

基于信息强度的 RBF 神经网络结构设计研究

韩红桂¹ 乔俊飞¹ 薄迎春¹

摘要 在系统研究前馈神经网络的基础上, 针对径向基函数 (Radial basis function, RBF) 网络的结构设计问题, 提出一种弹性 RBF 神经网络结构优化设计方法. 利用隐含层神经元的输出信息 (Output-information, OI) 以及隐含层神经元与输出层神经元间的交互信息 (Multi-information, MI) 分析网络的连接强度, 以此判断增加或删除 RBF 神经网络隐含层神经元, 同时调整神经网络的拓扑结构, 有效地解决了 RBF 神经网络结构设计问题; 利用梯度下降的参数修正算法保证了最终 RBF 网络的精度, 实现了神经网络的结构和参数自校正. 通过对典型非线性函数的逼近与污水处理过程关键水质参数建模, 结果证明了该弹性 RBF 具有良好的动态特征响应能力和逼近能力, 尤其是在训练速度、泛化能力、最终网络结构等方面较之最小资源神经网络 (Minimal resource allocation net works, MRAN)、增长修剪 RBF 神经网络 (Generalized growing and pruning RBF, GGAP-RBF) 和自组织 RBF 神经网络 (Self-organizing RBF, SORBF) 有较大的提高.

关键词 弹性 RBF 神经网络, 结构设计, 非线性系统, 动态特征响应

引用格式 韩红桂, 乔俊飞, 薄迎春. 基于信息强度的 RBF 神经网络结构设计研究. 自动化学报, 2012, 38(7): 1083–1090

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.01083

On Structure Design for RBF Neural Network Based on Information Strength

HAN Hong-Gui¹ QIAO Jun-Fei¹ BO Ying-Chun¹

Abstract Based on the systemic investigation on the feedforward neural network, for the problem of the structure design of the RBF neural network, a new flexible structure design method is used for RBF neural network in this paper. By computing the output-information (OI) of the hidden neurons and the multi-information (MI) of the hidden nodes and output nodes, the hidden nodes in the RBF neural network can be inserted or pruned, thus the topology of the network can be modulated. This method can effectively solve the structure design of the RBF neural network. The grad-descent method for the parameter adjusting ensures the exactitude of the flexible RBF neural network (F-RBF). The structure of the RBF neural network is self-organizing, and the parameters are self-adaptive. In the end, the proposed F-RBF is used for approximating the classical non-linear functions and modelling key parameters of the wastewater treatment process. The results show that the F-RBF obtains a favorable dynamic character response and the approximating ability. Especially, compared with the minimal resource allocation networks (MRAN), the generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) and the self-organizing RBF (SORBF), the proposed algorithm is more effective in terms of training time, generalization, and neural network structure.

Key words Flexible RBF neural network (F-RBF), structure design, non-linear systems, dynamic character response

Citation Han Hong-Gui, Qiao Jun-Fei, Bo Ying-Chun. On structure design for RBF neural network based on information strength. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(7): 1083–1090

径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络的研究和进展, 给工业过程建模和控制提供

了一种新方法. RBF 神经网络由于结构简单、逼近能力强, 在实际应用和理论研究中得到了广泛的应用^[1–4].

RBF 神经网络应用的核心问题是其结构设计及学习算法设计, 对其学习算法的研究已经日趋成熟^[5], 而结构设计仍是一个普遍关注而尚未解决的问题. 为实现 RBF 神经网络的自组织设计, Platt^[6] 首先提出一种增长型资源分配 RBF 网络模型 (Resource allocation network, RAN), RAN 能够根据处理对象增加隐含层神经元, 达到处理复杂信息的目的. 但是 RAN 由于网络结构只增不减, 最终网络往往存在冗余. 在 RAN 的基础上, Lu 等提出了一种最小资源神经网络 (Minimal resource allocation network, MRAN)^[7], MRAN 在学习过程中隐含层神经元不但能够增长, 而且通过引入删

收稿日期 2011-09-28 录用日期 2011-12-12
Manuscript received September 28, 2011; accepted December 12, 2011

国家自然科学基金 (61034008), 北京市自然科学基金 (4122006), 北京市创新人才建设计划 (PHR201006103), 北京市教育委员会科技发展计划 (KZ201010005005) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61034008), Natural Science Foundation of Beijing (4122006), Funding Project for Academic Human Resources Development in Institution of Higher Learning under the Jurisdiction of Beijing Municipality (PHR201006103), and Beijing Municipal Education Commission Science and Technology Development Program (KZ201010005005)

