

非均匀杂波环境下基于贝叶斯方法的自适应检测

周宇¹ 张林让¹ 刘昕¹ 刘楠¹

摘要 对于非均匀杂波环境下信号自适应检测问题, 由于待测数据样本的协方差矩阵与训练数据的协方差矩阵不相同, 造成检测性能下降, 针对此问题本文提出了基于贝叶斯方法的广义似然比检测器 (Bayesian generalized likelihood ratio test, B-GLRT). 通过对非均匀杂波环境下协方差矩阵间的关系进行统计建模, 使在 B-GLRT 的设计过程中能够结合杂波的非均匀性, 并且这种非均匀性在统计模型中可以通过标量参数调节. 同时通过对协方差矩阵选择合适的先验分布, 使 B-GLRT 能够融合有助于提高检测性能的先验知识. 通过仿真实验, 验证了 B-GLRT 的检测性能高于传统的非贝叶斯检测器, 并且分析了杂波环境非均匀性和先验信息对自适应检测性能的影响.

关键词 自适应检测, 非均匀杂波环境, 贝叶斯方法, 先验知识, 广义似然比检测

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.01206

Adaptive Detection Based on Bayesian Approach in Heterogeneous Environments

ZHOU Yu¹ ZHANG Lin-Rang¹ LIU Xin¹ LIU Nan¹

Abstract The performance of adaptive detection of an interested signal degrades when the environment is heterogeneous, i.e., the training data samples used for adaption do not share the same covariance matrix as the cell under test (CUT). To circumvent the problem, a Bayesian generalized likelihood ratio test (B-GLRT) detector is derived. On the one hand, the heterogeneity is considered at the design stage of B-GLRT by means of the statistical modeling of the covariance matrixes of CUT and training data in heterogeneous environment. Meanwhile, the degree of heterogeneity can be tuned through scalar. On the other hand, a prior distribution is assigned to covariance matrix to exploit some prior knowledge for performance improvement. Numerical simulations show that B-GLRT outperforms the conversional non-Bayesian detectors. Meanwhile, the influence of heterogeneity and prior knowledge on detection performance is illustrated.

Key words Adaptive detection, heterogeneous environment, Bayesian method, prior knowledge, generalized likelihood ratio test (GLRT)

未知谱密度噪声背景下, 有用信号的自适应检测是通信、声纳, 尤其是雷达等应用中的基本任务. 对于雷达的自适应检测问题, 主要关注的是待测距离单元内是否存在已知导向矢量的目标回波信号. 在高斯噪声背景下, 如果待测距离单元的噪声协方差矩阵已知, 则最优检测就是用该协方差矩阵对雷达回波数据进行预白化处理后的匹配滤波. 但是, 由于待测单元内噪声的统计特性通常是未知的, 因而需要用仅含有噪声信息的训练样本来估计待测单元的噪声协方差矩阵. 通常选取邻近待测单元的数据作为训练数据. 理想情况下, 假设这些训练数据独立同高斯分布并且其协方差矩阵 M_s 与待测单元噪声协方差矩阵 M_p 相同, 这种情况被称为均匀杂波环境. 在此假设框架下, Kelly 提出了广义

似然比 (Generalized likelihood ratio test, GLRT) 检测准则^[1], 随后又产生了自适应匹配滤波检测准则 (Adaptive matched filter, AMF)^[2], Rao 检测及 Wald 检测准则^[3]. 利用足够多的均匀训练数据能够合理估计出待测单元的噪声协方差矩阵 M_p , 因此这些检测方法在均匀环境下能实现接近最优的目标检测性能 (性能损失在 3 dB 以内)^[1]. 然而, 实际情况是雷达通常工作在非均匀杂波环境, 此时训练数据的噪声协方差矩阵不等于待测单元的噪声协方差矩阵. 造成非均匀杂波现象的原因有很多种^[4], 主要包括多变的地表类型、地形高程、植被覆盖等情况, 以及群目标间的相互干扰、孤立干扰等. 在这种环境中, 仍然基于均匀杂波环境假设来设计检测器, 会导致自适应检测性能下降. 为解决杂波非均匀问题, 通常主要有以下两类方法. 第一类是使用非均匀检测器 (Nonhomogeneity detector, NHD) 进行训练样本选择^[5]. 这类方法对群目标间相互干扰和孤立干扰效果较好, 一定程度上能提高检测性能, 但对于地表类型、植被覆盖变化等非均匀现象效果却不明显. 同时由于 NHD 剔除非均匀样本使用于估计协方差矩阵的样本数更少, 小样本情况下检测性能仍无法

