# ACTA AUTOMATICA SINICA February, 2012

王冰1 羊晓飞2 李巧云1,2

基于坏场景集的抗风险鲁棒调度模型

摘 要 讨论了场景描述的不确定环境下的鲁棒调度模型.通过对传统不确定调度模型在追求优良性能的积极性和抗风险的保守性两方面对抗和均衡关系的透视和分析,建立了一种新的鲁棒调度模型.该模型的优化目标由平衡因子将期望性能和抗风险鲁棒度量组合而成.抗风险鲁棒度量基于坏场景集概念而定义,坏场景集中坏场景的数目可由一个基准性能来调节,当平衡因子或者基准性能变化时,构成一族鲁棒调度模型.一系列的定理阐明了本文提出的鲁棒调度模型族与传统不确定调度模型之间的关系,给出了该鲁棒调度模型有效的条件.仿真测试实验针对加工时间不确定的 Job-shop 调度问题进行,计算结果表明新模型在追求优良性能的积极性和抵抗风险的鲁棒性方面相对传统模型具有了更好的全面性和综合性,可以实现调度解在不同场景下的期望性能和抗风险鲁棒性的更好平衡.

关键词 鲁棒调度, 坏场景, 抗风险, 期望性能, 决策偏向

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2012.00270

## Bad-scenario Set Based Risk-resisting Robust Scheduling Model

WANG  $\operatorname{Bing}^1$  YANG Xiao-Fei<sup>2</sup> LI Qiao-Yun<sup>1, 2</sup>

Abstract We discuss robust scheduling models under uncertain environments described by scenario approach. Using the insights revealed by the analysis of traditional uncertain scheduling models involving the conflicting and balancing twofold relevance, which are the motivation of pursuing better performance and the conservatism of resisting risk, we establish a kind of new robust scheduling model. The optimization objective combines expected performance and robustness measure with a balance factor. A risk-resisting robustness measure is defined based on the concept of bad-scenario set, in which the number of bad scenarios can be adjusted by a standard performance. Thus, a set of robust scheduling models is established as the balance factor or the standard performance varies. A series of theorems reveal the relationship among the set of new models proposed in this paper and traditional uncertain scheduling models. And the condition of effectiveness of robustness for the set of new models is proposed as a theorem. Furthermore, an extensive experiment was conducted for job-shop scheduling problems with uncertain processing time. The computational results provide evidence that the set of new models is more comprehensive and more integrated in terms of pursuing better statistic performance and resisting the risk of performance deterioration. Thus, the new model can realize better balance between expected performance and risk-resisting robustness, as comparied against existing uncertain scheduling models.

Key words Robust scheduling, bad scenario, resisting risk, expected performance, decision preference

不确定调度问题是近年来的一个研究热点.在不确定环境下,对调度解的评价相对确定性环境有了根本不同.除了对优良性能的追求,鲁棒性成为不确定调度中另一个重要指标[1-9].所谓鲁棒性,即调度方案及其性能对不确定因素的抗干扰能力.不确定性可能会带来调度性能恶化的风险,抗风险鲁棒

收稿日期 2010-09-16 录用日期 2011-10-08

本期责任编委 任艳青

Recommended by Associate Editor REN Yan-Qing

调度以尽量减轻调度性能的恶化风险为目标[2-3].

优化性能和抗风险是不确定调度的两个主要目标,对二者的不同侧重体现了决策者面对不确定性风险时的两种主观决策偏向:一方面对优良性能的追求体现了积极性的偏向,另一方面对抗风险鲁棒性的追求体现了保守性的偏向.积极性和保守性(抗风险性)二者常常是冲突的,更好的调度应该是兼顾二者而达到的平衡.一直以来各种不确定调度模型都是在不同的决策偏向下建立的.

不确定调度模型的建立首先依赖于不确定性的 建模方式. 常用的建模方法<sup>[1]</sup> 有随机分析法、模糊 分析法、离散值法、场景方法等. 本文在这里只讨论 场景方法描述下的不确定调度模型.

场景方法是将调度环境中的不确定性以有限数量离散场景的枚举来描述<sup>[2,4-5]</sup>,不同场景以一定概率实现.由于对不确定场景的描述具有概率统计的性质,最初采用随机优化模型处理场景描述下的调度<sup>[6-7]</sup>,把系统的期望性能作为优化指标.

Manuscript received September 16, 2010; accepted October 8, 2011

国家自然科学基金 (60874076), 上海大学 "机械制造与自动化" 重点学科人才专项基金 (A004-3-yj-1003) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60874076) and Specialized Foundation for Talents at the Key Discipline "Mechanical Manufacturing and Automation" (A004-3-yj-1003)

<sup>1.</sup> 上海大学机电工程与自动化学院 上海 200072 2. 山东大学威海分校机电工程学院 威海 264209

<sup>1.</sup> School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072 2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Shandong University at Weihai, Weihai 264209

另一种不确定模型就是最坏场景模型<sup>[8]</sup>, 其优化目标为最坏场景下的性能, 可以实现决策者的抗风险偏向.

随机优化模型和最坏场景模型在不确定调度中具有重要的基础地位,但这两种模型的决策偏向是单纯的,因而是片面的.随机优化模型不具有抗风险性,最坏场景模型缺乏积极性,决策过于保守.实际上,现实中决策者的决策偏向更多是折中的和混合的,这表现在后来出现的两种不确定调度模型中.最大后悔模型<sup>[9]</sup> 在对抗风险鲁棒性的优化中增加了对最优性能的追求,从而在抗风险同时减弱了保守性.期望方差模型<sup>[4]</sup> 以方差作为一种对抗风险鲁棒性的度量,在优化目标中兼顾了期望性能和鲁棒性.虽然最大后悔模型和期望方差模型都试图兼顾积极性和抗风险性,实现了决策积极性和保守性的一种平衡,但前者需要求解每个场景下的最优性能,而后者把以方差对调度性能波动性的抑制来实现对坏场景性能的抑制,未必会达到目的.

鲁棒调度的求解实际上就是在决策的积极性和保守性的对抗中寻找满足决策者偏向的平衡点的过程,这样的平衡点并不是唯一的,我们更希望在一个灵活的可供选择的机制中找到满足所需平衡点的调度解.但已有的不确定调度模型基本都不存在这样的灵活选择机制,只能实现一种调度解.

