

时延网络中 Euler-Lagrange 系统的分布式自适应协调控制

刘源¹ 闵海波² 王仕成¹ 张金生² 刘志国²

摘要 对一类含未知参数的 Euler-Lagrange 系统协调控制问题进行了研究, 提出了一种自适应控制算法. 该算法容许通信网络为最一般的伪强连通图, 并允许通信时延的存在. 对系统中领航者为静态和动态两种情况分别进行了研究, 设计了相应的控制器. 研究表明, 在仅有部分个体能够和领航者进行通信的情况下, 控制器能保证网络中其他个体最终和领航者趋于一致. 运用 Lyapunov 稳定性定理和 Barbalat 定理等对自适应控制器的稳定性进行了证明, 并利用数值仿真验证了算法的有效性.

关键词 Euler-Lagrange 系统, 协调控制, 通信时延, 自适应控制

引用格式 刘源, 闵海波, 王仕成, 张金生, 刘志国. 时延网络中 Euler-Lagrange 系统的分布式自适应协调控制. 自动化学报, 2012, 38(8): 1270–1279

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.01270

Distributed Adaptive Synchronization of Networked Euler-Lagrange Systems with Communication Delays

LIU Yuan¹ MIN Hai-Bo² WANG Shi-Cheng¹ ZHANG Jin-Sheng² LIU Zhi-Guo²

Abstract This paper studies coordination control of networked Euler-Lagrange systems with communication time delay and unknown parameters. An adaptive controller is proposed which allows for the most general quasi-strongly connected communication topology with communication delay. We design a distributed controller for the case where a stationary leader exists. We also discuss the case of a dynamic leader. It is shown that the proposed controllers can guarantee cooperative synchronization even if only partial agents have access to the leader. Lyapunov stability theorem and Barbalat's Lemma are used to prove the stability of the proposed controllers. Numerical simulation is also presented to illustrate the effectiveness of the controller.

Key words Euler-Lagrange system, distributed synchronization, communication delay, adaptive control

Citation Liu Yuan, Min Hai-Bo, Wang Shi-Cheng, Zhang Jin-Sheng, Liu Zhi-Guo. Distributed adaptive synchronization of networked Euler-Lagrange systems with communication delays. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(8): 1270–1279

近年来, 多智能体系统 (Multi-agent system, MAS) 成为国内外众多学者的研究热点. 多智能体之间的协调与合作将大大提高个体行为的智能化程度, 能够更好地完成很多单个个体无法完成的工作, 并具有高效率、高容错性和内在的并行性等优点. 目前为止, MAS 技术已在无线传感器网络、多机械臂协同装配、无人机编队、卫星编队、集群航天器深空探测等领域得到应用.

从控制体系结构来看, 目前针对多智能体系统的协调控制主要有集中式和分布式两种构架. 从本质上讲, 集中式控制构架需要一个集中的主控制器, 并由该主控制器实施全局或局部控制. 随着系统规模的扩大, 集中式控制器需要承担的通信、计算开销也将急剧增大; 而且一旦主控制器失效, 势必造成系统全局的失效. 与之相反, 分布式控制构架则无需主控制器, 仅需通过各局部控制器之间的反馈与信息交互实现系统的全局控制.

针对网络环境下 Euler-Lagrange 系统分布式协调控制的研究是多智能体协调控制研究领域的重要组成部分. Euler-Lagrange 方程主要用于刻画诸如机械臂、轮式机器人、航天器 (卫星) 等大量机械系统的动力学特性^[1–3]. 目前, 控制领域学者已对单 Euler-Lagrange 系统的分析与综合进行了广泛、深入的研究, 并将研究成果广泛应用于上述工程领域. 未来更具应用前景的空间站多机械臂协

收稿日期 2011-12-23 录用日期 2012-04-23
Manuscript received December 23, 2011; accepted April 23, 2012

国家自然科学基金 (60904083) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60904083)

本文责任编辑 吕金虎

Recommended by Associate Editor LV Jin-Hu

1. 第二炮兵工程大学科研部 西安 710025 2. 第二炮兵工程大学 301 教研室 西安 710025

1. Science Research Center, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025 2. Department 301, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025

调装配、在轨遥操作、航天器编队高精度干涉测量与合成孔径成像、地面轮式机器人编队等都属于多 Euler-Lagrange 系统协调任务范畴. 这些系统利用网络进行信息交互与共享, 并达到群体的控制目标. 因此, 针对该类系统的研究, 除了需要考虑单体的控制, 还需要考虑个体之间复杂的信息交互, 其问题本质是网络化非线性系统的群体控制. 这一特性使得大量针对线性系统协调控制的分析方法失效, 而且也给传统单 Euler-Lagrange 系统的研究成果向这类系统的推广带来很多难题, 特别是当综合考虑网络时延及未知参数时, 该问题就变得更具有挑战性. 总的来说, 网络环境下多 Euler-Lagrange 系统可以刻画一类典型的网络化多体机械系统, 针对该类系统分布式协调控制的研究具有广泛的工程普适性和广阔的应用前景. 然而传统针对单 Euler-Lagrange 系统及线性系统协调控制的理论与方法却无法直接应用于这类系统的建模、分析与综合. 因此, 深入研究网络环境下多 Euler-Lagrange 系统分布式协调控制的分析与设计理论, 满足工程应用的迫切需要, 具有重要的理论意义与应用价值.

关于多 Euler-Lagrange 系统的分布式协调控制问题的研究, 已经取得了一定的研究成果. 对于确定性系统, 文献 [4] 针对无领航者 (Leaderless) 的编队系统设计了协调控制器, 运用 Lyapunov 定理和 Matrosov 定理等证明了控制器的稳定性; 文献 [5] 针对含有多领航者的编队 Euler-Lagrange 系统设计了有限时间控制器, 并分别考虑了领航者为静态和动态时的情形. 文献 [6] 运用滑模控制思想, 设计了有限时间控制器, 等等. 对于含有未知参数的编队 Euler-Lagrange 系统, 文献 [7] 基于无源性理论, 对含有通信时延的情形进行了研究, 得到了自适应协调控制器, 并对切换通信网络的情况进行了研究. 文中要求网络通信条件为无向图; 文献 [8] 基于滑模控制思想, 设计了自适应协调控制器, 并证明了控制器的收敛性. 其要求通信网络为一般的伪强连通图, 但是文中并没有对含有通信时延的情形进行研究. 此外, 大量文献 (如文献 [9–23] 等) 也从不同角度对一、二阶系统和 Euler-Lagrange 系统协调控制进行了研究, 这里不一一列举. 尽管网络化多智能体协调控制在最近几年获得了很大的发展, 但针对复杂网络环境下具有本质非线性的多 Euler-Lagrange 系统协调控制的研究尚处于起步阶段. 还有很多问题需要解决, 比如现有针对网络环境下多 EL 系统协调控制的研究尚未充分考虑复杂的网络特性, 如含未知参数、信息丢包、时延及网络拓扑的切换等. 然而对于一阶或高阶线性系统, 复杂网络特性的研

究已取得了一定的成果^[24–34], 如何将研究成果推广到复杂的非线性多 Euler-Lagrange 系统协调控制中是个非常值得研究的问题.