本文责任编辑 孙长银

Recommended by Associate Editor SUN Chang-Yin

1. 北京工业大学电子信息与控制工程学院 北京 100124

1. College of Electronic and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124

减策略对 RBF 神经网络拓扑结构进行调整, 最终获得适用于研究对象的网络结构, 该 RBF 神经网络结构设计方法得到了较为广泛的应用^[8], 但是 MRAN 忽略了结构调整后参数的调整, 导致神经网络学习算法的收敛速度较慢. 最近, Gonzalez 等^[9] 基于进化算法对 RBF 网络的结构大小进行调整, 进化算法是基于生物进化原理的搜索算法, 具有很好的鲁棒性和全局搜索能力. 但是, 遗传算法需要昂贵的计算代价. 为了在保证搜索能力的同时提高运算速度, 文献 [10] 利用粒子群优化 (Particle swarm optimization, PSO) 算法对 RBF 神经网络结构进行优化, 通过对 RBF 神经网络的隐含层神经元和连接权值进行调整, 提高最终神经网络的性能. 但是由于 PSO 在训练过程中需要进行全局搜索, 整个结构调整时间仍较长. Huang 等提出了一种增长修剪型 RBF 神经网络 (Generalized growing and pruning RBF, GGAP-RBF)^[11], GGAP-RBF 通过计算隐含层神经元的重要性, 从而判断增减隐含层神经元. 但是, GGAP-RBF 由于利用顺序学习算法对网络参数进行修改, 对网络初始值设定需要参考总体样本数据, 因此该方法不太适用于在线学习. Lian 等提出了一种自组织 RBF 神经网络 (Self-organizing RBF, SORBF)^[12], SORBF 通过网络的逼近误差作为依据, 实现网络结构的自组织设计. 但是, SORBF 仅仅以误差作为结构调整依据, 并未考虑网络内部的连接信息以及网络结构调整后参数的设定问题, 从而总体训练时间较长. 因此, RBF 神经网络结构优化设计方法仍是一个开放的问题^[13], 尤其是如何借助生物神经网络连接机制对 RBF 网络结构进行调整是当前关注的热点问题^[14-15].

鉴于以上存在的问题, 本文提出了一种基于信息强度的弹性 RBF 神经网络 (Flexible RBF neural network, F-RBF); F-RBF 利用隐含层神经元输出信息 (Output-information, OI) 强度实现神经网络的增长, 同时利用神经元间交互信息 (Multi-information, MI) 强度实现隐含层神经元的删除, 解决了 RBF 神经网络结构自组织设计的问题; 利用梯度下降算法对其连接权值进行调整, 提高 RBF 神经网络动态特征响应能力及精度, 并给出了收敛性理论证明. 利用其对典型非线性函数逼近和污水处理过程中关键水质参数建模, 其结果表明: 所提 F-RBF 神经网络有较好的非线性逼近能力、较快的训练速度以及紧凑的网络结构.

1 弹性 RBF 神经网络

1.1 RBF 神经网络

RBF 神经网络结构分为三层: 输入层、隐含层和输出层. 对于多输入单输出 RBF 神经网络, 其输

出可描述为

$$y = \sum_{k=1}^K w_k \theta_k(\mathbf{x}) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_l]^T$ 是输入向量, w_k 是隐含层第 k 个神经元与输出层神经元的连结权值, K 是神经网络隐含层神经元数. θ_k 是隐含层第 k 个神经元的输出, 即:

$$\theta_k(\mathbf{x}) = e^{-\frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k\|}{\sigma_k^2}} \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_k$ 和 σ_k 分别为隐含层神经元 k 的中心和方差.

文中利用隐含层神经元 OI 强度以及神经元间 MI 强度对神经网络隐含层神经元进行调节, 从而修改神经网络的拓扑结构.

1.2 弹性 RBF 神经网络结构设计

F-RBF 基于信息强度对其结构进行设计; 首先, 利用 OI 强度判断神经元的活跃度, 对活跃度较强的神经元进行分裂; 其次, 通过计算 MI 相关性函数, 分析 RBF 神经网络隐含层神经元与输出层神经元间的连接强度, 从而根据 MI 强度对网络结构进行修改; 最后, 对神经网络参数进行调整. RBF 神经网络结构调整可以分为两种情况: 1) 神经元分裂机制; 2) 神经元连接调整机制.

1) 神经元分裂机制

利用隐含层神经元输出计算其活跃度函数

$$Af_i(\mathbf{x}) = \frac{\theta_i}{(\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i\| + \tau) \sum_{k=1}^K \theta_k} \quad (3)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, K$, Af_i 是第 i 个隐含层神经元的活跃度, K 是隐含层神经元数, θ_i 是第 i 个隐含层神经元的输出, τ 是较小实数值, 避免 $\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i\|$ 为零时活跃度函数无解. 隐含层神经元的活跃度函数与分母 $\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i\|$ 有关, 当 \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\mu}_i$ 较接近时, 分母较小, 活跃度值较大, 此时神经元较活跃; 反之, 则不活跃.

当神经元 (称为第 i 个神经元) 的活跃度 Af_i 大于活跃度阈值 Af_0 时 ($Af_0 = \max\{1/K, 10e_r\}$, e_r 为期望误差), 活跃神经元 i 与输出神经元断开连接, 对其进行分裂, 并对新神经元初始中心及方差进行设定:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{i,l} &= \alpha_i \boldsymbol{\mu}_i + \beta_i \mathbf{x} \\ \sigma_{i,l} &= \alpha_i \sigma_i \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $l = (1, 2, \dots, N_{\text{new}})$, $\alpha_i \in [0.95, 1.05]$ 和 $\beta_i \in [0, 0.1]$, $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 σ_i 分别是神经元 i 的中心和方差, $\boldsymbol{\mu}_{i,l}$ 和 $\sigma_{i,l}$ 分别表示神经元 i 分裂的新神经元 l 的中心值和方差, N_{new} 是新增神经元数 ($N_{\text{new}} = [Af_i/Af_{\text{av}}]$, 取 Af_i/Af_{av} 的整数部分, Af_{av} 为隐含层神经元平

