

# 改进强跟踪滤波算法及其在汽车状态估计中的应用

周聪<sup>1</sup> 肖建<sup>1</sup>

**摘要** 准确实时地获取汽车行驶过程中的状态变量, 对汽车底盘控制有着重要的意义, 而这些关键状态往往难以直接测量或者成本较高. 结合纵向、侧向和横摆三自由度非线性汽车模型, 将改进强跟踪滤波 (Improved strong track filter, ISTF) 算法应用到汽车的状态估计中, 并改进了算法的稳定性. 与扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 算法进行比较分析. 通过 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真和实车双移线实验验证算法, 结果表明, 该算法在估计精度、跟踪速度、抑制噪声等方面均优于扩展卡尔曼滤波算法, 满足汽车状态估计器的软件性能要求.

**关键词** 汽车动力学, 状态估计, 卡尔曼滤波器, 强跟踪滤波器

**引用格式** 周聪, 肖建. 改进强跟踪滤波算法及其在汽车状态估计中的应用. 自动化学报, 2012, 38(9): 1520–1527

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2012.01520

## Improved Strong Track Filter and Its Application to Vehicle State Estimation

ZHOU Cong<sup>1</sup> XIAO Jian<sup>1</sup>

**Abstract** Accurate and real time acquirement of vehicle state variables in running is of great significance to vehicle chassis control. However, these key state variables are not easy to measure directly or cheaply. An improved strong track filter (ISTF) which is much more stable is introduced in this paper. By using a nonlinear 3 degree-of-freedom vehicle model including longitudinal motion, lateral motion, and yaw motion, a state estimation algorithm was established and applied to vehicle state estimation. Comparison was made between extended Kalman filter (EKF) and ISTF. A double lane change test was carried out on Carsim and Matlab/Simulink co-simulation as well as on a real vehicle. The results showed that ISTF is better than EKF in the estimating accuracy, tracking speed, and restraining noise. It was proved that ISTF can satisfy the requirements of vehicle state estimation.

**Key words** Vehicle dynamics, state estimation, Kalman filter (KF), strong track filter (STF)

**Citation** Zhou Cong, Xiao Jian. Improved strong track filter and its application to vehicle state estimation. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(9): 1520–1527

为了提高汽车的安全性、稳定性以及驾驶舒适性, 越来越多的电控系统应用于汽车底盘控制当中. 如: 电子稳定程序 (Electronic stability program, ESP)、四轮转向控制 (Four wheel steering, 4WS)、主动转向控制 (Active steering control, ASC) 等通过控制车身的侧向和横摆运动来提高汽车的操纵稳定性; 主动侧倾控制 (Active roll control, ARC)、主动车身控制系统 (Active body control, ABC) 等通过控制车身的垂直、倾覆运动来改善汽车的驾驶舒适性. 为了实现这些系统的特定功能, 前提条件就是要准确获取汽车行驶中的关键状态, 如纵向车速、侧向加速度、横摆角速度、质心侧偏角等.

由于直接测量汽车行驶过程中的关键状态, 仍然存在测量成本高、精确测量难度大等问题. 因此, 应用状态估计的方法可以间接地获取相关的汽车状态. 如 Venhovens 等<sup>[1]</sup> 和 Gustaffson 等<sup>[2]</sup> 采用卡尔曼滤波器 (Kalman filter, KF) 估计汽车的侧向加速度、横摆角速度、轮胎力和路胎摩擦系数, Wenzel 等<sup>[3-4]</sup> 采用双扩展卡尔曼滤波器 (Dual extended Kalman filter, DEKF) 并行估计车辆的状态变量和参数变量; 另外, 也有一部分学者采用龙贝格观测器 (Luenberger observer) 和滑模观测器 (Sliding mode observer) 估计汽车的质心侧偏角和侧向力<sup>[5-6]</sup>.

在这些估计算法中, 基于 KF 的状态估计方法应用最为广泛, 在实车试验中也取得了较好的效果. 但是 KF 算法的设计难点在于: 1) 要求精确了解被观测系统的模型; 2) 要求系统噪声和测量噪声的统计特性已知. 虽然, 精确建立高阶状态非线性方程有利于逼近汽车的真实动态模型, 提高估计算法的精度, 但是, 控制器需要完成高阶矩阵运算, 计算量较大, 影响算法的实时性. 为了减小计算量以适用于汽车状态的在线估计, 本文利用纵向、侧向和横摆三自

收稿日期 2011-08-31 录用日期 2012-04-10  
Manuscript received August 31, 2011; accepted April 10, 2012  
国家自然科学基金 (51177137, 61134001), 中央高校基本科研业务费专项资金 (SWJTU11CX034) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (51177137, 61134001) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (SWJTU11CX034)  
本文责任编辑 胡昌华  
Recommended by Associate Editor HU Chang-Hua  
1. 西南交通大学电气工程学院 成都 610031  
1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031

由度非线性汽车模型建立状态估计算法. 由于 KF 算法不仅对模型不确定性的鲁棒性差, 还存在对突变状态跟踪能力弱等缺陷. 为克服以上缺陷, 本文引入强跟踪滤波器 (Strong track filter, STF) 算法的思想, 采用多重渐消因子有效地削弱了以往数据对模型误差的影响, 通过在线自适应调整增益矩阵和状态预测误差协方差矩阵, 使算法始终保持对汽车行驶状态的准确跟踪.

本文通过改进多重渐消因子的作用方式, 增强了强跟踪滤波算法的稳定性, 以适用于汽车行驶中的复杂工况. 通过 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真及实车试验, 分别运用 STF、ISTF 和 EKF 对车辆的纵向车速、横摆角速度及质心侧偏角等关键状态进行了实时估计. 结果表明, ISTF 算法比 EKF 能更好地抑制噪声, 跟踪能力更强、估计精度更高, 同时比原 STF 算法要稳定.