需要指出的是, 文献 [9] 基于无源性理论, 针对带有未知参数的双边遥操作问题, 设计了协调控制器, 受启发于此文献, 我们对同时含有通信时延、系统未知参数情形的 Euler-Lagrange 系统的分布式协调控制问题进行了研究.

本文区别于已有研究的特色在于: 在通信网络为最为一般的有向通信图情形下, 同时考虑了系统模型含未知参数以及通信网络含有时延的情形. 不仅对含静态领航者条件下的协调控制问题进行了研究, 同时考虑了系统存在动态领航者的情况, 并分别设计了自适应协调控制律. 运用 Lyapunov 稳定性定理、Barbalat 定理和 LMI 等方法, 从理论上证明了两种自适应控制器的稳定性, 通过数值仿真实验验证了控制器的有效性.

1 基础知识和问题描述

1.1 Euler-Lagrange 方程

假设多 Euler-Lagrange 系统中有 n 个个体, 第 i ($i \in \mathcal{I}, \mathcal{I} = \{1, \dots, n\}$) 个个体的运动方程为

$$M_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + g_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{u}_i(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^p$ 为系统的状态, $M_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 为对称的惯性矩阵, $C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 为科里奥利力与向心力矩阵, $g_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^p$ 为重力约束矩阵, 施加在系统上的 p 维广义力或力矩 ($\mathbf{u}_i(t) \in \mathbf{R}^p$). $\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 为反对称矩阵. 这种对称性可视为 EL 系统能量保守性的矩阵表示. 概括而言, 典型的 EL 系统具有以下四个性质^[10]:

性质 1. 惯性矩阵 $M_i(\mathbf{q}_i)$ 有界, 即:

$$0 < \lambda_m\{M_i(\mathbf{q}_i)\}I \leq M(\mathbf{q}_i) \leq \lambda_M\{M(\mathbf{q}_i)\}I < \infty$$

性质 2. 矩阵 $\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 为反对称矩阵, 即对于给定向量 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^p$, 有:

$$\mathbf{x}_i^T \left[\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \right] \mathbf{x}_i = 0$$

性质 3. $\forall \mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^p, \exists k_{c_i} \in \mathbf{R}_{>0}$, 使得

$$|C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i| \leq k_{c_i}|\dot{\mathbf{q}}_i|^2$$

性质 4. 拉格朗日系统 (1) 可线性化为

$$M_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + g_i(\mathbf{q}_i) = \bar{Y}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \ddot{\mathbf{q}}_i)\boldsymbol{\theta}_i \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\theta}_i \in \mathbf{R}^r$ 为含物理参数的一个 r 维常向量 (比如机械臂的铰链质量、瞬时惯性等). $\bar{Y}_i(\cdot) \in \mathbf{R}^{p \times r}$ 是包含广义坐标及其高阶导数的已知函数矩阵.

1.2 代数图论

用图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 来表示编队中 n 个个体的信息交换. 图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 由顶点集 $\mathcal{V} = \{v_i\}$, $i \in \mathcal{N} = \{1, \dots, n\}$, 边集 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 和邻接矩阵 $\mathcal{A} = \{a_{ij}\}$ 组成. 每条边都可由两个不同的顶点 (v_i, v_j) 所确定. 若 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (v_j, v_i) \in \mathcal{E}$, 则称图为无向的或对称的; 反之, 称该图为有向的. 对于有向图, 顶点 v_i 的入度为 $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ji}$, 出度为 $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$. 加权图的邻接矩阵 $\mathcal{A} = \{a_{ij}\}$ 为一个 $n \times n$ 矩阵, 其中, $a_{ii} = 0$, 当 $i \neq j$ 且 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} > 0$. 有向图的出度矩阵 $\mathcal{D} = \{d_{ij}\}$ 为 n 维的对角矩阵, 对角线上的元素定义为 $d_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$.

有向路径是指边集 $(v_{i_1}, v_{i_2}), (v_{i_2}, v_{i_3}), \dots$ 的序列. 在有向图中, 如果至少存在一个节点可以通过有向路径和其他所有节点连通, 则称该有向图含有向生成树^[11].

本文中, 我们假设系统中存在一个领航者 (虚拟的或真实存在的), 记为 \mathbf{q}_{n+1} . 这种情况下, 用 \mathbb{G} 表示通信拓扑. 邻接矩阵 $\mathbb{A} = \{a_{ij}\} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$. 如果 $a_{ij} \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. 并且对于所有 $j = 1, \dots, n+1$, 有 $a_{(n+1)j} = 0$.

1.3 问题描述

对于由 n 个个体组成的多 Euler-Lagrange 系统, 其第 i ($i \in \mathcal{I}, \mathcal{I} = \{1, \dots, n\}$) 个个体的运动方程如式 (1) 所示, 假设运动方程中矩阵 $M_i(\mathbf{q}_i)$, $C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$, $g_i(\mathbf{q}_i)$ 中的参数向量 $\boldsymbol{\theta}_i$ 不能精确获得, 而只能得到其估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$. 多 Euler-Lagrange 系统通过有向图 \mathbb{G} 进行通信, 假设存在领航者, 其状态为 \mathbf{q}_d (即系统中所有个体的期望状态), 在只有部分个体能和领航者进行通信并且存在恒定通信时延 τ 的情况下, 我们分别对领航者为静态和动态两种情况下进行研究, 设计控制器, 使得所有个体的状态和领航者趋于一致. 当领航者为静态时, 控制目标是使系统中各个体的状态 \mathbf{q}_i 趋近于 \mathbf{q}_d , 速度 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 趋近于 0 (如第 2.1 节中式 (10) 所示); 当领航者为动态时, 设计相应控制算法, 使得系统中所有个体状态 $\mathbf{q}_i(t)$ 和 $\mathbf{q}_d(t)$ 的差值是一致有界的. 关于一致有界的定义, 我们有:

定义 1. 对于如下中立型微分方程 (Neutral functional differential equation, NFDE)^[12]

$$\frac{d}{dt} \mathcal{D}(t, x_t) = g(t, x_t) \quad (3)$$

假设算子 \mathcal{D} 是稳定的, 如果存在 $\beta > 0$, 对于任意 $\alpha > 0$, 都有常量 $t_0(\alpha) > 0$, 使得当 $t \geq \sigma + t_0(\alpha)$ 时, 有 $|x(\sigma, \phi)(t)| \leq \beta$ ($\sigma \in \mathbf{R}$, $\phi \in \mathbf{C}$, $|\phi| \leq \alpha$), 则称

方程 (3) 的解是一致有界的.

