n-1} e_{j+1} (v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}) \end{aligned} \quad (42)$$

同理, 系统 (37) 输入状态是稳定的, 只要  $F_j - Z_{j,2}, j = 1, \dots, n, v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}, j = 1, \dots, n-1$  有界, 则  $e_j, j = 1, \dots, n$  就有界.

**定理 2.** 系统 (1) 在满足假设 1~4 的前提下, 可以通过设计虚拟控制 (20)、(27)、(34) 和控制 (40) 渐近稳定到原点的某个残集内, 同时, 该闭环系统所有信号都会渐近收敛到原点某个领域.

**证明.** 选取 Lyapunov 函数  $V_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2$ , 由前面反演设计过程可以看出, 对其微分后可得式 (42). 式中,  $F_i - Z_{i,2}, i = 1, \dots, n$  是扩展观测器的误差, 只要选取合适的参数  $\beta_{01}, \beta_{02}$  和非线性函数  $f_{ci}(\cdot)^{[24]}$ , 就能使观测器的误差充分的小.  $(v_{i,2} - \dot{x}_{(i+1)d}), i = 1, \dots, n-1$  是跟踪微分器的误差, 也可以通过设计参数使它充分的小<sup>[25]</sup>. 不妨令 ESO 和跟踪微分器的总误差为

$$\varepsilon = \sup \left( \sum_{j=1}^n |F_j - Z_{j,2}| + \sum_{j=1}^{n-1} |v_{j,2} - \dot{x}_{(j+1)d}| \right) \quad (43)$$

则式 (42) 可以写成

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^n (k_j - 1) e_j^2 + \frac{1}{2}\varepsilon^2 \leq \\ & -2 \times \min_{1 \leq j \leq n} (k_j - 1) V_n + \frac{1}{2}\varepsilon^2 \end{aligned} \quad (44)$$

只要在设计 ESO 和跟踪微分器时, 参数选取恰当, 且  $k_j > 1, 1 \leq j \leq n$ , 就能使式 (1) 渐近稳定到原点残集内. 由式 (43) 和式 (44) 可知,  $V_n \rightarrow \varepsilon^2/4 \times \min_{1 \leq j \leq n} (k_j - 1)$ , 说明该残集的大小与跟踪微分器的参数、ESO 的参数以及  $k_j$  的选取有关. 进一步分析可知: 跟踪微分器的参数满足式 (8) 且 ESO 的参数满足式 (6) 时,  $k_j$  越大, 则该残集越小. 当该残集足够小时, 不妨设  $e_1 \rightarrow 0$ , 则  $x_1 \rightarrow 0$ , 又由  $x_1$  的子系统及  $F_1$  在紧集内的 (假设 2) 单调性, 可以推出  $x_2 \rightarrow 0$ . 依次类推可以得到  $x_i \rightarrow 0, i = 3, \dots, n$ , 进一步可得  $F_i \rightarrow 0, i = 1, \dots, n$  和  $x_{jd} \rightarrow 0, j = 2, \dots, n$ , 即  $Z_{i,2} \rightarrow 0, i = 1, \dots, n$  和  $v_{j,1} \rightarrow 0, j = 1, \dots, n-1$ .  $\square$

**注 3.** 只要外部扰动有界, 本文也能稳定有外部扰动的非仿射非线性系统.

### 3 仿真实例

为了证明本文方法的有效性, 我们从多个文献中选取了 5 个仿真对象. 前 4 个是非仿射非线性系统的镇定, 其中前 3 个是没有考虑外部扰动, 后 1 个考虑了外部扰动; 最后 1 个是非仿射非线性系统的跟踪. 从仿真对象来说, 实例 1 和实例 2 是严格反馈输入非仿射系统, 实例 3 和实例 5 是非仿射纯反馈系统, 其中, 严格反馈输入非仿射系统是非仿射纯反馈系统中的特殊情况. ESO 和跟踪微分器参数选取为:  $\lambda = 100, \alpha = 0.5, \beta_{01} = 100, \beta_{02} = 1500, \alpha_1 = 0.25, c_i = 1$ .