本文将通过对场景描述的不确定环境下传统调度模型的优化本质的透视和分析,提出一种新的兼顾决策的积极性和抗风险性偏向的鲁棒调度模型,这种模型实际上是一个优化模型族,构成了一个可以灵活地实现调度解的积极性和抗风险性之间的多种平衡的不确定调度平台.

## 1 场景描述下传统调度模型基于决策偏向的 归类

在场景描述的不确定调度中, 不确定的参数用有限个离散场景来表示, 每一种可能取值代表一种场景. 如果我们以  $\Lambda$  表示所有可能的不确定场景的集合,  $\lambda \in \Lambda$  表示  $\Lambda$  中的一个具体实现场景,  $\rho(\lambda)$  表示  $\lambda$  的实现概率. 我们以 S 表示所有可行调度的集合,  $s \in S$  为 S 中某一可行调度. 需要注意的是, 每一可行调度在不同实现场景下获得的性能是不同的, 我们以  $C(\lambda,s)$  表示在场景  $\lambda$  下可行调度 s 的性能. 在场景描述下, 我们按照决策偏向是单纯的积极性或保守性, 还是二者的混合, 把现有不确定调度模型归纳为两类: 单纯偏向不确定调度模型和混合偏向不确定调度模型.

### 1.1 单纯偏向不确定调度模型

随机优化模型<sup>[7]</sup> 在不确定场景下把调度解的期望性能作为优化指标. 令 EC(s) 表示可行调度 s 在

所有场景下的期望性能,则随机优化模型的优化目标为

$$\min_{s \in S} EC(s) = \sum_{\lambda \in \Lambda} \rho(\lambda) \times C(\lambda, s)$$
 (1)

我们将该调度模型记为 ECM. 期望性能目标代表一种统计意义下对优良性能的积极性追求, ECM 是单纯积极性偏向的不确定调度模型, 不具有抗风险的鲁棒性. 记由式 (1) 得到的最优期望性能为  $EC^*$ , 即  $EC^* = \min_{s \in S} EC(s)$ , 这是 ECM 的最优性能.

以抗风险鲁棒性为优化目标的是最坏场景模型<sup>[8]</sup>, 其抗风险鲁棒度量定义为最坏场景下的性能, 其优化目标如下:

$$\min_{s \in S} WC(s) = \max_{\lambda \in \Lambda} C(\lambda, s)$$
 (2)

我们把该模型记为 WCM. WCM 只关注单一的最坏场景性能的优化,没有对其他场景下优良性能的主动追求,因而是一种很保守的决策. WCM 是单纯保守性偏向的不确定调度模型. 把由式 (2) 得到的最坏场景表示为  $\lambda_w$ , 在  $\lambda_w$  下的最坏场景性能表示为  $WC^*$ , 这是 WCM 的最优性能.

#### 1.2 混合偏向不确定调度模型

针对 ECM 的片面性, 期望方差模型<sup>[4]</sup> 试图在优化期望性能的同时通过方差抑制性能波动性来减轻坏场景下性能的恶化, 以达到改善抗风险鲁棒性的目的, 其优化目标如下:

$$\min_{s \in S} ECV(s) = (1 - \alpha) \times EC(s) + \alpha \times VC(s) \quad (3)$$

其中

$$VC(s) = \sum_{\lambda \in \Lambda} \rho(\lambda) \times [C(\lambda, s) - EC(s)]^2$$
 (4)

这里 VC(s) 表示调度 s 在不同场景下性能的方差, 其中  $\alpha \in [0,1]$  为平衡目标函数中期望性能与方差 权重的平衡因子.

我们把该模型记为 ECVM. 在 ECVM 的目标函数中,通过调整  $\alpha$  的取值,可以在决策的积极性和保守性之间寻找不同的平衡,这是一种混合偏向不确定调度模型.

针对 WCM 的片面性, 文献 [9] 以最大后悔准则取代最小最大准则, 优化目标如下:

$$\min_{s \in S} MR(s) = \max_{\lambda \in \Lambda} \{ C(\lambda, s) - C(\lambda, s_{\lambda}^*) \}$$
 (5)

其中,  $s_{\lambda}^*$  表示场景  $\lambda$  下的最优调度,  $C(\lambda, s_{\lambda}^*)$  为在场景  $\lambda$  下最优调度  $s_{\lambda}^*$  的性能. 这里 MR(s) 代表的是调度 s 相对各个可能场景的最优调度  $s_{\lambda}^*$  的后悔值中的最大值.

我们把该模型记为 MRM. 在 MRM 中虽然关 注的仍然是单一最坏场景,但由于用当前场景下 最优性能的相对差值取代了性能的绝对差值,因而 包含了各场景下对最优性能的积极性追求, 相对 WCM 保守性大大减弱, 因而 MRM 也是一种混合 偏向的不确定调度模型. 而且, MRM 是一种两层优 化模型,第一层先要求解出在每个场景下的最优调 度  $s_{\lambda}^{*}$ , 第二层按照式 (5) 的优化目标进行求解. 由于 要求解每个场景下的最优调度, 当场景数目增大时, 将带来很大计算负担,上述四种传统的不确定调度 模型从不同角度实现了决策者的不同决策偏向, 其 中的 ECM、WCM 和 MRM 都是不确定离散优化 的经典模型[2]. 鉴于这些模型各有其片面性, 下面本 文提出基于坏场景集的抗风险鲁棒调度的相关概念 及模型,并分析新模型的优化本质及与传统模型的 关系.

## 2 基于坏场景集的鲁棒调度模型及其分析

#### 2.1 基于坏场景集的鲁棒调度模型

首先,我们将传统的最坏场景概念扩展为坏场景集,同时把传统的抗风险鲁棒性度量由单个最坏场景下的性能扩展为基于坏场景集的鲁棒度量.本文中,对一个场景描述的不确定调度问题,我们把所有场景下可能实现的最好调度性能和最差调度性能之间的性能值域称为该调度问题的可实现性能域.基于可实现性能域,我们定义基准性能 T,从而定义基于 T 的坏场景集.

定义 1. 在一个场景描述下的不确定调度问题 实例中, 如果 T 是可实现性能域中的一个性能值, 称 T 为一个基准性能, 则可行解 s 下的基于基准性能 T 的坏场景集 (Bad-scenario set) 定义为

$$\Lambda_T(s) = \{ \lambda | C(\lambda, s) \ge T, \ \lambda \in \Lambda \}$$
 (6)

其中,  $\lambda$  称为一个坏场景 (Bad scenario).