本文需要用到以下引理:

引理 1 (Lyapunov-Razumikhin 一致有界定理). 对于中立型微分方程 (3), 假设算子 \mathcal{D} 是稳定的, $g: \mathbf{R} \times \mathbf{C} \mapsto \mathbf{R}^n$ 为 $\mathbf{R} \times \mathbf{C}$ 的有界子集到 \mathbf{R}^n 的有界子集的映射, $u, v, w, p: \mathbf{R}_+ \mapsto \mathbf{R}_+$ 为连续的非减函数, 且 $s \rightarrow \infty$ 时, $u(s) \rightarrow \infty$, 当 $s > 0$ 时, $p(s)$ 为正. 若存在连续的可微泛函 $V: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 和一个常数 $H \geq 0$, 使得对于 $\forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 都有 $u(|\mathbf{x}|) \leq V(\mathbf{x}) \leq v(|\mathbf{x}|)$, 并且如果 $|\mathcal{D}(t, \phi)| \geq H$, $V(\phi(\theta)) < p(V(\mathcal{D}(t, \phi)))$, 对于 $\forall \theta \in [-\tau, 0]$ 有 $\dot{V}(\mathcal{D}(t, \phi)) \leq -w(|\mathcal{D}(t, \phi)|)$. 则方程 (3) 的解是一致有界的^[34].

本文中, $|x|$ 表示向量或者矩阵 x 的标准 Euclidean 范数. 对于任意函数, $f: \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^n$, \mathcal{L}_∞ -范数定义为 $\|f\|_\infty = \sup_{t \geq 0} |f(t)|$, \mathcal{L}_2 范数定义为 $\|f\|_2^2 = \int_0^\infty |f(t)|^2 dt$. 同时, \mathcal{L}_∞ 空间和 \mathcal{L}_2 空间分别定义为集合 $\{f: \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^n: \|f\|_\infty < \infty\}$ 和 $\{f: \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^n: \|f\|_2 < \infty\}$.

2 自适应协调律设计

本节中, 我们针对领航者状态为静态和动态两种情况分别设计自适应控制律, 首先给出含未知参数的 Euler-Lagrange 系统自适应协调控制框架.

假设系统中第 i 个和第 j 个个体的状态差为

$$\mathbf{e}_{ij}(t) = \mathbf{q}_j(t - \tau) - \mathbf{q}_i(t), \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad \forall j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G}) \quad (4)$$

其中 τ 为恒定的通信时延. 受文献 [9] 的启发, 我们设计如下协调算法:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) = & \hat{M}_i(\mathbf{q}_i) \lambda \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{\mathbf{e}}_{ij} + \\ & \hat{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \lambda \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \mathbf{e}_{ij} + \hat{g}_i(\mathbf{q}_i) + \bar{\mathbf{u}}_i \end{aligned} \quad (5)$$

其中, λ 为已知的正数, $\hat{M}_i(\mathbf{q}_i)$, $\hat{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 和 $\hat{g}_i(\mathbf{q}_i)$ 分别为 $M_i(\mathbf{q}_i)$, $C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 和 $g_i(\mathbf{q}_i)$ 的时变估计, $\bar{\mathbf{u}}_i$ 为待定义的协调力变量. 算法 (5) 中, 各个体还需要知道自身的位置 \mathbf{q}_i , 速度信息 $\dot{\mathbf{q}}_i$, 以及相邻个体的位置信息 \mathbf{q}_j 和速度信息 $\dot{\mathbf{q}}_j$, 其中 $j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})$. 这里假设相邻个体位置和速度信息都由通信拓扑 \mathbb{G} 来传递. 由 Euler-Lagrange 系统的线性化性质可得:

$$\begin{aligned} Y_i \hat{\boldsymbol{\theta}}_i = & \hat{M}_i(\mathbf{q}_i) \lambda \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{\mathbf{e}}_{ij} + \\ & \hat{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \lambda \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \mathbf{e}_{ij} + \hat{g}_i(\mathbf{q}_i) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $Y_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{e}_{ij}, \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij})$ 为已知的广义坐标函数, $\hat{\theta}_i$ 是惯性参数 θ_i 的时变估计. 所以式 (5) 可化简为 $\mathbf{u}_i = Y_i \hat{\theta}_i + \bar{\mathbf{u}}_i$. 设第 i 个个体的协调信号为

$$\boldsymbol{\epsilon}_i = -\dot{\mathbf{q}}_i + \lambda \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \mathbf{e}_{ij} \quad (7)$$

将式 (5) 和式 (7) 代入式 (1) 可得:

$$M_i(\mathbf{q}_i) \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \boldsymbol{\epsilon}_i = Y_i \tilde{\theta}_i - \bar{\mathbf{u}}_i \quad (8)$$

其中, $\tilde{\theta}_i(t) = \theta_i - \hat{\theta}_i(t)$ 为参数的时变估计误差, 时变估计 $\hat{\theta}_i(t)$ 的动态方程为

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = \Gamma_i Y_i^T \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (9)$$

其中, Γ_i 为已知的正定矩阵.

2.1 领航者为静态时的协调算法

假设系统中有领航者为静态时, 即 $\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{q}_d(t)$ 为常量, $\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \mathbf{0}$. 控制目标如下:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\mathbf{q}_i(t) - \mathbf{q}_d| &= \mathbf{0} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |\dot{\mathbf{q}}_i(t)| &\rightarrow \mathbf{0}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned} \quad (10)$$

为了实现一致性协调控制, 我们对分布式 Euler-Lagrange 系统中第 i 个个体设计自适应控制律如下:

$$\mathbf{u}_i = Y_i \hat{\theta}_i + K_i \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (11)$$

其中, $K_i > 0, i \in \mathcal{I}, j = 1, \dots, n+1$, 并有:

$$\begin{aligned} Y_i \hat{\theta}_i &= \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \hat{M}_i(\mathbf{q}_i) \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{e}_{ij} + \\ &\frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \hat{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \mathbf{e}_{ij} + \hat{g}_i(\mathbf{q}_i) \end{aligned} \quad (12)$$

协调信号 $\boldsymbol{\epsilon}_i$ 为

$$\boldsymbol{\epsilon}_i = -\dot{\mathbf{q}}_i + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \mathbf{e}_{ij} \quad (13)$$

注意到, 如果通信拓扑 \mathbb{G} 含有一个有向生成树, 则邻接矩阵 \mathbf{A} 除了最后一行没有其他全零行, 所以 $\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij} > 0, i = 1, \dots, n$. 考虑到控制目标 (10), 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{q}_i \rightarrow \mathbf{q}_d$, 假设 $\bar{\mathbf{q}}_i = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_d$, 则 $\dot{\bar{\mathbf{q}}}_i = \dot{\mathbf{q}}_i$. 定义 $A = [\bar{a}_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 其中 $\bar{a}_{ij} = a_{ij}/$

$\sum_{k=1}^{n+1} a_{ik}, i, j \in \mathcal{I}$, 并定义 $L = I - A$, 式 (13) 可表述为如下矩阵形式:

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}(t) = -\bar{\mathbf{q}}(t) + A\bar{\mathbf{q}}(t - \tau) - \boldsymbol{\epsilon} \quad (14)$$

于是, 我们有以下结论:

定理 1. 假设有向通信图 \mathbb{G} 含有一个有向生成树, 通信时延 $\tau \in [0, \bar{\tau}]$ 满足以下条件:

- 1) $1 + \lambda_i(A) \frac{1 - e^{-s\bar{\tau}}}{s} \neq 0, \forall s \in \mathbf{C}^+$;
- 2) 存在正定矩阵 P 和 S , 使得以下矩阵为负定,

即

$$Q = \begin{bmatrix} \bar{\tau}S - L^T P - PL & -L^T P A^T \\ -A^T P L & -\bar{\tau}S \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

则对于系统 (1), 控制器 (11) 可实现式 (10) 意义下的协调控制.