均活跃度), 根据神经元活跃度确定所增神经元数. 新神经元与输出神经元间的连接权值设定为

$$w_{i,l} = r_l \frac{w_i \theta_i(\mathbf{x}) - e}{\theta_{i,l}(\mathbf{x})} \sum_{l=1}^{N_{\text{new}}} r_l = 1 \quad (5)$$

其中, r_l 是第 l 个新神经元的分配参数, θ_i 是结构调整前分裂神经元 i 的输出, $\theta_{i,l}(\mathbf{x})$ 是新神经元 l 的输出, w_i 是分裂神经元 i 与输出层神经元的联结权值, e 是结构调整前神经网络的输出误差.

MRAN^[7]、GGAP-RBF^[11] 等其他自组织 RBF 神经网络在结构增长后, 新神经元初始中心、方差以及连接权值一般设为任意值, 这样容易引起网络误差波动. 而文中提出的新神经元初始中心、方差和连接权值的设定方法能够消除结构自组织引起的误差波动, 通过新神经元中心、方差和连接权值的初始设定加快了输出误差的收敛, 提高神经网络的自组织和自适应能力.

2) 神经元连接调整机制

首先定义隐含层神经元 j 和输出层神经元 y 的 MI 函数:

$$M(j; y) = \sum_{j,y} p(j; y) \log_2 \frac{p(j; y)}{p(j)p(y)} \quad (6)$$

其中, $p(j; y)$ 是 j 和 y 的联合分布密度, $p(j)$ 和 $p(y)$ 分别为 j 和 y 的概率密度.

假设 j 和 y 是相互连接的神经元, MI 的强度 $M(j; y)$ 依赖于神经元 j 和 y 间的信息强度, 根据香农熵理论, 神经元 j 和 y 间的连接强度可通过式 (7) 计算:

$$M(j; y) = H(j) - H(j|y) = H(y) - H(y|j) \quad (7)$$

其中, $H(j)$ 为神经元 j 的熵, $H(y|j)$ 为神经元 y 在神经元 j 条件下的熵, 其计算过程可参考文献 [16]. 由式 (7) 可知, 当神经元 j 和 y 相互独立时, $M(j; y)$ 的值为 0; 否则, $M(j; y)$ 为正数. 所以, $M(j; y) \geq 0$, 并且

$$M(j; y) \leq \min(H(j); H(y)) \quad (8)$$

规则化 MI 的强度

$$m(j; y) = \frac{M(j; y)}{\min(H(j); H(y))} \quad (9)$$

其中, $0 \leq m(j; y) \leq 1$, 通过计算 m , 能够确定神经元 j 和 y 间信息交互强度, 即连接强度.

RBF 神经网络中, 当 $m(j; y)$ 较大时, 说明神经元 j 和 y 间信息交互较强, j 和 y 间有连接 (如图 1(a)); 当 $m(j; y)$ 趋近 0 时, 则表明神经元 j 和 y 间信息交互强度较弱, 在网络结构调整时可忽略神经元 j 和 y 间的连接 (如图 1(b)), 从而降低神经网络的冗余度.



图 1 神经元 j 和 y 间连接图

Fig. 1 The connecting links between neurons j and y

F-RBF 神经网络不但能够增加隐含层神经元的个数, 而且能够删除冗余神经元, 从而对整个神经网络的拓扑结构进行调整.

F-RBF 神经网络学习算法的具体步骤如下:

步骤 1. 给定一个 RBF 神经网络, 隐含层神经元为较小自然数, 利用梯度下降算法^[17] 调整神经网络的权值 w 、中心值 μ 和方差 σ .

步骤 2. 计算隐含层神经元的活跃度 Af_j ($j = 1, 2, \dots, K$), 如果 Af_j 大于活跃度阈值 Af_0 , 分裂神经元 j , 调整网络结构, 根据式 (4) 和式 (5) 设定新神经元的初始参数.

步骤 3. 计算隐含层神经元 j 与输出层神经元 y 间的连接强度 $m(j; y)$, 如 $m(j; y) \leq m_0$ ($m_0 = 0.1e_r$), 则断开神经元 j 和 y 间的连接, 在隐含层找出与神经元 j 间欧氏距离最近的神经元 $j-j$, 神经元 $j-j$ 的参数为

$$\begin{aligned} \mu'_{j-j} &= \mu_j \\ \sigma'_{j-j} &= \sigma_j \end{aligned} \quad (10)$$

$$w'_{j-j} = w_{j-j} + w_j \frac{\theta_j(\mathbf{x})}{\theta_{j-j}(\mathbf{x})} \quad (11)$$

其中, w'_{j-j} , μ'_{j-j} 和 σ'_{j-j} 为结构调整后神经元 $j-j$ 与输出层神经元 y 间的连接权值、中心和方差.

步骤 4. 达到期望误差或计算步骤时停止计算.