**仿真实例 1<sup>[3,8-9]</sup>:**

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)u + \sin(0.1u)$$

则  $F_1 = 0, F_2 = x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)u + \sin(0.1u) - u$ . 显然, 原点是系统的平衡点, 设初始值为  $x_1(0) = -1, x_2(0) = 2$ . 为了说明本文方法对参数的选择具有一定的鲁棒性, 在该仿真实例中, 分别选择  $c_i = 1$  和  $c_i = 2$  进行对比. 仿真结果见图 1~图 4. 图 1 是状态-时间曲线, 其中, 点线和实线表示  $c_i = 1$  时的状态, 虚线和点虚线表示  $c_i = 2$  时的状态, 从图 1 可以看出, 当  $c_i$  选择 1 或 2 时, 本文设计的控制器均可以使状态快速地收敛到原点. 图 2 是设计的控制器和虚拟控制器, 验证了定理 2 的正确性, 即控制信号收敛到原点某个邻域内. 从图 2 可以看出, 控制器和虚拟控制器在  $c_i$  选择 1 或 2 时差别不大. 图 3 是两个扩展状态观测器的状态及两个未知非线性的时间响应曲线. 从图 3 可以看出, 扩展状态观测器的状态可以很好地估计未知非线性. 图 4 是微分器的状态和虚拟控制的时间响应曲线, 图中可以看出, 本文设计的微分器跟踪效果很好. 从图 1~4 可以看出, 无论  $c_i$  选择 1 或 2, 本文的设计方案都是有效的, 这表明该设计方案对参数  $c_i$  的选取具有较好的鲁棒性, 因此在下面 4 个仿真实例中选择  $c_i = 1$ .

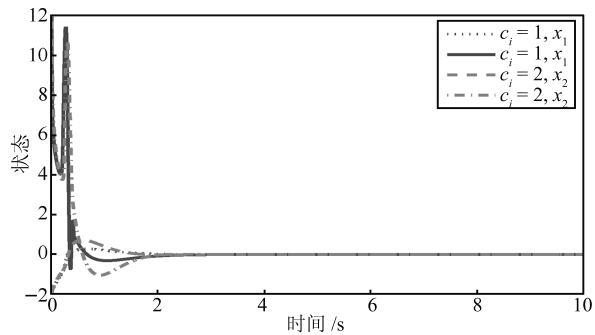


图 1 状态曲线

Fig. 1 Time response of states

**仿真实例 2<sup>[7]</sup>:**

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_1 x_2^2 + x_2 e^{-1-x_1^2} - x_1 x_2 +$$

$$(2 + 0.3 \sin x_2^2)u + \cos(0.1u)$$

则  $F_1 = 0, F_2 = x_1 x_2^2 + x_2 e^{-1-x_1^2} - x_1 x_2 + (2 + 0.3 \sin x_2^2)u + \cos(0.1u)$ .

