

分布式无源性系统的同步控制与分析

陈刚¹ 余名¹

摘要 针对由多个无源性系统所构成的分布式有向网络系统, 基于 Lyapunov 方法提出了设计与分析同步控制协议的新框架. 其设计与分析方法适用于一类更广泛的有向拓扑网络, 克服了已有理论框架下拓扑分析的局限性. 该方法也适用于带有通信时延及控制输入饱和的系统. 在新的理论框架下, 分析了网络化拉格朗日系统的同步控制问题, 并对网络化多机械手系统的同步控制进行了仿真研究. 仿真结果表明了算法的有效性.

关键词 无源性系统, 同步, 分布式控制, Lyapunov 方法

引用格式 陈刚, 余名. 分布式无源性系统的同步控制与分析. 自动化学报, 2012, 38(5): 882–888

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00882

Synchronizing Control and Analysis of Distributed Passive Systems

CHEN Gang¹ YU Ming¹

Abstract Based on Lyapunov methods, a systematic way is proposed to design and analyze the synchronizing control protocols for the distributed passive systems with a directed communication topology. The proposed method extends the previous work in the context of passive system control and is suitable for more general directed communication graph topology. The communication delays and the controller saturation are also considered. Under the proposed theoretic framework, we show that the synchronization problems of networked Lagrange systems can be solved. As an illustration of our results, we study the synchronizing control for the networked manipulator systems. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words Passive systems, synchronization, distributed control, Lyapunov method

Citation Chen Gang, Yu Ming. Synchronizing control and analysis of distributed passive systems. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(5): 882–888

随着嵌入式技术和网络通信技术的迅速发展, 分布式控制系统的设计与实现技术和成本上均成为可能. 分布式控制系统的理论与应用研究成为一个热点课题, 吸引了众多控制领域的研究者^[1–6]. 事实上, 由嵌入式系统所构成的分布式网络系统(如分布式机电系统、传感器网络等)在工程实际中(如危险废物材料的处理、环境监控、工业过程控制等)具有极其广阔的应用前景.

目前, 已有大量的文献针对分布式系统的同步控制与分析问题进行了研究. 这些工作是在引入一些关键概念(如不可约性、M 矩阵、Frobenius 型等)的基础上, 结合传统的分析工具(如图理论、矩阵分析、Lyapunov 理论等)而展开

的. 采用以上的分析思路, 对节点具有单积分或双积分动力学模型的分布式网络系统的一致协调问题已得到广泛的研究^[2–6]. 目前, 分布式非线性控制系统仍是一个研究热点和难点. 对带有领航者的分布式非线性系统, 文献[7–8]研究了协调跟踪控制问题. 本文主要研究无领航者的分布式非线性系统的同步控制问题. 针对该问题, 文献[9–10]分别提出了一种基于无源性理论的设计与分析框架. 在文献[9]的分析框架下, 分布式系统的通信拓扑要求是平衡图. 文献[10]的分析方法要求通信拓扑为无向图. 文献[9–10]的分析方法不能推广到更一般的拓扑网络系统, 即非平衡有向拓扑网络. 基于拉格朗日方程建立的机械手动力学模型, 文献[11]研究了多机械手的位置同步控制问题, 其分析方法要求通信拓扑图为全连通图. 采用收缩性分析方法, 文献[12]研究了网络化拉格朗日系统的同步控制问题. 然而, 其结论只适用于无向图或环形有向图. 基于人工势能法, 文献[13]提出了一种适用于网络化拉格朗日系统的编队控制策略, 其分析方法只适用于无向通信拓扑. 文献[14]也研究了网络化拉格朗日系统的同步控制问题, 其分析法同样只适用于无向拓扑图.

文献[9–14]的分析方法要求拓扑网络中的每个节点系统的入度与出度是相等的(如无向图和有向平衡图). 然而, 对更广泛的一类网络化无源性系统, 即具有有向非平衡拓扑的无源性系统, 以上的分析方法将失效. 为克服已有分析方法的局限性, 本文提出一种新的分析框架. 该分析框架并不要求拓扑系统中每个节点的入度与出度相等, 该分析方法也适用于具有通信时延和控制输入饱和的同步控制问题. 在该理论框架下, 进一步研究网络化拉格朗日系统的同步控制问题并进行仿真研究.

1 基本术语及定义

1.1 图理论

下面给出图论中的一些基本术语.

令 $G = (V, E)$ 表示有向图, 其中 $V = \{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_N\}$ 表示图中节点的集合, $E \subseteq V \times V$ 表示图中边的集合. 设图中不存在自环, 即 $(\nu_i, \nu_i) \notin E, \forall i$. $A = [a_{ij}]$ 表示邻接矩阵. 当 $(\nu_j, \nu_i) \in E$ 时, $a_{ij} > 0$; 否则 $a_{ij} = 0$. 节点 ν_i 的邻节点集可表示为 $N_i = \{\nu_j : (\nu_j, \nu_i) \in E\}$. 节点 i 的入度 d_i (即矩阵 A 第 i 行元素之和) 定义为 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$. 入度矩阵 D 定义为 $D = \text{diag}\{d_i\}$. 进而, 图的 Laplacian 矩阵 L 定义为 $L = D - A$. 强连通图是指一个有向图中任意两个节点之间都存在一条连通的路径.