值得注意的是 F-RBF 神经网络能够实现结构自组织, 通过计算神经元的信息强度从而确定是否增加隐含层神经元. 并且提出了神经元的 OI 强度和神经元间的 MI 强度数学表达, 获得一种 F-RBF 神经网络结构设计方法, 不但可以在线调整神经网络的连接权值参数, 而且能够同时增加隐含层神经元和删除冗余的神经元, 进而调整神经网络的拓扑结构. 从方法论的角度看, 弹性 RBF 神经网络根据生物神经网络的结构及信息处理模式, 首次提出基于神经元信息强度的 RBF 网络结构调整方式, 为研究神经网络结构自组织问题提供了一种新方法. 从生物学的角度看, 该神经网络结构弹性机制更接近人脑神经元信息处理方式^[18].

本文结合生物学中神经系统神经元之间连接方式, 提出了神经元的 OI 强度和神经元间的 MI 强度模型, 并给出了数学表述. 在信息强度模型的基础上, 实现了一种新型自组织 RBF 神经网络 — F-RBF, 通过对神经网络结构和参数的调整, 最终获得的神经网络结构比较紧凑.

2 收敛性分析

F-RBF 神经网络的收敛性影响最终网络的性能, 为了保证 F-RBF 的成功应用, 以下给出 F-RBF 神经网络的收敛性证明, F-RBF 神经网络的收敛性主要分为两个部分: 结构动态调整阶段和结构固定阶段.

假设在 t 时刻 F-RBF 神经网络有 n 个隐含层神经元, 当前误差为 $e_n(t)$.

1) 结构动态调整阶段

a) 神经元分裂阶段

若神经网络隐含层神经元 i 需要分裂, 分裂后的新神经元数为 N_{new} 个, 则分裂神经元后 RBF 神经网络隐含层神经元变为 $n + N_{\text{new}} - 1$ 个, 输出误差将变为

$$e'_{n+N_{\text{new}}-1}(t) = \sum_{k=1}^{n+N_{\text{new}}-1} w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) = \sum_{k=1}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) + \varphi(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) \quad (12)$$

其中, $\varphi(\mathbf{x}(t)) = \sum_{j=1}^{N_{\text{new}}} w_{i,j} \theta_j(\mathbf{x}(t))$, $y_d(t)$ 是 t 时刻的期望输出, $\mathbf{x}(t)$ 是 t 时刻的样本, 由式 (4) 和式 (5) 给定的参数调整规则可得:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{N_{\text{new}}} w_{i,l} \theta_l(\mathbf{x}(t)) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) &= \\ \sum_{l=1}^{N_{\text{new}}} r_l \frac{w_i \theta_i(\mathbf{x}) - e_n(t)}{\theta_l(\mathbf{x})} \theta_l(\mathbf{x}(t)) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) &= \\ - e_n(t) \end{aligned} \quad (13)$$

则神经元分裂后的神经网络的误差即为

$$e'_{n+N_{\text{new}}-1}(t) = \sum_{k=1}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) + \varphi(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) = \sum_{k=1}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - e_n(t) = e_n(t) - e_n(t) = 0 \quad (14)$$

以上分析表明: 结构调整后, t 时刻的网络输出误差 $e(t)$ 为零, 加快平均误差 E 的收敛 ($E = \frac{1}{2P} \sum_{p=1}^P e^2(p)$, P 为训练样本数), 从另一个侧面反映了分裂神经元能够改进神经网络的学习效率, 从而提高网络的性能.

b) 神经元连接调整阶段

若在 t 时刻神经网络隐含层神经元 j 与输出层 y 之间连接需要断开, 并且隐含层中与神经元 j 欧氏距离最近的神经元为 $j-j$, 则断开连接后 RBF

神经网络的输出误差将变为 (尚未进行权值训练)

$$e'_{n-1}(t) = \sum_{k=1}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - w_j \theta_j(\mathbf{x}(t)) \quad (15)$$

根据式 (10) 和式 (11) 给定的参数调整规则, 式 (15) 可变为

$$\begin{aligned} e'_{n-1}(t) &= \sum_{k=1, k \neq j-j}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - \\ &w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) + w'_{j-j} \theta_{j-j}(\mathbf{x}(t)) = \\ &\sum_{k=1, k \neq j-j}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) + \\ &(w_{j-j} + w_j \frac{\theta_j(\mathbf{x}(t))}{\theta_{j-j}(\mathbf{x}(t))}) \theta_{j-j}(\mathbf{x}(t)) = \\ &\sum_{k=1, k \neq j-j}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - w_i \theta_i(\mathbf{x}(t)) + \\ &w_{j-j} \theta_{j-j}(\mathbf{x}(t)) + w_j \theta_j(\mathbf{x}(t)) = \\ &\sum_{k=1}^n w_k \theta_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) = e_n(t) \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 神经网络隐含层神经元与输出层神经元断开连接也没有对神经网络输出误差造成影响, 神经元连接调整前后网络输出误差相等, 没有影响平均误差的收敛性. 结合神经元分裂与连接调整过程, RBF 结构优化过程对神经网络的收敛性并没有损害.

2) 结构固定阶段

结构固定阶段神经网络连接权值、中心和方差的参数按照文献 [17] 调整; 在 RBF 神经网络结构不变时, 利用上述梯度下降算法可以保证最终神经网络的收敛. F-RBF 神经网络, 在结构固定阶段属于文献 [17] 所提到的网络结构, 并且学习算法也与其相同, 因此, F-RBF 能够保证最终神经网络的收敛性.