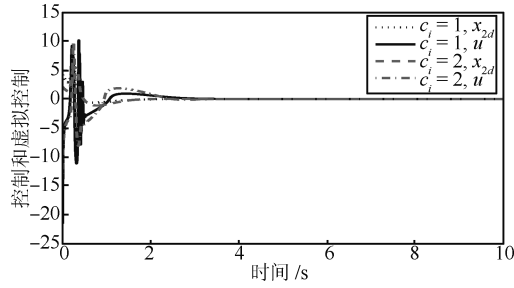


图 2 控制和虚拟控制曲线

Fig. 2 Time response of control and virtual control

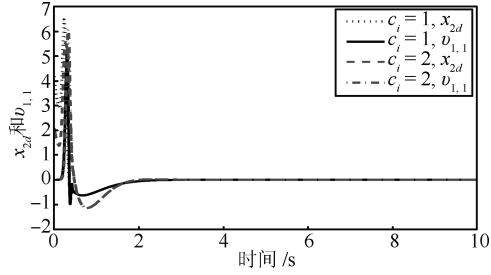


图 4 TD 的状态  $v_{1,1}$  和虚拟控制  $x_{2d}$  的时间响应曲线

Fig. 4 Time response of  $v_{1,1}$  in TD and virtual control  $x_{2d}$

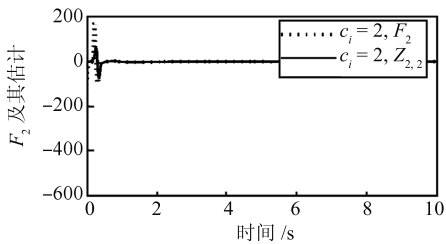
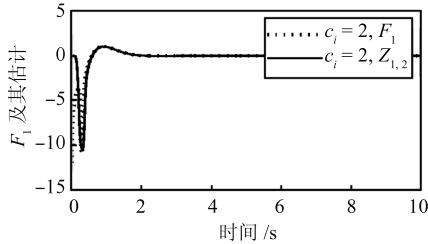
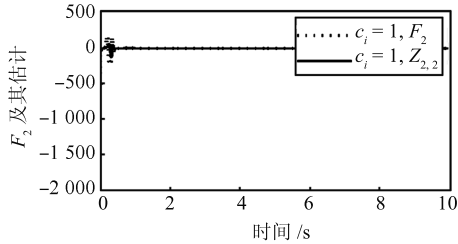
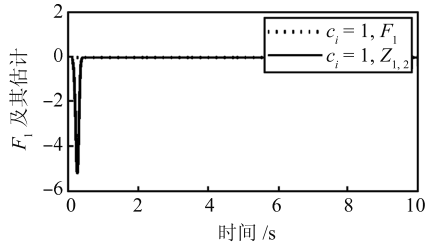


图 3 ESO 的状态和未知非线性的时间响应曲线

Fig. 3 Time response of ESO states and unknown nonlinear

显然原点是系统的平衡点, 设初始值为  $x_1(0) = -1$ ,  $x_2(0) = 2$ , 选择  $c_i = 1$ . 仿真结果见图 5~8. 图 5 是状态-时间曲线, 可以看出本文设计的控制使状态快速地收敛到原点. 图 6 是设计的控制器和虚拟控制器, 随着状态收敛到原点附近, 它们也收敛到原点附近. 图 7 是 2 个扩展状态观测器的状态和 2 个未知非线性的时间响应曲线, 从图可以看出, 扩展状态观测器的状态可以很好地估计未知非线性. 图 8 是微分器的状态和虚拟控制的时间响应曲线.