由定义 1 可以看出, 基准性能 T 就是坏场景集的门槛, 坏场景集  $\Lambda_T(s)$  就是在可行解 s 下性能不好于基准性能 T 的所有场景的集合.  $\Lambda_T(s)$  随着可行解 s 而变化, 在同一个 s 下, 当 T 变动时,  $\Lambda_T(s)$  是随 T 变动的一族集合,  $\Lambda_T(s)$  中坏场景数目的多少取决于 T 的大小.

基于坏场景集  $\Lambda_T(s)$  和  $EC^*$ ,我们定义如下坏场景集鲁棒度量.

定义 2. 定义坏场景集鲁棒度量 (Bad-scenarioset robustness) 为

$$BR(s) = \sum_{\lambda \in \Lambda_T(s)} \rho(\lambda) \times [C(\lambda, s) - EC^*]^2$$
 (7)

BR(s) 表征的是可行解 s 在  $\Lambda_T(s)$  中坏场景下的性能相对最优期望性能  $EC^*$  的总体波动量 (或称总体

后悔量), 其中  $\rho(\lambda)$  和  $EC^*$  对可行解 s 来说都是常 值

BR(s) 相对传统不确定模型中的鲁棒度量, 既有相似之处, 也有很大不同.

相对 WCM 定义的 WC(s), BR(s) 不仅针对单一最坏场景, 而是针对坏场景集  $\Lambda_T(s)$ , 这样的鲁棒度量定义既达到了抗风险的目的, 又可以避免由于仅考虑单一最坏场景时造成的最优解的敏感性. 相对最大后悔模型 MRM, BR(s) 表征的是所有坏场景相对一个统一的  $EC^*$  的后悔总值, 而不是像MRM 需要比较所有场景下对最优性能的后悔值后才能得到.

把 BR(s) 和调度的期望性能组合为一个优化指标, 得如下优化目标:

$$\min_{\alpha \in S} (1 - \alpha) \times EC(s) + \alpha \times BR(s) \tag{8}$$

 $\alpha \in [0,1]$  是平衡因子, 调节  $\alpha$  的取值可以实现不同均衡点下兼顾期望性能和鲁棒度量的调度.

我们把式 (8) 描述的不确定调度模型称为坏场景集模型, 记为 ECBM. 实际上, 本文提出的 ECBM 是随基准性能 T 变动的一族鲁棒调度模型, 我们把基准性能 T 下定义的 ECBM 称为基于 T 的 ECBM. 同时, ECBM 的目标函数也会随式 (8) 中 $\alpha$  取值的不同而发生变化, 所以实际上, ECBM 是可由  $\alpha$  和 T 调节的调度模型族.

#### 2.2 ECBM 鲁棒调度模型有效性的分析

在本节中, 我们首先深入分析 ECBM 作为一族不确定调度模型与两种单纯偏向的不确定调度模型之间的关系, 以此来阐述 ECBM 的特点和优化本质; 然后, 给出 ECBM 为有效的鲁棒调度模型的条件, 并分析该模型如何实现决策者积极性和抗风险性的兼顾和平衡, 成为混合偏向的不确定调度模型.

需要指出的是,对于场景描述下的同一个不确定调度问题实例,建立本文的 ECBM 以及四种传统的不确定调度模型,只是模型的目标函数不同,可行域是相同的,一种模型下的可行解一定也是另一种模型下的可行解.

无需证明, 我们可以有如下定理 1 的结论.

定理 1. 对于场景描述下的一个不确定调度问题实例, 在 ECBM 的优化目标 (8) 中, 当  $\alpha = 0$  时, ECBM 即为 ECM.

为了得到下面的定理 2, 我们先给出如下引理.

引理 1. 对于场景描述下的一个不确定调度问题实例,设  $s^*$  是 WCM 的最优解,  $\lambda_w$  是  $s^*$  下的最坏场景,  $WC^*$  是  $s^*$  在最坏场景  $\lambda_w$  下的性能,则  $WC^* = C(\lambda_w, s^*) \geq EC^*$ . 进一步,设 WCM 的任一可行解 s 下的最坏场景为  $\lambda_b$ ,则有  $EC^* \leq WC^* \leq C(\lambda_b, s)$ .

证明. 由于  $\lambda_w$  是 WCM 的最优解  $s^*$  下的最坏场景, 该场景下的性能必然差于解  $s^*$  下的期望值  $EC(s^*)$ , 而  $EC^*$  是所有可行解中期望值最好的, 故有  $WC^* = C(\lambda_w, s^*) \geq EC(s^*) \geq EC^*$ .

由于  $WC^*$  是 WCM 的最优解  $s^*$  下的目标函数值, 所以由式 (2) 知, 对于任一可行解 s 以及最坏场景  $\lambda_b$  , 有  $C(\lambda_b, s) \geq WC^*$ .

定理 2. 对于场景描述下的一个不确定调度问题实例, 假设各个场景有相同的实现概率, 设  $s^*$  是WCM 的最优解, 则  $s^*$  也是基于某一基准性能  $T_w$  的 ECBM 的最优解.

证明. 我们通过构造出这一 ECBM 来证明定理 2 的结论, 即只要能确定  $\alpha$  和基准性能  $T_w$  的取值, 使得  $s^*$  也是基于  $T_w$  的 ECBM 的最优解.

这样来获得 ECBM 的  $T_w$  的取值: 在可行解  $s^*$ 下,通过调整基准性能 T 的取值而改变坏场景集的门槛,使得坏场景集中只剩一个最坏场景  $\lambda_w$ ,固定此时 T 的取值作为  $T_w$ .

由于  $s^*$  是 WCM 的最优解,  $\lambda_w$  是该解下的最坏场景,  $WC^*$  是  $s^*$  在最坏场景  $\lambda_w$  下的性能, 则满足  $WC^* = \min_{s \in S} \max_{\lambda \in \Lambda} C(\lambda, s) = C(\lambda_w, s^*)$ . 同时,  $s^*$  也是 ECBM 的可行解, 在 ECBM 中, 在可行解  $s^*$  下, 对于基准性能  $T_w$ , 坏场景集中只有一个最坏场景  $\lambda_w$ , 则最坏场景  $\lambda_w$  下  $s^*$  的性能  $WC^* \geq T_w$ , 而在其他任一场景  $\lambda$  下, 有  $C(\lambda, s^*) \leq T_w$ .

