基于新信息优先的强化缓冲算子的构造及应用

戴文战 [1,2] 苏 永 [1]

摘 要 现实问题中存在这样一类非负单调递增 (或衰减) 序列, 其早期数据增长 (或衰减) 缓慢, 但从最末一个数据开始, 系统由于受到外部强烈的激励, 最新数据 $x(n)$ 大幅增大 (或减小), 且定性分析的结果也表明这种强激励带来的快速增长 (或衰减) 的态势在未来还会持续. 针对这样一类序列的预测建模问题, 本文在缓冲算子公理体系下, 提出了利用最新信息 $x(n)$ 所反映的序列快速增长 (或衰减) 的 "端倪" 构造一类新的强化缓冲算子的方法, 给出了相关定理及其详细证明. 理论分析和实证表明, 基于新信息优先的强化缓冲算子建立的灰色模型能够有效地提高这类序列的预测精度.

关键词 新信息, 强化缓冲算子, 增长率, 预测精度

引用格式 戴文战, 苏永. 基于新信息优先的强化缓冲算子的构造及应用. 自动化学报, 2012, **38**(8): 1329−1334

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.01329

New Strengthening Buffer Operators and Their Applications Based on Prior Use of New Information

DAI Wen-Zhan[1,2] SU Yong[1]

Abstract In practice, there is a kind of sequence in which its increase (or decrease) rate of the former part is relatively slow but after that end time, the latest data $x(n)$ presents a fast growth (or decline) trend because the system is greatly subject to outside factors. And it is proved by qualitative analysis that this trend will last. For modeling this kind of sequence, novel strengthening buffer operators are put forward based on the prior use of latest information, and the relevant theorems are proved according to the axiomatic of buffer operators. The theoretical analysis and empirical test show that strengthening buffer operators proposed in this paper can effectively increase the forecast precision of grey model.

Key words New information, strengthening buffer operator, increase rate, forecast precision

Citation Dai Wen-Zhan, Su Yong. New strengthening buffer operators and their applications based on prior use of new information. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(8): 1329−1334

灰色系统理论认为大部分客观系统尽管表面复杂、数据零乱, 但仍蕴涵着一定的内在规律, 关键是如何选择恰当的方法, 通过对 "部分" 已知信息的数据挖掘, 提取有价值的信息, 还原系统内部特征, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述与正确决策. 现有的缓冲算子对提高模型的精度起到了一定的作用. 文献 [1−4] 提出了冲击缓冲算子的概念, 构造了几类应用较为广泛的缓冲算子. 文献 [5] 提出一类新的弱化缓冲算子; 文献 [6] 构造了一类强化缓冲算子, 研究了它们的特性及内在联系; 文献 [7] 研究了强化缓冲算子的性质. 文献 [8] 研究了一类基于不动点的强化缓冲算子, 推广了缓冲算子的类型; 文献 [9] 提出一类新的强化缓冲算子, 拓展了缓冲算子类型; 文献 [10] 研究了一类基于时间序列的平均发展速度的强化缓冲算子, 并研究了它们的内在联系. 文献 [11] 对缓冲算子公理进行了补充, 提出单调性不变公理. 文献 [12] 研究了缓冲算子与序列光滑度之间的关系.

在灰色系统预测研究中, 常常会存在一类非负单调递增 (或减小) 序列 $(x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 的预测问题. 这类序列不仅表现为数据少, 且其较早数据的增长率 (或衰减率) $r(k) = \frac{x(k)-x(k-1)}{x(k-1)} \times 100\,\% \, (k = 2, 3, \cdots, m-1)$ 都较小, 反映为系统的行为数据增长 (或衰减) 缓慢. 但从某一较晚时刻 m 开始 (本文为叙述方便, 设 $m = n$ 时刻开始), 系统由于受到外部强烈的激励 (例如政策调整, 投入大幅度加大等因素), 序列最后一个数据 $x(n)$ 大幅增大 (或减小), 增长率 (或衰减率) $r(n)$ 较 $r(k)$ 大幅度提高. 如果此时辅之定性分析的结果也表明这种强激励带来的快速增长 (或衰减) 的态势在未来还会持续较长时间, 如何利用已有的慢速增长 (或衰减) 的历史数据 $(x(1), x(2), \cdots, x(n-1))$ 建立这类序列的预测模型是非常有意义的. 显然, 为了准确地把握系统的