1.2 无源性系统

考虑如下的仿射非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= h(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 为状态量, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ 为连续且有界的输入量, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 为输出量. 设 $f(\cdot) \in \mathbf{R}^n$, $g(\cdot) \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 以及 $h(\cdot) \in \mathbf{R}^m$ 为足够光滑的函数, 且函数 f 和 h 分别满足 $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $h(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$.

定义 1. 称系统 (1) 对于给定的 $\omega(\mathbf{u}, \mathbf{y})$ 是耗散的, 当存在一个正定函数 $V(\mathbf{x})$ 使得耗散不等式

$$V(\mathbf{x}(t)) - V(\mathbf{x}(0)) \leq \int_0^t \omega(\mathbf{u}(\tau), \mathbf{y}(\tau)) d\tau, \quad \forall t \geq 0$$

收稿日期 2010-11-29 录用日期 2012-01-10
Manuscript received November 29, 2010; accepted January 10, 2012
重庆市自然科学基金项目 (2011BB2056) 资助
Supported by Natural Science Foundation of Chongqing (2011BB2056)

本文责任编辑 吕金虎
Recommended by Associate Editor LV Jin-Hu

1. 重庆大学自动化学院 重庆 400044
1. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044

对任意输入信号 \mathbf{u} 成立. 此时 $\omega(\mathbf{u}, \mathbf{y})$ 称为供给率, $V(\mathbf{x})$ 称为存储函数.

定义 2. 当供给率 $\omega(\mathbf{u}, \mathbf{y}) = \mathbf{y}^T \mathbf{u}$, 且存储函数 $V(\mathbf{x})$ 满足 $V(\mathbf{0}) = 0$ 时, 系统 (1) 称为是无源的.

定义 3. 对系统 (1), 如果存在连续可微的非负定函数 $V(\mathbf{x})$ ($V(\mathbf{0}) = 0$) 和正定函数 $S: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^+$ 使得 $V(\mathbf{x}(t)) - V(\mathbf{x}(0)) = \int_0^t (\mathbf{y}(\tau)^T \mathbf{u}(\tau) - S(\mathbf{x}(\tau))) d\tau$, $t \geq 0$, 则称系统 (1) 是严格无源的.

下面是关于系统无源性的重要引理.

引理 1^[15]. 对于非线性系统 (1), 以下论述是等价的:

- 1) 系统 (1) 是无源的.
- 2) 存在一个连续可微函数 $V(\mathbf{x}) \geq 0$ ($V(\mathbf{0}) = 0$) 使得:

$$L_f V(\mathbf{x}) = -S(\mathbf{x})$$

$$L_g V(\mathbf{x}) = h^T(\mathbf{x})$$

其中, $L_f V(\mathbf{x}) = \frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x})$, $L_g V(\mathbf{x}) = \frac{\partial V^T}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x})$.

考虑一个由 N 个无源性子系统所构成的分布式网络系统, 其动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= f_i(\mathbf{x}_i) + g_i(\mathbf{x}_i) \mathbf{u}_i \\ \mathbf{y}_i &= h_i(\mathbf{x}_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 如果 $\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_j(t) \rightarrow 0$, $\forall i, j$ 成立, 则称系统 (2) 中的 N 个子系统输出同步, 简称系统 (2) 输出同步.

2 线性控制协议下的输出同步

引理 2^[16]. 设图 G 强连通, 图中节点数为 N , 图的 Laplacian 矩阵为 L , 则存在一个矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 使得 $\mathbf{p}^T L = \mathbf{0}$ 且 $p_i > 0$, $\forall i = 1, 2, \dots, N$.

引理 3. 设图 G 强连通. 令矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 表示对应于图 Laplacian 矩阵 L 零特征值的左特征向量. 则有:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$

证明. 定义 $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$, $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_N^T)^T$, $P = \text{diag}\{p_i\}$. 令 \otimes 表示 Kronecker 乘积符号, 则有:

$$\mathbf{x}^T ((L^T P) \otimes I_n) \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N (d_i \mathbf{x}_i^T - \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{x}_j^T) p_i \mathbf{x}_i$$

将 $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 代入上式可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T ((L^T P) \otimes I_n) \mathbf{x} &= \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{x}_i^T - \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbf{x}_j^T \right) p_i \mathbf{x}_i = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} p_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_i \end{aligned}$$

注意到 $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$, 则有:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} p_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} p_i \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$

因此

$$\mathbf{x}^T ((L^T P) \otimes I_n) \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (3)$$

注意到 \mathbf{p} 为对应于 L 零特征值的左特征向量, 即 $\mathbf{p}^T L = \mathbf{0}$, 则有 $p_i d_i - \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} = 0$. 因此

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T ((L^T P) \otimes I_n) \mathbf{x} &= \sum_{i=1}^N (d_i p_i \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i - \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_i) = \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i - \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_i \right) = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{x}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (4)$$

根据式 (3) 和式 (4) 可知结论成立. \square

下面的引理为著名的巴巴拉特引理^[17].