证明. 构造以下 Lyapunov 函数:

$$V(\boldsymbol{\epsilon}_i, \tilde{\theta}_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\boldsymbol{\epsilon}_i^T M_i(\mathbf{q}_i) \boldsymbol{\epsilon}_i + \tilde{\theta}_i^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}_i \right] \quad (16)$$

对其求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{\epsilon}_i, \tilde{\theta}_i) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\epsilon}_i^T \dot{M}_i(\mathbf{q}_i) \boldsymbol{\epsilon}_i + \\ &\sum_{i=1}^n \boldsymbol{\epsilon}_i^T M_i(\mathbf{q}_i) \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\theta}_i^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned}$$

由 Euler-Lagrange 系统的性质 2 可知, $\boldsymbol{\epsilon}_i^T [\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)] \boldsymbol{\epsilon}_i = 0$. 又 $\dot{\tilde{\theta}}_i(t) = -\dot{\hat{\theta}}_i(t)$, 并由式 (8) 和式 (9) 可得:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\epsilon}_i, \tilde{\theta}_i) = -\sum_{i=1}^n \boldsymbol{\epsilon}_i^T K_i \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (17)$$

易知, $V \geq 0, \dot{V} \leq 0$, 则对于 $\forall i \in \mathcal{I}$, 有 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t) \in \mathcal{L}_2$ 和 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t), \tilde{\theta}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 下面证明 $|\boldsymbol{\epsilon}_i(t)| \rightarrow 0$. 由 Barbalat 定理可知, 只要说明 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i \in \mathcal{L}_\infty$ 即可.

由式 (14) 可得, 由 $\boldsymbol{\epsilon}(t)$ 到 $\dot{\mathbf{q}}(t)$ 的传递函数为

$$T(s) = \frac{sI}{sI + I - A e^{-s\tau}} \quad (18)$$

假设 $\Xi(s) = \det(sI + I - A e^{-s\tau})$, 为了说明传递函数 $T(s)$ 的稳定性, 需要研究 $\Xi(s)$ 的特征根分布情况, 对于可能存在不稳定极点的右半复平面 $\text{Re}(s) > 0$, 有 $|e^{-s\tau}| < 1$. 根据盖尔圆定理 (Gershgorin's theorem), 可得传递函数 $T(s)$ 在右半平面没有极点. 注意到 0 有可能是特征多项式的重根, 由于 $\Xi(0) = \det(L)$, 由文献 [11] 可知, $\text{rank}(L) = n - 1, L$ 只有一个 0 特征根. 所以 $s = 0$

时, $\Xi(s)$ 仅有一个零根^[27], 于是可得, 传递函数 $T(s)$ 是稳定的. 由于 $\epsilon_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 所以 $\dot{q}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$. 由式 (13) 可知, $\sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij} \in \mathcal{L}_\infty$. 根据式 (6) 可得, Y_i 是否有界取决于 \hat{M}_i , $\sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij}$, \hat{C}_i , $\sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{e}_{ij}$ 和 $\hat{\theta}_i$. 由 Euler-Lagrange 系统的性质 1 和性质 3, \hat{M}_i 和 \hat{C}_i 有界, 又由 $\hat{\theta}$, $\sum_{j=1}^n a_{ij} e_{ij}$, $\sum_{j=1}^n a_{ij} \dot{e}_{ij}$ 的有界性, 可得 Y_i 是有界的. 所以根据式 (8) 可以得到 $\dot{\epsilon}_i \in \mathcal{L}_\infty$. 即 $\epsilon_i(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$ 且 $\dot{\epsilon}_i \in \mathcal{L}_\infty$. 所以, 根据 Barbalat 定理, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $|\epsilon_i(t)| \rightarrow 0$.

以下证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{q}_i(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |q_i(t) - q_d| = 0$. 由于当 $t \rightarrow \infty$ 时, $|\epsilon_i(t)| \rightarrow 0$, 基于系统 (14), 首先考虑如下系统的稳定性:

$$\dot{\bar{q}}(t) = -\bar{q}(t) + A\bar{q}(t - \tau) \quad (19)$$

根据文献 [13] 可知, 如果定理 1 中的条件 1) 得到满足, 则以下系统

$$\frac{d}{dt} \left(-\bar{q} + A \int_{-\tau}^0 \bar{q}(t + \theta) d\theta \right) = -(I - A)\bar{q} \quad (20)$$

的稳定性等价于系统 (19) 的稳定性.

选取 Lyapunov 函数如下:

$$\begin{aligned} V(\bar{q}_t) = & \left(\bar{q}(t) + A \int_{-\tau}^0 \bar{q}(t + \theta) d\theta \right)^T \times \\ & P \left(\bar{q} + A \int_{-\tau}^0 \bar{q}(t + \theta) d\theta \right) + \\ & \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \bar{q}(\xi)^T S \bar{q}(\xi) d\xi d\theta \end{aligned} \quad (21)$$

对 $V(\bar{q}_t)$ 求导可得:

$$\dot{V}(\bar{q}_t) \leq \bar{q}(t)^T [-L^T P - PL + \tau(S + L^T P A S^{-1} A L^T)] \bar{q}(t) \quad (22)$$

类似于文献 [13] 中推论 5.5 的证明过程, 可知如果定理 1 中的条件 2) 得到满足, 即 $Q < 0$, 则系统 (19) 是渐近稳定的. 系统 (14) 相当于对稳定系统 (19) 施加扰动 $\epsilon_i(t)$, 因为 $\epsilon_i(t) \in \mathcal{L}_2$, 且当 $t \rightarrow \infty$ 时, $|\epsilon_i(t)| \rightarrow 0$, 于是当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{\bar{q}}(t) \rightarrow 0$ ^[34], 由式 (13) 知 $\left| \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij} \right| \rightarrow 0$, 假设

$$\Delta_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij} \quad (23)$$

可将式 (23) 整理为矩阵形式

$$\begin{aligned} \Delta = & -\bar{q}(t) + A\bar{q}(t - \tau) = \\ & -\bar{q}(t) + A\bar{q}(t) - A \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{q}}(\sigma) d\sigma = \\ & -L\bar{q}(t) - A \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{q}}(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (24)$$