收稿日期 2011-10-24 录用日期 2012-03-01
Manuscript received October 24, 2011; accepted March 1, 2012
国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2009AA04Z139) 资助
Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2009AA04Z139)
本文责任编委 刘一军
Recommended by Associate Editor LIU Yi-Jun
1. 浙江理工大学自动化研究所 杭州 310018 2. 浙江工商大学信息与电子工程学院 杭州 310018
1. Institute of Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018 2. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018

发展趋势, 对系统的未来行为做出准确的预测, 必须充分利用系统已经表现出的快速增长 (或衰减) 这一 “端倪” 的最新信息 $x(n)$, 对增长缓慢的历史数据 $(x(1), x(2), \cdots, x(n-1))$ 做某种生成处理, 使其更符合今后的发展趋势, 并在此基础上进行合理的预测. 针对这一问题, 本文提出了一种基于最新信息的强化缓冲算子构造方法, 并将之应用于灰色系统建模中. 利用原始数据序列的最新信息 $x(n)$ 先对原始数据序列进行强化处理, 使经强化缓冲算子处理后的建模数据序列, 其每一点的增长率较处理前的原始数据序列的增长率 (或衰减率) 大, 同时保证处理前后的序列其最新数据值 $x(n)$ 和 $x(n)d$ 保持相同. 这样, 基于强化缓冲算子处理后的序列所建立的生成模型经还原处理后, 不仅能较好地反映原始数据序列最后部分快速增长 (或衰减) 的趋势, 同时又能综合利用原有数据信息, 从而有效地提高模型的预测精度. 本文的理论分析和实例仿真证明了这一点.

1 基本概念

引理 1[1]**.** 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列, $XD = (x(1)d, x(2)d, \cdots, x(n)d)$ 为缓冲序列, $r(k)$ 和 $r(k)d$ 分别为 X 和 XD 在 k 时刻的增长率. 在强化缓冲算子作用下, $r(k) \le r(k)d\,(k = 1, 2, \cdots, n)$, 则:

1) 当 X 为单调增长序列时, D 为强化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)d \le x(k)$, $k = 1, 2, \cdots, n$;

2) 当 X 为单调衰减序列时, D 为强化缓冲算子 $\Leftrightarrow x(k)d \ge x(k)$, $k = 1, 2, \cdots, n$;

3) 当 X 为振荡序列时, D 为强化缓冲算子 $\Leftrightarrow$ $\max_{1\le k\le n} x(k)d \ge \max_{1\le k\le n} x(k)$; $\min_{1\le k\le n} x(k)d \le \min_{1\le k\le n} x(k)$.

由上述引理可以看出, 单调增长序列在强化缓冲算子作用下, 数据萎缩; 单调衰减序列在强化缓冲算子作用下, 数据膨胀.

2 一类新的强化缓冲算子的构造

定理 1. 设 $x(k) > 0\,(k = 1, 2, \cdots, n)$, $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统原始行为数据序列, 缓冲序列 $X\bar{D}_m = (x(1)\bar{d}_m, x(2)\bar{d}_m, \cdots, x(n)\bar{d}_m)$, 其中 $m > 0$, 且

$$x(k)\bar{d}_{\rm m} = x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}},\ k = 1, 2, \cdots, n \tag{1}$$

则无论 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, $\bar{D}_m$ 都为强化缓冲算子.