引理 4. 设 $W(t): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 为时间区间 $[t_0, \infty)$ 上的一致连续函数, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t W(\tau) d\tau$ 存在且有界. 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, $W(t) \rightarrow 0$.

设计如下的线性控制协议:

$$\mathbf{u}_i = k_0 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \quad (5)$$

其中 $k_0 > 0$ 为控制增益.

定理 1. 考虑分布式无源性系统 (2), 设通信图为强连通图. 在控制协议 (5) 的作用下, 分布式无源性系统的输出渐近同步.

证明. 考虑如下的 Lyapunov 候选函数:

$$V = 2 \sum_{i=1}^N p_i V_i \quad (6)$$

其中, p_i 为特征矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 的第 i 个元素, V_i 为对应于第 i 个无源性子系统的存储函数. 对式 (6) 两边求导可得:

$$\dot{V} = 2 \sum_{i=1}^N p_i (L_{f_i} V_i + L_{g_i} V_i \mathbf{u}_i)$$

由于分布式系统中各个子系统都是无源的, 由引理 1 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2 \sum_{i=1}^N p_i (-S_i(\mathbf{x}_i) + h_i^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{u}_i) = \\ &= 2 \sum_{i=1}^N p_i (-S_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{y}_i^T \mathbf{u}_i) \end{aligned}$$

代入式 (5), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + 2k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) = \\ &= -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) + \\ &= k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{y}_j^T (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) \end{aligned}$$

根据引理 3, 有:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{y}_i^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) + \\ & k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{y}_j^T (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) = \\ & -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) - k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \end{aligned}$$

进一步可知:

$$\dot{V} \leq -k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \quad (7)$$

定义 $W(\mathbf{y}) = k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)$. 由 $\dot{V} \leq 0$, 可知:

$$0 \leq V(t) \leq V(t_0) \quad (8)$$

对式 (7) 两边求积分后可得: $\int_{t_0}^t W(\mathbf{y}) d\tau \leq V(t_0) - V(t)$. 由式 (8) 可知 $\int_{t_0}^t W(\mathbf{y}) d\tau$ 存在且有界. 应用引理 4 可知: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $W(\mathbf{y}) \rightarrow 0$, 即 $\mathbf{y}_i \rightarrow \mathbf{y}_j, \forall i, j$. 故结论成立. \square

注 1. 文献 [9] 也对网络化无源性系统的输出同步问题进行了研究, 然而文献 [9] 的分析方法是建立在平衡通信拓扑基础上的, 即要求拓扑图中每个节点的入度与出度相等. 不同于文献 [9], 本文的分析方法并不要求拓扑图中每个节点的入度与出度相等. 根据网络化系统中每个子系统均为无源性系统的事实, 并利用强连通拓扑图的性质, 我们构造了新的 Lyapunov 函数. 在此基础上, 利用引理 3 可将文献 [9-14] 的结论推广到更一般的有向通信拓扑中.

3 考虑通信时延的输出同步控制

当进一步考虑通信时延时, 系统的输出同步可重新定义如下:

定义 4. 考虑分布式无源性系统 (2), 称系统输出同步, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{y}_i(t) \rightarrow \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}), \forall i, j = 1, 2, \dots, N$ 成立, 其中 τ_{ij} 表示信息从 j 个节点传送到第 i 个节点时的延迟总和.

定理 2. 考虑分布式无源性系统 (2), 设通信拓扑为强连通图. 在控制协议

$$\mathbf{u}_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) - \mathbf{y}_i(t)) \quad (9)$$

作用下, 网络化无源性系统的输出渐近同步.

证明. 考虑 Lyapunov 候选函数

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \int_{t-\tau_{ij}}^t \mathbf{y}_j^T(\tau) \mathbf{y}_j(\tau) d\tau + 2 \sum_{i=1}^N p_i V_i \quad (10)$$

其中, p_i 为特征矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 中的第 i 个元素, V_i 为对应于第 i 个无源性子系统的存储函数. 对式 (10) 两

边求导, 且应用引理 1, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j^T(t) \mathbf{y}_j(t) - \mathbf{y}_j^T(t - \tau_{ij}) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) + \\ & 2 \sum_{i=1}^N p_i (L_{f_i} V_i + L_{g_i} V_i \mathbf{u}_i) = \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j^T(t) \mathbf{y}_j(t) - \mathbf{y}_j^T(t - \tau_{ij}) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) - \\ & 2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + 2 \sum_{i=1}^N p_i h_i^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{u}_i \end{aligned}$$