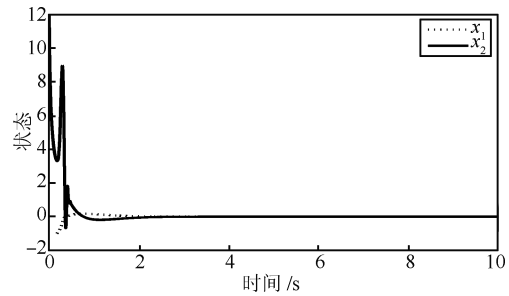


图 5 状态曲线

Fig. 5 Time response of states

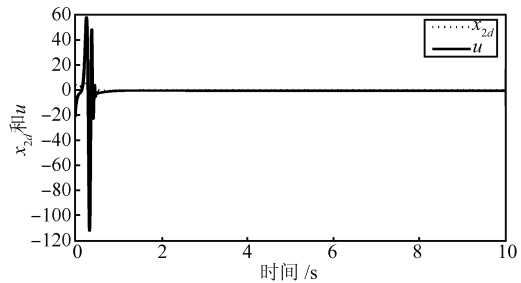


图 6 控制和虚拟控制曲线

Fig. 6 Time response of control and virtual control

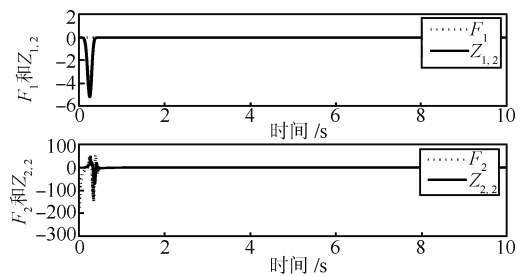


图 7 ESO 的状态和未知非线性的时间响应曲线

Fig. 7 Time response of ESO states and unknown nonlinear

仿真实例 3<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 e^{-0.5x_1} + (1 + e^{-0.1x_1^2})x_2 + \\ &\quad 0.5 \sin(x_2) \cos(t) \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)u + \\ &\quad \sin(0.1u) + 0.5 \sin(10t) \end{aligned}$$

显然原点是系统的平衡点, 设初始值为  $x_1(0) = -1$ ,

$x_2(0) = 2$ , 选择  $c_i = 1$ . 仿真结果见图 9~12. 图 9 是状态-时间曲线, 可以看出, 本文设计的控制使状态快速地收敛到原点. 图 10 是设计的控制器和虚拟控制器, 随着状态收敛到原点附近, 它们也收敛到原点附近. 图 11 是 2 个扩展状态观测器的状态及 2 个未知非线性的时间响应曲线, 从图 11 可以看出, 扩展状态观测器的状态可以很好地估计未知非线性. 图 12 是微分器的状态和虚拟控制的时间响应曲线.

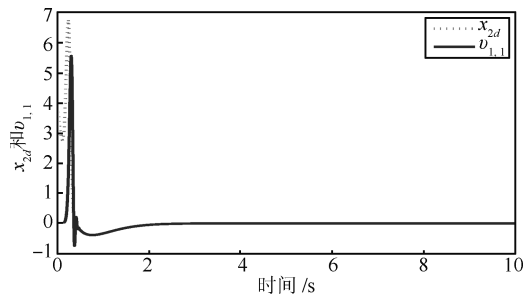


图 8 TD 的状态  $v_{1,1}$  和虚拟控制  $x_{2d}$  的时间响应曲线

Fig. 8 Time response of  $v_{1,1}$  in TD and virtual control  $x_{2d}$

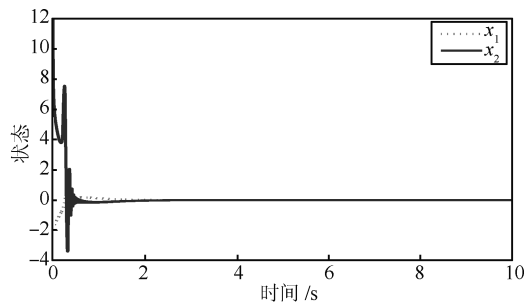


图 9 状态曲线

Fig. 9 Time response of states

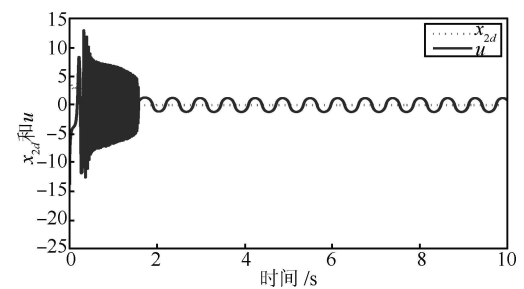


图 10 控制和虚拟控制曲线

Fig. 10 Time response of control and virtual control

**仿真实例 4:**

考虑具有外部扰动的 3 阶非仿射非线性模型

$$\dot{x}_1 = x_2 + x_1 \cos x_3 + p_1(t, x)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + x_1 \cos x_2 + p_2(t, x)$$

$$\dot{x}_3 = x_2 \cos t + 2x_3 \cos t + p_3(t, x)$$

式中,  $p_1 = -0.05x_2x_3 \cos(t)$ ,  $p_2 = 0.2 \sin(2t)$ ,  $p_3 = 0.3x_3 \sin(t)$  为外部扰动.