收稿日期 2010-06-17 录用日期 2011-03-03
Manuscript received June 17, 2010; accepted March 3, 2011
国家自然科学基金 (60901067, 61001213), 中央高校基本科研业务费专项资金资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60901067, 61001213) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities

1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071
1. National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071

得到提高. 第二类方法是在检测器的设计过程中, 结合环境的非均匀性. 这类方法的关键是如何对协方差矩阵 M_p 和 M_s 间的关系统计建模, 以便使基于协方差矩阵是 M_s 的训练数据估计出的噪声协方差矩阵尽可能接近 M_p .

基于此思路首先产生了部分均匀杂波 (Partially homogeneous) 环境假设^[6-7], 虽仍是高斯杂波背景, 但 M_p 和 M_s 不相同, 而是成一定比例, 即 $M_p = \gamma M_s$. 在部分非均匀环境假设下, 产生了 (Adaptive coherence estimator, ACE) 检测器^[8], 该检测器性能不受回波采样数据的尺度变化影响, 因而对通讯、雷达、声纳等应用非常有吸引力. 但是, 雷达实际面临杂波的非均匀性是多样的, 部分非均匀杂波环境假设仅考虑到杂波尺度变化因素, 无法顾及由于杂波谱的非均匀性 (内部杂波运动等) 造成的协方差矩阵间的结构差异^[4]. 为了对协方差矩阵间的结构差异问题建模, Bidon 等提出了一种贝叶斯模型, 并且基于该模型设计了自适应检测器, 提高了非均匀杂波环境下检测器的性能^[9-10]. Wang 等则将贝叶斯方法与参数化 AMF 检测器设计结合, 提出了 B-PAMF 检测器^[11]. 但是这些检测器设计过程中没有考虑协方差矩阵间的尺度差异问题. 并且基于 Bidon 提出模型设计的广义似然比检测器没有闭合形式表达式, 是一种近似的检测器. 不仅如此, 其估计待测距离单元噪声协方差矩阵还要用到 Gibbs 采样方法^[9], 这需要很大的计算量.

本文在贝叶斯框架之下, 针对非均匀杂波环境提出了一种简单灵活的统计模型, 使在检测器的设计过程中能够结合杂波的非均匀性. 该模型同时考虑了噪声协方差矩阵间的尺度和结构差异, 既假定 $M_p \neq M_s$, 又能保证 M_p 和 M_s 具有一定的相似性 (如果完全不相似, 就失去进行自适应处理的意义), 而且可以通过模型中的一个标量参数调节 M_p 和 M_s 间的相似程度, 以反映不同程度的杂波非均匀性. 同时通过对协方差矩阵指定适当的先验分布, 使在检测器的设计过程中能够融合环境的先验知识, 得到有闭合解析形式的贝叶斯广义似然比检测器, 提高了自适应检测性能, 这也符合认知雷达利用先验知识提高雷达性能的思路^[12-14].

1 检测模型

假设雷达回波由 N 个阵元接收, 则 \mathbf{z} 是 N 维复列向量, 表示待测距离单元的回波数据; 我们的目的是要检测 \mathbf{z} 中是否存在有用目标, $Z = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K]^T$ 是用于估计噪声协方差矩阵的训练数据. 将雷达目标检测问题转化为如下的二元假设问题:

$$\begin{aligned} H_0 : & \begin{cases} \mathbf{z} = \mathbf{n} \\ \mathbf{z}_t = \mathbf{n}_t, \quad t = 1, \dots, K \end{cases} \\ H_1 : & \begin{cases} \mathbf{z} = \alpha \mathbf{p} + \mathbf{n} \\ \mathbf{z}_t = \mathbf{n}_t, \quad t = 1, \dots, K \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \mathbf{p} 为导向矢量; α 是标量, 表征目标的回波能量及信道衰减影响. H_0 假设下, $\alpha = 0$ 表示目标不存在; H_1 假设下, $\alpha \neq 0$ 表示存在目标. 对于噪声干扰向量, 我们假定 \mathbf{n} 和 \mathbf{n}_t ($t = 1, \dots, K$) 是独立同分布零均值高斯向量, 其协方差矩阵为: $E[\mathbf{n}\mathbf{n}^T] = M_p$ 和 $E[\mathbf{n}_t\mathbf{n}_t^T] = M_s$ ($t = 1, \dots, K$), 均为正定的埃尔米特矩阵.