我们令式 (8) 中  $\alpha=1$ , 则 ECBM 的优化目标只包含了鲁棒度量 BR(s). 在可行解  $s^*$  下, 基于  $T_w$  的 ECBM 的目标函数为

$$BR(s^*) = \sum_{\lambda \in \Lambda_{T_w}(s)} \rho(\lambda) \times [C(\lambda, s) - EC^*]^2 =$$

$$\rho(\lambda_w) \times [C(\lambda_w, s^*) - EC^*]^2 =$$

$$\rho(\lambda_w) \times [WC^* - EC^*]^2$$

设 s 是 WCM 的任一其他可行解, 如果对应解 s 下 WCM 的最坏场景为  $\lambda_b$ , 则有:

$$WC(s) = C(\lambda_b, s) \ge WC^*$$

由于  $WC^* \geq T_w$ , 所以  $C(\lambda_b, s) \geq T_w$ , 故对解 s 来说, 坏场景集中至少包含了场景  $\lambda_b$ , 此外也可能包含了其他坏场景, 我们把其他坏场景组成的坏场景子集表示为  $\Lambda_{\bar{b}}$  ( $\Lambda_{\bar{b}}$  也可能是空集). 由于 s 也是 ECBM 的可行解, 在 s 下, 基于  $T_w$  的 ECBM 的目标函数为

$$BR(s) = \rho(\lambda_b) \times [C(\lambda_b, s) - EC^*]^2 + \sum_{\lambda \in \Lambda_s} \rho(\lambda) \times [C(\lambda, s) - EC^*]^2$$

记  $H(\Lambda_{\bar{b}}) = \sum_{\lambda \in \Lambda_{\bar{b}}} \rho(\lambda) \times [C(\lambda, s) - EC^*]^2$ , 显然  $H(\Lambda_{\bar{b}}) \geq 0$ . 由于  $\rho(\lambda_w) = \rho(\lambda_b) \geq 0$ , 则

$$BR(s) - BR(s^*) = \\ \rho(\lambda_w) \times \{ [C(\lambda_b, s) - EC^*]^2 - \\ [C(\lambda_w, s^*) - EC^*]^2 \} + H(\Lambda_{\bar{b}}) = \\ \rho(\lambda_w) \times \{ [C(\lambda_b, s) + C(\lambda_w, s^*) - \\ 2EC^*] [C(\lambda_b, s) - C(\lambda_w, s^*)] \} + H(\Lambda_{\bar{b}})$$

由引理 1 知,  $C(\lambda_b, s) \geq C(\lambda_w, s^*) \geq EC^*$ , 则  $C(\lambda_b, s) + C(\lambda_w, s^*) - 2EC^* \geq 0$ , 且  $C(\lambda_b, s) - C(\lambda_w, s^*) \geq 0$ , 所以  $BR(s) - BR(s^*) \geq 0$ ,  $BR(s) \geq BR(s^*)$ , 即  $s^*$  也是  $\alpha = 1$  时基于  $T_w$  的 ECBM 的最优解.

ECM 是单纯积极性的模型, WCM 是单纯抗风险性的模型. 定理 1 和定理 2 的结论表明, ECBM作为一族优化模型可以覆盖两种单纯偏向的不确定模型 ECM 和 WCM.

定理 3. 对于场景描述下的一个不确定调度问题实例, 设基于 T 的 ECBM 得到的调度解为 s, 解下的期望性能值表示为  $EC^s$ , 解 s 下的最坏场景性能值表示为  $WC^s$ , 则有:

$$EC^* \le EC^s \le EC^{\text{WCM}}$$
$$WC^* < WC^s < WC^{\text{ECM}}$$

其中,  $EC^{WCM}$  为 WCM 的最优解下的期望性能值,  $WC^{ECM}$  为 ECM 的最优解下的最坏场景性能值.

证明. 在任何不确定调度中, 期望性能 EC(s) 与最坏场景性能 WC(s) 两个目标代表着决策的积极性和保守性具有冲突的两个方面, 在双目标的有效解中会有此消彼长的现象.

对于期望性能 EC(s),能实现的最好目标值为  $\alpha=0$  仅考虑期望目标时的最优值  $EC^*$ ,因此对于任一 ECBM 得到的调度解 s,有  $EC^s \geq EC^*$ .在 ECBM 中,对 EC(s) 而言,另一个极端就是  $\alpha=1$  时,调度模型中没有显式地以 EC(s) 为优化目标,这种情形下,如果坏场景集的门槛比较低,有较多的场景进入坏场景集合而得到优化,将间接地对统计性能 EC(s) 有利,对 EC(s) 最不利的情况为坏场景集门槛高到只有一个坏场景时,即定理 2 中描述的基于  $T_w$  的 ECBM. 由定理 2 的结论知,这时WCM 的最优解  $s^*$  也是基于  $T_w$  的 ECBM 的最优解,因此这时 ECBM 实现的最坏统计性能为  $s^*$  下的期望性能  $EC^{WCM}$ ,所以对于任一 ECBM 得到的调度解 s,有  $EC^s \leq EC^{WCM}$ . 综上两个方面,有  $EC^* \leq EC^* \leq EC^{WCM}$ .

对于 WC(s), 能实现的最好值为 WCM 得到的最优值  $WC^*$ , 在 ECBM 中该目标可在定理 2 描述的基于  $T_w$  的 ECBM 情形实现. 由于  $WC^*$  是最优的最坏场景性能, 所以, 对于任一 ECBM 得到的调度解 s, 有  $WC^s \ge WC^*$ . 在 ECBM 中, 对  $WC^*$  最

坏的情形为  $\alpha=0$  模型变为 ECM 时, 此时所实现的最坏鲁棒度量为  $WC^{\text{ECM}}$ , 所以有  $WC^s \leq WC^{\text{ECM}}$ . 综上两方面, 有  $WC^* \leq WC^s \leq WC^{\text{ECM}}$ .

定理3揭示了ECBM的优化本质,证明ECBM得到的解的期望性能不差于WCM,其最坏场景性能不差于ECM,即ECBM的积极性和抗风险性介于两种单纯偏向模型之间,对二者有兼顾,是混合偏向的不确定调度模型.

**推论 1.** 对于场景描述下的一个不确定调度问题,性能值域 [ $EC^*$ ,  $WC^*$ ] 属于可实现性能域.

该推论给出了一种构造基准性能 T 的可操作方法,基于此,可以指导我们建立有效的 ECBM 鲁棒调度模型,实现不同均衡点下积极性和抗风险性兼顾的鲁棒调度.