显然原点是系统的平衡点, 设初值选取  $x_1(0) = -1.9$ ,  $x_2(0) = 0.3$ ,  $x_3(0) = 1$ , 选择  $c_i = 1$ . 仿真结果如图 13~16 所示. 图 13 是状态-时间曲线, 可以看出, 本文设计的控制使状态快速地收敛到原点. 图 14 是设计的控制器和虚拟控制器. 图 15 是 3 个扩展状态观测器的状态及 3 个未知非线性

性的时间响应曲线, 从图 15 可以看出, 扩展状态观测器的状态可以很好地估计未知非线性. 图 16 是微分器的状态和虚拟控制的时间响应曲线.

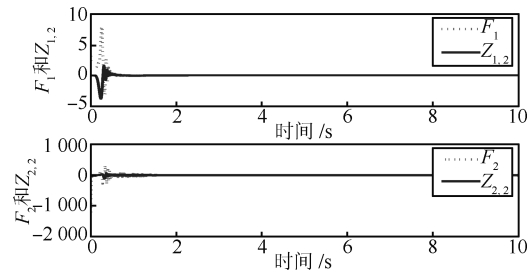


图 11 ESO 的状态和未知非线性的时间相应曲线

Fig. 11 Time response of ESO states and unknown nonlinear

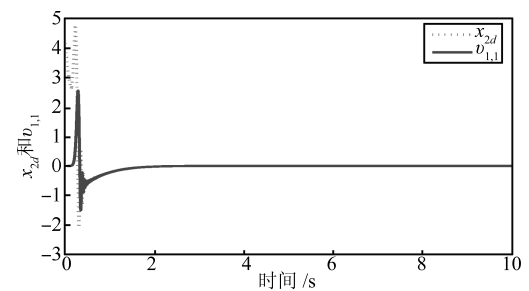


图 12 TD 的状态  $v_{1,1}$  和虚拟控制  $x_{2d}$  的时间响应曲线

Fig. 12 Time response of  $v_{1,1}$  in TD and virtual control  $x_{2d}$

**仿真实例 5<sup>[17]</sup>:**

采用本文提出的方法研究非仿射非线性系统的跟踪问题, 以仿真实例 3 系统为对象, 让系统的状态  $x_1$  跟踪参考信号  $y_d = 0.5(\sin(t) + \sin(0.5t))$ . 此时, ESO 的构建需要修改成

$$E_1 = Z_{1,1} - e_1 = Z_{1,1} - (x_1 - y_d)$$

$$\dot{Z}_{1,1} = Z_{1,2} - \beta_{01} f_{c1,1}(E_1) + (c_2 x_2 - \dot{y}_d)$$

$$\dot{Z}_{1,2} = -\beta_{02} f_{c1,2}(E_1)$$

初始值为  $x_1(0) = -1$ ,  $x_2(0) = 2$ , 选择  $c_i = 1$ . 仿真结果如图 17~20 所示. 图 17 是输出与参考输出的曲线, 可以看出, 本文设计的控制器能使输出很好地跟踪参考输出. 图 18 是设计的控制器和虚拟控制器. 图 19 是两个扩展状态观测器的状态及两个未知非线性的时间响应曲线, 从图 19 可以看出, 扩展状态观测器的状态可以很好地估计未知非线性. 图 20 是微分器的状态和虚拟控制的时间响应曲线, 表明设计的微分器跟踪效果很好.

**4 结论**

本文结合反演和自抗扰技术, 通过在反演设计的每一步中引入韩京清提出的自抗扰设计, 研究了非仿射非线性系统的镇定问题和跟踪问题. 与现有文献设计方案的思路不同, 本文不是直接构建理想的控制器, 而是先基于自抗扰思想将其转化为仿射形式的不确定系统, 然后利用 ESO 估计转化系统中的不确定项, 最后利用反演设计了控制器, 为了避免反演中虚拟控制导数求导的繁杂问题, 引入了微分器. 本设计方法的特点是: 对任意满足假设条件的非仿射系统, 都可以采用该设计方法. 大量的仿真结果表明, 本文提出的设计方法是有效的. 本文进一步研究的方向是结合自适应观测器,

使得参数  $b_0$  的选择更恰当.