将式 (9) 代入上式, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j^T(t) \mathbf{y}_j(t) - \mathbf{y}_j^T(t - \tau_{ij}) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) - \\ & 2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) (\mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) - \mathbf{y}_i(t)) \leq \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j^T(t) \mathbf{y}_j(t) - \mathbf{y}_j^T(t - \tau_{ij}) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) + \\ & 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) (\mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) - \mathbf{y}_i(t)) \quad (11) \end{aligned}$$

注意到 $\sum_{j=1}^N p_j a_{ji} = \sum_{j=1}^N p_i a_{ij}$, 有:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) \left(\sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \right) = \\ \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) \left(\sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \right) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) \quad (12) \end{aligned}$$

根据式 (12), 可得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_j^T(t) \mathbf{y}_j(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) = \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) \quad (13) \end{aligned}$$

将式 (13) 代入式 (11), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_j^T(t - \tau_{ij}) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) + \\ & 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{y}_i(t) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}))^T (\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) \end{aligned}$$

采用定理 1 中类似的分析方法, 可得: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}))^T (\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_j(t - \tau_{ij})) \rightarrow 0$, 即 $\mathbf{y}_j(t - \tau_{ij}) \rightarrow \mathbf{y}_i(t), \forall i, j$. \square

4 考虑输入饱和的输出同步控制

设存在正矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 使得图的权重满足 $p_i a_{ij} = p_j a_{ji}, \forall i, j$, 则称图满足细致平衡条件. 显然, 如果图为细致平衡图, 则矢量 \mathbf{p} 为对应于图的 Laplacian 矩阵 L 零特征值的左特征向量. 考虑输入饱和时, 控制协议 (5) 可修正为

$$\mathbf{u}_i = k_0 \sum_{j \in N_i} a_{ij} \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \quad (14)$$

在给出本节的结论之前, 需要下面的引理.

引理 5. 设图 G 强连通且满足细致平衡的条件, 即存在正矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 使得 $p_i a_{ij} = p_j a_{ji}, \forall i, j$. 则

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) = \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \end{aligned}$$

成立.

证明.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) = \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{y}_j^T \tanh(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) = \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_j^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) = \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \end{aligned}$$

在第二步的证明中, 利用了性质 $p_i a_{ij} = p_j a_{ji}, \forall i, j$. \square

定理 3. 考虑分布式无源性系统 (2), 设通信拓扑图强连通且满足细致平衡的条件. 在控制协议 (14) 的作用下, 网络化无源性系统的输出渐近同步.

证明. 选择 Lyapunov 候选函数

$$V = 2 \sum_{i=1}^N p_i V_i \quad (15)$$

其中, p_i 为特征矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 的第 i 个元素, V_i 为第 i 个无源性子系统的存储函数. 对式 (15) 两边求导, 且应用引理 1, 可得:

$$\dot{V} = 2 \sum_{i=1}^N p_i (L_{f_i} V_i + L_{g_i} V_i \mathbf{u}_i) = 2 \sum_{i=1}^N p_i (-S_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{y}_i^T \mathbf{u}_i)$$

代入式 (14), 可得:

$$\dot{V} = -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) + 2k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{y}_i^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)$$

根据引理 5, 有:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -2 \sum_{i=1}^N p_i S_i(\mathbf{x}_i) - \\ & k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \leq \\ & - k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} (\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i)^T \tanh(\mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i) \end{aligned}$$

采用定理 1 中类似的证明方法, 可得结论. \square

5 网络化拉格朗日系统的同步控制

考虑一个分布式拉格朗日系统, 设系统节点数为 N , 其动力学模型为

$$M_i(\mathbf{q}_i) \ddot{\mathbf{q}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \dot{\mathbf{q}}_i + g_i(\mathbf{q}_i) = \boldsymbol{\tau}_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

其中, 向量 $\mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^m$ 为关节的广义坐标, $M_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为惯性矩阵, $C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为哥氏力/离心力矩阵, $g_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^m$ 表示重力力矩矢量.

对于式 (16) 所示的拉格朗日运动学模型, 可以证明其满足如下性质, 充分利用这些性质将大大简化控制系统的设计与分析.

性质 1. 存在正常数 $M_{m,i}, M_{M,i}, C_{M,i}$ 使得 $M_{m,i} \leq \|M_i(\mathbf{q}_i)\| \leq M_{M,i}, \|C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\| \leq C_{M,i} \|\dot{\mathbf{q}}_i\|$ 对任意 $\mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^m$ 成立.

性质 2. 矩阵函数 $\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ 对任意 $\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i$ 是斜对称的. 即对任意向量 $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^m$, 有 $\mathbf{z}^T (\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)) \mathbf{z} = 0$.