本文考虑的是杂波非均匀 ($M_p \neq M_s$) 环境下, 信号的自适应检测问题. 关键问题是如何描述两个协方差矩阵之间的关系^[9], 以便能用噪声协方差矩阵是 M_s 的训练数据估计出待测距离单元的噪声协方差矩阵 M_p . 我们希望一方面能用简单并且灵活的统计模型描述杂波的非均匀性, 另一方面又能通过合适的先验分布利用环境先验知识. 基于这两点考虑, 本文基于贝叶斯方法提出描述非均匀杂波环境的统计模型和设计基于先验知识的自适应检测器, 因为贝叶斯方法是应对非确定性和引入先验知识的重要方法.

非均匀杂波环境下, 虽然假设 $M_p \neq M_s$, 但是 M_s 在一定程度上应该与 M_p 相似. 因为用于计算 M_s 的训练数据毕竟是从待测距离单元周围选取的, M_s 或多或少含有与 M_p 相关的信息, 否则训练数据就无任何意义了. 所以我们假定 M_p 与 M_s 是随机变量, 且服从自由度为 v 的条件 Wishart 分布, 用以描述两个杂波协方差矩阵间的结构差异, 同时引入标量 γ 描述协方差矩阵间的尺度差异, 其分布函数形式如下:

$$\begin{aligned} f(M_p|\gamma, M_s) \propto & \\ & |M_s|^{v-N} |\gamma v^{-1} M_s|^{-v} \exp[-\text{tr}(\gamma^{-1} v M_s^{-1} M_p)] \end{aligned} \quad (2)$$

该分布可表示为 $M_p|\gamma, M_s \sim W(\gamma v^{-1} M_s, v)$, 其中 $v > N$ 且有 $\gamma > 0$. 根据 Wishart 分布的统计特性^[15], 其均值为 $E(M_p|\gamma, M_s) = \gamma M_s$, 方差为 $\text{cov}(M_p|\gamma, M_s) = v^{-1} \text{tr}(\gamma M_s) \gamma M_s$, 所以参数 v 能够调节矩阵 M_p 和 M_s 间的“距离”; 随着 v 的增加, 矩阵间的距离减小, 说明杂波非均匀性降低. 此模型既保证 $M_p \neq M_s$, 同时使 M_s 始终围绕在 M_p 周围. 这样我们就可以合理并且灵活地描述非均匀杂波环境, 从而有助于分析环境非均匀性对检测器性能的影响.

关于协方差矩阵 M_s 的先验分布及其参数的选择需要考虑两个方面的内容: 1) 先验分布要能反映关于杂波环境的先验知识; 2) 要考虑推导计算的复杂性. Maio^[14] 和 Bidon^[9-10] 等在各自检测器设计中均选取逆 Wishart 分布作为协方差矩阵的先验分布, 其仿真结果表明这些先验分布能反映环境信息. 同时, 因逆 Wishart 分布是多维正态分布参数矩阵的共轭 (Conjugate) 先验分布, 所以具有推导简单的特点^[15]. 因此本文也选取逆 Wishart 分布作为 M_s 的先验分布

$$M_s \sim W^{-1}(\mu, \mu\Sigma) \Leftrightarrow f(M_s) \propto |\mu\Sigma|^\mu |M_s|^{-(N+\mu)} \exp[-\text{tr}(\mu M_s^{-1}\Sigma)] \quad (3)$$

