

一种基于分数阶次微积分模板的新型边缘检测方法

何春¹ 叶永强¹ 姜斌¹ 周鑫¹

摘要 利用分数阶次微分和分数阶次积分组成复合导数,在复合导数基础上提出了一种边缘检测新算子.为实现分数阶次微分,推导出一种新的复数模板.通过检测一维曲线,验证了复合导数可以近似模拟一阶导数并具有抑制噪声的能力.二维图像的检测结果表明,新算子在无噪声干扰情况下可以精确、有效地完成边缘检测任务;在有噪声情况下可以有效地抑制噪声干扰.最后,对新算子进行了定量分析与 Canny 算子进行比较.结果表明新算子具有低定位错误率的优势.

关键词 图像处理,边缘检测,分数阶次微积分,抗噪性,定量分析

引用格式 何春,叶永强,姜斌,周鑫.一种基于分数阶次微积分模板的新型边缘检测方法.自动化学报,2012,38(5):776-787

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00776

A Novel Edge Detection Method Based on Fractional-order Calculus Mask

HE Chun¹ YE Yong-Qiang¹ JIANG Bin¹ ZHOU Xin¹

Abstract In this paper, a new edge detection operator based on a composite derivative is proposed, which is realized by the combination of fractional differentiation and integration. The new complex edge-detection mask is also deduced for the implementation of fractional differentiation. The abilities of the compound derivative in terms of approximate simulation of first-order derivative and suppression of noise are demonstrated through one-dimensional examples. The experimental results of two-dimensional examples indicate that without the contamination of noise, the new operator can accurately detect the edge, while with the noise contamination, the new operator can effectively suppress the noise. Finally, quantitative analysis of the new operator is given. The results of the comparison between the new operator and Canny operator show that the new operator has the advantage of a low mispositioning rate.

Key words Image processing, edge detection, fractional differentiation and integration, noise immunity, quantitative analysis

Citation He Chun, Ye Yong-Qiang, Jiang Bin, Zhou Xin. A novel edge detection method based on fractional-order calculus mask. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(5): 776-787

边缘检测是图像特征提取的重要技术之一.图像的边缘包含了物体轮廓的重要信息,往往仅凭一条粗略的轮廓线就可以识别出一个物体.边缘检测结果的优劣直接影响到后续的图像分析、理解和还原的精确性.因此,边缘检测可以看作是图像预处理的关键一步.

边缘像素本质上是指图像局部亮度变化最显著,

即灰度级上发生急剧变化的点(称为奇异点),因此图像边缘就是二维图像中奇异点的集合.传统的边缘检测方法通常采用增强算法来突出邻域(或局部)强度有显著变化的点^[1](即边缘像素点).由于边缘增强一般通过计算梯度幅值来完成,因此微分运算成为边缘检测和提取的主要手段.

微分运算是一种基本的数学运算,在信号分析与处理等领域得到广泛的应用,特别在信号的奇异性检测和提取方面具有特殊的作用^[2].传统的边缘检测方法大多是使用整数阶次微分,通常一阶导数利用梯度算法而二阶导数利用拉普拉斯算子来检测边缘.常用的微分算子有 Roberts 算子^[3]、Sobel 算子^[3-4]、Prewitt 算子^[3]、Canny 算子^[5-7]以及 LoG 算子^[8]等.由于噪声和边缘都属于高频分量,从而影响边缘检测的准确性.如何平衡边缘检测的精度和抗噪性是边缘检测的一个难点,也是本文所要解决的主要问题.本文利用分数阶次微积分来提高对噪声的免疫性.

分数阶次微积分已有三百多年的历史,已经逐渐发展为重要的纯数学分支体系^[9-10],被应用于许

收稿日期 2011-05-20 录用日期 2011-12-20
Manuscript received May 20, 2011; accepted December 20, 2011
国家自然科学基金(61074161, 61034005),教育部博士学科点专项科研基金(新教师类)(20103218120014),2009江苏高校优秀科技创新团队—飞行器智能导航、控制与健康项目管理(2009-3),南京航空航天大学基本科研业务费专项科研项目(NS2010090)资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61074161, 61034005), Research Fund for the Doctoral Program of Ministry of Education of China (New Teachers) (20103218120014), the Excellent Team of Technology Innovation of Jiangsu Universities-Program of Intelligent Navigation, Control, and Health Management for Aerial Vehicle (2009-3), and the Fundamental Research Program of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (NS2010090)
本文责任编辑 刘一军
Recommended by Associate Editor LIU Yi-Jun
1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016
1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

多学科,如化学、电磁学、控制学和力学等^[11-13].近年来,分数阶次微积分逐渐被广泛运用到图像处理中^[14-17].文献[14]首次将分数阶次导数运用到边缘检测中,并提出了一个称为 CRONE 的边缘检测算子.该算子可以通过选择分数阶次介于 -1 和 2 之间来提高检测的选择性或抗噪性.文献[14]中分数阶次微积分的具体实现过程值得借鉴.

在图像处理中,现有文献通常利用分数阶次微分来代替传统一阶求导^[15,17],但本文利用复合导数来代替传统一阶求导.本文提出的复合导数是文献[18]提出的非因果全通导数概念的扩展.文献[18]创造性地把分数阶次微分和反向分数阶次积分组合起来,实现了一个非因果的全通导数.该导数相当于一个 90° 的相移器.本文把全通导数概念推广到利用正向分数阶次微分和反向分数阶次积分的组合来实现一般非全通求导,即一般“复合导数”.为实现分数阶次微分,本文提出了全新的复数模板,并在实验中成功地将复数模板和复合求导应用于边缘检测.复合导数在实现传统一阶求导的同时利用分数阶次积分滤除图像中的噪声,因此本文提出的新算法可以同时实现边缘的准确检测和噪声的有效抑制.

1 边缘检测新算法

1.1 求导算法

将图像沿两个坐标轴上的空间分布看成是时间分布,图像处理可以直接使用 Laplace 传递函数的概念.图像中的传统一阶导数运算可以用 Laplace 变换表示为 s .新算子中的求导分为两步:1) 反向通过 $(s^*)^{-\beta}$ 滤波,其中 $0 < \beta < 1$,负号表示其是一个积分过程, s^* 代表 s 的共轭复数,表示积分过程在反向时间轴上运行,即先把数据先后次序反转,积分之后再吧结果次序反转过来^[18];2) 通过分数阶微分 s^α 滤波,其中 $0 < \alpha < 1$ 且 $0 < \beta < \alpha < 1, \alpha + \beta = 1$.两步组合的结果是 $s^\alpha/s^{*\beta}$.复合导数 $s^\alpha/s^{*\beta}$ 的幅频增益为 $\omega^{(\alpha-\beta)}$,其中 ω 是频率;由于 $\alpha + \beta = 1$,故该复合导数的相位特性为恒前移 90° ,即实现了传统的一阶导数的相移,奇异点定位准确.由于幅频增益最终影响的是对噪声的敏感度,可以通过调节 $\alpha - \beta$ 的值来调节最终的幅频增益,进而调节算子对噪声的抵抗性和边缘检测的敏感度.