### 1 汽车的非线性动力学模型

用于分析汽车横摆和侧向运动的二自由度模型是一个假设汽车以匀速行驶的线性模型. 但在实际当中, 纵向车速是随时可能发生变化的, 而变化的纵向车速对汽车的横摆和侧向运动有显著的影响, 且构成状态变量之间的非线性关系. 本文由此建立横摆、侧向、纵向三自由度非线性汽车动力学模型.

如图 1 所示,  $X_e O_e Y_e$  为固定在水平面上的绝对坐标系,  $X_v O_v Y_v$  为固定在汽车质心上的车辆坐标系. 其中,  $X_v$  轴与汽车的纵向对称轴重合. 规定向前为正;  $Y_v$  轴通过车辆的质心  $O_v$  点, 规定向左为正; 所有  $X_e O_e Y_e$  平面内的角度和力矩以逆时针方向为正, 各矢量的分量以与坐标轴同向为正. 该三自由度汽车模型的状态方程和量测方程可描述为式 (1) 和式 (2).

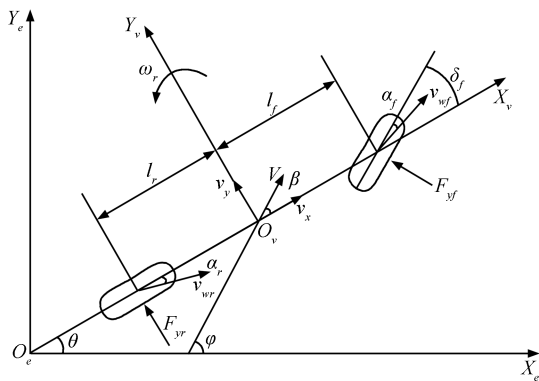


图 1 三自由度汽车动力学模型

Fig. 1 3 degree of freedom vehicle dynamic model

$$\begin{cases} \dot{w}_r = -\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z} \cdot \frac{w_r}{v_x} + \frac{l_r C_r - l_f C_f}{I_z} \cdot \beta + \frac{l_f C_f}{I_z} \cdot \delta_f \\ \dot{\beta} = \frac{l_r C_r - l_f C_f - m v_x^2}{m} \cdot \frac{w_r}{v_x^2} - \frac{C_f + C_r}{m} \cdot \frac{\beta}{v_x} + \frac{C_f}{m} \cdot \frac{\delta_f}{v_x} \\ \dot{v}_x = w_r \cdot \beta \cdot v_x + a_x \end{cases} \quad (1)$$

$$a_y = \frac{l_r C_r - l_f C_f}{m} \cdot \frac{w_r}{v_x} - \frac{l_f + l_r}{m} \cdot \beta + \frac{l_f}{m} \cdot \delta_f \quad (2)$$

式中状态变量  $\mathbf{x}(t) = [w_r(t) \ \beta(t) \ v_x(t)]^T$ , 输入变量  $\mathbf{u}(t) = [\delta_f(t) \ a_x(t)]^T$ , 观测变量为  $a_y(t)$ . 各参数的定义见表 1.

表 1 车辆模型参数表

Table 1 Parameters of vehicle dynamic model

名称	变量
横摆角速度	$w_r$ (rad · s <sup>-1</sup> )
质心侧偏角	$\beta$ (rad)
纵向车速	$v_x$ (m · s <sup>-1</sup> )
前轮转角	$\delta_f$ (rad)
侧向加速度	$a_y$ (m · s <sup>-2</sup> )
纵向加速度	$a_x$ (m · s <sup>-2</sup> )
车辆质量	$m = 1\ 429$ (kg)
绕 $Z_v$ 轴转动惯量	$I_{z_v} = 1\ 765$ (kg · m <sup>2</sup> )
前轴轴距	$l_f = 1.05$ (m)
后轴轴距	$l_r = 1.569$ (m)
前轴等效侧偏刚度	$C_f = 145\ 000$ (N · rad <sup>-1</sup> )
后轴等效侧偏刚度	$C_r = 268\ 000$ (N · rad <sup>-1</sup> )

## 2 基于改进 STF 的汽车非线性状态估计算法设计

### 2.1 强跟踪滤波算法思想

考虑如下非线性系统的状态估计问题:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \Gamma_k \cdot \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_{k+1} \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $k$  为离散时间变量,  $\mathbf{x}$  为状态向量,  $\mathbf{u}$  为输入向量,  $\mathbf{y}$  为输出向量.  $f, h$  分别为非线性函数, 且具有关于状态的一阶连续偏导数.  $\Gamma$  为状态噪声系数矩阵,  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  分别为高斯分布的过程和量测噪声, 满足以下统计特性:  $E(\mathbf{w}_k) = E(\mathbf{v}_k) = 0, E(\mathbf{w}_k \cdot \mathbf{v}_k^T) = 0, E(\mathbf{w}_k \cdot \mathbf{w}_j^T) = Q_k, E(\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_j^T) = R_k, E(\mathbf{w}_k \cdot \mathbf{v}_j^T) = 0$ , 其中,  $Q_k$  为对称非负定阵,  $R_k$  为对称正定阵. 初始

状态  $\mathbf{x}(0)$  为高斯分布的随机向量, 具有统计特性  $E(\mathbf{x}(0)) = \mathbf{x}_0$ ,  $E([\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0][\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0]^T) = P_0$ , 并且  $\mathbf{x}(0)$  与  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  统计独立.