参数矩阵 Σ 是 $N \times N$ 的正定矩阵, 根据不同的应用, 有不同的构造方式以包含关于 M_s 的先验知识. 对于机载雷达空时自适应检测应用, 通过参考文献 [16] 中的方法构造的 Σ , 可包含雷达平台航向、高度、速度、航偏、脉冲重复频率、天线增益及地面散射系数, 内部杂波运动等先验知识. μ 是先验分布的自由度, 同样根据其统计特性有

$$\begin{aligned} E(M_s) &= \frac{\mu\Sigma}{\mu - N} = \Sigma + \frac{N\Sigma}{\mu - N} \\ \text{cov}(M_s) &= \frac{\mu^2[(\mu - N)^{-1}\Sigma^2 + \text{tr}(\Sigma)\Sigma]}{(\mu - N + 1)(\mu - N)(\mu - N - 1)} \quad (4) \end{aligned}$$

可以发现自由度 μ 越小, M_s 和 Σ 间的“距离”增大, 说明先验分布 $f(M_s)$ 中含有的先验知识粗糙; μ 越大, M_s 越接近 Σ , 说明先验分布 $f(M_s)$ 含有的关于环境的先验知识丰富, 自适应检测性能会有所提高.

2 贝叶斯 GLRT 检测器设计

经典的 Kelly's GLRT 检测准则如下:

$$\frac{\max_{\alpha, \gamma, M_p} f_1(\mathbf{z}, Z | \alpha, \gamma, M_p) \text{H}_1}{\max_{\gamma, M_p} f_0(\mathbf{z}, Z | \gamma, M_p) \text{H}_0} \stackrel{\geq}{\leq} T \quad (5)$$

其中, $f_\eta(\cdot)$, $\eta \in \{0, 1\}$ 分别表示在 H_0 和 H_1 假设下的联合分布函数. 根据式 (5), 我们用 $\mathbf{z}_\eta = \mathbf{z} - \eta\alpha\mathbf{p}$ 表示待测单元数据. 由于 \mathbf{z} 和 $Z = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K]^T$ 独立同高斯分布, 所以其联合分布函数为

$$f_\eta(\mathbf{z}_\eta, Z | M_p, M_s) = f_\eta(\mathbf{z}_\eta | M_p) f(Z | M_s) \propto |M_p|^{-1} \text{etr}[-M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T] |M_s|^{-K} \text{etr}[-M_s^{-1}S] \quad (6)$$

其中, $S = ZZ^T$ 是由训练数据得到的协方差矩阵, 为使后续推导表述简单, 用符号 $\text{etr}[\cdot]$ 代替 $\exp[-\text{tr}(\cdot)]$. 结合非均匀杂波贝叶斯模型 (式 (2)) 和协方差矩阵 M_s 的先验分布 (式 (3)), 可以得到

$$\begin{aligned} f_\eta(M_p, M_s | \mathbf{z}_\eta, Z, \gamma) &\propto f_\eta(\mathbf{z}_\eta, Z | M_p, M_s) f(M_p | \gamma, M_s) f(M_s) \propto \\ &|M_p|^{-1} \text{etr}[-M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T] |M_s|^{-K} \times \\ &\text{etr}[-M_s^{-1}S] |M_s|^{v-N} |\gamma v^{-1} M_s|^{-v} \times \\ &\text{etr}[\gamma^{-1} v M_s^{-1} M_p] |M_s|^{-(N+\mu)} \times \\ &\text{etr}[\mu M_s^{-1} \Sigma] \propto (\gamma v^{-1})^{-vN} |M_p|^{v-N-1} |M_s|^{-B} \times \\ &\text{etr}[-M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T] \text{etr}[M_s^{-1}(\gamma^{-1} v M_p + S + \mu\Sigma)] \quad (7) \end{aligned}$$

其中, $B = v + K + N + \mu$. 为简化后续表达式, 令 $\beta = \gamma^{-1}$, 则待测距离单元协方差矩阵 M_p 的后验分布如式 (8) 所示.

$$\begin{aligned} f_\eta(M_p | \mathbf{z}_\eta, Z, \gamma) &= \int f_\eta(M_p, M_s | \mathbf{z}_\eta, Z, \gamma) dM_s \propto \\ &|\beta v M_p|^v |M_p|^{-(N+1)} \text{etr}[-M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T] \\ &\int |M_p|^{-B} \text{etr}[M_s^{-1}(\beta v M_p + S + \mu\Sigma)] dM_s \propto \\ &\frac{|\beta v M_p|^v |M_p|^{-(N+1)}}{|\beta v M_p + S + \mu\Sigma|^{K+v+\mu}} \text{etr}[-M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T] \quad (8) \end{aligned}$$