1.2 算法实现

图像的梯度函数用来反映灰度变化的速率,且图像梯度会在边缘点获得极大值.对于图像梯度文献[14]给出了一种快速计算的手段,即卷积.本文算法中卷积实现又可以分为两种:1) 直接把分数阶次微分/积分的脉冲响应和待测数据进行卷积,即滤波器卷积;2) 先把分数阶次微分离散化之后得到相应近似模板,然后将近似模板与待测数据进行卷积,即

模板卷积.本文将采用模板卷积和滤波器卷积的组合来实现图像梯度计算.由于本文算法分为反向积分和正向微分两个步骤,首先利用滤波器卷积的方法实现反向积分过程,其次利用模板卷积的方法实现正向微分过程.具体实现过程将在下面详细论述.

梯度计算之后,判定边缘采用阈值法,即经过微分增强后的像素点的梯度幅值大于阈值,则认为此像素点为边缘点.与 Canny 算子一样,本文在对梯度运算结果进行非极大值抑制之后,采用双阈值方法检测并连接边缘^[5].采用非极大值抑制和双阈值法能较好地检测到实际边缘,并能抑制虚假的边缘响应^[5].

1.3 FD 模板

本文推导了一种全新的分数阶次求导模板,即 FD (Fractional detection) 模板. FD 卷积模板推导过程如下:

令 $\underline{D}f(x)$ 表示为 $f(x)$ 在 x 增加方向上的一阶导数,记作:

$$\underline{D}f(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (1)$$

同理, $f(x)$ 在 x 减小方向上的一阶导数 $\underline{D}f(x)$ 记作:

$$\underline{D}f(x) = \frac{f(x) - f(x+h)}{h} \quad (2)$$

其中, $h \rightarrow 0$ 为一无穷小的数.

引入算子 q 并定义如下:

$$q^{-1}f(x) = f(x-h) \quad (3)$$

则

$$\underline{D}f(x) = \frac{1-q^{-1}}{h}f(x) \quad (4)$$

由此可得, $f(x)$ 的 n 阶导数可表示为^[14]

$$\underline{D}^n f(x) = \frac{(1-q^{-1})^n}{h^n}f(x) \quad (5)$$

$\underline{D}f(x)$ 还可以有如下表示:

$$\underline{D}f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (6)$$

其中, $h \rightarrow 0$ 为一无穷小的数.

同理,令

$$qf(x) = f(x+h) \quad (7)$$

则

$$\underline{D}f(x) = \frac{q-1}{h}f(x) \quad (8)$$

$f(x)$ 的 n 阶导数同时可表示为

$$\underline{D}^n f(x) = \frac{(q-1)^n}{h^n} f(x) \quad (9)$$

式 (5) 和式 (9) 相加并除以 2 可得:

$$\underline{D}^n f(x) = \frac{1}{2h^n} [(1-q^{-1})^n + (q-1)^n] f(x) \quad (10)$$

对上式采用牛顿二项式展开, 可得:

$$\begin{aligned} \underline{D}^n f(x) &= \frac{1}{2h^n} [(1-q^{-1})^n + (q-1)^n] f(x) = \\ &= \frac{1}{2h^n} \sum_{k=0}^{\infty} [(-1)^k a_k q^{-k} + (-1)^{n-k} a_k q^k] f(x) = \\ &= \frac{1}{2h^n} \sum_{k=0}^{\infty} [(-1)^k a_k f(x-kh) + \\ &(-1)^{n-k} a_k f(x+kh)] \end{aligned} \quad (11)$$

其中,

$$a_k = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}$$

采用同样推导过程可得, 在 x 减小的方向上 $f(x)$ 的 n 阶导数为

$$\underline{D}^n f(x) = \frac{1}{2h^n} \sum_{k=0}^{\infty} [(-1)^{n-k} a_k f(x-kh) + (-1)^k a_k f(x+kh)] \quad (12)$$

与文献 [14] 类似, 为提高边缘检测的选择性以及准确定位边缘, 需要一个同时考虑 x 增加方向和 x 减小方向的 n 阶导数 $\underline{D}^n f(x)$, 定义为

$$\begin{aligned} \underline{D}^n f(x) &= \underline{D}^n f(x) - \underline{D}^n f(x) = \\ &= \frac{1}{2h^n} \sum_{k=0}^{\infty} [a_{1k} f(x-kh) + a_{2k} f(x+kh)] \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned} a_{1k} &= a_k [(-1)^k - (-1)^{n-k}] \\ a_{2k} &= a_k [(-1)^{n-k} - (-1)^k] \end{aligned}$$

相应地, 用于计算分数阶次导数的 X 方向卷积模板是

$$X_{\text{mask}} = [a_{1m} \cdots a_{1k} \cdots a_{11} \ 0 \ a_{21} \cdots a_{2k} \cdots a_{2m}] \quad (14)$$

其中设定模板长度为 $2m+1$, 模板越长计算复杂度越高. 需要指出的是, 由于 n 为分数, a_{1k} 和 a_{2k} 中的

$(-1)^{n-k}$ 项为复数, 因此本文的求导模板为复数模板. 这是和现有其他求导模板的最大区别. 在采用复数求导模板求取梯度幅值时, 必须对模板运算的复数结果求模以得到幅值.

Y 方向卷积模板为

$$Y_{\text{mask}} = X_{\text{mask}}^T \quad (15)$$

1.4 分数阶次积分冲激响应

将分数阶次微分或积分看成是一个滤波器, 则分数阶次微分或积分可以用滤波器的冲激响应来表示^[14], 在 x 增加方向上可写为

$$\underline{D}^n f(x) = f(x) * \underline{D}^n \delta(x) \quad (16)$$

其中, $\underline{D}^n \delta(x)$ 表示 n 阶微分算子的冲激响应, 即

$$\underline{D}^n \delta(x) = \begin{cases} \frac{x^{-n-1}}{\Gamma(-n)}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

同理, 在 x 减小方向上 n 阶微分算子的冲激响应为

$$\underline{D}^n \delta(x) = \begin{cases} \frac{|x|^{-n-1}}{\Gamma(-n)}, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

其中, n 表示微分阶次且 $\text{Re}(n) \in \mathbf{R}^{-*}$, x 表示滤波宽度, 且

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{n-1} dt$$

由式 (17) 和式 (18) 可得, 同时考虑 x 增加方向和 x 减小方向的非因果算子 \underline{D}^n 的冲激响应为

$$\underline{D}^n \delta(x) = \underline{D}^n \delta(x) + \underline{D}^n \delta(x) = \begin{cases} \frac{x^{-n-1}}{\Gamma(-n)}, & x > 0 \\ \frac{|x|^{-n-1}}{\Gamma(-n)}, & x < 0 \end{cases} \quad (19)$$

由于 n 为负数, 即 \underline{D}^n 表示一个积分过程, 所以反向积分过程可以使用式 (19) 完成. 式 (19) 的曲线如图 1 所示. 这里取 $n = -0.4$.