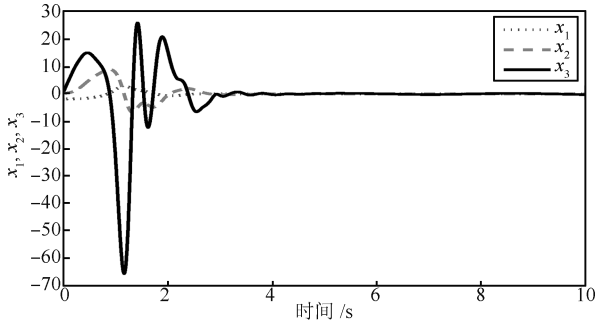


图 13 状态曲线  
Fig. 13 Time response of states

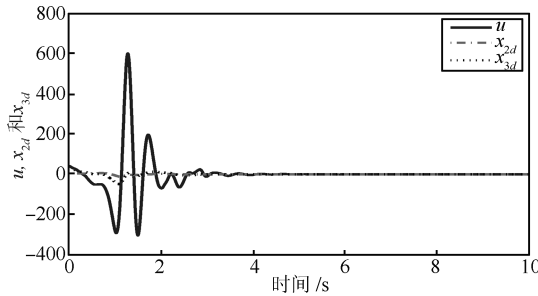


图 14 控制和虚拟控制曲线  
Fig. 14 Time response of control and virtual control

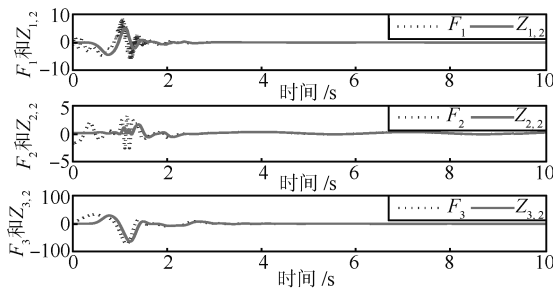


图 15 ESO 的状态和未知非线性的时间响应曲线  
Fig. 15 Time response of ESO states and unknown nonlinear

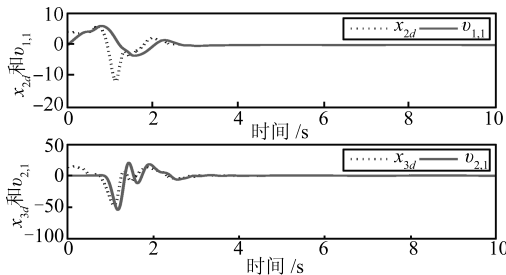


图 16 TD 的状态  $v_{i,1}$  和虚拟控制的时间响应曲线  
Fig. 16 Time response of  $v_{i,1}$  in TD and virtual control

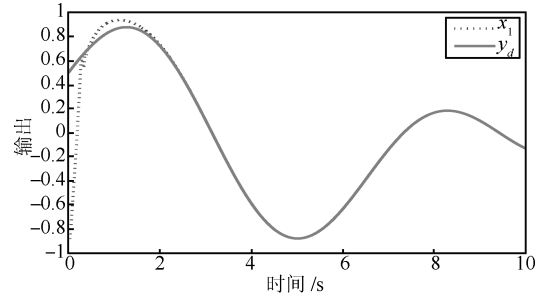


图 17  $x_1(t)$  的轨迹和其参考轨迹  $y_d$   
Fig. 17 Trajectory of  $x_1(t)$  and reference trajectory  $y_d$