式 (8) 中关于 M_s 的积分部分具有逆 Wishart 分布形式, 这是共轭先验分布的性质, 使我们很容易得到最终的形式. 但是对式 (8) 再关于 M_p 做积分却没有明确的解析表达式, 所以本文提出的贝叶斯 GLRT 检测器没有使用通常的积分方式积掉参数 M_p , 而是求 M_p 的最大后验 (Maximum a-posteriori, MAP) 估计^[17]. 对于检测准则 (5) 中的其他的参数, 则同传统的 GLRT 一样, 求其最大似然估计.

2.1 M_p 的最大后验估计

对式 (8) 的对数形式求导并令其为零, 可得到如下等式

$$\begin{aligned} [(v - N - 1)M_p^{-1} + M_p^{-1}\mathbf{z}_\eta\mathbf{z}_\eta^T M_p^{-1}] \times \\ (\beta v M_p + S + \mu\Sigma) - \beta v(K + v + \mu)I = 0 \quad (9) \end{aligned}$$

对上式左乘 $(S + \mu\Sigma)^{-1/2} M_p$, 同时右乘 $M_p^{-1}(S + \mu\Sigma)^{1/2}$, 得到如下二次矩阵方程形式

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T Y^2 + [(v - N - 1)I + \beta v \hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T] Y - \\ \beta v(K + \mu + N + 1)I = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

上式中,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_\eta &= (S + \mu\Sigma)^{-1/2} \mathbf{z}_\eta \\ Y &= (S + \mu\Sigma)^{1/2} M_p^{-1} (S + \mu\Sigma)^{1/2} \end{aligned}$$

由于 Y 是正定的埃尔米特矩阵, 假定 \mathbf{u} 是 Y 的一个特征向量, 对应的特性值 $\lambda > 0$. 对式 (10) 右乘 \mathbf{u} , 可以得到

$$\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T \mathbf{u} = \frac{C\beta v + \lambda(v - N - 1)}{\lambda^2 + \lambda\beta v} \mathbf{u} \quad (11)$$

其中, $C = K + \mu + N + 1$, 根据式 (11) 的形式, 可以看出 \mathbf{u} 是 $\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T$ 的一个特征向量, 而

$$\frac{C\beta v + \lambda(v - N - 1)}{\lambda^2 + \lambda\beta v}$$

则是 $\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T$ 的一个与特征向量 \mathbf{u} 对应的特征值. 由于 $\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T$ 是一阶埃尔米特矩阵, 则存在酉矩阵 U 满足

$$\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T = U \text{diag}\{\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T, 0, \dots, 0\} U^T \quad (12)$$

这样, $\hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T$ 有两个不同的特征值, 分别满足下式

$$\frac{C\beta v + \lambda(v - N - 1)}{\lambda^2 + \lambda\beta v} = \begin{cases} 0 \\ \hat{\mathbf{z}}_\eta^T \hat{\mathbf{z}}_\eta \end{cases} \quad (13)$$

通过上式中的第一个等式, 可以得到

$$\hat{\lambda} = \frac{Cv}{\mu - N - 1} \beta \quad (14)$$

由第二个等式得到二元多项方程

$$\|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 \lambda^2 + [\beta v \|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 + (v - N - 1)] \lambda - \beta v C = 0 \quad (15)$$

其中, $\|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 = \hat{\mathbf{z}}_\eta^T \hat{\mathbf{z}}_\eta$, 该方程有唯一的正的实数解, 但我们并不用求其明确的解析形式, 后续的推导只需使用式 (15). 这样可得到式 (10) 的解为

$$Y = U \Lambda U^T, \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda, \hat{\lambda}, \dots, \hat{\lambda}\} \quad (16)$$

最终, 我们得到 M_p 的 MAP 估计为

$$M_p = (S + \mu\Sigma)^{\frac{1}{2}} U \Lambda^{-1} U^T (S + \mu\Sigma)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

2.2 β 的最大似然估计

将式 (17) 代入式 (8) 得到

$$g(\beta) \propto \frac{|\beta\Lambda^{-1}|^v |\Lambda|^{N+1}}{|\beta v \Lambda^{-1} + I|^{K+v+\mu}} \text{etr}[-\Lambda U^T \hat{\mathbf{z}}_\eta \hat{\mathbf{z}}_\eta^T U] \quad (18)$$