一个不确定调度模型如果可以实现改善调度鲁 棒性的目的, 我们可称其为有效的鲁棒调度模型.

定理 4. 在基于 T 的 ECBM 中, 当  $\alpha \neq 0$  时, 对基准性能 T, 如果满足  $EC^* \leq T \leq WC^*$ , 则可以保证基于 T 的 ECBM 是有效的鲁棒调度模型, 可以实现对抗风险鲁棒性和追求优良性能积极性的兼顾

**证明.** ECBM 的抗风险鲁棒性是通过优化目标函数 (8) 中的鲁棒度量 BR(s) 实现的, 所以要使得基于 T 的 ECBM 为有效的鲁棒调度模型, 必须要求式 (8) 中第二项非零.

当  $\alpha \neq 0$  时,BR(s) 的系数非零,则优化目标包含 BR(s). 由定理 3 的推论知, $[EC^*,WC^*]$  属于可实现性能域,所以满足  $EC^* \leq T \leq WC^*$  的基准性能 T 可使得坏场景集  $\Lambda_T(s)$  中至少有最坏场景  $\lambda_w$ ,  $\Lambda_T(s)$  非空,从而  $BR(s) \neq 0$ ,这样优化目标中包含 BR(s) 的调度可以改善坏场景的性能,实现抗风险的鲁棒性,基于 T 的 ECBM 是有效的鲁棒调度模型.

当  $\alpha \neq 1$  时,优化目标包含了期望性能 EC(s),可以通过调节  $\alpha$  的取值,实现不同均衡点下对期望性能和鲁棒度量的兼顾.

当  $\alpha = 1$  时,式(8) 中第一项为零,优化目标没有包含显式的期望性能 EC(s). 但由 BR(s) 的定义式(7) 知,当  $T \geq EC^*$  时,对于任意可行解 s,性能差于  $EC^*$  的场景可以进入坏场景集,且在调度中,这些坏场景的性能存在向  $EC^*$  接近的积极性,而性能好于  $EC^*$  的场景无需进入坏场景集,可以保持其性能的优良性,无需向  $EC^*$  靠拢.如果坏场景集的门槛  $T < EC^*$ ,则表示性能好于  $EC^*$  的场景也进入了坏场景集,调度的结果将会为了使其性能向  $EC^*$  靠拢而变差,这样就与在多个场景下追求优良性能的积极性目的相违背,是不可取的.所以,在  $EC^* \leq T \leq WC^*$  的条件下,优化目标 BR(s) 本身既包含了改善坏场景性能的抗风险性又包含了追

求优良期望性能的积极性.

综上所述, 当  $\alpha \neq 0$ , 且  $EC^* \leq T \leq WC^*$  时, 基于 T 的 ECBM 可以实现有效的鲁棒调度, 实现决策者在不同均衡点下积极性和抗风险性兼顾的调度.

定理 4 给出了 ECBM 鲁棒调度模型有效的条件,并分析了 ECBM 实现积极性和抗风险性兼顾的鲁棒调度的机理. 该定理也揭示了 ECBM 的缺点是需要首先确定一个合理的基准性能才能保证鲁棒调度的有效性,但这一点并不难,下面的仿真实验将给出一种确定基准性能的方法.

本节的理论分析主要揭示了 ECBM 与两种单纯偏向不确定调度模型的关系, ECBM 相对两种混合偏向不确定调度模型的优势将主要通过下节的仿真实验结果来展示.

## 3 仿真实验与计算结果分析

理论上,本文的 ECBM 可用于任何不确定调度问题.为了用实验验证和测试所提模型的特点和优势,我们将该模型用于不确定的 Job-shop 调度问题.

Job-shop 调度是经典的生产调度模型.考虑这样的不确定 Job-shop 调度问题:在 m 台机器上加工 n 个工件,每个工件在每台机器上只加工操作一次,每个操作的加工时间都是不确定的,假定操作不能被打断,每个工件访问各台机器的顺序服从一定的工艺约束且是已知的.要求的调度解是各台机器上操作的加工次序和开始加工时间,性能指标为makespan,即最后一个工件的完工时间.

用场景方法描述操作加工时间的不确定性: 一个场景  $\lambda$  表示的是一组可能的加工时间,  $p_i^{\lambda}$  表示操作 i 在场景  $\lambda$  下的加工时间, 则  $P^{\lambda} = (p_1^{\lambda}, p_2^{\lambda}, \cdots, p_i^{\lambda}, \cdots)$  就表示场景  $\lambda$  下所有操作的加工时间向量,  $\Lambda$  表示所有操作的所有可能的加工时间向量集合.

测试问题的来源是对 Benchmark 的确定性 Job-shop 调度问题的不确定化. Job-shop 的 Benchmark 调度问题为由 Fisher 和 Thompson 设计的 FT06 问题和 FT10 问题<sup>[10]</sup>,以及由 Lawrence 设计的 La12-14 问题<sup>[11]</sup>. 上述问题的不确定化如下进行: 每个问题加工时间的场景数都取  $|\Lambda|=50$ ,假设每个场景的实现概率都是相同的,即对每个可能场景  $\lambda$ ,都有  $\rho(\lambda)=1/50$ ,所有可能的加工时间数据皆从均匀分布 [1,100] 中产生.

所有不确定调度问题实例皆用王凌等<sup>[12]</sup> 提出的遗传模拟退火混合算法 GSA 进行求解. 确定 GSA 算法参数如下: 种群大小为 20, 最大进化代数 300, 交叉概率  $p_c = 0.8$ , 变异概率  $p_m = 0.2$ ; 初始 温度  $t_0 = -(f_{\text{worst}} - f_{\text{best}})/\ln(p_r)$ , 其中  $f_{\text{best}}$ ,  $f_{\text{worst}}$ 

分别为初始种群中最佳和最差个体的目标值,  $p_r$  为设置的两者相对接受概率, 这里取  $p_r=0.1$ , 退温速率  $\eta=0.9$ , 抽样步数为 50/100, 即在前 50 代的抽样步数取 100, 最后 10 代的抽样步数为 50. 所有程序用 C 语言编程, 在操作系统 Windows XP 下的 Microsoft Visual C++ 6.0 上运行, 实验在 Pentium 4-R CPU 2.93 GHz 512 M 计算机上进行.