综上所述, F-RBF 能够保证最终收敛性, 为其成功应用提供保障. 同时, F-RBF 的算法简单, 网络自组织以 RBF 神经网络处理信息为目标, 较之于 MRAN^[7]、GGAP-RBF^[11] 以及 SORBF^[12] 等自组织 RBF 神经网络, F-RBF 神经网络能够实现结构和参数的调整相结合, 在结构优化过程中考虑了权值变化, 神经网络隐含层神经元分裂或断开连接不会对神经网络输出误差造成影响, 保证 F-RBF 的最终收敛性.

3 仿真实验

F-RBF 能够根据研究对象的复杂度在线调整神经网络隐含层神经元个数, 提高 RBF 神经网络的

性能. 利用 F-RBF 对典型非线性函数进行逼近和污水处理过程中关键水质参数进行建模, 证明该算法的有效性; 并且与 MRAN^[7]、GGAP-RBF^[11] 以及 SORBF^[12] 进行比较.

3.1 非线性函数逼近

选取复杂交互非线性函数 (Complicated interaction function, CIF):

$$y = 1.9(1.35 + e^{x_1} \sin(13(x_1 - 0.6)))^2 e^{x_2} \sin(7x_2) \quad (17)$$

其中, $0 < x_1 < 1; 0 < x_2 < 1$. 非线性函数 CIF 经常用来检测神经网络的性能^[12, 19].

选取样本 882 组, 其中 441 组用来训练, 剩余 441 组用来检测. 神经网络的初始隐含层神经元是 3 个, 初始网络结构为 2-3-1, 初始联结权值为任意值, 初始中心给定为 $\mu = [-1, -1; 0, 0; 1, 1]$, 初始隐含层神经元方差给定为 $\sigma = 1.5$. 在此条件下进行验证, 对 CIF 逼近过程中神经网络隐含层剩余神经元如图 2 所示, F-RBF 对 CIF 逼近效果的二维显示如图 3 所示, 逼近效果的三维显示如图 4 所示, 其中, y 是 F-RBF 神经网络输出, y_d 是期望输出; 逼近误差曲面的三维显示如图 5, 与其他算法的详细性能比较如表 1 所示 (其他算法的初始神经网络结构与 F-RBF 相同, 增长与删减规则与原始参考文献相同, 各自训练 50 次后取平均结果).

图 2 显示 F-RBF 在初始结构调整阶段, 由于神经网络隐含层神经元过少, 处理信息能力较弱; 而 F-RBF 中一个隐含层神经元能够同时分裂成几个, 相对于 MRAN 和 GGAP-RBF 每次结构调整只能增加或修剪一个神经元, F-RBF 结构调整较为迅速, 提高了 RBF 神经网络的信息处理能力. 训练后的神经网络对 CIF 的逼近效果如图 3 (二维) 和图 4 (三

维) 所示, 图 3 和图 4 表明 F-RBF 输出值与函数值基本重合, F-RBF 具有较高的非线性逼近能力, 图 5 表明 F-RBF 神经网络的检测误差小于 0.02. 表 1 表明: 在相同的初始条件下, 达到相同期望误差时 F-RBF 训练时间最短并且最终神经网络最紧凑.

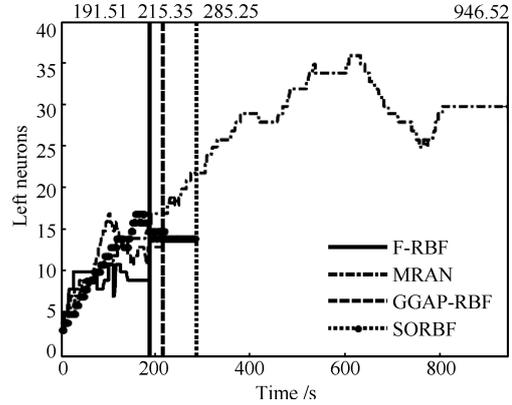


图 2 对 CIF 逼近过程中剩余神经元个数
Fig. 2 The left neurons in the CIF approximating process

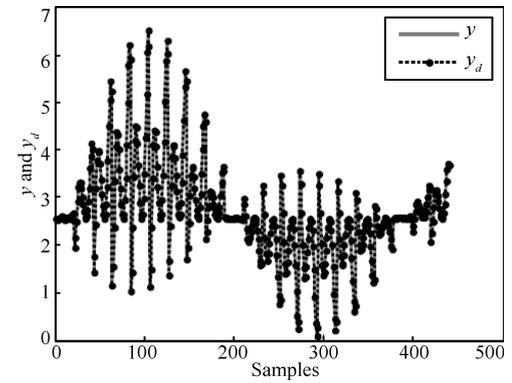


图 3 F-RBF 对 CIF 的逼近效果 (二维)
Fig. 3 The approximating results of CIF by F-RBF (2D)

表 1 性能比较

Table 1 The comparisons of the performance

函数	算法	期望误差	检测误差	最终网络 (隐含层)	训练时间 (秒)
CIF	F-RBF	0.01	0.0119	13	191.51
CIF	MARN	0.01	0.0214	22	958.54
CIF	GGAP-RBF	0.01	0.0146	15	215.35
CIF	SORBF	0.01	0.0122	14	285.25