为使得拉格朗日系统相对输出量是无源的, 设计如下的控制律:

$$\boldsymbol{\tau}_i = -M_i(\mathbf{q}_i) \Lambda \dot{\mathbf{q}}_i - C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \Lambda \mathbf{q}_i + g_i(\mathbf{q}_i) + \mathbf{u}_i \quad (17)$$

其中, Λ 为正定对角矩阵, \mathbf{u}_i 表示协调控制量. 将式 (17) 代入式 (16), 且令 $\mathbf{r}_i = \dot{\mathbf{q}}_i + \Lambda \mathbf{q}_i$, 可得:

$$M_i(\mathbf{q}_i) \dot{\mathbf{r}}_i + C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \mathbf{r}_i = \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

显然, 相对于输入-输出对 $(\mathbf{u}_i, \mathbf{r}_i)$, 系统 (18) 是无源的.

在后续定理的证明中, 需要下面的引理.

引理 6^[18]. 令 $\mathbf{e}_i = H(s) \mathbf{r}_i$, $H(s)$ 表示 $m \times m$ 维严格正且指数稳定的传递函数矩阵. 如果 $\mathbf{r}_i \in L_2^m$, 则有 $\mathbf{e}_i \in L_2^m \cap L_\infty^m$, \mathbf{e}_i 连续, 且当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{e}_i \rightarrow 0$. 进一步, 如果 $t \rightarrow \infty, \mathbf{r}_i \rightarrow 0$ 成立, 则有 $\dot{\mathbf{e}}_i \rightarrow 0$.

设计如下的协调控制输入:

$$\mathbf{u}_i = k_0 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \quad (19)$$

其中 $k_0 > 0$ 为控制增益.

定理 4. 考虑网络化拉格朗日系统 (16), 设通信拓扑为强连通图. 在控制协议 (17) 和 (19) 的作用下, 网络化拉格朗日系统的状态变量渐近同步, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{q}_i \rightarrow \mathbf{q}_j, \dot{\mathbf{q}}_i \rightarrow \dot{\mathbf{q}}_j, \forall i, j$.

证明. 考虑 Lyapunov 候选函数

$$V = \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{r}_i^T M_i(\mathbf{q}_i) \mathbf{r}_i \quad (20)$$

其中, p_i 为特征矢量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 的第 i 个元素, V_i 为第 i 个无源性子系统的存储函数. 对式 (20) 两边求导可得:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{r}_i^T \dot{M}_i(\mathbf{q}_i) \mathbf{r}_i + 2 \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{r}_i^T M_i(\mathbf{q}_i) \dot{\mathbf{r}}_i \quad (21)$$

由式 (18), 可得:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{r}_i^T (\dot{M}_i(\mathbf{q}_i) - 2C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)) \mathbf{r}_i + 2 \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{r}_i^T \mathbf{u}_i$$

根据性质 2 以及控制律 (19), 可进一步得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{r}_i^T (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \\ &k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i a_{ij} \mathbf{r}_i^T (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{r}_j^T (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \end{aligned}$$

由引理 3, 有:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{r}_i^T (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + \\ &k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} \mathbf{r}_j^T (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = \\ &-k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)^T (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \quad (22) \end{aligned}$$

定义 $W_0(\mathbf{r}) = k_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_j a_{ji} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)^T (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)$. 下面证明当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}_j, \forall i, j$.

根据性质 1, 可知:

$$\sum_{i=1}^N M_{m,i} p_i \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i \leq V \leq \sum_{i=1}^N M_{M,i} p_i \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i$$

定义 $W_1(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N M_{m,i} p_i \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i$, $W_2(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N M_{M,i} p_i \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i$. 对任意 $\mathbf{r}(t_0) = (\mathbf{r}_1^T(t_0), \mathbf{r}_2^T(t_0), \dots, \mathbf{r}_N^T(t_0))^T$, 可选择足够大的常数 c 使得 $\mathbf{r}(t_0) \in \{\mathbf{r} \in \mathbf{R}^{Nm} | W_2(\mathbf{r}) \leq c\}$. 由 $W_2(\mathbf{r}) \leq c \Rightarrow V \leq c$, $V \leq c \Rightarrow W_1(\mathbf{r}) \leq c$ 以及 $\dot{V} \leq 0$, 可知 $\mathbf{r}(t) \in \{\mathbf{r} \in \mathbf{R}^{Nm} | W_1(\mathbf{r}) \leq c\}, \forall t \geq t_0$. 因此存在正常数 $\rho > 0$ 使得 $\|\mathbf{r}\| < \rho, \forall t \geq t_0$. 由于函数 V 单调非增且下界为 0, 因此当 $t \rightarrow \infty$ 时, 函数 V 是收敛的. 对式 (22) 两边求积分, 可得: $\int_{t_0}^t W_0(\mathbf{r}) d\tau = V(t_0) - V(t)$. 因此, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t W_0(\mathbf{r}) d\tau$ 存在且有界. 下面证明 $\|\dot{\mathbf{q}}_i\|$ 有界.