证明. 容易验证, $\bar{D}_m$ 满足缓冲算子的三个公理, 故 $\bar{D}_m$ 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调递增序列, 则

$$\begin{aligned} x(k)\bar{d}_m - x(k) = x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(k) = \\ x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{m}{k}} - 1\right] \le \\ x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(k)}}\right)^{\frac{m}{k}} - 1\right] = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

因此, $x(k)\bar{d}_m \le x(k)$, 由引理 1 可知, 缓冲算子 $\bar{D}_m$ 为强化缓冲算子, 且满足单调性不变公理[11]. 因为序列单调递增, 所以有

$$\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}} < 1$$

则

$$\begin{aligned} x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} < x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k+1}} \\ x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k+1}} < \\ x(k+1)\left[\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k+1}} \end{aligned} \tag{3}$$

所以

$$\begin{aligned} x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} < \\ x(k+1)\left[\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k+1}} \end{aligned} \tag{4}$$

X 经序列算子 $\bar{D}_m$ 作用后所得数据序列单调性与 X 的单调性保持一致.

2) 设 X 为单调衰减序列, 则

$$\begin{aligned} x(k)\bar{d}_m - x(k) = x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(k) = \\ x(k)\left[(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}})^{\frac{m}{k}} - 1\right] \ge \\ x(k)\left[(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(k)}})^{\frac{m}{k}} - 1\right] = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

因此, $x(k)\bar{d}_m \geq x(k)$, 由引理 1 可知, 缓冲算子 $\bar{D}_m$ 为强化缓冲算子, 且满足单调性不变公理.

3) 当 X 为振荡序列时, 设

$$x(a)=\max\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\}$$

$$x(b)=\min\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\}$$

$$\begin{aligned}
x(a)\bar{d}_m - x(a) &= x(a)\left[\frac{x(a)}{\sqrt{x(a)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(a) \geq \\
& x(a)\left[\frac{x(a)}{\sqrt{x(a)x(a)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(a) \geq 0 \\
x(b)\bar{d}_m - x(b) &= x(b)\left[\frac{x(b)}{\sqrt{x(b)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(b) \leq \\
& x(b)\left[\frac{x(b)}{\sqrt{x(b)x(b)}}\right]^{\frac{m}{k}} - x(b) \leq 0
\end{aligned} \tag{6}$$

所以, $x(a)\bar{d}_m \geq x(a)$, $x(b)\bar{d}_m \leq x(b)$ 即 $\max_{1\leq k\leq n} x(k)d \geq \max_{1\leq k\leq n} x(k)$, $\min_{1\leq k\leq n} x(k)d \leq \min_{1\leq k\leq n} x(k)$.

由引理 1 可知, 缓冲算子 $\bar{D}_m$ 为强化缓冲算子. □

当 $m=1$ 时, 得缓冲算子 $\bar{D}_1$, 其中

$$x(k)\bar{d}_1 = x(k)\left[\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right]^{\frac{m}{k}},\ k=1,2,\cdots,n \tag{7}$$

定理 2. 设 $x(k)>0\,(k=1,2,\cdots,n)$, $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列, 其缓冲序列 $XD_2=(x(1)d_2,x(2)d_2,\cdots,x(n)d_2)$, 其中

$$x(k)d_2 = \frac{x(k)}{n-k+1}\sum_{i=k}^{n}\left[\frac{x(i)}{\sqrt{x(i)x(n)}}\right]^{\frac{1}{i}},\quad k=1,2,\cdots,n \tag{8}$$

则无论 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D_2 都为强化缓冲算子.

证明. 容易验证, D_2 满足缓冲算子的三个公理, 所以 D_2 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列, 则

$$\begin{aligned}
x(k)d_2 - x(k) &= \frac{x(k)}{n-k+1}\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}} + \left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}} + \cdots + \left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right] - x(k) \leq \\
& \frac{x(k)}{n-k+1}[\underbrace{1+1+\cdots+1}_{n-k+1}] - x(k) = 0
\end{aligned} \tag{9}$$

因此, $x(k)d_2 \leq x(k)$, 故 D_2 为强化缓冲算子.