由于 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{\bar{q}}(t) \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow 0$, 所以 $L\bar{q}(t) \rightarrow 0$. 于是可得 $\bar{q}(t)$ 有两种情况: 1) $\bar{q}(t) \rightarrow 0$, 即 $q_i(t) \rightarrow q_d$, $\forall i \in \mathcal{I}$; 2) 我们知道, 当有向图中含有有向生成树时, Laplacian 矩阵 L 仅有一个零特征值, 对应的唯一特征向量为 $\mathbf{1}_n$, 所以向量 $\bar{q}(t)$ 中每个元素趋于相等, 即 $\bar{q}_i(t) \rightarrow \bar{q}_j(t)$. 也即 $q_i(t) \rightarrow q_j(t)$, $\forall i, j \in \mathcal{I}$. 由于图 \mathbb{G} 含有一个有向生成树, 于是可得 $q_i(t) \rightarrow q_d$. \square

2.2 领航者为动态时的协调算法

这里假设 $q_d(t)$ 是时变的, 并且编队系统中只有一部分个体能获得领航者的位置 $q_d(t)$ 和速度 $\dot{q}_d(t)$. 在存在通信时延的情况下, 有以下自适应跟踪算法:

$$u_i = Y_i \hat{\theta}_i + K_i \varsigma_i \quad (25)$$

其中, $K_i > 0$, 协调信号 ς_i 为

$$\varsigma_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} \dot{e}_{ij} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} e_{ij} \right) \quad (26)$$

其中, e_{ij} 如式 (4) 所定义, $Y_i \hat{\theta}_i$ 为

$$\begin{aligned} Y_i \hat{\theta}_i = & \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \hat{M}_i(q_i) \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} [\dot{q}_j(t - \tau) + \dot{e}_{ij}] + \\ & \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \hat{C}_i(q_i, \dot{q}_i) \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathbb{G})} [q_j(t - \tau) + e_{ij}] + \\ & \hat{g}_i(q_i) \end{aligned} \quad (27)$$

由式 (25) 知, 以下等式成立:

$$M_i(q_i) \dot{\varsigma}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i) \varsigma_i = Y_i \tilde{\theta}_i - K_i \varsigma_i \quad (28)$$

其中, $\tilde{\theta}_i(t) = \theta_i - \hat{\theta}_i(t)$ 为参数的时变估计误差, 时变估计 $\hat{\theta}_i(t)$ 的动态方程为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i Y_i^T \varsigma_i \quad (29)$$

式中 Γ_i 为已知的正定矩阵.

仍假设 $q_{n+1} = q_d(t)$, 记 $\bar{q}_i = q_i - q_d$, $\dot{\bar{q}}_i = \dot{q}_i - \dot{q}_d$. 则式 (26) 可写为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_i &= \frac{1}{d_i} \sum_{j=1}^{n+1} a_{ij} [\dot{\mathbf{q}}_j(t-\tau) - \bar{\mathbf{q}}_j(t-\tau) - \bar{\mathbf{q}}_i] + \\ &\quad \dot{\mathbf{q}}_d(t-\tau) - \dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{q}_d(t-\tau) - \mathbf{q}_d - \boldsymbol{\varsigma}_i \end{aligned} \quad (30)$$

式中, $d_i = \sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}$, 将式 (30) 写为矩阵形式:

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}} = A\dot{\bar{\mathbf{q}}}(t-\tau) + A\bar{\mathbf{q}}(t-\tau) - \bar{\mathbf{q}} + R_e \quad (31)$$

其中, 矩阵 A 仍为第 2.1 节所定义, $R_e = [\dot{\mathbf{q}}_d(t-\tau) - \dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{q}_d(t-\tau) - \mathbf{q}_d] \mathbf{1}_n - \boldsymbol{\varsigma}$. 式中 $\boldsymbol{\varsigma} = [\boldsymbol{\varsigma}_1, \dots, \boldsymbol{\varsigma}_n]^T$. 我们有以下结论:

定理 2. 假设有向通信图 \mathcal{G} 含有一个有向生成树, 对于系统 (1) 和任意通信时延 τ , 自适应控制器 (25) 能使得 $\mathbf{q}_i(t) - \mathbf{q}_d(t)$ 趋于一致有界.

证明. 选取 Lyapunov 函数:

$$V(\boldsymbol{\varsigma}_i, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\boldsymbol{\varsigma}_i^T M_i(\mathbf{q}_i) \boldsymbol{\varsigma}_i + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i \right] \quad (32)$$

求导可得:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varsigma}_i, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i) = - \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\varsigma}_i^T K_i \boldsymbol{\varsigma}_i \quad (33)$$

类似于定理 1 的分析, 可以得到, $\boldsymbol{\varsigma}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$. 由文献 [14] 容易得到 $\rho(A) < 1$. 所以中立算子 $\mathcal{D} = \bar{\mathbf{q}} - A\bar{\mathbf{q}}(x-\tau)$ 是稳定的 (依据文献 [35] 中定理 5.1). 选取 Lyapunov 函数 $V(\bar{\mathbf{q}}_t)$:

$$V(\bar{\mathbf{q}}_t) = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{q}}(t)^T \bar{\mathbf{q}}(t) \quad (34)$$

$V(\bar{\mathbf{q}}_t)$ 为正定, 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t) &= (\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t)^T [A\bar{\mathbf{x}}(t-\tau) - \bar{\mathbf{q}} + R_e] = \\ &\quad - (\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t)^T (\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t) + (\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t)^T R_e \end{aligned} \quad (35)$$

因此

$$\dot{V}(\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t) \leq - \|\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t\| (\|\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t\| - \|R_e\|) \quad (36)$$

假设 \mathbf{q}_d 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 有界, 由于 $\boldsymbol{\varsigma}_i(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$. 所以 $\|R_e\|$ 有界. 接下来的证明过程借鉴于文献 [15] 中定理 4.4 的证明过程. 如果 $\|\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t\| > \|R_e\|$, 则有 $\dot{V}(\mathcal{D}\bar{\mathbf{q}}_t) < 0$. 所以, 由引理 1 可得 $\bar{\mathbf{q}}_t$ 最终趋于一致有界, 即 $\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_d$ 是一致有界的. \square

注 1. 受启发于文献 [15], 我们得到了动态 Leader 时的一致有界协调算法. 由定理 2 可知, 在只有部分个体和领航者通信的情况下, 通信时延的存在并不影响系统的稳定性, 但是随着时延的增加, 系统中各个体的跟踪误差也会随之增加. 算法中存在一定的稳态误差. 分析其原因, 一方面因为系统中

存在有未知参数, 实时估计过程中有可能会造成一定的偏差; 另一方面, 由于通信时延的存在, 各个体获得的领航者速度和位置信息并不是实时的, 再加上领航者的动态特性, 跟踪精度便受到了一定的影响. 在下一步的工作中, 我们将会对如何减少甚至消除稳态误差问题做进一步研究, 一种值得尝试的方法是将人工神经网络引入算法中.

本节中, 我们基于统一构架, 对时延网络中多 EL 系统中分别含静态和动态领航者两种情形分别设计了控制器, 并对控制器的稳定性进行了证明.