根据式 (14) 和 (16), 可以发现 $\beta\Lambda^{-1}$ 不依赖于 $\hat{\lambda}$, 这样上式可以简化为

$$g(\beta) \propto \beta^{v+N^2-1} \lambda^C (\beta v + \lambda)^{-(K+v+\mu)} \exp(-\|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 \lambda) \quad (19)$$

对上式的对数形式求导并令其为 0, 得到

$$(\beta v + \lambda) \left(\frac{v + N^2 - 1}{\beta} + \frac{C}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} - \|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} \right) - (K + v + \mu) \left(v + \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} \right) = 0 \quad (20)$$

经过整理, 化简上式得到

$$\beta v D \lambda + (v + N^2 - 1) \lambda^2 + \left[C \beta^2 v + (N + 1 - v) \lambda \beta - \beta^2 v \lambda \|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 - \|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2 \lambda^2 \beta \right] \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = 0 \quad (21)$$

其中, $D = N^2 - 1 - K - \mu$, 由式 (21), 可以发现 $\frac{\partial \lambda}{\partial \beta}$ 项的系数为 0, 所以 β 和 λ 的最大似然估计成比例, 即

$$\lambda = -\frac{vD}{v + N^2 - 1} \beta \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (15), 得到 β 的最大似然估计为

$$\beta = -\frac{1}{\|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2} \frac{(v + N^2 - 1)^2 C}{v(v + K + \mu) D} \quad (23)$$

2.3 α 的最大似然估计

由式 (22) 可知 λ 和 β 成比例, 并且 $\beta \|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2$ 是常数 (见式 (23)), 则由式 (19) 可得到如下结论:

$$\max_{\beta, M_p} f_\eta(M_p | \mathbf{z}, Z, \gamma) \propto \frac{1}{\|\hat{\mathbf{z}}_\eta\|^2} \quad (24)$$

则在 H_1 假设下, 求 α 的最大似然估计等效于使下式最小

$$\|(S + \mu\Sigma)^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{z} - \alpha \mathbf{p})\|^2 = (\mathbf{z} - \alpha \mathbf{p})^T (S + \mu\Sigma)^{-1} (\mathbf{z} - \alpha \mathbf{p}) \quad (25)$$

根据文献 [1] 中的推导方法, 很容易得到 α 的最大似然估计为

$$\alpha = \frac{\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z}}{\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{p}} \quad (26)$$

同时得到式 (25) 的最小值为

$$\mathbf{z}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z} - \frac{|\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z}|^2}{\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{p}} \quad (27)$$

最终得到贝叶斯 GLRT 检测器为

$$\frac{\mathbf{z}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z}}{\min_\alpha \|\hat{\mathbf{z}}_1\|^2} = \frac{\mathbf{z}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z}}{\mathbf{z}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z} - \frac{|\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{z}|^2}{\mathbf{p}^T (S + \mu\Sigma)^{-1} \mathbf{p}}} \quad (28)$$

或表示为

$$\frac{|\mathbf{p}^T(S + \mu\Sigma)^{-1}\mathbf{z}|^2}{[\mathbf{z}^T(S + \mu\Sigma)^{-1}\mathbf{z}][\mathbf{p}^T(S + \mu\Sigma)^{-1}\mathbf{p}]} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T \quad (29)$$

3 仿真分析

本节通过仿真实验分析非均匀杂波环境下贝叶斯 GLRT 检测器的性能, 并将其与 Kelly's GLRT 检测器和传统 AMF 检测器比较. 同时, 还分析了环境杂波非均匀性和先验知识的融入程度对检测器性能的影响. 计算机仿真采用如下参数: 信号维数 $N = 8$, 训练样本数 $K = 12$, 导向矢量为 $\mathbf{p} = 1/\sqrt{N}[1, \dots, 1]^T$. 由于本文提出的检测器对应的虚警概率 P_{fa} 和检测概率 P_d 没有明确的解析表达式, 所以仿真采用蒙特卡罗仿真技术. 实验中虚警概率为 $P_{fa} = 10^{-4}$, 获取检测门限和计算检测概率的仿真次数都选为 $100/P_{fa}$. 每次蒙特卡罗仿真中, 待测距离单元协方差矩阵 M_p 均是从分布 $M_p|\gamma, M_s \sim W(\gamma v^{-1}M_s, v)$ 中随机采样得到, 噪声协方差矩阵 M_s 则是从 $M_s \sim W^{-1}(\mu, \mu\Sigma)$ 分布中随机抽取. Σ 则定义为 $\Sigma(i, j) = 0.9^{|i-j|}$, 信噪比 (Signal to noise ratio, SNR) 为 $\text{SNR} = |\alpha|^2 \mathbf{p}^T M_p^{-1} \mathbf{p}$.