从式 (19) 和图 1 可知, 滤波函数宽度为无限长. 实际卷积应用需要对滤波函数宽度进行截断处理. 由于滤波函数 (19) 随 x 绝对值增加而单调衰减, 可以设置一个阈值, 忽略滤波函数小于该阈值的部分, 并以此确定滤波函数宽度.

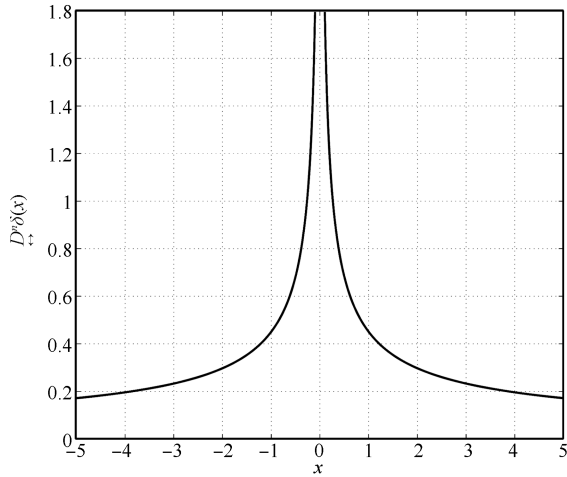


图 1 $n = -0.4$ 时微分算子 D_α^n 的冲激响应
Fig.1 Impulse response of D_α^n when $n = -0.4$

2 一维实现

由于模板长度和滤波器宽度均有限, 所以复合导数理论上只能是传统一阶求导的近似.

本节采用第 1 节中的算法对文献 [14] 中的如下函数进行边缘检测验证

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax^2, & 0 < x \leq x_0 \\ -ax^2 + 4ax_0x - 2ax_0^2, & x_0 < x \leq 2x_0 \\ 2ax_0^2, & x > 2x_0 \end{cases} \quad (20)$$

其中, $a = 1/(2x_0^2)$ 且 $x_0 = 200$.

如图 2 所示, 实线、虚线、点划线和点线依次为 $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ ($\beta = 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$) 情况下的归一化近似求导结果, 其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的一阶导数, $f^c(x)$ 是 $f(x)$ 的复合导数. 由图 2 中的归一化结果可见 α 越大近似求导越精确.

实验结果证明复合导数可以有效地对一阶求导进行近似模拟.

3 抗噪性

实际图像中或多或少会有噪声点的存在, 因此算法的抗噪性能也是选择和评价分割算法时的一个重要指标^[19]. 高斯平滑滤波是边缘检测中常用的消除噪声的方法. 但本算法解决抗噪性的思路有所不同, 它不对图像进行高斯平滑预处理, 而只是利用复合导数中的反向分数阶次积分部分作为一种特殊的平滑低通滤波器, 达到抑制噪声的作用. 滤波平滑的尺度由 β 控制, β 越大, 平滑效果越明显.

此处仍以上述函数 $f(x)$ 为例. 图 3 为 $f(x)$ 加入

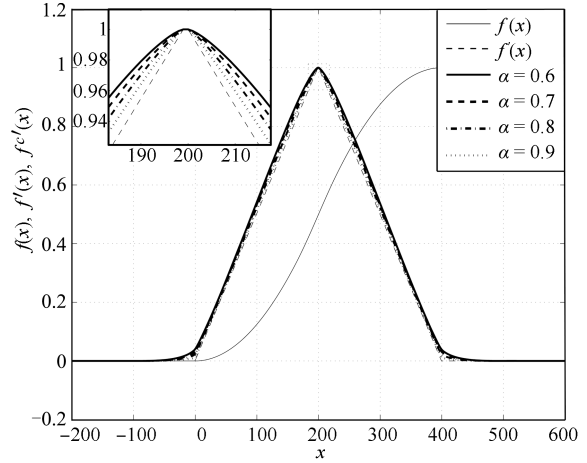


图 2 $f(x), f'(x)$ 以及 $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ 情况下的归一化求导结果

Fig.2 Normalized derivative results of $f(x), f'(x)$, and approximate derivative with $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$

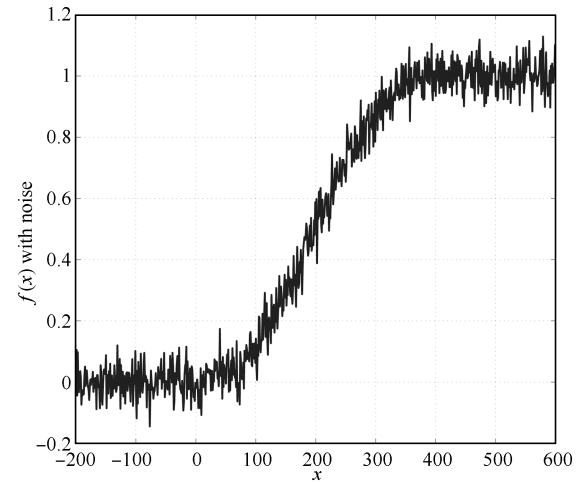
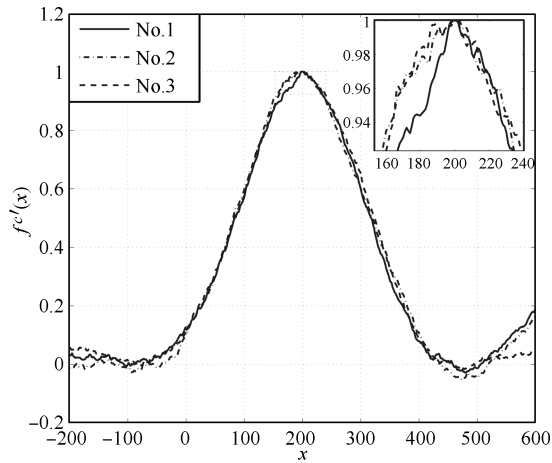


图 3 加入正态分布随机模拟噪声的 $f(x)$ 曲线
Fig.3 $f(x)$ contaminated by random noise

正态分布随机模拟噪声信号 (均值为 0, 方差为 0.05^2) 所得曲线.