下面的仿真实验这样来安排: 首先对本文提出的 ECBM 进行测试, 验证当基准性能 T 和平衡因子  $\alpha$  变动时, 坏场景集及调度解的变化; 然后, 把基于两种具体基准性能的 ECBM 与传统的不确定调度模型 ECM, WCM, MRM 和 ECVM 进行比较.

#### 3.1 测试坏场景集随基准性能的变化情况

首先在式 (8) 中取  $\alpha = 0.5$ , 对 FT06 问题随 机产生不确定的加工时间, 观察基准性能 T 变化时, ECBM 求得的调度解的情况.

由定理 4 的结论,我们不妨取基准性能  $T=\beta\times EC^*$  (其中  $\beta\geq 1$ ),令  $\beta$  的取值从 1.00 增大,即 T 从  $EC^*$  开始,直增大到  $T=WC^*$ .表 1 中 EC 表示调度的期望性能值, BR 表示调度的坏场景鲁棒度量值, VC 表示调度在各场景下性能的方差值, WC 表示调度在最坏场景下的性能值, BN (Bad-scenario number)表示坏场景的数目.

表 1  $\alpha=0.5$  时由 ECBM 所得调度的各性能值 Table 1 Schedule performances from ECBMs with  $\alpha=0.5$ 

β	EC	BR	VC	WC	BN
1.00	586	2043	3144	729	29
1.05	586	847	3144	729	21
1.10	586	313	3144	729	9
1.15	591	77	3635	697	6
1.20	583	7	3144	708	3
1.40	575	0	3144	789	0

表 1 的结果表明, 随着 T 的增大, 坏场景集门 槛逐渐增高, BN 逐渐减小, BR 也减小, 直到 BN 为零, 坏场景集为空. 当 BN 不为零时, EC, VC, WC 的变化并不明显, 这说明在鲁棒优化有效时, 坏场景集门槛高低的不同对鲁棒优化效果影响不大. 当 BN 为零时, 坏场景集为空, BR 也为零, 这时的 ECBM 退化为 ECM, WC 较差, 表明鲁棒优化没有发挥作用. 该实验结果表明, 对于 ECBM, 只要坏场景集的门槛能使得坏场景集不为空, 鲁棒优化即有效, 在这个范围内, 鲁棒优化的效果与坏场景集的门槛高低关系不大.

由前述的测试, 我们不妨取  $T = 1.05EC^*$ , 测试在  $\alpha$  的不同取值下, 由 ECBM 所得调度的各性能值如表 2 所示.

表 2 基于  $T=1.05EC^*$  的 ECBM 所得调度的各性能值 Table 2 Schedule performances from ECBMs with  $T=1.05EC^*$ 

$\alpha$	EC	BR	VC	WC	BN
0.0	575	1 771	5 230	789	15
0.2	586	847	3144	729	21
0.4	586	847	3144	729	21
0.6	586	847	3144	729	21
0.8	589	846	3058	729	21
1.0	591	845	3043	729	21

当  $\alpha = 0$  时, ECBM 实际就是 ECM. 由表 2 可以看出, 当  $\alpha$  取 0.2 到 0.8 之间的数值时, 结果变化不大, 就是说, 当需要同时考虑 EC(s) 和 BR(s) 时, 对 BR(s) 在优化目标中的权重增大并不会使 BR(s) 更好, 说明在不同的权重下二者达到了相近的平衡. 但当  $\alpha$  为 1.0 时, 优化目标中不考虑 EC(s), 仅考虑 BR(s), 这时 BR(s) 仍可有改进, 但 EC 性能有所下降.

在下面的实验中, 我们只取  $\alpha$  为 0, 0.5, 1.0 三种情形, 代表优化目标中只考虑 EC(s)、同时考虑 EC(s) 和 BR(s) 以及只考虑 BR(s) 三种情形.

### 3.2 ECBM 与传统不确定调度模型的比较

本节的实验分别取  $T = 1.05EC^*$  和 T = $1.10EC^*$ , 将基于 T 的 ECBM 与传统的 ECM, ECVM, WCM 和 WRM 进行比较. 对随机产生 的一组场景下的每个调度问题实例都求解 20 次, 取 20 次仿真结果中的目标函数最优的调度解为求解结 果,本节的仿真实验结果分别见表 3 和表 4,表中各 性能值为同一个调度模型 10 组随机场景下求解结 果的平均值. 在表 3 和表 4 中, 在反映调度解不同角 度的六个性能参数中, MR 是由式 (5) 定义的最大 后悔值, EC 反映了调度解追求优良性能的积极性, WC, BN 反映了调度解抗风险的鲁棒性, VC, BR和 MR 则可看作兼顾二者的复合参数. 符号 "\*" 标 注的值是各调度模型中该性能最好的值,符号"^" 标注的值是该性能的次优值(为仅次于最优值或差 于最优值 10% 内的性能值), 我们把上述具有最优 值和次优值的两种性能称为好性能. 由符号"#"标 注的值表示各模型中该性能的最差值.

由表 3 和表 4 的计算结果, 我们可以得出如下结论:

1) 显然 WCM, MRM, ECM, ECVM 和

ECBM 达到了它们各自优化指标 WC, MR, EC, VC 和 BR 的最好值.

- 2) ECBM 在所有优化模型中获得最多的好性能,且在所有测试问题中没有遭遇一个最差性能.显示了 ECBM 相对传统不确定调度模型的优势.
- 3) 对于 ECBM, 对比  $\alpha = 1.0$  和  $\alpha = 0.5$  时的结果,可以看出两种情形下的优化效果差别不大,后者得到的调度解的 EC 仅比前者略好,但在多种问题中,二者对 BR(s) 的优化结果是一样的. 这样的结果验证了定理 4 中对 ECBM 的鲁棒调度机理的分析:由于 BR(s) 定义本身就包含了对  $EC^*$  的追求,当  $\alpha = 1.0$  仅以 BR(s) 为优化目标时,同样能兼顾对 EC(s) 的优化.
- 4) 对于 ECBM, 其 EC 值全部在 WCM 的  $EC^{WCM}$  与  $EC^*$  之间, 其 WC 值全部在 ECM 下

- 的  $WC^{\text{ECM}}$  与  $WC^*$  之间, 验证了定理 3 的结论.
- 5) ECM 是一个单纯积极性偏向的调度模型, 在 EC 和 BN 上表现都很好, 但在 VC 和 WC 上表现差. 与 ECM 相比, ECBM 在 EC 和 BN 上表现同样好, 而且在 VC 上表现好得多. 几乎在所有问题中, ECBM 都比 ECM 在 WC 上表现好, 说明在决策的积极性上 ECBM 不逊于 ECM, 而在抗风险上, ECBM 明显好于 ECM.
- 6) 与抗风险模型 WCM 相比, ECBM 在除 WC 外的几乎所有性能上获得了更好的值. 从解的积极性角度, ECBM 显然优于 WCM. 从解的抗风险鲁棒角度, ECBM 堪比 WCM, 因为其 WC 和 BN 的性能值并没有恶化. 所以相对 WCM, ECBM 得到的解在抗风险的鲁棒性和追求优良性能的积极性两方面达到了更好的均衡.