图 1 给出三种检测器的检测概率 P_d 随 SNR 的变化情况, 训练样本数 $K = 12$. 仿真结果表明贝叶斯 GLRT 的检测性能超过传统的非贝叶斯 GLRT 及 AMF 检测器. 相对于这些传统检测器, 贝叶斯 GLRT 检测器所显示的检测性能增益充分说明, 在检测器的设计过程中考虑环境杂波的非均匀性及合理利用先验知识能有效提高自适应检测器性能.

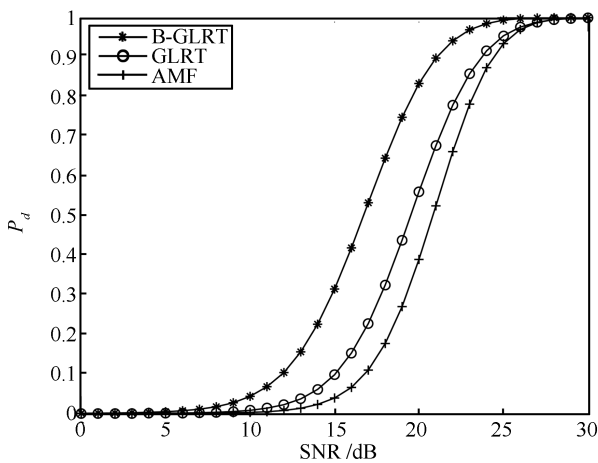


图 1 贝叶斯 GLRT, GLRT 和 AMF 检测器间性能比较 ($\mu = 20, v = 20$)

Fig. 1 Comparing detection performances of B-GLRT, GLRT, and AMF ($\mu = 20, v = 20$)

图 2 给出了贝叶斯 GLRT 检测器性能随环境非均匀性的变化情况. 通过观察发现, 实验结果和预想的实际情况一致, 探测环境的杂波越是均匀 (v 越大, 协方差矩阵间差异越小), 检测性能越好. 同时, 图中还显示出环境的非均匀程度不是与 v 线性相关的. 当 v 较小时, v 的微小变化就能引起环境非均匀性的较大变化, 但这种变化的程度随着 v 的增大逐渐趋缓. v 从 20 变到 30 引起检测性能变化明显小于从 10 变到 20 引起的变化.

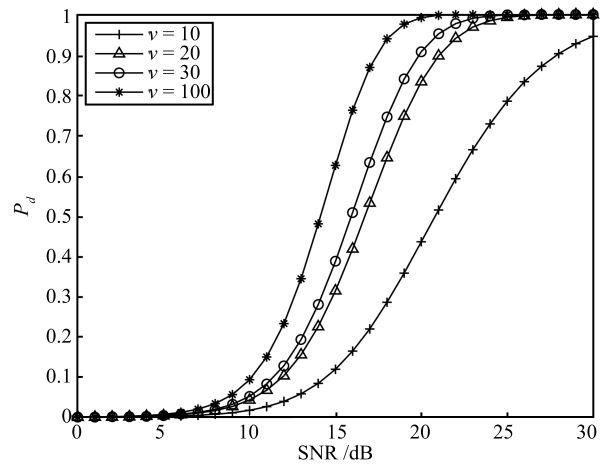


图 2 贝叶斯 GLRT 检测性能随参数 v 变化情况 ($\mu = 20$)
Fig. 2 Influence of v on B-GLRT detection performance ($\mu = 20$)