2) 设 X 为单调衰减序列, 则

$$\begin{aligned}
x(k)d_2 - x(k) &= \frac{x(k)}{n-k+1}\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}} + \left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}} + \cdots + \left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right] - x(k) \geq \\
& \frac{x(k)}{n-k+1}[\underbrace{1+1+\cdots+1}_{n-k+1}] - x(k) = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

因此, $x(k)d_2 \geq x(k)$, 故 D_2 为强化缓冲算子. 同理可证明当 X 为振荡序列时, D_2 为强化缓冲算子, 称 D_2 为算术平均强化缓冲算子. □

定理 3. 设 $x(k)>0\,(k=1,2,\cdots,n)$, $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列, 其缓冲序列 $XD_3=(x(1)d_3,x(2)d_3,\cdots,x(n)d_3)$, 当 $k=1,2,\cdots,n$ 时, 有

$$x(k)d_3 = \frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}\left[\sum_{i=k}^{n} i(\frac{x(i)}{\sqrt{x(i)x(n)}})^{\frac{1}{i}}\right] \tag{11}$$

则无论 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D_3 都为强化缓冲算子.

证明. 容易验证, D_3 满足缓冲算子的三个公理, 所以 D_3 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列, 则

$$\begin{aligned}
x(k)d_3 - x(k) = & \frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}\left\{k\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}} + (k+1)\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}} + \cdots + n\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right\} - x(k) \leq
\end{aligned}$$

$$\frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}[k+(k+1)+\cdots+n]-x(k)=$$
$$\frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}\left[\frac{(n+k)(n-k+1)}{2}\right]-$$
$$x(k)=0 \tag{12}$$

因此, $x(k)d_3 \leq x(k)$, 故 D_3 为强化缓冲算子.

2) 设 X 为单调衰减序列, 则

$$x(k)d_3-x(k)=$$
$$\frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}\left\{k\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}}+\right.$$
$$(k+1)\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}}+\cdots+$$
$$\left.n\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right\}-x(k)\geq$$
$$\frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}[k+(k+1)+\cdots+n]-x(k)=$$
$$\frac{2x(k)}{(n-k+1)(n+k)}\left[\frac{(n+k)(n-k+1)}{2}\right]-$$
$$x(k)=0 \tag{13}$$

因此, $x(k)d_3 \geq x(k)$, 故 D_3 为强化缓冲算子. 同理可证明当 X 为振荡序列时, D_3 为强化缓冲算子, 称 D_3 为加权算术平均强化缓冲算子. □

定理 4. 设 $x(k)>0\,(k=1,2,\cdots,n)$, $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列, 其缓冲序列 $XD_4=(x(1)d_4,x(2)d_4,\cdots,x(n)d_4)$, 其中

$$x(k)d_4=x(k)\left[\prod_{i=k}^{n}\left(\frac{x(i)}{\sqrt{x(i)x(n)}}\right)^{\frac{1}{i}}\right]^{\frac{1}{n-k+1}},\quad k=1,2,\cdots,n \tag{14}$$

则无论 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D_4 都为强化缓冲算子.

证明. 容易验证, D_4 满足缓冲算子的三个公理, 故 D_4 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列, 则

$$x(k)d_4-x(k)=$$
$$x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}}\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}}\cdots\right.$$
$$\left.\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)\leq$$
$$x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(k)}}\right)^{\frac{1}{k}}\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(k+1)}}\right)^{\frac{1}{k+1}}\cdots\right.$$
$$\left.\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)=$$
$$x(k)\cdot 1-x(k)=0 \tag{15}$$

因此, $x(k)d_4 \leq x(k)$, 故 D_4 为强化缓冲算子.

2) 设 X 为单调衰减序列, 则

$$x(k)d_4-x(k)=$$
$$x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k}}\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(n)}}\right)^{\frac{1}{k+1}}\cdots\right.$$
$$\left.\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)\geq$$
$$x(k)\left[\left(\frac{x(k)}{\sqrt{x(k)x(k)}}\right)^{\frac{1}{k}}\left(\frac{x(k+1)}{\sqrt{x(k+1)x(k+1)}}\right)^{\frac{1}{k+1}}\cdots\right.$$
$$\left.\left(\frac{x(n)}{\sqrt{x(n)x(n)}}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{1}{n-k+1}}-x(k)=$$
$$x(k)\cdot 1-x(k)=0 \tag{16}$$

因此, $x(k)d_4 \geq x(k)$, 故 D_4 为强化缓冲算子. 同理可证明当 X 为振荡序列时, D_4 为强化缓冲算子, 称 D_4 为几何平均强化缓冲算子. □

3 实例分析

以文献 [10] 中人均电力消费量 (千瓦 · 时) 为例来验证本文构造的强化缓冲算子在预测过程中的效果. 选取 2000 年 ∼2006 年的中国人均电力消费量作为原始数据, 如表 1 所示.