表 2 性能比较

Table 2 The comparisons of the performance

算法	期望误差	检测误差	最终网络 (隐含层)	训练时间 (秒)
F-RBF	0.005	0.0079	11	212.31
MARN	0.005	0.0214	26	721.32
GGAP-RBF	0.005	0.0146	18	267.11
SORBF	0.005	0.0122	18	287.41

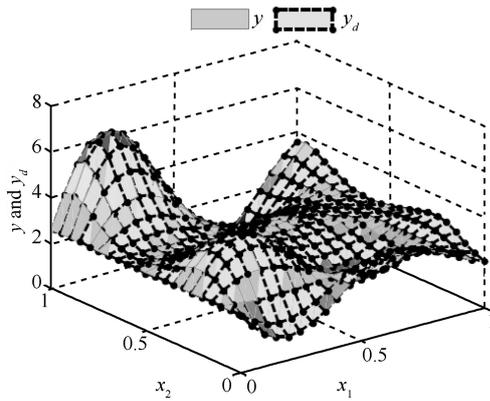


图4 F-RBF对CIF逼近的逼近效果(三维)

Fig. 4 The approximating results of CIF by F-RBF (3D)

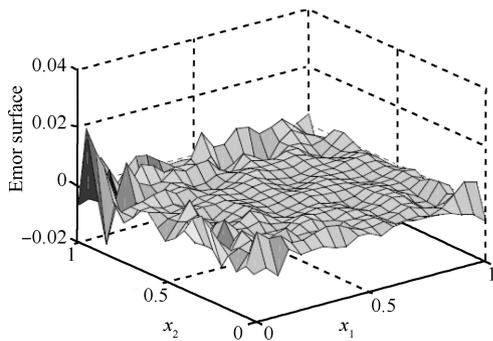


图5 F-RBF对CIF逼近的误差曲面(三维)

Fig. 5 The approximating error of CIF by F-RBF (3D)

另外, MRAN与GGAP-RBF训练后的神经网络的检测误差也比F-RBF的大, 说明了F-RBF的泛化能力较强. 因此, F-RBF神经网络不但具有较快的训练速度、紧凑的网络结构, 而且对非线性函数CIF的逼近效果较优.

3.2 非线性系统建模

由于污水处理过程中进水流量、进水成分、污染物浓度、天气变化等参量都是被动接受, 微生物生命活动受溶解氧浓度、微生物种群、污水的pH值等多种因素影响, 生化反应过程具有滞后特性, 精确表述控制变量与控制目标之间的模型关系十分困难. 其中水质参数生化需氧量(Biochemical oxygen demand, BOD)和化学需氧量(Chemical oxygen demand, COD)是指在规定时间内分解单位有机物所需要的氧量, 不能在线测量, 直接导致污水处理过程难以实现闭环控制^[20].

本文利用F-RBF对污水处理过程中BOD和COD进行建模, 选取混合液悬浮物浓度(Mixed liquid suspended solids, MLSS)、酸碱度(pH)、油(Oil)、氢氰化物(Total cyanide, TCN)和NH₃-N作为F-RBF的输入变量, F-RBF的输出为BOD和COD. 选取北京市某污水处理厂2007年全年数据进行仿真, 在剔出不正常数据后, 还剩余9520组

数据, 其中, 10月到12月间的3520组数据用于测试, 1月到9月间的7000组数据用于训练; 神经网络的初始隐含层神经元是5个, 初始连接权值为任意值, 初始中心给定为0到1的任意值(由于输入变量有5个, 所以每个中心值为5维向量), 初始函数宽度给定为 $\sigma = 1$. 在此条件下进行验证, F-RBF训练过程中均方误差变化如图6所示, 对系统建模过程中的神经网络隐含层神经元如图7所示, F-RBF神经网络输出值与系统实际值的比较如图8和图9所示, F-RBF输出值与系统实际值的误差如图10和图11所示. F-RBF、MRAN、GGAP-RBF以及SORBF各自训练20次的平均性能如表2所示.

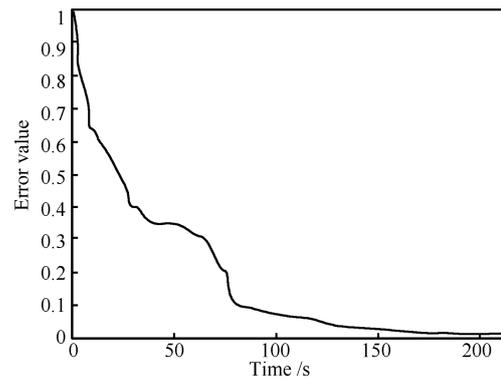


图6 训练过程中误差变化

Fig. 6 The error in the training process

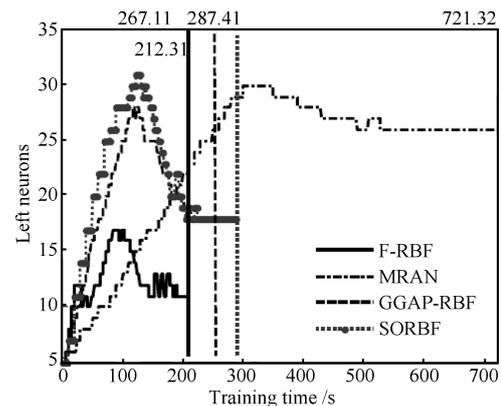


图7 对系统建模过程中隐含层神经元数

Fig. 7 The neurons left in the training process

仿真结果表明: F-RBF能够很好地建立该非线性系统的模型, 图8和图9显示实际系统输出值与基于F-RBF模型的输出值基本吻合, 误差小于1 mg/L, 具有较高的精度, 证明基于F-RBF方法的污水处理过程关键水质参数BOD和COD模型的有效性. 图7和表2显示F-RBF的平均训练时间明显优于其他三种动态RBF神经网络算法, 最终网络结构最紧凑, 进一步说明了基于信息强度的RBF结构调整方法的有效性; 且表2显示F-RBF模型的