选择 Lyapunov 函数 $V_i = \frac{1}{2} \mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i$, 其时间导数为 $\dot{V}_i = \mathbf{q}_i^T (\dot{\mathbf{r}}_i - \Lambda \mathbf{q}_i) \leq -\lambda_{\min}(\Lambda) \|\mathbf{q}_i\|^2 + \|\mathbf{q}_i\| \|\dot{\mathbf{r}}_i\|$. 显然, 当 $\|\mathbf{q}_i\| > \frac{\|\dot{\mathbf{r}}_i\|}{\lambda_{\min}(\Lambda)}$ 时, $\dot{V}_i < 0$. 因此, $\|\mathbf{q}_i\|$ 是有界的. 注意到 $\|\dot{\mathbf{q}}_i\| \leq \|\dot{\mathbf{r}}_i\| + \lambda_{\max}(\Lambda) \|\mathbf{q}_i\|$, 由 $\|\dot{\mathbf{r}}_i\|$ 和 $\|\mathbf{q}_i\|$ 的有界性可知 $\|\dot{\mathbf{q}}_i\|$ 也是有界的. 由式 (18) 和式 (19) 可得: $\dot{\mathbf{r}}_i(t) = M_i^{-1}(\mathbf{q}_i) (k_0 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) - C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \mathbf{r}_i)$. 根据性质 1, 可知 $\dot{\mathbf{r}}_i(t)$ 在任意时刻 $t \geq t_0$ 都是有界的. 因此 $\mathbf{r}_i(t)$ 在时间区间 $[t_0, \infty)$ 上是一致连续的. 进而, $W_0(\mathbf{r})$ 在时间区间 $[t_0, \infty)$ 上一致连续. 根据引理 4 可知: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $W_0(\mathbf{r}) \rightarrow 0$, 即 $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}_j, \forall i, j$.

注意到 $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = (\dot{\mathbf{q}}_i - \dot{\mathbf{q}}_j) + \Lambda(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)$ 且 $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \in L_2^m$, 根据引理 6, 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j \rightarrow 0$. 由于当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \rightarrow 0$ 成立, 进一步可知: $\dot{\mathbf{q}}_i - \dot{\mathbf{q}}_j \rightarrow 0, \forall i, j$. \square

6 仿真实例

作为分布式拉格朗日系统的实例, 考虑一个由多个工业机械手所构成的分布式系统. 为图示的便利, 我们考虑由四个二连杆机械手所构成的分布式系统. 图 1 为二连杆机械手的示意图. 机械手的动力学模型可描述为^[19]

$$M_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} M_{i11} & M_{i12} \\ M_{i21} & M_{i22} \end{bmatrix}$$

$$C_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = \begin{bmatrix} C_{i11} & C_{i12} \\ C_{i21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$g_i(\mathbf{q}_i) = \begin{pmatrix} g_{i1} \\ g_{i2} \end{pmatrix}$$

$$M_{i11} = (m_1 + m_2) a_1^2 + m_2 a_2^2 + 2m_2 a_1 a_2 \cos(q_{i2})$$

$$M_{i12} = m_2 a_2^2 + m_2 a_1 a_2 \cos(q_{i2}), M_{i22} = m_2 a_2^2$$

$$C_{i11} = -\dot{q}_{i2} m_2 a_1 a_2 \sin(q_{i2})$$

$$C_{i12} = -(\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) m_2 a_1 a_2 \sin(q_{i2})$$

$$C_{i21} = \dot{q}_{i1} m_2 a_1 a_2 \sin(q_{i2})$$

$$g_{i1} = (m_1 + m_2) g a_1 \cos(q_{i1}) + m_2 g a_2 \cos(q_{i1} + q_{i2})$$

$$g_{i2} = m_2 g a_2 \cos(q_{i1} + q_{i2})$$

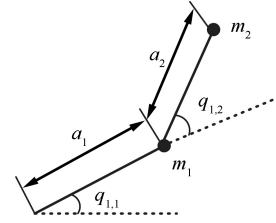


图 1 二连杆旋转机械手

Fig. 1 Two-link revolute manipulator

例 1. 考虑一个由四个机械手构成的强连通非平衡拓扑系统 (如图 2 所示), 其中边上的数字表示权重值. 为简化起见, 设四个机械手的物理参数是相同的. 连杆 1、2 的质量和长度分别设置为 $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$, $a_1 = a_2 = 1 \text{ m}$. 令四个机械手的初始状态分别取为 $\mathbf{q}_1(0) = (0.3, 0.2)^T$, $\mathbf{q}_2(0) = (0.4, 0.8)^T$, $\mathbf{q}_3(0) = (0.6, 0.5)^T$, $\mathbf{q}_4(0) = (0.5, 0.3)^T$. 各个机械手的协调控制输入由式 (19) 给出, 取 $k_0 = 8$, $\Lambda = 5I$. 图 3 和图 4 给出了四个机械手的运动轨迹. 仿真结果表明, 在任意初始条件下, 四个机械手均实现了同步一致.