表 1　中国人均电力消费量 (千瓦 · 时)

Table 1　Average electricity consumption by per person in China (kW · h)

年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
人均电力消费量	132.4	144.6	156.3	173.7	190.2	216.7	249.4

本文以 2000 年 ～2005 年的中国人均电力消费量 (132.4, 144.6, 156.3, 173.7, 190.2, 216.7) 作为原始建模数据序列, 2006 年数据作为检验数据. 通过计算 2000 年 ～2006 年人均电力消费量可得出增长率序列为 (9.215 %, 8.091 %, 11.132 %, 9.499 %, 13.933 %, 15.090 %). 可以看出此增长率序列的前四点 (9.215 %, 8.091 %, 11.132 %, 9.499 %) 增长速度相对较慢, 后二点 (13.933 %, 15.090 %) 的增长速度较快, 且有进一步快速增长的趋势. 因此, 如直接利用原始数据序列进行建模并预测, 存在两个方面的问题: 一方面由于前四点 (132.4, 144.6, 156.3, 173.7) 增长速度较慢, 直接应用这些数据所建立的模型的增长速度也会较慢, 这与后一部分数据已经表现出的强劲增长速度的趋势不一致, 反映在模型上其预测值会比真实值小; 另一方面, 若只选取后一部分快速增长的数据序列如 (173.7, 190.2, 216.7) 作为建模数据, 则数据长度不够, 模型精度同样存在问题, 且由于根本没有利用前一部分的数据信息, 模型不能反映前一部分数据的内在关系. 因此, 对于这类前一部分数据的增长率较小、后一部分数据的增长率较大、数据总长度又较短的序列, 可以应用本文提出的强化缓冲算子, 利用建模数据序列的最新信息 $x(n)$ 所反映出来的序列快速增长的 "端倪", 先对原始数据序列进行强化处理, 使经强化缓冲算子处理后的拟建模的数据序列, 其每一点的增长率较处理前的原始数据序列的增长率大, 同时保证处理前后的序列其最新数据值 $x(n)$ 保持不变. 基于强缓冲算子处理后的序列所建立的生成模型经还原处理后得到的原始数据模型, 不仅能较好地反映序列快速增长的趋势, 同时又能综合利用原有数据信息, 具有很高的拟合精度.

以本文构造的强化缓冲算子 $\bar{D}_1$, D_2, D_3 和 D_4 对原始数据进行二阶强化处理后生成数据序列如图 1 所示, 基于这些强化缓冲算子处理生成的数据可建立灰色生成模型，经进一步还原处理后可得到还原模型。为便于比较，本文同时建立了不经任何强化缓冲算子处理直接建立的灰色模型和应用文献 [10] 方法建立的灰色模型，各种模型精度的对比如表 2 所示.

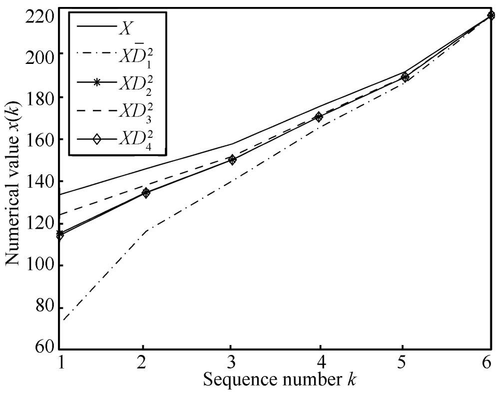


图 1 生成数据序列

Fig. 1　The data sequence generated

从图 1 可以看出, 在强化缓冲算子 $\bar{D}_1$ 和 D_i $(i = 2, 3, 4)$ 作用下, 原单调增长序列生成后其数据较原始数据萎缩, 但增长率提高. 其中 $\bar{D}_1$ 作用的序列平均斜率最大, 则还原模型预测值也就越大, D_3 作用的序列平均斜率最小, 预测值也就越小. 从表 2 可以看出, 经强化缓冲算子处理后建立的模型预测精度均比直接用原始数据序列建模的精度高; 原始数据序列经过 $\bar{D}_1$ 的二阶强化后, 预测相对误差最小.