检测误差最小, 从而说明了 F-RBF 神经网络具有较好的泛化能力, 基于 F-RBF 的污水处理过程 BOD 和 COD 模型的实现, 使得污水处理闭环控制成为可能.

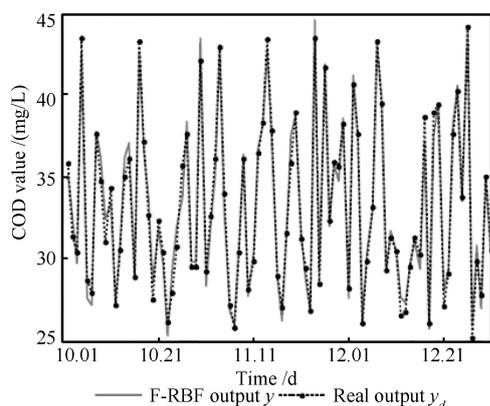


图 8 COD 模型输出值
Fig. 8 The COD modelling value

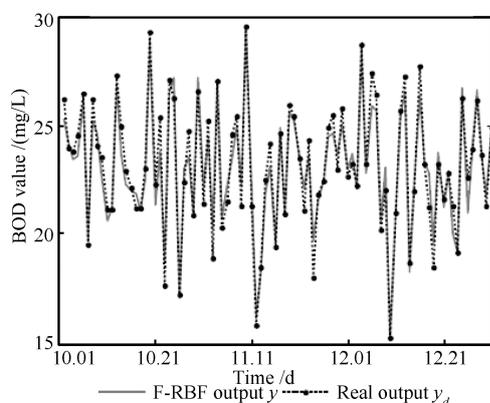


图 9 BOD 模型输出值
Fig. 9 The BOD modelling value

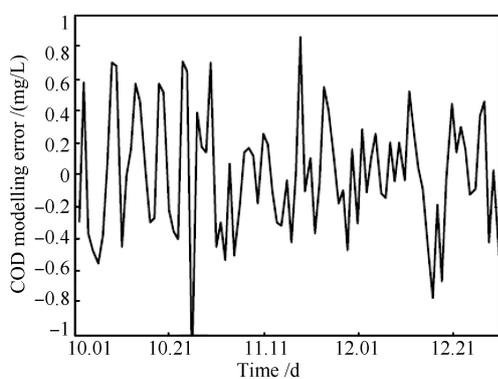


图 10 COD 模型误差
Fig. 10 The COD modelling error

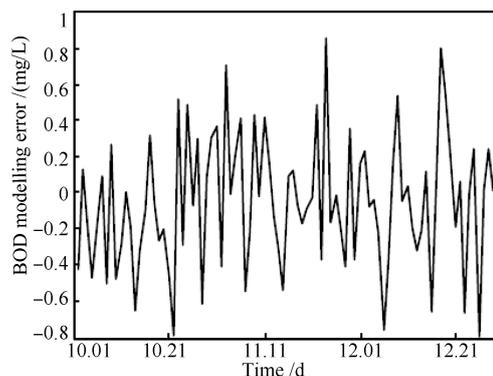


图 11 BOD 模型误差
Fig. 11 The BOD modelling error

4 结论

针对 RBF 神经网络的结构优化设计问题, 首次提出基于神经元信息强度的 RBF 网络结构调整方式, 有效地解决了 RBF 神经网络结构动态设计问题; 同时, 给出了 F-RBF 神经网络收敛性分析, 保证了 RBF 神经网络的精度; 通过与其他结构自组织 RBF 神经网络进行比较, 得到以下结论:

1) F-RBF 不依赖于神经网络初始结构, 能够根据对象复杂度调整 RBF 神经网络结构, 获得性能较优的 RBF 神经网络, 具有较强的动态响应能力.

2) 通过分析隐含层神经元 OI 强度以及神经元间 MI 强度, 给出其数学表达, F-RBF 实现了神经网络结构快速自组织.

3) 较之于其他结构自组织 RBF 神经网络, 基于信息强度弹性调整的 F-RBF 神经网络结构紧凑、逼近能力强, 具有较好的自组织和自适应能力.

4) 给出了神经网络结构动态调整阶段收敛性定量分析, F-RBF 神经网络具有较好的收敛性, 保证其成功应用, 但是整个学习过程的收敛性尚待解决; 同时, 虽然利用梯度下降的参数修正算法能够保证最终网络的收敛, 但如何获取与结构调整相适应的神经网络参数学习算法有待于进一步研究.