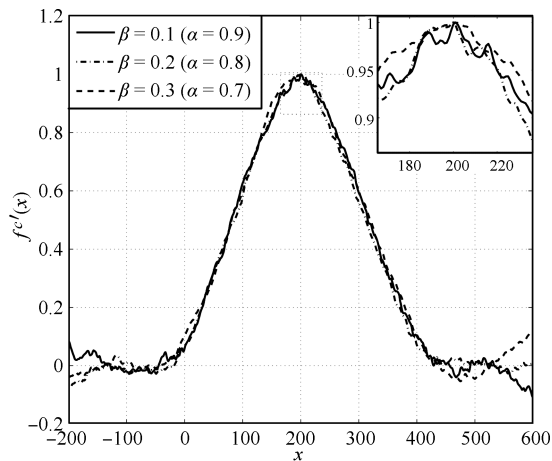
图 4(a) 为 $f(x)$ 加入三组不同随机噪声时, 运用复合导数 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2$, 模板长度为 3, 滤波函数宽度为 2) 检测的结果. 图中第一组随机噪声的结果 (No. 1) 在边缘点 ($x = 200$) 左侧平滑度略差, 第三组随机噪声的结果 (No. 3) 在边缘点附近有较大波动. 但检测结果在边缘点 ($x = 200$) 处均取得最大值, 体现了复合导数较好的抗噪性. 图 4(b) 为 $f(x)$ 加入随机噪声时, 复合导数取不同 β 的检测结果. 首先, $\beta = 0.3$ ($\alpha = 0.7$) 的检测结果具有最佳的平滑效果. 当 $\beta = 0.1$ ($\alpha = 0.9$) 时检测结果在边缘点 ($x = 200$) 处出现了较大的波动, 平滑效果不佳. 其次, 可以看出不同 β 的检测结果的定位精度也有所不同. $\beta = 0.1$ ($\alpha = 0.9$) 时检测结果在 ($x = 201$)

处取得最大值,与真实边缘点 ($x = 200$) 相差一个单位. 当 $\beta = 0.2, 0.3$ ($\alpha = 0.8, 0.7$) 时,复合导数准确地定位出边缘点. 由此可以看出复合导数可以通过调节 β 来改变抗噪效果.



(a) 加入不同随机噪声、 $\beta = 0.2$ 时的检测结果

(a) Detection results with $\beta = 0.2$ and different random noises



(b) $\beta = 0.1, 0.2, 0.3$ 时的检测结果

(b) Detection results when $\beta = 0.1, 0.2, 0.3$

图 4 含噪曲线在复合导数下的检测结果

Fig. 4 Results of compound derivative for noise curve

4 实验结果

本文以 Matlab 软件自带的灰度图片 Camera-man (如图 5 所示) 对新算法在无噪声干扰和有噪声干扰两种情况下的有效性和抗噪性进行验证. 实验过程中将利用人工干预的方式调节参数 α ($\beta = 1 - \alpha$)、模板长度、滤波函数宽度和阈值来观察各参数对检测结果的影响. 算法中的“默认阈值”直接采用了 Matlab 自带的边缘检测程序 edge.m 中默认阈值的定义,是指在没有人工设定阈值时,算法根据图像梯度幅值的概率密度所确定的阈值. 低阈值与高阈

值比例是 0.4. 在此记模板长度为 $2m + 1$, 滤波函数宽度为 $width$.



图 5 待检测图片

Fig. 5 Image to be detected

4.1 无噪声干扰的情况

图 5 是待检测的图片. 图 6 是默认阈值下 $\alpha = 0.9$ ($\beta = 0.1$), 模板长度为 3, 滤波函数宽度为 2 的检测结果. 表 1 为新算法在不同参数下检测结果的定性比较,以第 1 组参数的检测结果为比较的标准. 表中的阈值均为默认阈值.

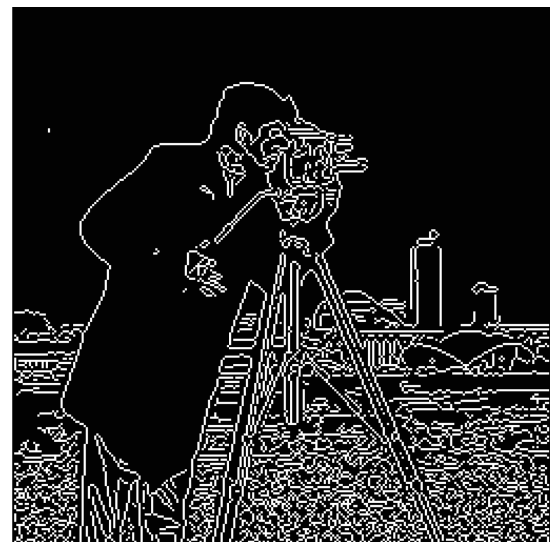


图 6 默认阈值下 $\alpha = 0.9, m = 1, width = 2$ 的检测结果
Fig. 6 Result with default threshold, $\alpha = 0.9, m = 1,$ and $width = 2$

图 11 是默认阈值 ([0.03125 0.078125]) 下 Canny 算子的检测结果. 比较图 7 和图 11 可以看出,新算法比 Canny 算子检测出更多的细节,如远处的高楼、摄像机以及人物头部轮廓.

表 1 无噪声干扰时新算法不同参数下检测结果比较

Table 1 Comparison of the new algorithm under different parameters without noise contamination

编号	参数设定	检测结果分析
1	阈值 = [0.025 0.0625], $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 1$, $width = 2$	轮廓清晰, 边缘连续性好, 如图 7
2	阈值 = [0.025 0.0625], $\alpha = 0.6$ ($\beta = 0.4$), $m = 1$, $width = 2$	α 值减小之后, 阈值不变, 部分边缘的检测结果得到改善, 如人物右手下方和背景上的亮点的检出及远处的高楼, 但同时部分边缘出现了间断, 如人物头发和相机右边的支架, 如图 6 ~ 8
3	阈值 = [0.03125 0.078125], $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 100$, $width = 2$	模板长度增加后, 高低阈值提高, 计算的复杂度增加, 检测效果略微变差, 部分亮点未检出, 如图 9
4	阈值 = [0.03125 0.078125], $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 1$, $width = 4$	滤波宽度增加后, 高低阈值提高, 检测结果明显变差, 细节丢失较多, 如远处的高楼, 如图 10