4　结论

针对一类非负单调递增 (或递减) 序列, 其早期数据增长 (或减小) 缓慢, 但从最末一个数据开始, 系统由于受到外部强烈的激励, 最新数据 $x(n)$ 大幅增大(或减小), 且定性分析的结果也表明这种强激励带来的快速增长(或衰减)的态势在未来还会持

表 2　强化缓冲算子作用前后的 GM(1, 1) 模型

Table 2　Model GM(1, 1) produced by different strengthening butter operators

建模序列	GM(1, 1) 还原模型	本文方法的 2006 年预测值	本文方法的预测误差 (%)	文献 [10] 方法的 2006 年预测值	文献 [10] 方法的预测误差 (%)
X	$\hat{x}(2000+k) = 1\,317.848\,\mathrm{e}^{0.102k} - 1\,185.448$	236.831	5.040	236.831	5.040
$X\bar{D}_1^2$	$\hat{x}(2000+k) = 779.422\,\mathrm{e}^{0.1520k} - 647.022$	252.191	1.110	237.499	4.772
XD_2^2	$\hat{x}(2000+k) = 1\,043.371\,\mathrm{e}^{0.1212k} - 910.971$	242.152	2.910	241.210	3.284
XD_3^2	$\hat{x}(2000+k) = 1\,105.016\,\mathrm{e}^{0.1159k} - 972.616$	240.252	3.670	240.118	3.722
XD_4^2	$\hat{x}(2000+k) = 1\,040.637\,\mathrm{e}^{0.1215k} - 908.237$	242.258	2.860	241.185	3.294

续. 针对如何建立这类序列的预测模型, 在缓冲算子公理体系下, 本文提出了利用建模数据序列最新信息 $x(n)$ 所反映出来的序列快速增长 (或衰减) 的 "端倪" 构造一类新的强化缓冲算子的方法. 首先对原始数据序列进行强化处理, 使经强化缓冲算子处理后的拟建模的数据序列, 其每一点的增长率较处理前的原始数据序列的增长率 (或衰减率) 大, 同时保证经缓冲算子处理前后的数据序列其最新数据值 $x(n)$ 和 $x(n)d$ 保持相等; 其次, 建立基于强缓冲算子处理后序列的生成模型; 再次, 将生成模型还原为原始数据模型. 本文的理论分析和实例表明, 经缓冲算子处理后建立的模型不仅能较好地反映后期序列快速增长的趋势, 同时又能充分利用原有所有数据信息 (包括前面大部分增长率较慢的数据), 模型具有很高的拟合精度和预测精度. 本文提出的若干个强化缓冲算子在实例分析和其他数值分析中具有较好的预测效果. 本文作者下一步的研究重点是对属于 "数据少 (贫信息)、序列开头部分增长率较慢、只有最后小部分数据的增长率已明显呈现较快增长趋势" 这一特征的序列, 如何根据其原始行为数据所携带的增长率变化信息选择强化缓冲算子 (即如何选择具有不同调节度的强化缓冲算子).

References

1 Liu Si-Feng, Dang Yao-Guo, Fang Zhi-Geng, Xie Nai-Ming. *Grey System Theory and Its Application (Fifth edition)*. Beijing: Science Press, 2010. 38−41
(刘思峰, 党耀国, 方志耕, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用 (第 5 版). 北京: 科学出版社, 2010. 38−41)

2 Liu Si-Feng. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 1997, **25**(1): 25−27
(刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子. 华中理工大学学报, 1997, **25**(1): 25−27)