文献 [7] 在扩展卡尔曼滤波器 (Extended Kalman filter, EKF) 的基础上提出强跟踪滤波算法, 通过引入多重次优渐消因子, 迫使残差具有正交性或近似正交性, 来克服动态系统的未建模误差. 并通过对在线自适应调整增益矩阵和状态预测误差协方差矩阵, 使算法同时具有跟踪突变状态的能力, 提高对目标的跟踪性能. STF 算法的迭代过程如式 (4) 所示<sup>[8]</sup>.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1,k} &= f(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k) \\ P_{k+1,k} &= \Lambda_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T + \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \\ K_{k+1} &= P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T \times \\ &\quad \left[ H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T + \hat{R}_{k+1} \right]^{-1} \\ S_{k+1} &= \mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k+1,k} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k+1,k} + K_{k+1} \cdot S_{k+1} \\ P_{k+1} &= [I - K_{k+1} \cdot H_{k+1}] \cdot P_{k+1,k} \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $F_k = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k}$ ,  $H_{k+1} = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k+1,k}}$ ,  $\Lambda_{k+1} = \text{diag}\{\lambda_{1,k+1}, \lambda_{2,k+1}, \dots, \lambda_{n,k+1}\}$  为多重渐消因子矩阵. 由系统先验知识确定  $\lambda_{1,k+1} : \lambda_{2,k+1} : \dots : \lambda_{n,k+1} = a_1 : a_2 : \dots : a_n$ , 令  $\lambda_{i,k+1} = a_i \cdot c_{k+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 其中,  $a_i \geq 1$  为预先确定的常数,  $c_{k+1}$  为待定因子, 则多重次优渐消因子  $\lambda_{i,k+1}$  由式 (5) ~ 式 (9) 求得, 其中引入遗忘因子  $\rho$  和弱化因子  $\beta$ .

$$V_{k+1} = \begin{cases} S_1 \cdot S_1^T, & k = 0 \\ \frac{\rho \cdot V_k - S_{k+1} \cdot S_{k+1}^T}{1 + \rho}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$N_{k+1} = V_{k+1} - \beta \cdot R_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \cdot H_{k+1}^T \quad (6)$$

$$M_{k+1} = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \times F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot H_{k+1}^T \cdot H_{k+1} \quad (7)$$

$$c_{k+1} = \frac{\text{tr}[N_{k+1}]}{\text{tr}[M_{k+1}]} \quad (8)$$

$$\lambda_{i,k+1} = \begin{cases} a_i \cdot c_{k+1}, & a_i \cdot c_{k+1} > 1 \\ 1, & a_i \cdot c_{k+1} \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

未引入渐消因子的 EKF 算法中, 最优估计值  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  是在一步预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1,k}$  的基础上依靠新息残差  $S_{k+1}$  与增益矩阵  $K_{k+1}$  的乘积进行修正的.  $K_{k+1}$  的值直接反映了算法在估计过程中的修正能力. 而

误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  和  $P_{k+1}$  为正定对称矩阵, 必有:

$$\begin{cases} H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T > 0 \\ (P_{k+1,k} \cdot H_{k+1})(P_{k+1,k} \cdot H_{k+1})^T > 0 \end{cases} \quad (10)$$

因此有  $\frac{(P_{k+1,k} \cdot H_{k+1})(P_{k+1,k} \cdot H_{k+1})^T}{H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T + R_{k+1}} > 0$ , 根据  $K_{k+1}$  和  $P_{k+1}$  的计算公式, 可得  $K_{k+1} \cdot H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} = P_{k+1,k} - P_{k+1} > 0$ . 故  $P_{k+1,k}$  和  $P_{k+1}$  是递减的对称正定矩阵, 当  $k \rightarrow \infty$  时,  $P_{k+1} \rightarrow 0$ , 增益矩阵  $K_{k+1}$  也随之趋近于零向量, 故 EKF 算法就失去了跟踪突变的能力.

## 2.2 问题分析

最早的 STF 算法正是在 EKF 算法的基础上引入单重次优渐消因子  $\lambda_1(k+1)$ , 实时调整一步预测误差协方差阵以及相应的增益矩阵, 实现对过去的的数据渐消, 减弱老数据对当前估计值的影响, 保证了算法跟踪突变状态的能力. 为了分别对不同的数据通道, 以不同的速率进行渐消, 得到更高性能的滤波器, 多重次优渐消因子矩阵  $\Lambda_{k+1} = \text{diag}\{\lambda_{1,k+1}, \lambda_{2,k+1}, \dots, \lambda_{n,k+1}\}$  被引入到算法当中, 当  $\Lambda_{k+1}$  中各渐消因子相等时, 其退化为单重次优渐消因子算法的 STF.

由预测误差协方差矩阵的求解方程可知, 原有的单重次优渐消因子对  $P_{k+1,k}$  的对称性不会有任何影响. 考虑 STF 算法 (4) 中求解  $P_{k+1,k}$  的过程:

$$P_{k+1,k} = \Lambda_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T + \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \quad (11)$$

式中, 当前时刻的误差协方差阵  $P_k$  和噪声协方差阵  $Q_k$  均为对称正定阵.  $P_k$  左右互乘非线性函数  $f$  的雅克比阵  $F_k$  及其转置阵  $F_k^T$  所得多项式  $F_k \cdot P_k \cdot F_k^T$  也是对称正定的. 同理, 多项式  $\Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T$  也满足对称正定性.

当  $\Lambda_{k+1}$  中各次优渐消因子不相等时, 即  $\lambda_{1,k+1} \neq \lambda_{2,k+1} \neq \dots \neq \lambda_{n,k+1}$ ,  $\Lambda_{k+1} = \text{diag}\{\lambda_{1,k+1}, \lambda_{2,k+1}, \dots, \lambda_{n,k+1}\}$  为一个对角元素不相等的对角矩阵, 如果  $\Lambda_{k+1}$  左乘对称正定矩阵  $F_k \cdot P_k \cdot F_k^T$ , 即有:

$$\Delta = \text{diag}\{\lambda_{1,k+1}, \lambda_{2,k+1}, \dots, \lambda_{n,k+1}\} \times F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \quad (12)$$

由简单的数学算例可知, 对角元素不等的对角阵乘以对称阵所得矩阵不一定满足对称性. 所以, 式 (12) 中  $\Delta$  未必是对称矩阵.