表 3 对 Job-shop 调度问题五种不确定调度模型的比较: ECBMs 中  $T=1.05EC^*$  Table 3 Comparison of five uncertain models for job-shop scheduling problems with  $T=1.05EC^*$  in ECBMs

		调度模型						
问题	性能	WCM	MRM	ECM	EC	ECVM		BM
円越	注形	WCM	IVITAIVI	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 1.0$
	EC	604	591	581*	651#	651#	588^	588^
	VC	3317	3535	$4944^{\#}$	1951	$1951^*$	3107	3107
FT06	BR	1217	1123	1649	$3483^{\#}$	$3483^{\#}$	755*	755*
F 100	MR	207	144*	167	218#	218#	159^	159^
	WC	699*	734	786#	764	764	726^	$726^{\circ}$
	BN	24	20	15*	40#	29	18^	18^
	EC	1 198^	1174	1 160*	1 391	1 509	1 163^	1 179^
	VC	4835	5839	$6669^{\#}$	419^	380*	5855	4142
T - 10	BR	841	707	745	30125	$31269^{\#}$	448*	448*
La12	MR	169	65*	84	437	503#	69^	133
	WC	$1296^*$	1315	1347	1446	$1460^{\#}$	$1296^*$	$1296^*$
	BN	27	19	14*	50#	50#	14*	14*
	EC	1216	1 182^	1 169*	1 448	$1568^{\#}$	1 176^	1 189^
	VC	3946	4981	$5269^{\#}$	383^	328*	3848	2678
T 10	BR	1345	1052	806^	48597	$115273^{\#}$	471*	471*
La13	MR	163	62*	95^	486	577#	126	185
	WC	1 311*	1368	1313	1495	$1596^{\#}$	$1311^*$	$1311^*$
	BN	21	11	10	50#	50#	8^	7*
	EC	1226	1166^	1 157*	1433	1466	1 164^	1 182^
	VC	5 758#	5240	5209	$421^{}$	373*	4497	3 3 3 6
T 14	BR	3165	1024	850^	48180	$63353^{\#}$	748*	748*
La14	MR	240	42*	$52^{}$	487	536#	117	103
	WC	1346*	1367	1346*	1498	$1509^{\#}$	1 346*	$1346^*$
	BN	28	11	10^	50#	50#	9*	9*
	EC	1175^	1167	1 148*	1404	1443	1 164^	1 171^
	VC	3609	5264	$6733^{\#}$	730^	662*	4010	3855
FT10	BR	339^	957	743	40086	$57128^{\#}$	354	234*
г 110	MR	348	279*	340	692#	626	325^	$328^{\circ}$
	WC	$1251^*$	1358	1300	1468	$1507^{\#}$	1268	1260
	BN	19	16	14^	50#	50#	15^	12*

	衣 4	N Job-snop 响及问题五种小棚走 响及快望的比较: $ECBMS$ 中 $I=1.10EC$	
Table 4	Compariso	of five uncertain models for job-shop scheduling problems with $T = 1.10EC^*$ in ECB	ЗM

		调度模型						
问题	性能	WCM	MRM	ECM	EC	VM	ECBM	
円巡	1生形	WCM	MKM	$\alpha = 0.0$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 1.0$
	EC	604	591	581*	651^	651#	588^	588^
	VC	3317	3535	$4944^{\#}$	1951*	1951*	3107	$3107^{\smallfrown}$
ETTOC	BR	376	458	888	1513#	1513#	276*	276*
FT06	MR	207	144*	167	218#	218#	159 ^	159^
	WC	699*	$734^{\circ}$	786#	764	764	726^	$726^{\circ}$
	BN	14	10^	10^	29#	$29^{\#}$	7*	7*
	EC	1 198^	1174	1 160*	1 391	1 509#	1 163^	1188^
	VC	4835	5839	$6669^{\#}$	419^	380*	6036	5366
T 10	BR	9^	38	110	13490	$14175^{\#}$	9^	8*
La12	MR	169	65*	84^	437	503	151	213
	WC	1 296*	1315	1347	1446	$1460^{\#}$	1 296*	1 296*
	BN	4	5	3^	50#	50#	3^	2*
	EC	1 216^	1 182^	1 169*	1 448	1 568	1 171^	1 216^
	VC	3946	4981	$5269^{\#}$	383^	328*	4865	3102
T 10	BR	59	212	50	$42843^{\#}$	22800	23*	23*
La13	MR	163	62*	95^	486	577#	107	177
	WC	$1311^*$	$1368^{}$	1 313^	1495	$1596^{\#}$	$1311^*$	1311*
	BN	10	$4^*$	7	50#	50#	5^	4*
	EC	1225	1 166^	$1157^*$	1 433	1 466	1 159^	1 194^
	VC	5 758#	5240	5209	$421^{}$	373*	4721	3812^
T 14	BR	499	228	163^	26238	37 660#	158*	158*
La14	MR	240	42*	$52^{}$	487	536#	78	152
	WC	$1346^*$	$1367^{\smallfrown}$	$1346^*$	1498	1 509#	$1346^*$	1 346*
	BN	16	5	4^	50#	50#	3*	3*
	EC	1175	1167	1 149*	1 404	1 444#	1 168^	1 181^
	VC	3609	5264	$6733^{\#}$	730^	662*	5298	4429
FT10	BR	0*	188	69	20596	33131#	3^	0*
F 1 1U	MR	348	279*	340	692#	626	338^	302^
	WC	$1251^*$	1358	1300	1468	$1507^{\#}$	1268	$1258^{\circ}$
	BN	0*	4	3	50#	50#	1^	0*