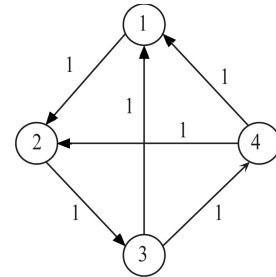


图 2 通信拓扑 1

Fig. 2 Communication topology 1

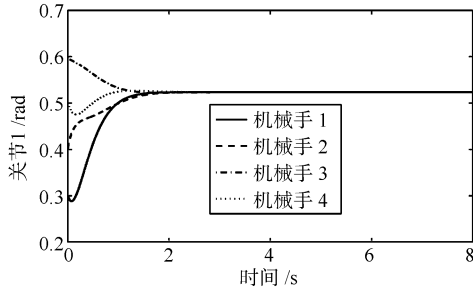


图 3 各机械手关节 1 的运动轨迹
Fig. 3 Trajectories of Joint 1 of each manipulator

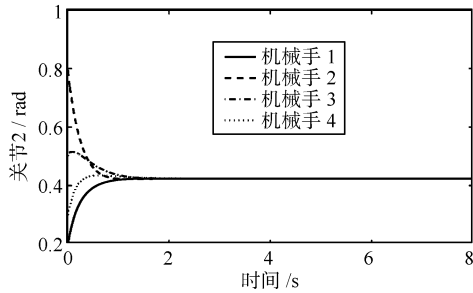


图 4 各机械手关节 2 的运动轨迹
Fig. 4 Trajectories of Joint 2 of each manipulator

例 2. 考虑图 5 所示的非平衡拓扑系统. 设机械手之间的通信存在时延. 令四个机械手的初始状态分别取为 $\mathbf{q}_1(0) = (3, 2)^T$, $\mathbf{q}_2(0) = (4, 8)^T$, $\mathbf{q}_3(0) = (6, 5)^T$, $\mathbf{q}_4(0) = (5, 3)^T$. 仿真中通信时延取为 $\tau_{21} = \tau_{43} = 0.1\text{ s}$, $\tau_{32} = \tau_{14} = 0.2\text{ s}$. 设 $k_0 = 5$, $\Lambda = 5I$. 图 6 和图 7 给出了存在通信时延的各机械手运动轨迹. 仿真结果表明, 网络化系统渐近同步一致.

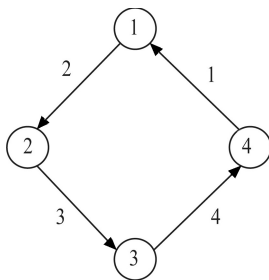


图 5 通信拓扑 2
Fig. 5 Communication topology 2

例 3. 考虑图 8 所示的非平衡拓扑系统. 令四个机械手的初始状态分别为 $\mathbf{q}_1(0) = (0.7, 1)^T$, $\mathbf{q}_2(0) = (0.5, 0.8)^T$, $\mathbf{q}_3(0) = (0.6, 0.5)^T$, $\mathbf{q}_4(0) = (0.5, 0.6)^T$. 仿真中取 $k_0 = 2$, $\Lambda = 5I$. 当考虑控制输入饱和的情形时, 图 9 和图 10 给出了各个机械手的轨迹图. 仿真结果表明, 网络化系统渐近同步.

7 结语

本文给出了有向通信拓扑下分布式无源性系统的设计与分析框架. 相对已有成果, 本文方法适用于更广泛的一类分布式系统, 推广了已有的分析框架. 在此基础上, 进一步分析了在考虑通信时延和控制器饱和情况下的分布式无源性系统的同步输出问题. 最后, 本文运用无源性的方法设计与分析

了网络化拉格朗日系统的同步控制协议. 仿真结果表明了算法的有效性.

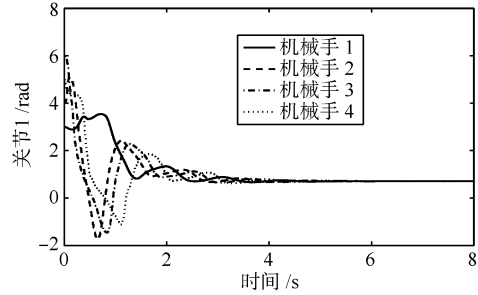


图 6 考虑时延的各机械手关节 1 的运动轨迹
Fig. 6 Trajectories of Joint 1 of each manipulator with communication delay

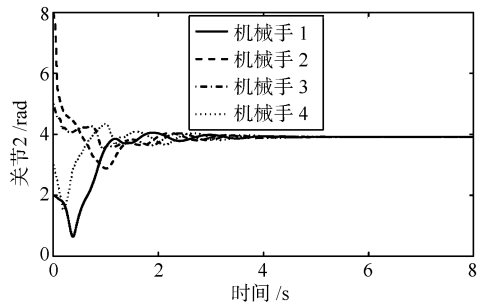


图 7 考虑时延的各机械手关节 2 的运动轨迹
Fig. 7 Trajectories of Joint 2 of each manipulator with communication delay