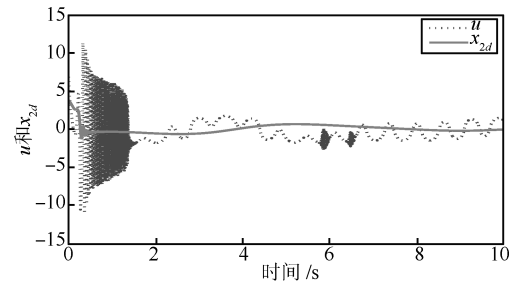


图 18 控制和虚拟控制曲线  
Fig. 18 Time response of control and virtual control

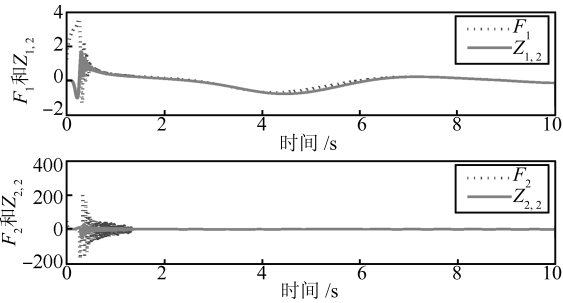


图 19 ESO 的状态和未知非线性的时间响应曲线  
Fig. 19 Time response of ESO states and unknown nonlinear

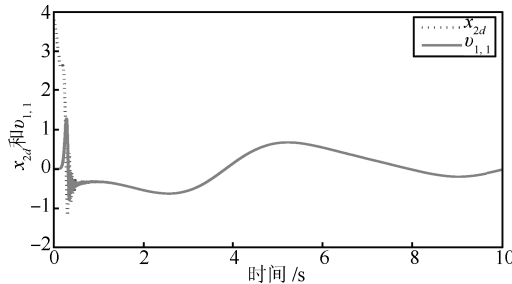


图 20 TD 的状态  $v_{1,1}$  和虚拟控制的时间响应曲线  
Fig. 20 Time response of  $v_{1,1}$  in TD and virtual control

### References

- 1 Krener A J, Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers. *System & Control Letters*, 1983, **3**(1): 47–52
- 2 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: John Wiley & Sons, 1995