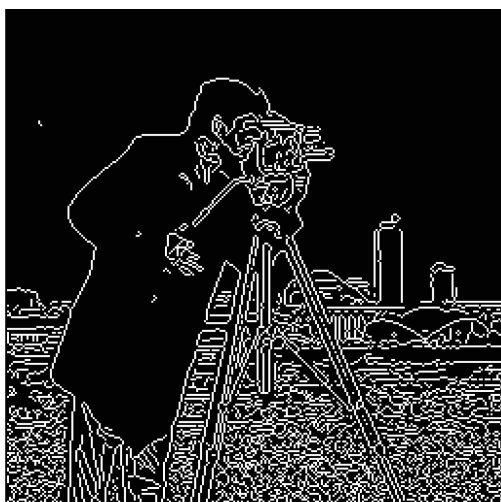


图 7 默认阈值下 $\alpha = 0.8$, $m = 1$, $width = 2$ 的检测结果
Fig. 7 Result with default threshold, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, and $width = 2$

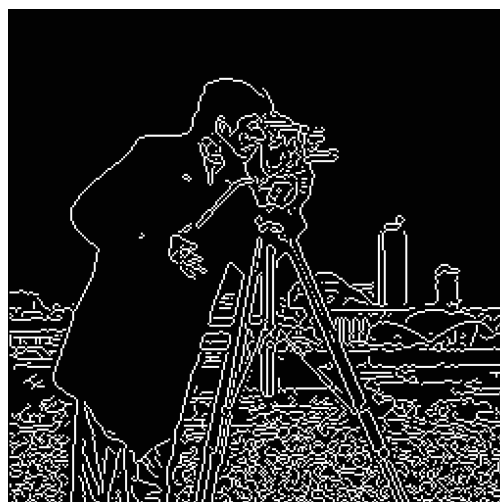


图 9 默认阈值下 $\alpha = 0.8$, $m = 100$, $width = 2$ 的检测结果
Fig. 9 Result with default threshold, $\alpha = 0.8$, $m = 100$, and $width = 2$

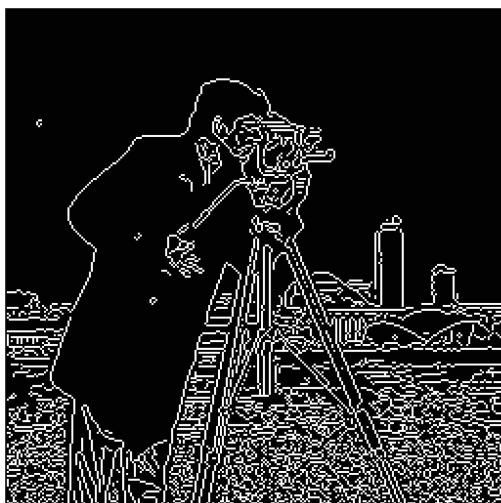


图 8 默认阈值下 $\alpha = 0.6$, $m = 1$, $width = 2$ 的检测结果
Fig. 8 Result with default threshold, $\alpha = 0.6$, $m = 1$, and $width = 2$

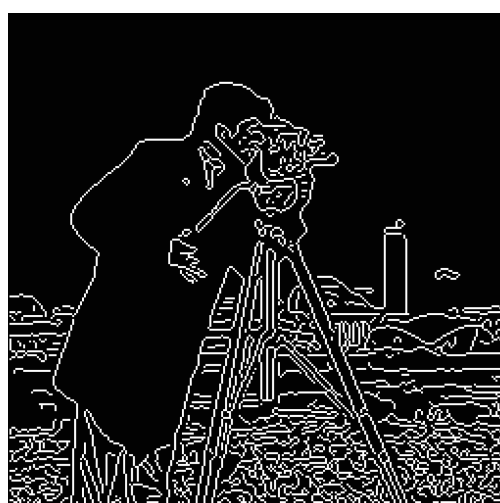


图 10 默认阈值下 $\alpha = 0.8$, $m = 1$, $width = 4$ 的检测结果
Fig. 10 Result with default threshold, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, and $width = 4$



图 11 默认阈值下 Canny 算子的检测结果

Fig. 11 Result of Canny operator with default threshold

4.2 含噪声干扰的情况

为了检测算法的抗噪性能, 本文通过在图 5 中加入正态分布随机模拟噪声信号 (均值为 0, 方差为 0.05^2) 得到含噪声图片. 表 2 为新算法在不同参数下检测结果的定性比较, 同样以第 1 组参数的检测结果为比较标准. 表中 1~3 组参数下的阈值均为默认阈值.

图 16 是 Canny 算子在阈值为 $[0.06 \ 0.15]$ 时的检测结果. 比较图 15 和图 16 可以看出, 在相同阈值下新算法和 Canny 算子均滤除了噪声. 但 Canny 算子在滤除噪声的同时, 部分边缘也被滤除, 如人物的右手和背景中的草地.

5 定量分析

边缘检测算法性能的衡量标准有很多, 如边缘

的连续性、光滑性、细化程度、定位、定位精度以及噪声对边缘的影响. 根据不同的需要可以选择不同的衡量标准. 本文将从边缘的定位及定位精度来定量衡量新算法的性能, 并考察噪声的影响.

边缘的定位考察边缘检测算法能否检测到给定目标的边缘^[20]. 定位错误包括真实边缘错误检测和非边缘的错误检测, 即漏检和误检.

Abdou 等^[21] 提出了边缘检测性能品质公式:

$$F = \frac{1}{\max(N_a, N_d)} \sum_{i=1}^{N_d} \frac{1}{1 + ad^2(i)} \quad (21)$$

其中, N_a 和 N_d 分别表示实际边缘个数和检测到的边缘个数, d 表示真实边缘与检测到的边缘的距离, a 为常量系数, 这里取 $a = 0.05$. F 值越大, 说明边缘点的定位精度越高, 检测到的边缘就越真实. Pratt 品质因数不仅可以判断算法的性能还可以判断算法对噪声的适应度. 本文将在检测图中加入不同方差的噪声, 并计算不同算法检测结果的 F 值. 待检测图如图 17 和图 18 所示, 正方形的大小为 210 像素 \times 210 像素. 待检测图的真实边缘人为给定.