3 Wu Zheng-Peng, Liu Si-Feng, Mi Chuan-Min, Dang Yao-Guo, Cui Li-Zhi. Study on strengthening buffer operator based on fixed point. *Control and Decision*, 2010, **25**(9): 1338−1342
(吴正朋, 刘思峰, 米传民, 党耀国, 崔立志. 基于不动点的新强化缓冲算子及其性质研究. 控制与决策, 2010, **25**(9): 1338−1342)

4 Dang Yao-Guo, Liu Si-Feng, Liu Bin, Tang Xue-Wen. Study on the buffer weakening operator. *Chinese Journal of Management Science*, 2004, **12**(2): 108−111
(党耀国, 刘思峰, 刘斌, 唐学文. 关于弱化缓冲算子的研究. 中国管理科学, 2004, **12**(2): 108−111)

5 Xie Nai-Ming, Liu Si-Feng. A new applicative weakening buffer operator. *Chinese Journal of Management Science*, 2003, **11**(S): 46−48
(谢乃明, 刘思峰. 一种新的实用弱化缓冲算子. 中国管理科学, 2003, **11**(增刊): 46−48)

6 Dang Yao-Guo, Liu Bin, Guan Ye-Qing. On the strengthening buffer operators. *Control and Decision*, 2005, **20**(12): 1332−1336
(党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究. 控制与决策, 2005, **20**(12): 1332−1336)

7 Dang Yao-Guo, Liu Si-Feng, Mi Chuan-Min. Study on characteristics of the strengthening buffer operators. *Control and Decision*, 2007, **22**(7): 730−734
(党耀国, 刘思峰, 米传民. 强化缓冲算子性质的研究. 控制与决策, 2007, **22**(7): 730−734)

8 Guan Ye-Qing, Liu Si-Feng. Sequence of strengthening buffer operator and its application based on fixed point. *Control and Decision*, 2007, **22**(10): 1189−1192
(关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲算子序列及其应用. 控制与决策, 2007, **22**(10): 1189−1192)

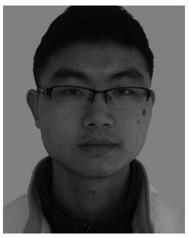
9 Cui Jie, Dang Yao-Guo, Liu Si-Feng, Xie Nai-Ming. Study on a kind of new strengthening buffer operators and numerical simulations. *Engineering Science*, 2010, **12**(2): 108−112
(崔杰, 党耀国, 刘思峰, 谢乃明. 一类新的强化缓冲算子及其数值仿真. 中国工程科学, 2010, **12**(2): 108−112)

10 Cui Li-Zhi, Liu Si-Feng, Wu Zheng-Peng. New strengthening buffer operators and their applications. *Systems Engineering Theory and Practice*, 2010, **30**(3): 484−489
(崔立志, 刘思峰, 吴正朋. 新的强化缓冲算子的构造及其应用. 系统工程理论与实践, 2010, **30**(3): 484−489)

11 Wang Zheng-Xin, Dang Yao-Guo, Liu Si-Feng. Buffer operators with variable weights and the complement of axioms. *Systems Engineering*, 2009, **27**(1): 113−117
(王正新, 党耀国, 刘思峰. 变权缓冲算子及缓冲算子公理的补充. 系统工程, 2009, **27**(1): 113−117)

12 Wang Zheng-Xin, Dang Yao-Guo, Pei Ling-Ling. The smoothness of buffer operators. *Systems Engineering Theory and Practice*, 2010, **30**(9): 1643−1649
(王正新, 党耀国, 裴玲玲. 缓冲算子的光滑性. 系统工程理论与实践, 2010, **30**(9): 1643−1649)

戴文战 浙江理工大学、浙江工商大学教授. 主要研究方向为系统建模和智能控制. 本文通信作者.
E-mail: dwz@zjgsu.edu.cn
(**DAI Wen-Zhan** Professor at Zhejiang Sci-Tech University and Zhejiang Gongshang University. His research interest covers system modeling and intelligent control. Corresponding author of this paper.)



苏 永 浙江理工大学硕士研究生. 主要研究方向为灰色系统建模和预测.
E-mail: suyong0125@yahoo.com.cn
(**SU Yong** Master student in the Department of Automation, Zhejiang Sci-Tech University. His main research interest is grey modeling and prediction.)