3 数值仿真

为了验证控制器的有效性, 我们运用 Wolfram Mathematica 7 软件设计了数值仿真实验. 假设编队系统由四个二自由度机械臂组成, 简单起见, 假设它们有相同的动力学方程:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

其中

$$H_{11} = a_1 + 2a_3 \cos q_2 + 2a_4 \sin q_2$$

$$H_{12} = H_{21} = a_2 + a_3 \cos q_2 + a_4 \sin q_2$$

$$H_{22} = a_2$$

$$h = a_3 \sin q_2 - a_4 \cos q_2$$

$$a_1 = I_1 + m_l l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2$$

$$a_3 = m_e l_1 l_{ce} \cos \delta_e$$

$$a_4 = m_e l_1 l_{ce} \sin \delta_e$$

仿真参数取 $m_1 = 1$, $l_1 = 1$, $m_e = 2$, $\delta_e = 30^\circ$, $I_1 = 0.12$, $l_{c1} = 0.5$, $I_e = 0.25$, $l_{ce} = 0.6$. 通信拓扑如图 1 所示.

假设 $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)^T = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n+1} a_{ij}} \sum_{j \in \mathcal{N}_i(\mathcal{G})} \mathbf{e}_{ij}$. 根据系统的线性化性质, 取 $\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, a_3, a_4]^T$, 假设这些参数不能准确获得, 仿真时都设为其真实值的 20%~80%. 则相应的 $Y(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = [y_{ij}] \in \mathbf{R}^{2 \times 4}$ 为

$$Y = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 & \dot{\varepsilon}_2 & y_{13} & y_{14} \\ 0 & \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 & \varepsilon_1 \cos q_2 + \varepsilon_1 \dot{q}_1 \sin q_2 & y_{24} \end{bmatrix} \quad (37)$$

其中

$$y_{24} = -\varepsilon_1 \dot{q}_1 \cos q_2 + \dot{\varepsilon}_1 \sin q_2$$

$$y_{13} = (2\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2) \cos q_2 - (\varepsilon_1 \dot{q}_2 + \varepsilon_2 \dot{q}_1 + \varepsilon_2 \dot{q}_2) \sin q_2$$

$$y_{14} = (2\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2) \sin q_2 + (\varepsilon_1 \dot{q}_2 + \varepsilon_2 \dot{q}_1 + \varepsilon_2 \dot{q}_2) \cos q_2$$

q_i 和 \dot{q}_i 的初始值设为区间 $[-2.5, 2.5]$ 的随机值. 并取 $K = 1, \Gamma = 2I_{4 \times 4}$.

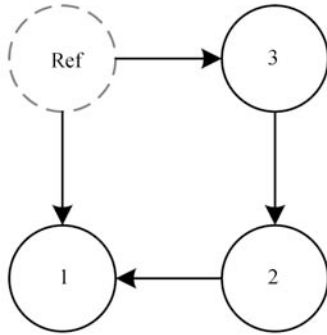


图 1 通信拓扑

Fig.1 Communication and sensing graph

当领航者为静态时, 设 $q_d = [1, -0.5]^T$, 时延 $\tau = 0.5$ s. 仿真结果如图 2~图 5 所示. 图中, $q^{(p)} = [q_1^{(p)}, q_2^{(p)}, q_3^{(p)}]^T$ 表示三个机械臂的第 p 个关节的位置, $\dot{q}^{(p)} = [\dot{q}_1^{(p)}, \dot{q}_2^{(p)}, \dot{q}_3^{(p)}]^T$ 表示其第 p 个关节速度变化情况, 其中, $p = \{1, 2\}$. 由图 2 和图 3 知, 系统中各个体在自适应控制器 (11) 作用下, 位置最终和领航者趋于一致. 图 3 和图 4 说明速度都收敛于零. 由仿真结果可知, 控制器 (11) 能保证了领航者为静态时的协调控制, 实现了控制目标 (10).

当领航者为动态时, 假设通信拓扑与静态情形相同, 如图 1 所示. 假设领航者的运动方程为 $q_d = [\sin^2(0.2t), \cos(0.4t)]^T$. 时延 $\tau = 0.2$ s. 仿真结果如图 5~图 8 所示. 由图 5 和图 6 知, 各个体的运动最终和 q_d 趋于一致, 但是始终存在一定的跟踪误差. 究其原因, 一方面因为系统中存在有未知参数, 实时估计过程中会造成一定偏差; 另一方面, 由于时