表 3 和表 4 分别给出了无噪声情况下, 图 17 和图 18 在各算法下检测结果的误检率和漏检率. 从表 3 可以看出, 新算法下人工圆的检测结果的最低误检率和漏检率分别为 0.3488 和 0.6481, 均小于经典的 Canny 算子 (误检率和漏检率分别为 0.3519 和 0.6512). 从表 4 可以看出, 新算法下人工三角形的检测结果的最低误检率和漏检率分别为 0.4950 和 0.5000, 均小于经典的 Canny 算子 (误检率和漏检率分别为 0.5019 和 0.5112). 从以上分析可以看出, 新算法检测结果的定位错误率 (误检率和漏检率) 略小于 Canny 算子, 因此从定位准则方面考虑, 新算法略优于 Canny 算子.

表 2 有噪声干扰时新算法不同参数下检测结果比较

Table 2 Comparison of the new algorithm under different parameters with noise contamination

编号	参数设定	检测结果分析
1	阈值 = $[0.03125 \ 0.078125]$, $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 1$, $width = 2$	尽管滤波函数抑制了部分噪声的干扰, 但检测结果中仍然含有大量噪声, 如图 12
2	阈值 = $[0.03125 \ 0.078125]$, $\alpha = 0.6$ ($\beta = 0.4$), $m = 1$, $width = 2$	α 值减小之后, 阈值不变, 反向滤波效果增强, 检测结果中噪声减少, 如图 13
3	阈值 = $[0.03125 \ 0.078125]$, $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 1$, $width = 4$	滤波函数宽度增加之后, 阈值不变, 滤波函数抑制噪声能力增强, 大部分噪声被滤除且边缘清晰, 如图 14
4	阈值 = $[0.06 \ 0.15]$, $\alpha = 0.8$ ($\beta = 0.2$), $m = 1$, $width = 2$	人工设定算子的阈值后, 含噪图片中的大部分噪声已被滤除, 但部分边缘也被滤除, 如远处的高楼, 如图 15



图 12 含噪声时默认阈值下 $\alpha = 0.8$, $m = 1$, $width = 2$ 的检测结果

Fig. 12 Result with default threshold, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, and $width = 2$ under noise contamination

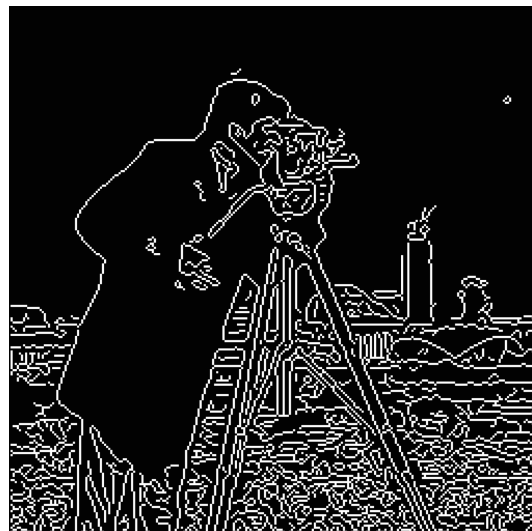


图 14 含噪声时默认阈值下 $\alpha = 0.8$, $m = 1$, $width = 4$ 的检测结果

Fig. 14 Result with default threshold, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, and $width = 4$ under noise contamination

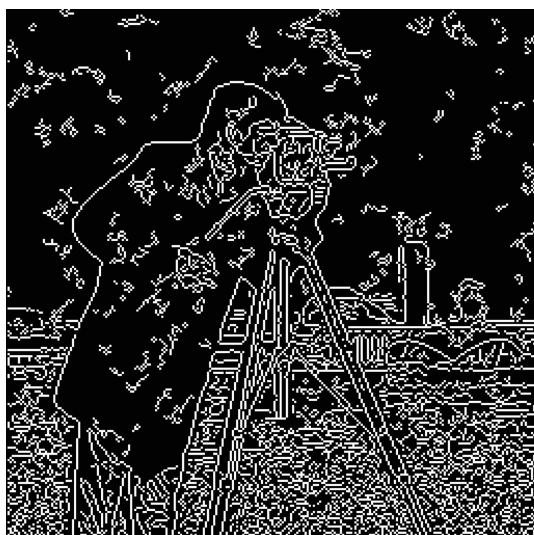


图 13 含噪声时默认阈值下 $\alpha = 0.6$, $m = 1$, $width = 2$ 的检测结果

Fig. 13 Result with default threshold, $\alpha = 0.6$, $m = 1$, and $width = 2$ under noise contamination

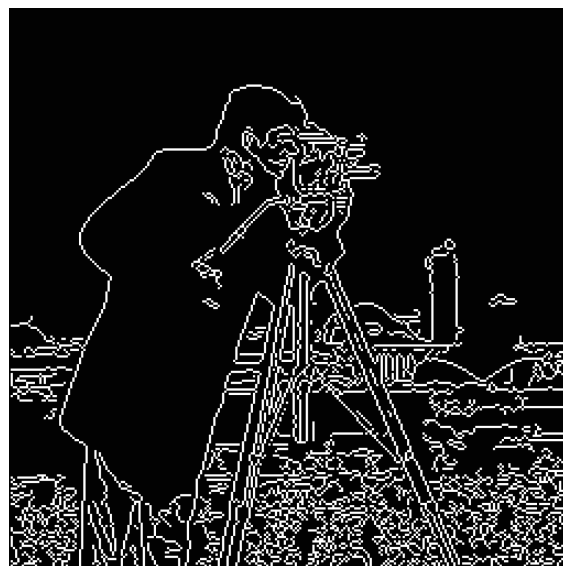


图 15 含噪声时阈值为 $[0.06 \ 0.15]$, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, $width = 2$ 的检测结果

Fig. 15 Result with threshold $[0.06 \ 0.15]$, $\alpha = 0.8$, $m = 1$, and $width = 2$ under noise contamination

对图 17 和图 18 分别加入不同方差的噪声 (正态分布随机模拟噪声信号, 均值为 0, 方差为 σ^2), 利用式 (21) 计算各算法检测结果的品质因数, 结果如表 5 和表 6.

从表 5 和表 6 可以看出, 未加入噪声时, 各算子具有较好的品质因数, 加入噪声之后, 检测结果的品质因数急剧下降. 默认阈值下, Canny 算子的品质因数优于新算法的品质因数. 在设定阈值之后, 各算子的品质因数均有明显提高, 新算法的品质因数略逊于

Canny 算子. 因此从定位精度来看, 新算法检测结果略逊于 Canny 算子.