5) 较之于其他几种自组织 RBF 神经网络, 文中所提 F-RBF 神经网络性能较优, 解决了污水处理过程中关键水质参数 COD 和 BOD 的在线测量问题, 并且为复杂系统建模提供了技术支持, 值得推广应用.

综上所述, 文中提出的 F-RBF 有效地解决了 RBF 神经网络结构动态设计问题, 实现了典型非线性函数的逼近与污水处理过程关键水质参数建模. 实验结果表明, F-RBF 神经网络具有理论可行性和一定应用潜力, 但是与结构调整相适应的神经网络参数学习算法还需要进一步研究.

References

- 1 Luengo J, García S, Herrera F. A study on the use of imputation methods for experimentation with radial basis function network classifiers handling missing attribute values: the good synergy between RBFNs and EventCovering method. *Neural Networks*, 2010, **23**(3): 406–418
- 2 Ferrari S, Bellocchio F, Piuri V, Borghese N A. A hierarchical RBF online learning algorithm for real-time 3-D scanner. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, **21**(2): 275–285
- 3 Ye Jian, Ge Lin-Dong, Wu Yue-Xian. An application of improved RBF neural network in modulation recognition. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(6): 652–654
(叶健, 葛临东, 吴月娴. 一种优化的 RBF 神经网络在调制识别中的应用. *自动化学报*, 2007, **33**(6): 652–654)
- 4 Peng H, Wu J, Inoussa G, Deng Q L, Nakano K. Nonlinear system modeling and predictive control using the RBF nets-based quasi-linear ARX model. *Control Engineering Practice*, 2009, **17**(1): 59–66
- 5 Bortman M, Aladjem M. A growing and pruning method for radial basis function networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, **20**(6): 1039–1045
- 6 Platt J. A resource-allocating network for function interpolation. *Neural Computation*, 1991, **3**(2): 213–225
- 7 Lu Y W, Sundararajan N, Saratchandran P. A sequential learning scheme for function approximation using minimal radial basis function neural networks. *Neural Computation*, 1997, **9**(2): 461–478
- 8 Panchapakesan C, Palaniswami M, Ralph D, Manzie C. Effects of moving the center's in an RBF network. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, **13**(6): 1299–1307
- 9 Gonzalez J, Rojas I, Ortega J, Pomares H, Fernández F J, Díaz A F. Multiobjective evolutionary optimization of the size, shape, and position parameters of radial basis function networks for function approximation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, **14**(6): 1478–1495
- 10 Feng H M. Self-generation RBFNs using evolutionary PSO learning. *Neurocomputing*, 2006, **70**(1–3): 241–251
- 11 Huang G B, Saratchandran P, Sundararajan N. A generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) neural network for function approximation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 57–57
- 12 Lian J M, Lee Y G, Scott D S, Stanislaw H Z. Self-organizing radial basis function network for real-time approximation of continuous-time dynamical systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(3): 460–474
- 13 Qiao Jun-Fei, Han Hong-Gui. Optimal structure design for RBFNN structure. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(6): 865–872
(乔俊飞, 韩红桂. RBF 神经网络的结构动态优化设计. *自动化学报*, 2010, **36**(6): 865–872)
- 14 Barandiaran X, Moreno A. On the nature of neural information: a critique of the received view 50 years later. *Neurocomputing*, 2008, **71**(4–6): 681–692
- 15 Kotaleski J H, Blackwell K T. Modelling the molecular mechanisms of synaptic plasticity using systems biology approaches. *Nature Reviews Neuroscience*, 2010, **11**(4): 239–251
- 16 Han H G, Chen Q L, Qiao J F. An efficient self-organizing RBF neural network for water quality prediction. *Neural Networks*, 2011, **24**(7): 717–725
- 17 Buzzi C, Grippo L, Sciandrone M. Convergent decomposition techniques for training RBF neural networks. *Neural Computation*, 2001, **13**(8): 1891–1920
- 18 Neves G, Cooke S F, Bliss T V P. Synaptic plasticity, memory and the hippocampus: a neural network approach to causality. *Nature Reviews Neuroscience*, 2008, **9**(1): 65–75
- 19 Xu J H, Ho D W C. A new training and pruning algorithm based on node dependence and Jacobian rank deficiency. *Neurocomputing*, 2006, **70**(1–3): 544–558
- 20 Lee C Y, Lin C J, Chen H J. A self-constructing fuzzy CMAC model and its applications. *Information Sciences*, 2007, **177**(1): 264–280



韩红桂 博士, 北京工业大学讲师. 主要研究方向为复杂过程建模与控制, 神经网络分析与设计. 本文通信作者.

E-mail: isibox@sina.com

(**HAN Hong-Gui** Ph. D., lecturer at Beijing University of Technology. His research interest covers modeling and control in complex process, analysis and design of neural networks. Corresponding author of this paper.)



乔俊飞 北京工业大学教授. 主要研究方向为智能控制, 神经网络分析与设计.

E-mail: junfeiq@bjut.edu.cn

(**QIAO Jun-Fei** Professor at Beijing University of Technology. His research interest covers intelligent control, analysis and design of neural networks.)



薄迎春 北京工业大学博士研究生. 主要研究方向为智能控制, 神经计算.

E-mail: boyingchun@sina.com.cn

(**BO Ying-Chun** Ph. D. candidate at Beijing University of Technology. His research interest covers intelligent control and neural computing.)