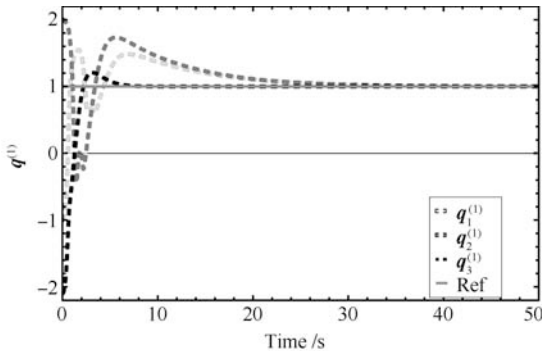


图 2 领航者为静态时 $q^{(1)}$ 的变化情况

Fig.2 Convergence of $q^{(1)}$ with static leader

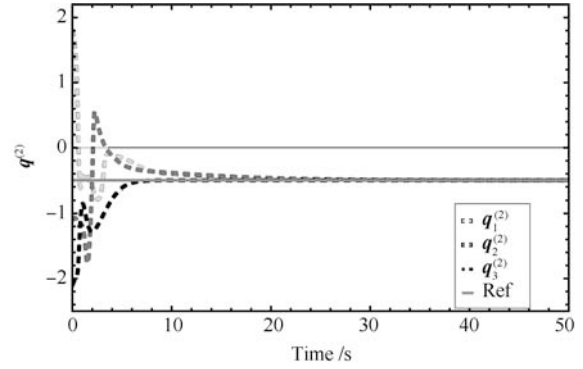


图 3 领航者为静态时 $q^{(2)}$ 的变化情况

Fig.3 Convergence of $q^{(2)}$ with static leader

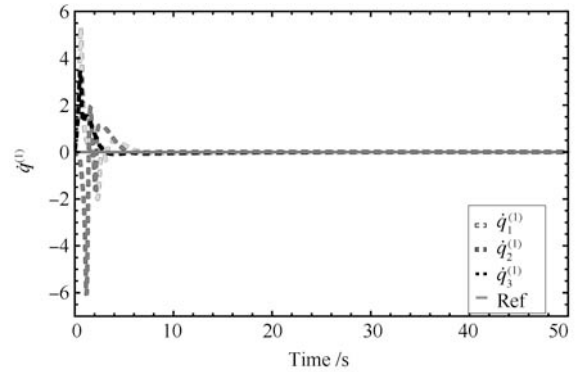


图 4 领航者为静态时 $\dot{q}^{(1)}$ 的变化情况

Fig.4 Convergence of $\dot{q}^{(1)}$ with static leader

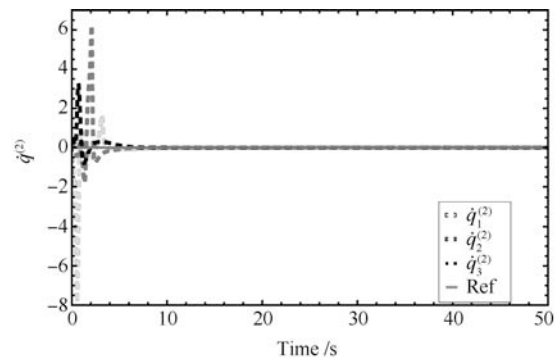


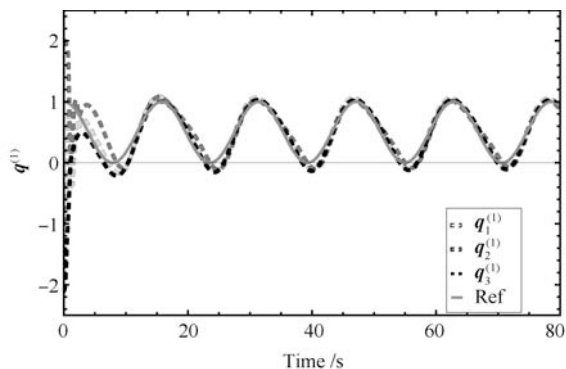
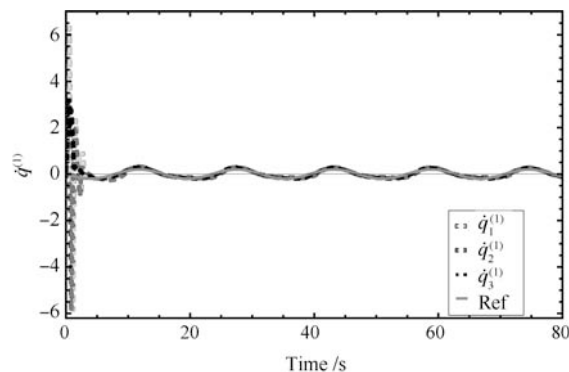
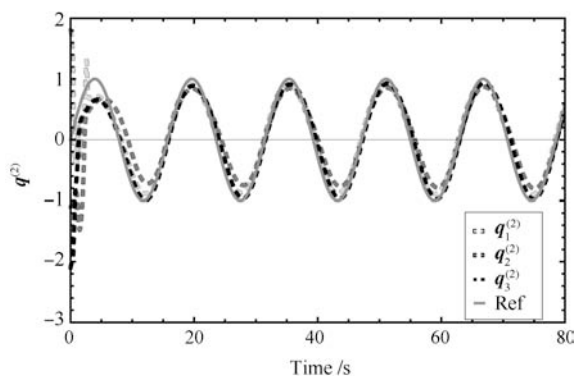
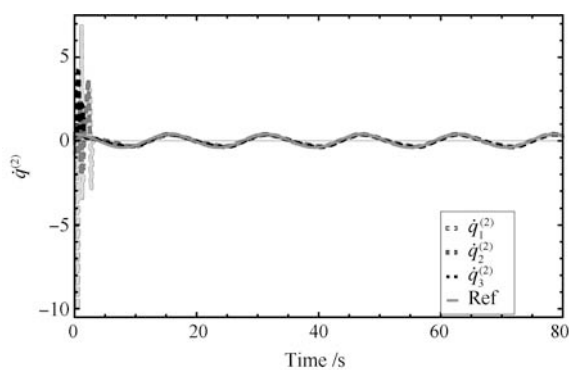
图 5 领航者为静态时 $\dot{q}^{(2)}$ 的变化情况

Fig.5 Convergence of $\dot{q}^{(2)}$ with static leader

延的存在, 对跟踪精度也产生了一定的影响. 这和定理 2 的结论是一致的. 图 7 和图 8 表示, 个体的速度也和领航者趋于一致. 算法 (25) 的有效性得到了验证. 仿真实验中, 我们发现, 随着时延 τ 的增加, 跟踪误差也随之增大.

4 结论

针对时延网络中含未知参数的 Euler-Lagrange

图 6 领航者为动态时 $q^{(1)}$ 的变化情况Fig. 6 Convergence of $q^{(1)}$ with dynamic leader图 8 领航者为动态时 $\dot{q}^{(1)}$ 的变化情况Fig. 8 Convergence of $\dot{q}^{(1)}$ with dynamic leader图 7 领航者为动态时 $q^{(2)}$ 的变化情况Fig. 7 Convergence of $q^{(2)}$ with dynamic leader图 9 领航者为动态时 $\dot{q}^{(2)}$ 的变化情况Fig. 9 Convergence of $\dot{q}^{(2)}$ with dynamic leader

系统分布式协调控制问题, 提出了一种分布式自适应协调控制算法. 分别针对领航者为静态和动态时两种情形设计了控制器, 从理论上证明了控制器的稳定性, 并用数值仿真验证了该控制器的有效性. 文中所设计的控制器的优势在于仅要求通信拓扑为最一般的有向图, 并能同时处理系统含有未知参数和通信时延的情形. 当领航者为静态时, 控制算法使得系统中个体的位置状态趋近于领航者, 速度趋近于零. 对于动态领航者, 由于未知参数和时延的存在, 我们得到了一致有界性算法. 本文中协调控制器的设计主要受启发于含未知参数的双边遥操作控制器^[9]和带时延的一阶线性系统协调控制^[15], 我们将文献 [15] 中解决时延问题的思路运用于含未知参数的 Euler-Lagrange 系统分布式协调控制中, 得到了自适应协调算法, 为解决复杂网络环境下非线性多 Euler-Lagrange 系统协调控制提供了一种行之有效的探索. 本文假设个体之间的通信时延均为恒定值, 然而实际系统中时延可能是时变的, 在下一步的研究中, 我们会进一步考虑时变时延对于系统收敛性的影响. 另外, 在多智能体协调控制领域中, 通信拓扑切换问题也是一个非常重要的研究课题, 然而目前

对于该问题的研究多集中于由一种确定的通信拓扑切换到另一确定拓扑状态, 对于通信拓扑中含有未知参数和随机切换的研究却很少有报道, 若含未知参数多 Euler-Lagrange 系统的通信拓扑含有未知参数和随机切换过程, 问题将会更具挑战性, 其本质上是一个具有切换特性的时滞非线性控制. 值得指出的是, 对于含有未知参数的线性切换系统, 文献 [32] 通过构造非连续的分段 Lyapunov 函数, 运用线性矩阵不等式方法, 得到了系统指数稳定的条件. 由于 Euler-Lagrange 系统的非线性, 文献中的结论并不能直接运用到含未知参数的多 Euler-Lagrange 系统分布式协调控制中, 但文献中构造非连续分段 Lyapunov 函数的思路非常值得借鉴. 下一步的工作中, 作者将会对该问题进行深入的研究.