将式 (12) 代入式 (11):

$$P_{k+1,k} = \Delta + \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \quad (13)$$

显然, 一步预测误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  会变成非对称矩阵, 从而在更新误差协方差阵的时候无法保证  $P_{k+1}$  的对称性, 最终导致  $P_{k+1,k} - P_{k+1}$  失去正定性, 造成状态估计偏离真值越来越远, 出现滤波发散的现象.

### 2.3 改进强跟踪滤波算法设计

为了保留原 STF 算法中  $\Lambda_{k+1}$  对实时调整  $P_{k+1,k}$  和  $K_{k+1}$  所起的关键作用, 同时避免原  $\Lambda_{k+1}$  作用方式可能对  $P_{k+1,k}$  对称性造成破坏以及引发的滤波发散, 本文在原 STF 算法的基础上, 借鉴 Cholesky 三角化分解思想, 通过改变多重次优渐消因子矩阵  $\Lambda_{k+1}$  在一步预测误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  中的作用方式, 将 STF 算法进行改进, 保证了每次迭代过程中  $P_{k+1,k}$  的对称性, 增强了算法的稳定性, 同时使改进的 STF 算法仍然保持强跟踪特性. 于是, 修改 STF 算法 (4) 中一步预测误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  的求解方程为

$$P_{k+1,k} = \bar{\Lambda}_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{\Lambda}_{k+1}^T + \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \quad (14)$$

基于 Cholesky 三角化分解思想, 式 (14) 中,  $\bar{\Lambda}_{k+1}$  可由原多重次优渐消因子矩阵  $\Lambda_{k+1}$  通过下面式 (15) 分解得到, 其中  $\bar{\Lambda}_{k+1} = \text{diag}\{\sqrt{\lambda_{1,k+1}}, \sqrt{\lambda_{2,k+1}}, \dots, \sqrt{\lambda_{n,k+1}}\}$ .

$$\Lambda_{k+1} = \bar{\Lambda}_{k+1} \cdot \bar{\Lambda}_{k+1}^T \quad (15)$$

相应修改渐消因子求解过程中矩阵  $M_{k+1}$  的计算公式 (7) 如下:

$$M_{k+1} = \bar{A} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{A}^T \cdot H_{k+1}^T \cdot H_{k+1} \quad (16)$$

式中  $\bar{A} = \text{diag}\{\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \dots, \sqrt{a_n}\}$ . 因此, 新的一步预测误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  在每次迭代过程中都保证具有对称性, 也增强了算法的稳定性. 另外, 为了确保改进 STF 算法仍然具有强跟踪特性, 依据强跟踪滤波算法的定义, 则需要证明改进的算法仍然满足如下正交性原理.

$$E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T) = \min \quad (17)$$

$$E(S_{k+1+j} \cdot S_{k+1}^T) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (18)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

首先, 引入如下定理 1.

**定理 1.** 令  $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k,k}$ , 其中,  $\hat{\mathbf{x}}_{k,k}$  为 STF 算法得到的状态估计值, 若  $O[|\boldsymbol{\varepsilon}_k|^2] \ll O[|\boldsymbol{\varepsilon}_k|]$  成

立, 则有下式成立:

$$E(S_{k+1+j} \cdot S_{k+1}^T) \approx H_{k+1+j} \cdot F_{k+j} \times$$

$$[F_{k+j-1} - K_{k+j} \cdot H_{k+j} \cdot F_{k+j-1}] \times \dots \times$$

$$[F_{k+1} - K_{k+2} \cdot H_{k+2} \cdot F_{k+1}] \times$$

$$(P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T - K_{k+1} \cdot V_{k+1}) \quad (19)$$

**证明.** 证明过程可参见文献 [9], 此处只给出证明过程中的主要不同之处. 为实现 STF 算法的强跟踪特性, 在每一步迭代过程中, 应通过在线调整增益矩阵  $K_{k+1}$ , 从而满足  $E(S_{k+1+j} \cdot S_{k+1}^T) = 0, k = 0, 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots$ , 由定理 1 知, 可将此条件转换为选择适当的时变增益矩阵  $K_{k+1}$ , 使得式 (20) 成立, 则正交性原理必然满足.

$$P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T - K_{k+1} \cdot V_{k+1} = 0 \quad (20)$$

式中, 残差协方差阵  $V_{k+1}$  仍可由式 (5) 求得, 将式 (4) 中的  $K_{k+1}$  代入式 (20), 可得:

$$P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T \times$$

$$\left[ I - V_{k+1} (H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \right] = 0 \quad (21)$$

上式成立的一个充分条件是:

$$H_{k+1} \cdot P_{k+1,k} \cdot H_{k+1}^T = V_{k+1} - R_{k+1} \quad (22)$$

将式 (14) 中修改的一步预测误差协方差阵  $P_{k+1,k}$  代入式 (22), 可得:

$$H_{k+1} (\bar{\Lambda}_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{\Lambda}_{k+1}^T + \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T) \times$$

$$H_{k+1}^T = V_{k+1} - R_{k+1} \Leftrightarrow$$

$$H_{k+1} \times \bar{\Lambda}_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{\Lambda}_{k+1}^T \cdot H_{k+1}^T =$$

$$V_{k+1} - R_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \cdot H_{k+1}^T \quad (23)$$

对式 (23) 两边求矩阵的迹, 并应用矩阵迹的如下性质:  $\text{tr}[AB] = \text{tr}[BA]$ ,  $\text{tr}[A] = \text{tr}[A^T]$ , 可得:

$$\text{tr}[\bar{\Lambda}_{k+1} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{\Lambda}_{k+1}^T \cdot H_{k+1}^T \cdot H_{k+1}] =$$

$$\text{tr}[V_{k+1} - R_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \cdot H_{k+1}^T] \quad (24)$$