- 7) MRM 是迄今已得到公认的兼顾抗风险和积极性比较好的鲁棒调度模型<sup>[2]</sup>. 由 EC, WC 和 BN 的结果可以看出, MRM 是最接近 ECBM 的模型. 与 MRM 相比, 从抗风险角度, 在大多数问题中 ECBM 在 WC 和 BN 上表现并不差, 从积极性角度, ECBM 甚至比 MRM 更好一点. 相对MRM, ECBM 的优势更体现在其求解时的计算负担较 MRM 大大减小. MRM 首先需要求解  $|\Lambda|$  个不同场景下的最优调度  $s_{\lambda}^{*}$ , 共求解  $|\Lambda|$  次确定性问题, 然后求解优化指标为式 (5) 的调度问题, 总共需要求解  $|\Lambda|+1$  次调度问题. 而 ECBM 在不同场景下的基准性能是一致的  $EC^{*}$  更加表明 ECBM 作为一种新型混合偏向鲁棒调度模型的意义.
- 8) ECVM 获得了最多的最坏性能, 这表明在 所有优化模型中, 无论从抗风险鲁棒性还是积极性
- 角度, ECVM 都是最差的. 作为一个以 VC 为鲁棒度量的不确定调度模型, ECVM 实际上要为一个更好的 VC 付出在更多的场景下降低其他方面性能的代价, 因为 ECVM 不仅抑制了坏场景的性能, 而且抑制了好场景的性能, 因而推高了最终的期望性能. ECBM 由于在鲁棒度量中采用固定的  $EC^*$  和仅抑制坏场景波动, 在除 VC 外的几乎所有性能上都取得更好的值, ECBM 在解的统计性能和鲁棒性上均明显优于 ECVM.
- 9) 比较表 3 和表 4 的结果可以看出, 当基准性能 T 增大, 坏场景集门槛增高, 除了 ECVM, 其余模型下的坏场景数目 BN 都会减小, 但 ECBM 表现出的优势没有改变.

上述的测试结果分析表明, ECBM 不仅相对两种单纯偏向的不确定调度模型在决策偏向上表现出

全面性和综合性, 而且相对两种已有的混合偏向不确定调度模型有明显的优势.

#### 4 结束语

本文研究场景描述下的不确定调度模型,通过对传统模型在决策的抗风险鲁棒性和追求优良性能的积极性之间冲突和平衡的优化本质的分析,将传统不确定调度模型归纳为单纯偏向的和混合偏向的两类,并基于此,提出了一种基于坏场景集的鲁棒调度新模型. 抗风险鲁棒度量基于坏场景集概念而定义,坏场景集中坏场景的数目可由一个基准性能来调节,当平衡因子或者基准性能变化时,构成一族鲁棒调度模型.

一系列的定理及证明揭示了该族坏场景集鲁棒调度模型可以覆盖两种单纯偏向的不确定调度模型,是一种混合偏向的不确定调度模型.本文提出的模型相对传统不确定调度模型更加全面和综合,可以实现解的积极性和抗风险的鲁棒性在不同平衡点下的有效兼顾.仿真结果将本文提出的模型在Job-shop调度问题中进行了应用,验证了定理的结论,并进一步展示了该模型相对已有传统不确定调度模型的优势.

本文基于调度问题提出的这种鲁棒优化模型与 其他传统的不确定优化模型一样可以推广到基于场 景描述的其他不确定离散优化问题中,成为一般意 义上的离散鲁棒优化模型,这将使得本文所建立的 鲁棒调度模型可以具有更高的学术价值和更广泛的 应用领域.

#### References

- 1 Herroelen W, Leus R. Project scheduling under uncertainty: survey and research potentials. European Journal of Operational Research, 2005, 165(2): 289-306
- 2 Kouvelis P, Yu D. Robust Discrete Optimization and Its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997
- 3 Wang J. A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk for product development. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 127(2): 99–116
- 4 Yamashita D S, Armentano V A, Laguna M. Robust optimization models for project scheduling with resource availability cost. *Journal of Scheduling*, 2007, **10**(1): 67–76
- 5 Assavapokee T, Realff M J, Ammons J C, Hong I H. Scenario relaxation algorithm for finite scenario-based min-max regret and min-max relative regret robust optimization. Computers and Operations Research, 2008, 35(6): 2093–2102
- 6 Murvey J M, Vanderbei R J, Zenios SA. Robust optimization of large-scale systems. Operations Research, 1995, 43(2): 264–281

- 7 Pinedo M. Minimizing the expected makespan in stochastic flow shops. *Operations Research*, 1982, **30**(1): 148–162
- 8 Daniels R L, Kouvelis P. Robust scheduling to hedge against processing time uncertainty in single-stage production. *Management Science*, 1995, **41**(2): 363–376
- 9 Kouvelis P, Daniels R L, Vairaktarakis G. Robust scheduling of a two-machine flow shop with uncertain processing times. *IIE Transactions*, 2000, **32**(5): 421–432
- 10 Fisher H, Thompson G L. Probabilistic-learning combinations of local job-shop scheduling rules. *Industrial Schedul*ing. New Jersey: Prentice-Hall, 1963. 225–251
- 11 Wang Ling. Shop Scheduling with Genetic Algorithms. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. 158-162 (王凌. 车间调度及其遗传算法. 北京: 清华大学出版社, 2003. 158-162)
- 12 Wang L, Zheng D Z. An effective hybrid optimization strategy for job-shop scheduling problems. Computers and Operations Research, 2001, 28(6): 585-596



**王 冰** 上海大学机电工程与自动化学院教授. 主要研究方向为鲁棒调度, 设备更新和离散优化. 本文通信作者.

 $\hbox{E-mail: susanbwang@shu.edu.cn}$ 

(WANG Bing Professor at the School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University. Her research interest covers robust schedul-

ing, equipment replacement, and discrete optimization. Corresponding author of this paper.)



羊晓飞 山东大学威海分校机电工程学院硕士研究生. 主要研究方向为鲁棒生产调度. E-mail: dpsyxf@163.com

(YANG Xiao-Fei Master student at the School of Mechanical Electrical Engineering, Shandong University at Weihai. Her main research interest is robust production scheduling.)



李巧云 上海大学机电工程与自动化学院博士研究生, 山东大学威海分校机电工程学院工程师. 主要研究方向为鲁棒生产调度. E-mail: qylee@shu.edu.cn

(LI Qiao-Yun Ph. D. candidate at the School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, engineer at the School of Mechanical

Electrical Engineering, Shandong University at Weihai. Her main research interest is robust production scheduling.)