References

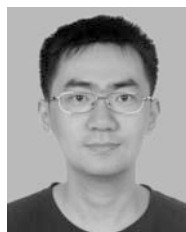
- 1 Dupree K, Patre P M, Wilcox Z D, Dixon W E. Asymptotic optimal control of uncertain nonlinear Euler-Lagrange systems. *Automatica*, 2011, **47**(1): 99–107
- 2 Patre P M, MacKunis W, Johnson M, Dixon W E. Composite adaptive control for Euler-Lagrange systems with ad-

- ditive disturbances. *Automatica*, 2010, **46**(1): 140–147
- 3 Patre P M, MacKunis W, Dupree K, Dixon W E. Modular adaptive control of uncertain Euler-Lagrange systems with additive disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(1): 155–160
- 4 Ren W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems. *International Journal of Control*, 2009, **82**(11): 2137–2149
- 5 Meng Z Y, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies. *Automatica*, 2010, **46**(12): 2092–2099
- 6 Khoo S, Xie L H, Man Z H. Robust finite-time consensus tracking algorithm for multirobot systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2009, **14**(2): 219–226
- 7 Min H, Sun F, Wang S, Li H. Distributed adaptive consensus algorithm for networked Euler-Lagrange systems. *IET Control Theory & Application*, 2011, **5**(1): 145–154
- 8 Mei J, Ren W, Ma G F. Containment control for multiple Euler-Lagrange systems with parametric uncertainties in directed networks. In: Proceedings of the 2011 American Control Conference. San Francisco, USA: IEEE, 2011. 2186–2191
- 9 Nuño E, Ortega R, Basañez L. An adaptive controller for nonlinear teleoperators. *Automatica*, 2010, **46**(1): 155–159
- 10 Nuño E, Basañez L, Ortega R, Spong M W. Position tracking for non-linear teleoperators with variable time delay. *The International Journal of Robotics Research*, 2009, **28**(7): 895–910
- 11 Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(5): 655–661
- 12 Lopes O. Forced oscillations in nonlinear neutral differential equations. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1975, **29**(1): 196–207
- 13 Niculescu S I. *Delay Effects on Stability: a Robust Control Approach*. New York: Springer-Verlag, 2001
- 14 Cao Y C, Ren W, Li Y. Distributed discrete-time coordinated tracking with a time-varying reference state and limited communication. *Automatica*, 2009, **45**(5): 1299–1305
- 15 Meng Z Y, Ren W, Cao Y C, Zheng Y. Leaderless and leader-following consensus with communication and input delays under a directed network topology. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part B: Cybernetics*, 2011, **41**(1): 75–88
- 16 Kang W, Yeh H H. Co-ordinated attitude control of multi-satellite systems. *International Journal of Robust and Non-linear Control*, 2002, **12**(2–3): 185–205
- 17 Min H, Wang S, Sun F, Gao Z, Wang Y. Distributed six degree-of-freedom spacecraft formation control with possible switching topology. *IET Control Theory & Application*, 2011, **5**(9): 1120–1130
- 18 Arcak M. Passivity as a design tool for group coordination. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(8): 1380–1390
- 19 Ren W. Distributed attitude alignment in spacecraft formation flying. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, **21**(2–3): 95–113
- 20 Abdessameud A, Tayebi A. Attitude synchronization of a spacecraft formation without velocity measurement. In: Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 3719–3724
- 21 Chung S J, Ahsun U, Slotine J J E. Application of synchronization to formation flying spacecraft: Lagrangian approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, **32**(2): 512–526
- 22 Wang P K C, Hadaegh F Y, Lau K. Synchronized formation rotation and attitude control of multiple free-flying spacecraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamic*, 1999, **22**(1): 28–35
- 23 Dimarogonas D V, Tsiotras P, Kyriakopoulos K J. Leader-follower cooperative attitude control of multiple rigid bodies. *Systems & Control Letters*, 2009, **58**(6): 429–435
- 24 Wang Shuai, Yang Wen, Shi Hong-Bo. Consensus-based filtering algorithm with packet-dropping. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(12): 1689–1696
(王帅, 杨文, 侍洪波. 带丢包一致性滤波算法研究. 自动化学报, 2010, **36**(12): 1689–1696)
- 25 Xiao F, Wang L. State consensus for multi-agent systems with switching topologies and time-varying delays. *International Journal of Control*, 2006, **79**(10): 1277–1284
- 26 Lin P, Jia Y M, Li L. Distributed robust H_∞ consensus control in directed networks of agents with time-delay. *Systems & Control Letters*, 2008, **57**(8): 643–653
- 27 Tian Y P, Liu C L. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(9): 2122–2128
- 28 Tian Y P, Liu C L. Robust consensus of multi-agent systems with diverse input delays and asymmetric interconnection perturbations. *Automatica*, 2009, **45**(5): 1347–1353

- 29 Münz U, Papachristodoulou A, Allgöwer F. Delay robustness in consensus problems. *Automatica*, 2010, **46**(5): 1252–1265
- 30 Münz U, Papachristodoulou A, Allgöwer F. Consensus in multi-agent systems with coupling delays and switching topology. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(12): 2976–2982
- 31 Zhang L X. H_∞ estimation for discrete-time piecewise homogeneous Markov jump linear systems. *Automatica*, 2009, **45**(11): 2570–2576
- 32 Zhang L X, Jiang B. Stability of a class of switched linear systems with uncertainties and average dwell time switching. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2010, **6**(2): 667–676
- 33 Zhang L X, Lam J. Necessary and sufficient conditions for analysis and synthesis of Markov jump linear systems with incomplete transition descriptions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(7): 1695–1701
- 34 Hale J K, Lunel S M V. *Introduction to Functional Differential Equations*. New York: Springer, 1993
- 35 Ren W. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state. *Systems & Control Letters*, 2007, **56**(7–8): 474–483



刘源 第二炮兵工程大学博士研究生。主要研究方向为多智能体协调控制, 航天器姿态控制。本文通信作者。
E-mail: craig_wayne@163.com
(LIU Yuan Ph. D. candidate at Second Artillery Engineering University. His research interest covers multi-agent coordination control and spacecraft attitude control. Corresponding author of this paper.)



闵海波 博士, 第二炮兵工程大学讲师。主要研究方向为航天器编队, 多智能体协调控制。
E-mail: haibo.min@gmail.com
(MIN Hai-Bo Ph. D., lecturer at Second Artillery Engineering University. His research interest covers spacecrafts formation and multi-agent coordination control.)



王仕成 博士, 第二炮兵工程大学教授。主要研究方向为导航, 制导与控制, 控制理论与工程。
E-mail: wshcheng@vip.163.com
(WANG Shi-Cheng Ph. D., professor at Second Artillery Engineering University. His research interest covers navigation, guidance and control, control theory and engineering.)



张金生 博士, 第二炮兵工程大学讲师。主要研究方向为地磁导航, 精确制导与控制。E-mail: zjinshengchina@163.com
(ZHANG Jin-Sheng Ph. D., lecturer at Second Artillery Engineering University. His research interest covers geomagnetic matching navigation, precision guidance and control.)



刘志国 博士, 第二炮兵工程大学讲师。主要研究方向为卫星导航, 精确制导与控制。E-mail: lzgc@163.com
(LIU Zhi-Guo Ph. D., lecturer at Second Artillery Engineering University. His research interest covers satellite navigation, precision guidance and control.)