将  $\bar{\Lambda}_{k+1} = \text{diag}\{\sqrt{\lambda_{1,k+1}}, \sqrt{\lambda_{2,k+1}}, \dots, \sqrt{\lambda_{n,k+1}}\}$  及式 (9) 代入式 (24), 并按式 (16) 和式 (6) 定义  $M_{k+1}$  和  $N_{k+1}$ , 可得:

$$c_{k+1} = \frac{\text{tr}[N_{k+1}]}{\text{tr}[M_{k+1}]} \quad (25)$$

其中,  $M_{k+1} = \bar{A} \cdot F_k \cdot P_k \cdot F_k^T \cdot \bar{A}^T \cdot H_{k+1}^T \cdot H_{k+1}$ ,  $N_{k+1} = V_{k+1} - \beta \cdot R_{k+1} - H_{k+1} \cdot \Gamma_k \cdot Q_k \cdot \Gamma_k^T \cdot H_{k+1}^T$ , 此处已引入弱化因子  $\beta$ .  $\square$

至此可知改进 STF 算法仍然满足正交性原理, 因此改进 STF 算法具有强跟踪特性.

下面给出改进的 STF 算法的迭代步骤:

**步骤 1.** 令  $k = 0$ , 设置初始值  $\mathbf{x}_0, P_0$ , 噪声协方差阵  $Q, R$ , 设置参数  $a_i, \rho, \beta$ .

**步骤 2.** 由式 (4) 和式 (8) 计算出  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1,k}$  和残差  $S_{k+1}$ , 以及系数矩阵  $F_k, H_{k+1}$ .

**步骤 3.** 由式 (5) 计算残差协方差阵  $V_{k+1}$ , 联同式 (9)、式 (15) 和式 (25) 计算出多重次优渐消因子矩阵  $\Lambda_{k+1}$ .

**步骤 4.** 由式 (14) 计算出  $P_{k+1,k}$ , 最后由式 (4) 更新增益矩阵  $K_{k+1}$ 、状态估计  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  和误差协方差阵  $P_{k+1}$ .

**步骤 5.**  $k + 1 \rightarrow k$ , 若  $k$  达到设定结束步数, 则终止算法; 否则, 转向步骤 2, 继续迭代循环.

### 3 基于 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真的算法验证与分析

#### 3.1 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真环境

Carsim<sup>[10]</sup> 是一款由美国 Mechanical Simulation Corporation 开发的汽车动力学仿真软件. Carsim 软件采用实际车辆的数据, 可以仿真驾驶员、路面及车辆动力学输入的响应, 主要用来预测和仿真汽车的操纵稳定性、制动性、平顺性、动力性和经济性. 本文基于 Carsim 与 Matlab/Simulink 联合仿真环境建立改进强跟踪滤波器估算汽车状态, 通过它为滤波器提供控制输入和测量输出, 将算法估计值与输出值进行比较, 验证算法的有效性. 图 2 为基于 Carsim 和 Matlab/Simulink 的仿真框图.

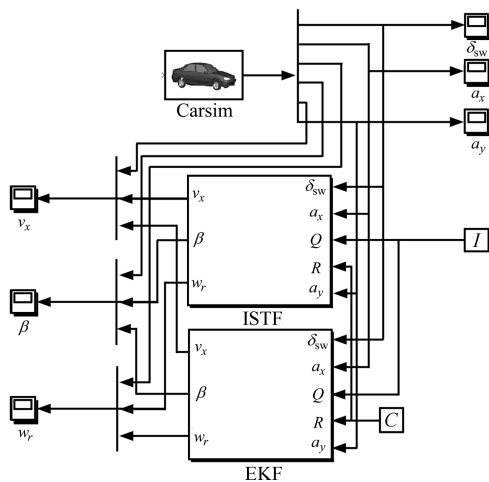


图 2 基于 Carsim 和 Matlab/Simulink 的仿真框图  
Fig. 2 Block diagram of simulation based on Carsim and Matlab/Simulink

在 Carsim 中采用某款 SUV 的实车参数 (见表 1), 虚拟仿真 ISO 双移线试验, 采样时间为 0.025 s. 图 3 为双移线试验的汽车行驶路径, 输入信号前轮转角  $\delta_f$  和纵向加速度  $a_x$  以及观测信号侧向加速度  $a_y$  如图 4 所示.

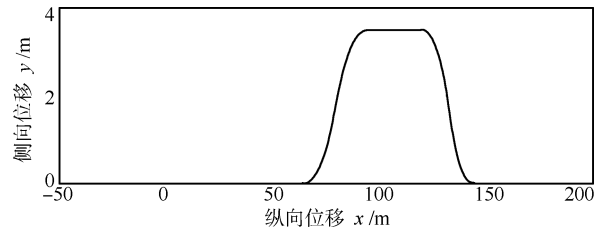


图 3 双移线试验行驶路径  
Fig. 3 Path of double lane change test

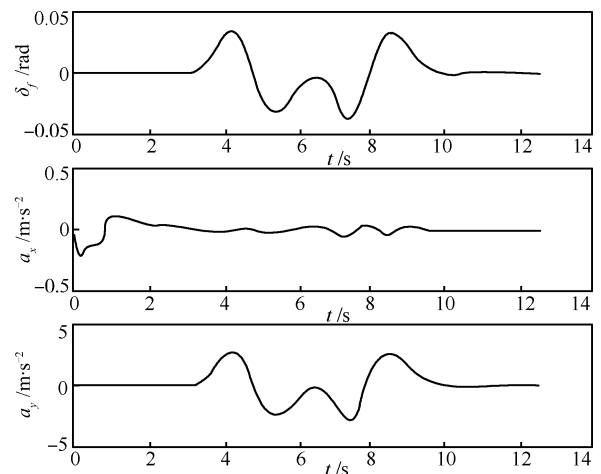


图 4 输入控制信号与观测信号  
Fig. 4 Input signal and observed signal from Carsim

#### 3.2 算法验证与分析

为了验证改进 STF (Improved STF, ISTF) 算法的可靠性与有效性, 并研究不同多重渐消因子矩阵  $\Lambda_{k+1}$  作用方式对 STF 算法的影响, 本文通过设置两种不同  $\Lambda_{k+1}$  初值工况, 来分析比较 ISTF、STF 和 EKF 算法的估计性能. 这两种  $\Lambda_{k+1}$  的初值选择为: 1)  $\Lambda_{k+1}$  初值中的次优渐消因子值相等, 比如取  $\lambda_1(0) = \lambda_2(0) = \lambda_3(0) = 1$ ; 2)  $\Lambda_{k+1}$  初值中的次优渐消因子值相差较大, 比如取  $\lambda_1(0) = 1, \lambda_2(0) = 1, \lambda_3(0) = 10$ .