算法的运算时间可以反映算法的计算复杂度和执行效率, 可以从一方面反映算法性能的优劣. 在相同机器配置和图像大小的情况下, 运算时间由算法中主要运算的执行时间决定. 实验所用的惠普 (HP 520) 笔记本电脑配置为 Intel Core Duo 1.67 G、内存 2 G、操作系统 Windows XP、使用 Matlab R2009 a 编译, 分别以图 5 (256 像素 \times 256



图 16 含噪声时阈值为 [0.06 0.15] 时, Canny 算子的检测结果

Fig. 16 Result of Canny operator with threshold [0.06 0.15] under noise contamination

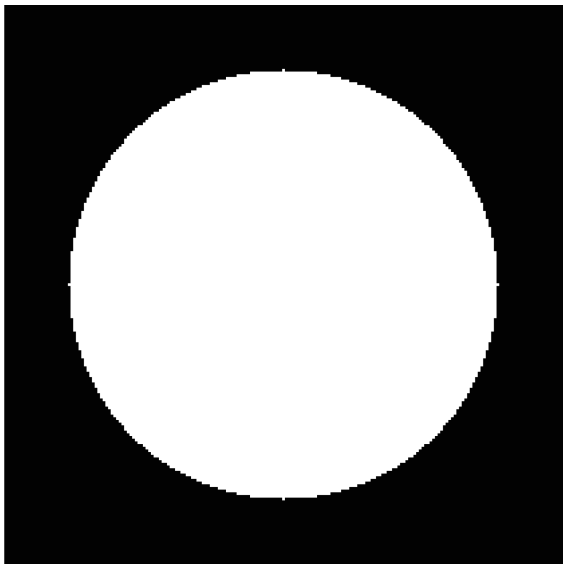


图 17 待检测的人工圆

Fig. 17 Synthetic circle to be detected

像素)、图 17 (210 像素 \times 210 像素) 为例, 比较新算法和 Canny 算子的运算时间和内存占用情况. 测试结果如表 7 和表 8 所示. 两表中数据均为 3 次测试结果取平均值所得.

从表 7 和表 8 可以看出, 新算法边缘检测的运算时间小于 Canny 算子, 具有较优的执行效率, 同时占用内存也低于 Canny 算子.

6 结论

高斯滤波以其优越的平滑效果已经成为图像预

表 3 人工圆的定位误差统计表

Table 3 Positioning errors for the synthetic circle

算法	误检率	漏检率
Canny	0.3519	0.6512
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.3488	0.6481
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.6, \beta = 0.4, m = 1, width = 2$)	0.3488	0.6481
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 100, width = 2$)	0.3519	0.6512
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.3519	0.6512

表 4 人工三角形的定位误差统计表

Table 4 Positioning errors for the synthetic triangles

算法	误检率	漏检率
Canny	0.5019	0.5112
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.4952	0.5000
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.6, \beta = 0.4, m = 1, width = 2$)	0.4952	0.5000
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 100, width = 2$)	0.4950	0.5000
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.5024	0.5024

处理的默认选项. Canny 算子采用高斯平滑预处理来尽量消除噪声的影响, 但平滑处理同时会带来边缘信息的丢失. 二维图像的检测结果表明, 新算法在没有高斯平滑处理的情况下, 仍然表现了很好的去噪能力, 同时保留了更多的边缘信息. 较低的定位错误率保证了在检测边缘时新算法可以比 Canny 算子检测出更多真实的边缘, 减少虚假边缘. 另外, 实验结果表明算法在运算时间和占用内存方面均优于 Canny 算子. 但相对于 Canny 算子, 新算法需要进一步提高边缘检测的定位精度.

从前面讨论可以看出, 利用分数阶微分和分数阶积分组成的复合导数设计的边缘检测新算法, 可以很好地实现边缘检测并且在没有高斯平滑预处理下, 可以降低噪声对检测结果的影响. 本文利用模

表 5 不同算法在加入噪声的人工圆中检测的 F 值
Table 5 F -values of different algorithms for the synthetic circle with noise added

算法	不含噪声	加入 $\sigma = 0.05$ 的噪声	加入 $\sigma = 0.1$ 的噪声	加入 $\sigma = 0.2$ 的噪声
Canny	0.9690	0.0923	0.0615	0.0614
Canny (阈值为 [0.12 0.3])	0.9686	0.9694	0.9680	0.7549
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.9600	0.0493	0.0463	0.0468
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.6, \beta = 0.4, m = 1, width = 2$)	0.9600	0.0531	0.0479	0.0468
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 100, width = 2$)	0.9594	0.0539	0.0485	0.0478
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.9594	0.0531	0.0498	0.0506
新算法下阈值为 [0.12 0.3] ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.9600	0.9594	0.9601	0.9626

表 6 不同算法在加入噪声的人工三角形中检测的 F 值
Table 6 F -values of different algorithms for the synthetic triangles with noise added

算法	不含噪声	加入 $\sigma = 0.05$ 的噪声	加入 $\sigma = 0.1$ 的噪声	加入 $\sigma = 0.2$ 的噪声
Canny	0.9803	0.0648	0.0498	0.0395
Canny (阈值为 [0.12 0.3])	0.9785	0.9781	0.9776	0.9635
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.9762	0.0316	0.0313	0.0304
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.6, \beta = 0.4, m = 1, width = 2$)	0.9762	0.0329	0.0311	0.0309
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 100, width = 2$)	0.9762	0.0349	0.0320	0.0312
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.9761	0.0345	0.0336	0.0329
新算法下阈值为 [0.12 0.3] ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 2$)	0.9762	0.9601	0.9133	0.9449

表 7 图 5 在不同算法下的运算时间和内存占用量
Table 7 Execution time and memory footprint
for Fig. 5

算法	运行时间 (s)	内存占用量 (MB)
Canny	0.1936	34.32
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.1626	32.48

表 8 图 17 在不同算法下的运算时间和内存占用量
Table 8 Execution time and memory footprint
for Fig. 17

算法	运行时间 (s)	内存占用量 (MB)
Canny	0.1414	32.50
新算法默认阈值下 ($\alpha = 0.8, \beta = 0.2, m = 1, width = 4$)	0.1270	32.40

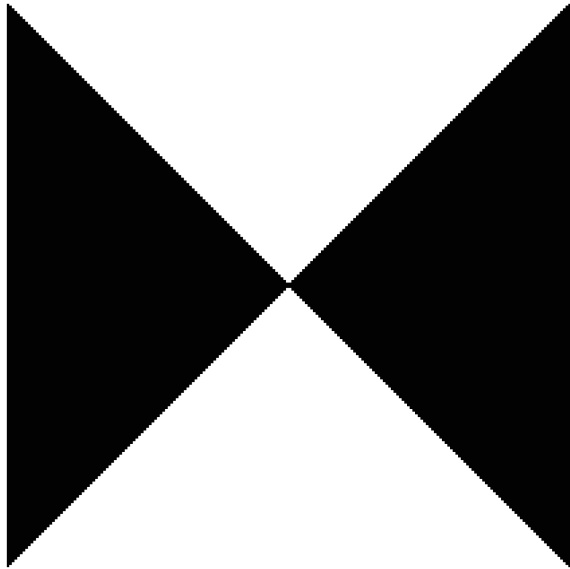


图 18 待检测的人工三角形

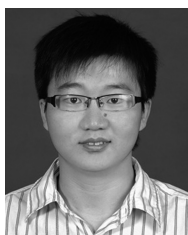
Fig. 18 Synthetic triangles to be detected