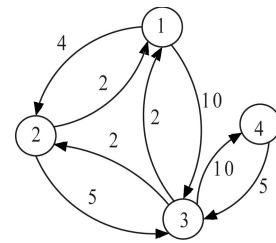


图 8 通信拓扑 3
Fig. 8 Communication topology 3

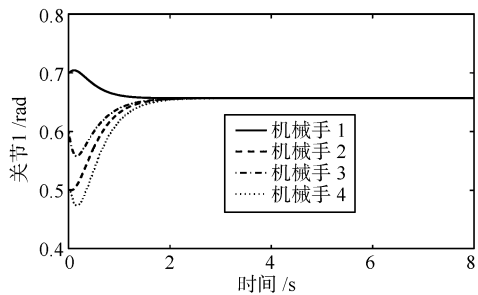


图 9 考虑输入饱和的各机械手关节 1 的运动轨迹
Fig. 9 Trajectories of Joint 1 of each manipulator with input saturation

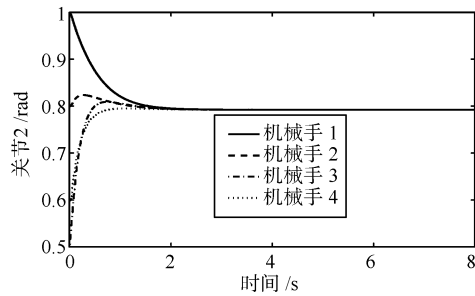


图 10 考虑输入饱和的各机械手关节 2 的运动轨迹
Fig. 10 Trajectories of Joint 2 of each manipulator with input saturation

References

- Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(6): 988–1001
- Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 215–233
- Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multi-vehicle cooperative control. *IEEE Control Systems Magazine*, 2007, **27**(2): 71–82
- Chen G, Lewis F L. Robust consensus of multiple inertial agents with coupling delays and variable topologies. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, **21**(6): 666–685
- Chen Yang-Yang, Tian Yu-Ping. Directed coordinated control for multi-agent formation motion on a set of given curves. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(12): 1541–1549 (陈杨杨, 田玉平. 多智能体沿多条给定路径编队运动的有向协同控制. *自动化学报*, 2009, **35**(12): 1541–1549)
- Wu Jun, Lu Yu-Ping. Stability analysis of multi-robot system based on network communication. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(12): 1706–1710 (吴俊, 陆宇平. 基于网络通信的多机器人系统的稳定性分析. *自动化学报*, 2010, **36**(12): 1706–1710)
- Chen G, Lewis F L. Distributed adaptive tracking control for synchronization of unknown networked Lagrangian systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, 2011, **41**(3): 805–816
- Mei Jie, Zhang Hai-Bo, Ma Guang-Fu. Adaptive coordinated tracking for networked Euler-Lagrange systems under a directed graph. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(5): 598–603 (梅杰, 张海博, 马广富. 有向图中网络 Euler-Lagrange 系统的自适应协调跟踪. *自动化学报*, 2011, **37**(5): 598–603)
- Chopra N, Spong M W. Passivity-based control of multi-agent systems. *Advances in Robot Control: from Everyday Physics to Humanlike Movements*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2006. 107–134
- Arcak M. Passivity as a design tool for group coordination. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(8): 1380–1390
- Rodriguez-Angeles A, Nijmeijer H. Mutual synchronization of robots via estimated state feedback: a cooperative approach. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 2004, **12**(4): 542–554
- Chung S J, Slotine J J E. Cooperative robot control and concurrent synchronization of Lagrangian systems. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, **25**(3): 686–700
- Pereira A R, Hsu L, Ortega R. Globally stable adaptive formation control of Euler-Lagrange agents via potential functions. In: *Proceedings of American Control Conference*. Saint Louis, USA: IEEE, 2009. 2606–2611
- Ren W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems. *International Journal of Control*, 2009, **82**(11): 2137–2149
- Moylan P J. Implications of passivity in a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, **19**(4): 373–381
- Horn R A, Johnson C R. *Matrix Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985
- Khalil H K. *Nonlinear Systems (Third Edition)*. New Jersey: Prentice-Hall, 2002
- Desoer C A, Vidyasagar M. *Feedback Systems: Input-Output Properties*. New York: Academic Press, 1975
- Lewis F L, Jagannathan S, Yesildirak A. *Neural Network Control of Robot Manipulators and Non-Linear Systems*. New York: Taylor Francis, 1998

陈刚 博士, 重庆大学自动化学院副教授. 主要研究方向为分布式协调控制, 网络控制, 非线性控制, 智能控制. 本文通信作者.
E-mail: chengang@cqu.edu.cn
(CHEN Gang Ph.D., associate professor at the College of Automation, Chongqing University. His research interest covers distributed cooperative control, networked control, nonlinear control, and intelligent control. Corresponding author of this paper.)

余名 重庆大学自动化学院硕士研究生. 主要研究方向为分布式协调控制. E-mail: myucqu@163.com
(YU Ming Master student at the College of Automation, Chongqing University. Her main research interest is distributed cooperative control.)