##### 3.2.1 $\Lambda_0 = \text{diag}\{\lambda_{1,0}, \lambda_{2,0}, \lambda_{3,0}\} = \text{diag}\{1, 1, 1\}$

通常无任何先验知识的情况下, 次优渐消因子的初值可取为  $\lambda_i(0) = 1$ . 本文先在  $\Lambda_0 = \text{diag}\{\lambda_{1,0}, \lambda_{2,0}, \lambda_{3,0}\} = \text{diag}\{1, 1, 1\}$  的情况下仿真汽车双移线实验, 并应用 STF、ISTF 和 EKF 算法

估计汽车的状态. 图 5 是纵向车速  $v_x$ 、横摆角速度  $w_r$ 、质心侧偏角  $\beta$  等关键状态参数基于 STF、ISTF 和 EKF 算法的估计结果, 并将其与 Carsim 的实际输出值进行了比较.

设置算法的初始参数:  $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $P_0 = 10^5 I_{3 \times 3}$ , 并设置 STF、ISTF 和 EKF 具有相同的噪声协方差阵  $Q_{\text{STF}} = 10^{-5} I_{3 \times 3}$ ,  $Q_{\text{ISTF}} = 10^{-5} I_{3 \times 3}$ ,  $Q_{\text{EKF}} = 10^{-5} I_{3 \times 3}$ ,  $R_{\text{STF}} = R_{\text{ISTF}} = R_{\text{EKF}} = 0.01$ .

从图 5(a)~5(c) 中可以看出, 在没有加入噪声的情况下, 基于 STF、ISTF 和 EKF 算法得到的汽车非线性状态符合实际情况, 三种算法的估计值非常接近, 在纵向速度、横摆角速度、质心侧偏角等峰值处, EKF 算法的估计精度不如 STF、ISTF 算法. 在  $t = 4 \sim 10$  s 区间内, 汽车进入移线行驶状态, 纵向车速、横摆角速度及质心侧偏角等状态在此区间内发生急剧变化. 如图 5 所示, 由于状态的噪声协方差阵取值过小, EKF 算法在曲线的上升和下降阶段明显存在滞后, 而 STF、ISTF 算法采用了多重次优渐消因子迫使估计残差具有正交性, 增强了对突变状态的跟踪能力, 从而能够很好地跟踪变化中的状态值. 因此在跟踪速度方面, STF 和 ISTF 的性能一致, 并强于 EKF 算法. 由图 5(d)~5(f) 可见, 当量测值中加入零均值、均方差为 0.04 的白噪声时, STF、ISTF 和 EKF 在估计纵向车速和横摆角速度时, 均能有效抑制噪声, 且具有很高的估计精度, 这是因为算法中的噪声协方差阵  $Q$  取值较小, 能有效避免估计值的波动, 从而削弱噪声带来的影响. 而在

估计质心侧偏角时, 噪声协方差阵  $Q$  的取值相对较大, EKF 算法无法抑制噪声的影响, 导致估计精度严重下降, 甚至可能发散. 而 STF、ISTF 算法在渐消因子的作用下, 能有效地抵消噪声的作用, 算法仍然能达到很高的精度. 因此, STF 和 ISTF 均具有较强的抑制噪声能力, 且都强于 EKF 算法.

总体来说, 汽车状态估计值能与 Carsim 输出值较好的吻合. 为了定量地比较 STF、ISTF 和 EKF 算法的估计精度, 表 2 中给出三种算法的估计值相对于实际值的平均绝对误差指标 (Mean absolute error, MAE) 和均方根误差指标 (Root mean square error, RMSE), 计算公式如下:

$$\text{MAE}(x) = \frac{\sum_{k=1}^n |\hat{x}_k - x_{\text{Carsim}}(k)|}{n} \quad (26)$$

$$\text{RMSE}(x) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (\hat{x}_k - x_{\text{Carsim}}(k))^2}{n}} \quad (27)$$

从表 2 中最为常用的两个误差分析指标可以更加直观地看出在同等条件下, STF 与 ISTF 算法的估计精度一致, 并略高于 EKF 算法的估计精度.

综上所述, 在汽车行驶过程中存在状态突变和噪声干扰的复杂工况下, STF 与 ISTF 算法在估计精度、实时跟踪能力和抑制噪声等方面均强于 EKF 算法.