- 3 Ge S S, Lee T H, Wang J. Adaptive control of nonaffine nonlinear systems using neural networks. In: Proceedings of the 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control. Rio Patras, Greece: IEEE, 2000. 13–18
- 4 Zhang T, Ge S S, Hang C C. Direct adaptive control of non-affine nonlinear systems using multi-layer neural networks. In: Proceedings of American Control Conference. Philadelphia, Pennsylvania: AACC, 1998. 515–519
- 5 Ge S S, Zhang J. Neural-network control of nonaffine nonlinear system with zero dynamics by state and output feedback. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, **14**(4): 900–918
- 6 Chen M, Ge S S. Direct adaptive neural control for a class of uncertain nonaffine nonlinear systems based on disturbance observer. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, **43**(4): 1213–1225
- 7 Cui L L, Luo Y H, Zhang H G. Adaptive critic design based robust neural network control for a class of continuous-time nonaffine nonlinear system. In: Proceedings of the 2011 International Conference on Modelling, Identification and Control. Shanghai, China: IEEE, 2011. 261–266
- 8 Labiod S, Guerra T M. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, **158**(10): 1126–1137
- 9 Labiod S, Guerra T M. Direct adaptive fuzzy control for non-affine nonlinear systems with unknown control direction. In: Proceedings of the 2011 International Conference on Fuzzy Systems. Taipei, China: IEEE, 2011. 2870–2875
- 10 Wang W Y, Chien Y H, Leu Y G, Lee T T. Adaptive T-S fuzzy-neural modeling and control for general MIMO unknown nonaffine nonlinear systems using projection update laws. *Automatica*, 2010, **46**(5): 852–863
- 11 Wang W Y, Chien Y H, Lee T T. Observer-based T-S fuzzy control for a class of general nonaffine nonlinear systems using generalized projection-update laws. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 2011, **19**(3): 493–504
- 12 Ge S S, Wang C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems. *Automatica*, 2002, **38**(4): 671–682
- 13 Sun G, Wang D, Li X Q, Peng Z H. A DSC approach to adaptive neural network tracking control for pure-feedback nonlinear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2013, **219**(11): 6224–6235
- 14 Park J H, Kim S H. Direct adaptive output-feedback fuzzy controller for a nonaffine nonlinear system. *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2004, **151**(1): 65–72
- 15 Park J H, Park G T, Kim S H, Moon C J. Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for nonaffine nonlinear system. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **153**(3): 429–445
- 16 Wen J. Adaptive fuzzy controller for a class of strict-feedback nonaffine nonlinear system. In: Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Control and Automation. Santiago, Chile: IEEE, 2011. 1255–1260
- 17 Wen J, Jiang C S. Adaptive fuzzy control for a class of chaotic systems with nonaffine inputs. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, **16**(1): 475–492
- 18 Han Jing-Qing. Auto-disturbances-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, **13**(1): 19–23 (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, **13**(1): 19–23)
- 19 Han Jing-Qing. Auto disturbances rejection control technique. *Frontier Science*, 2007, **1**(1): 24–31 (韩京清. 自抗扰控制技术. 前沿科学, 2007, **1**(1): 24–31)
- 20 Chen Zeng-Qiang, Sun Ming-Wei, Yang Rui-Guang. On the stability of linear active disturbance rejection control. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 574–580 (陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究. 自动化学报, 2013, **39**(5): 574–580)
- 21 Su Jian-Bo, Qiu Wen-Bin. Robotic calibration-free hand-eye coordination based on auto disturbances rejection controller. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(2): 161–167
- 22 Qiao Guo-Lin, Tong Chao-Nan, Sun Yi-Kang. Study on mould level and casting speed coordination control based on ADRC with DRNN optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(6): 641–648 (乔国林, 童朝南, 孙一康. 基于神经网络自抗扰控制的结晶器液位拉速协调系统研究. 自动化学报, 2007, **33**(6): 641–648)
- 23 Cheng Chun-Hua, Hu Yun-An, Wu Jin-Hua, Zou Qiang. Auto disturbance rejection controller of non-affine nonlinear systems with adaptive observers. *Control Theory & Application*, 2014, **31**(2): 148–158 (程春华, 胡云安, 吴进华, 邹强. 非仿射系统的自适应观测器自抗扰控制. 控制理论与应用, 2014, **31**(2): 148–158)
- 24 Huang Yi, Han Jing-Qing. Analysis and design for the second order nonlinear continuous extended states observer. *Chinese Science Bulletin*, 2000, **45**(13): 1373–1379 (黄一, 韩京清. 非线性连续二阶扩张状态观测器的分析与设计. 科学通报, 2000, **45**(13): 1373–1379)
- 25 Han Jing-Qing. *Active Disturbance Rejection Control Technique-The Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. 56–66 (韩京清. 自抗扰控制技术-估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2009. 56–66)
- 26 Levant A. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, 1998, **34**(3): 379–384
- 程春华 海军航空工程学院控制工程系博士研究生. 2010 年获海军航空工程学院硕士学位. 主要研究方向为自适应控制, 非线性控制. 本文通信作者. E-mail: chch715@126.com  
(CHENG Chun-Hua Ph.D. candidate at the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. He received his master degree from Naval Aeronautical and Astronautical University in 2010. His research interest covers adaptive control, and nonlinear control. Corresponding author of this paper.)
- 胡云安 海军航空工程学院控制工程系教授. 2004 年获哈尔滨工业大学电气工程与自动化学院博士学位. 主要研究方向为飞行器导航和控制系统设计, 非线性控制. E-mail: hya507@sina.com  
(HU Yun-An Professor at the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2004. His research interest covers aircraft guidance and control system design, and nonlinear control.)
- 吴进华 海军航空工程学院控制工程系教授. 主要研究方向为导航与制导控制, 控制系统仿真与测试. E-mail: hywjhua@sina.com  
(WU Jin-Hua Professor at the Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University. His research interest covers navigation and guidance, control system simulation and test.)