板卷积和滤波器卷积分别实现新算法中的正向微分和反向积分过程. 其中, 实现分数阶微分的复数模板是有别于现有实数模板的全新模板, 该模板的成功运用证明在边缘检测中引入复数计算是可行并有效的. 在反向积分过程中本文将平滑滤波和复合求导过程的一部分融合在一起, 在抑制噪声的同时可以方便地平衡抗噪性和检测精度. 新算法可以通过调节 $\alpha - \beta$ 的值来调节幅频特性. 从实验结果可以看出, 新算法的模板长度可以设置得很短 ($m = 2 \sim 4$), 算法计算复杂度低. 后期工作将着重于优化参数设计, 以进一步提高算法的检测精度和抗噪性能.

References

- Dong Hong-Yan. Research on Some Techniques in Edge Detection [Ph. D. dissertation], National University of Defense Technology, China, 2008
(董鸿燕. 边缘检测的若干技术研究 [博士学位论文], 国防科学技术大学, 中国, 2008)
- Yang Zhu-Zhong, Zhou Ji-Liu, Huang Mei, Yan Xiang-Yu. Fractional differential for edge extraction. *Computer Engineering and Application*, 2007, **43**(35): 15–18
(杨柱中, 周激流, 黄梅, 晏祥玉. 用分数阶微分提取图像边缘. 计算机工程与应用, 2007, **43**(35): 15–18)
- Gonzalez R C, Woods R E. *Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice-Hall, 2008. 703–728
- Shih F Y. *Image Processing and Pattern Recognition: Fundamentals and Techniques*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010. 53–58
- John C. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, **8**(6): 679–698
- Zhang Y, Rockett P I. The Bayesian operating point of the Canny edge detector. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(11): 3409–3416
- Mcilhagga W. The Canny edge detector revisited. *International Journal of Computer Vision*, 2011, **91**(3): 251–261
- Torre V, Poggio T A. On edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, **8**(2): 147–163
- Engheta N. On the role of fractional calculus in electromagnetic theory. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1997, **39**(4): 35–46
- Li Wen, Zhao Hui-Min. Rational function approximation for fractional order differential and integral operators. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 999–1005
(李文, 赵慧敏. 一种分数阶微积分算子的有理函数逼近方法. 自动化学报, 2011, **37**(8): 999–1005)
- Leu J S, Papamarcou A. On estimating the spectral exponent of fractional Brownian motion. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, **41**(1): 233–244
- Benmalek M, Charef A. Digital fractional order operators for R-wave detection in electrocardiogram signal. *IET Signal Processing*, 2009, **3**(5): 381–391
- Li H S, Luo Y, Chen Y Q. A fractional order proportional and derivative (FOPD) motion controller: tuning rule and experiments. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, **18**(2): 516–520
- Mathieu B, Melchior P, Oustaloup A, Ceyral Ch. Fractional differentiation for edge detection. *Signal Processing*, 2003, **83**(11): 2421–2432
- Pu Y F, Zhou J L. A novel approach for multi-scale texture segmentation based on fractional differential. *International Journal of Computer Mathematics*, 2011, **88**(1): 58–78
- Lu Yang. Fractional Differential Applied to the Study of Edge Detection [Master dissertation], Dalian Jiaotong University, China, 2010
(卢洋. 分数阶微分应用于图像边缘检测的研究 [硕士学位论文], 大连交通大学, 中国, 2010)
- Gao C B, Zhou J L, Hu J R, Lang F N. Edge detection of colour image based on quaternion fractional differential. *IET Image Processing*, 2011, **5**(3): 261–272
- Ye Y Q, Tayebi A, Liu X P. All-pass filtering in iterative learning control. *Automatica*, 2009, **45**(1): 257–264
- Xue Li-Xia. Research on Remote Sensing Image Fuzzy Edge Detection Based on Object Cloud [Ph. D. dissertation], Southwest Jiongtong University, China, 2007
(薛丽霞. 基于对象云的遥感图像模糊边缘检测研究 [博士学位论文], 西南交通大学, 中国, 2007)
- Li Xue. Performance Evaluation in Edge Detection Algorithm of Gray Image [Master dissertation], Shenyang University of Technology, China, 2007
(李雪. 灰度图像边缘检测算法的性能评价 [硕士学位论文], 沈阳工业大学, 中国, 2007)

- 21 Abdou I E, Pratt W K. Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors. *Proceedings of the IEEE*, 1979, **67**(5): 753–763



何春 南京航空航天大学自动化学院硕士研究生. 2009 年在南京航空航天大学自动化学院获学士学位. 主要研究方向为图像处理.

E-mail: xiaowunuaa@nuaa.edu.cn

(HE Chun Master student at the Collage of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. He received his bachelor degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2009. His main research interest is image processing.)



叶永强 南京航空航天大学自动化学院教授. 2004 年在南洋理工大学电气与电子工程学院获博士学位. 主要研究方向为电力电子系统及控制, 应用控制理论, 图像处理. 本文通信作者.

E-mail: melvinye@nuaa.edu.cn

(YE Yong-Qiang Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. He received his Ph. D. degree from the School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University in 2004. His research interest covers power electronics sys-

tem and control, applied control theory, and image processing. Corresponding author of this paper.)



姜斌 南京航空航天大学自动化学院教授. 1995 年获东北大学工学博士学位. 主要研究方向为复杂系统的故障诊断和容错控制, 飞行器健康管理.

E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn

(JIANG Bin Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. He received his Ph. D. degree from Northeastern University in 1995. His research interest covers complex system of fault diagnosis and fault-tolerant control for complex systems, and vehicle health management.)



周鑫 南京航空航天大学自动化学院副教授. 2008 年在弗吉尼亚大学获博士学位. 主要研究方向为目标检测和识别, 图像处理和分析, 智能视频监控和计算机视觉. E-mail: zhouxin@nuaa.edu.cn

(ZHOU Xin Associate professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and

Astronautics. He received his Ph. D. degree from University of Virginia in 2008. His research interest covers target detection and recognition, image processing and analysis, intelligent video surveillance, and computer vision.)