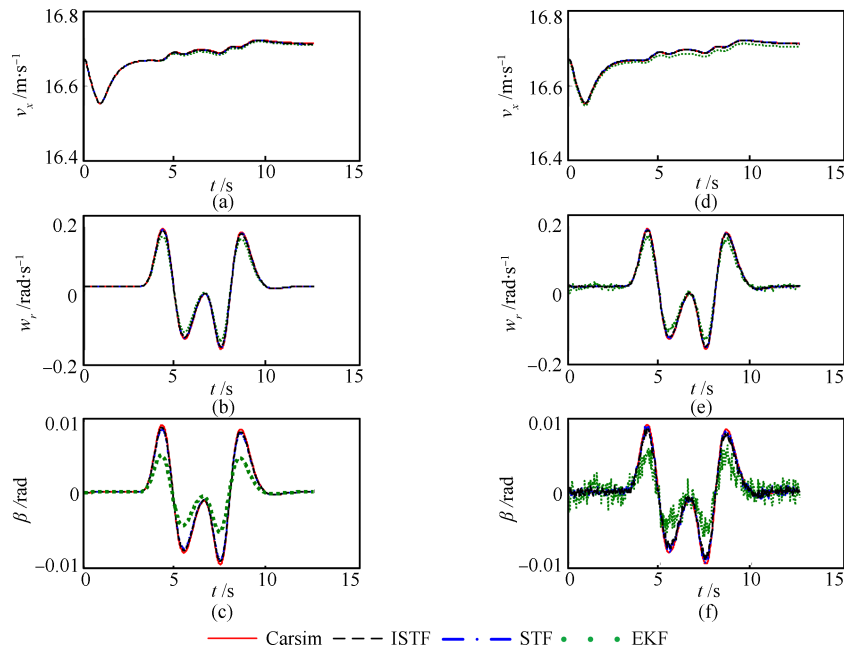


图 5 汽车状态估计值与 Carsim 输出值的对比曲线

Fig. 5 Comparison between estimated value and Carsim value

表2 三种算法的MAE指标和RMSE指标  
Table 2 MAE and RMSE of three algorithms

算法	MAE			RMSE		
	$v_x$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$w_r$ ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\beta$ (rad)	$v_x$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$w_r$ ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\beta$ (rad)
ISTF	0.067	0.0144	0.0011	0.084	0.0229	0.0018
STF	0.070	0.0150	0.0013	0.089	0.0230	0.0020
EKF	0.0286	0.0608	0.0035	0.355	0.0962	0.0055

### 3.2.2 $\Lambda_0 = \text{diag}\{\lambda_{1,0}, \lambda_{2,0}, \lambda_{3,0}\} = \text{diag}\{1, 1, 10\}$

当由先验知识得知某分量状态  $\mathbf{x}_i(k+1)$  易于突变时, 可相应增大渐消因子  $\lambda_i(k+1)$  的取值, 有助于对  $\mathbf{x}_i(k+1)$  的快速跟踪. 然而如前文所述, 由于原 STF 算法中  $\Lambda_{k+1}$  的作用方式, 当  $\Lambda_{k+1}$  中各次优渐消因子不相等时, 会破坏对称性, 最终在算法的迭代过程中, 导致滤波出现发散现象.

考虑到汽车双移线试验, 初始阶段纵向车速  $v_x$  易于突变, 因此增大其相应的次优渐消因子初值  $\lambda_{3,0} = 10$ , 本文在同等条件下, 改变  $\Lambda_0 = \text{diag}\{\lambda_{1,0}, \lambda_{2,0}, \lambda_{3,0}\} = \text{diag}\{1, 1, 10\}$  的取值, 再次仿真汽车双移线试验, 比较 STF 与 ISTF 算法的性能.

从图 6(a)~6(c) 可以看出, 在双移线试验的过程中, ISTF 算法始终能够稳定地运行, 并能准确地估计和跟踪汽车的运行状态. 而图 6(d)~6(f) 表明, 从  $t = 4\text{s}$  开始, 汽车进入移线行驶状态, 纵向车速、横摆加速度及质心侧偏角等状态此时发生急剧变化, 相应的次优渐消因子也会增大, 这种变化破坏

了对称性, 导致随后的迭代过程中 STF 算法发散, 以致失去对汽车状态的估计能力.

由此可得, ISTF 算法对于初始多重次优渐消因子的取值比 STF 算法具有更强的鲁棒性, 从而算法更稳定.

## 4 实车试验验证

按照 ISO3888-1-1999 标准进行某轻型 SUV 汽车的急剧双移线场地试验, 在试验车上安装力矩转角传感器来测试方向盘的转角, 通过车载陀螺仪测试汽车的横摆角速度和侧向加速度等信号, 另外采用非接触式速度传感器测试纵向车速. 通过离线计算对实车试验数据和 ISTF 算法的结果进行了对比. 因成本和安装条件限制, 实车中未能安装直接测量质心侧偏角的非接触光学传感器, 故本文未对其进行验证. 图 7 和图 8 给出了纵向车速和横摆角速度的试验值与 ISTF 算法估计值的对比曲线, 如图中所示, 对于汽车在双移线试验中状态发生突变的过程, 算法能快速跟踪, 并将动态误差控制在 10% 以内. 对于实际系统中存在噪声等扰动因素, 由于 ISTF 算法中渐消因子的变化作用, 削弱了噪声的影响, 使得状态的估计仍然比较平稳. 总体来说估计值与试验值基本保持了一致, 产生误差的原因与传感器的测量误差以及在实车上的安装位置有着一定的关系.

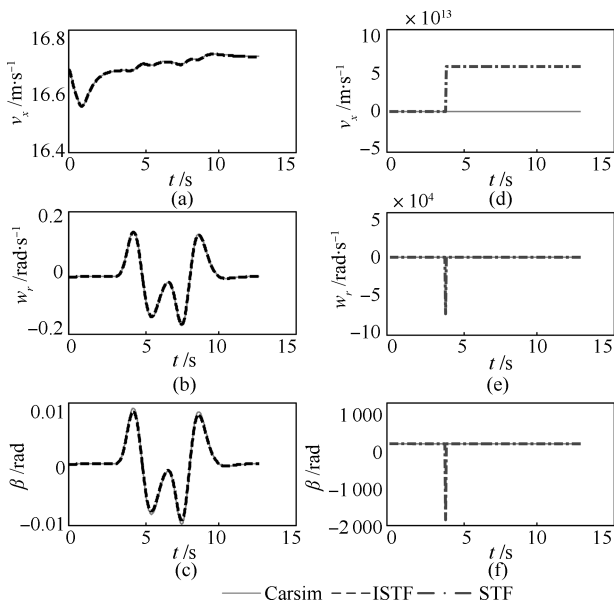


图6 ISTF 和 STF 在  $\Lambda_0 = \text{diag}\{1, 1, 10\}$  的估计曲线  
Fig. 6 Estimation of ISTF and STF when  $\Lambda_0 = \text{diag}\{1, 1, 10\}$

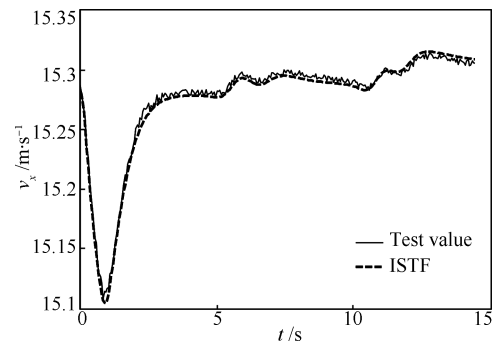


图7 纵向车速的估计值与试验值的对比曲线  
Fig. 7 Comparison of vehicle longitudinal velocity between estimated value and test value

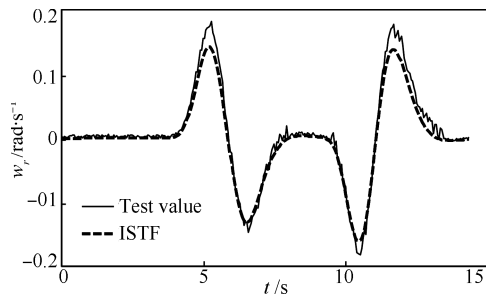


图 8 横摆角速度的估计值与试验值的对比曲线

Fig. 8 Comparison of yaw rate between estimated value and test value

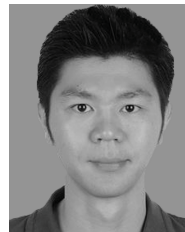
## 5 结论

本文基于 STF 算法, 引入 Cholesky 三角化分解思想, 对原 STF 算法进行改进, 增强了算法的稳定性. 另外结合简化的 3 自由度非线性汽车模型, 建立了对车身纵向、侧向和横摆稳定性控制所需关键状态的估计算法. 通过 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真, 比较同等条件下的 ISTF、STF 和 EKF 算法. 仿真结果表明, 在未知先验知识的情况下, ISTF 算法与 STF 算法性能相近, 均比传统 EKF 算法具有更高的估计精度、抑制噪声和跟踪突变状态的能力. 同时, ISTF 算法对于初始多重次优渐消因子的取值比 STF 算法具有更强的鲁棒性, 进而更稳定. 在实车双移线试验中, 通过比较纵向车速和横摆角速度等状态的试验值与 ISTF 算法的估计值, ISTF 算法能够抑制试验中的噪声, 并准确、及时地估计出汽车行驶中的状态, 满足汽车状态估计器的要求, 具有很强的实用性.

## References

- 1 Venhovens Pau J T, Naab Karl. Vehicle dynamics estimation using Kalman filters. *Vehicle System Dynamics*, 1999, **32**(2-3): 171-184
- 2 Gustaffson F, Persson N, Drevö M, Lofgren M. Virtual sensors of tire pressure and road friction. In: Proceedings of the 2001 Society of Automotive Engineers World Congress. Detroit, USA: SAE, 2001. 2001-01-0796
- 3 Wenzel T A, Burnham K J, Blundell M V, Williams R A. Dual extended Kalman filter for vehicle state and parameter estimation. *Vehicle System Dynamics*, 2006, **44**(2): 153-171
- 4 Wenzel T A, Burnham K J, Blundell M V, Williams R A. Kalman filter as a virtual sensor: applied to automotive stability systems. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2007, **29**(2): 95-115
- 5 Tseng H E. A sliding mode lateral velocity observer. In: Proceedings of the 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control. Hiroshima, Japan: AVEC, 2002. 387-392

- 6 Stéphant J, Charara A, Meizel D. Virtual sensor: application to vehicle sideslip angle and transversal forces. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, **51**(2): 278-289
- 7 Zhou Dong-Hua, Xi Yu-Geng, Zhang Zhong-Jun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter. *Acta Automatica Sinica*, 1991, **17**(6): 689-695  
(周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器. 自动化学报, 1991, **17**(6): 689-695)
- 8 Zhou Dong-Hua. *Introduction to Adaptive Control of Non-Linear Systems*. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. 44-75  
(周东华. 非线性系统的自适应控制导论. 北京: 清华大学出版社, 2002. 44-75)
- 9 Zhou Dong-Hua, Ye Yin-Zhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 60-76  
(周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000. 60-76)
- 10 Arbor A. *CarSim Reference Manual*. USA: Mechanical Simulation Corporation, 2005. 30-53



周聪 西南交通大学电气工程学院博士研究生. 分别于 2003 年和 2006 年获得湖南大学机械设计制造及其自动化专业学士学位和机械电子工程专业硕士学位. 主要研究方向为计算机控制与汽车电子. 本文通信作者.

E-mail: zc@my.swjtu.edu.cn

(ZHOU Cong Ph.D. candidate at the School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University. He received his bachelor degree in mechanical engineering and automation in 2003, and his master degree in mechanical electronic engineering from Hunan University in 2006, respectively. His research interest covers computer control and automotive electronics. Corresponding author of this paper.)



肖建 西南交通大学电气工程学院教授. 1982 年获得湖南大学电气工程系工学硕士学位, 1989 年获得西南交通大学获工学博士学位. 主要研究方向为智能控制, 计算机控制系统及交流调速控制系统. E-mail: jian\_x@126.com

(XIAO Jian Professor at the School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University. He received his master degree from the Department of Electrical Engineering, Hunan University in 1982, and his Ph.D. degree from the School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University in 1989. His research interest covers intelligent control, computer control system, and control engineering of electrical drives.)