图 3 分析了先验知识对贝叶斯检测器性能的影响. 结果表明随着自由度 μ 的增大, 检测性能有所提高, 从而验证了第 1 节后半部分的结论. 如对于 $P_d = 0.8$ 的情况, $\mu = 100$ 对应的检测概率曲线相对于 $\mu = 10$ 的信噪比提高超过 3 dB. μ 增大说明检测器

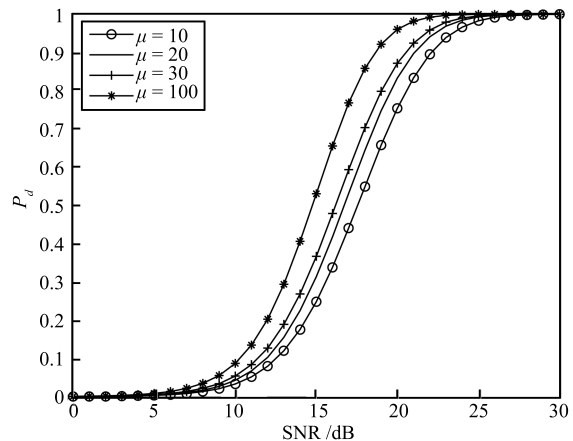


图 3 贝叶斯 GLRT 检测性能随参数 μ 变化情况 ($v = 20$)
Fig. 3 Influence of μ on B-GLRT detection performance ($v = 20$)

中关于环境的先验知识的比重增大, 检测性能会有所提高, 但这种提高不会随着 μ 的无限增大而持续, 因为我们获取的先验知识是对环境的一种大致体现. 通过对比图 2 和图 3, 不难发现检测器的性能随 v 的变化程度较随 μ 的变化程度大, 说明环境非均匀性对检测性能的影响较大.

图 4 给出了三种检测器的检测性能随 γ (从 0.1 到 3) 变化的情况, 结果表明贝叶斯 GLRT 检测器不随采样数据的尺度变化而变化, 对 γ 参数具有恒虚警的特点. 这一特征对雷达, 声纳和通信等应用非常具有吸引力.

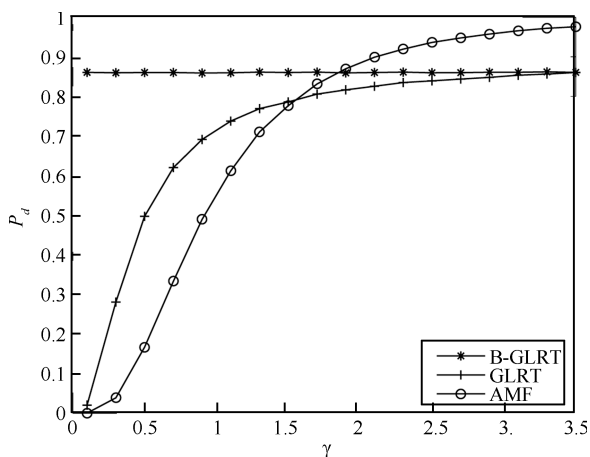


图 4 贝叶斯 GLRT, GLRT 和 AMF 检测性能随参数 γ 变化情况 ($\mu = 20, v = 20$)

Fig. 4 Influence of γ on B-GLRT, GLRT, and AMF detection performance ($\mu = 20, v = 20$)

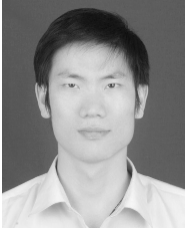
4 结论

雷达自适应检测常面临非均匀杂波环境, 其特点是待测单元协方差矩阵与训练数据协方差矩阵不相同, 因而影响自适应检测性能. 针对此问题本文提出了基于贝叶斯方法的广义似然比检测器, 主要做了两方面的创新工作: 1) 通过对非均匀杂波环境进行统计建模, 使检测器的设计过程中能够结合环境的非均匀性, 并且这种非均匀性可以通过标量参数调节; 2) 通过对协方差矩阵选择合适的先验分布, 使检测器又可以融合有助于提高检测性能的先验知识. 仿真实验表明基于这两点改进的贝叶斯检测器的检测性能优于传统的检测器. 本文还通过实验分析了环境非均匀性和先验知识对自适应检测性能的影响.

References

- Kelly E J. An adaptive detection algorithm. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, **22**(2): 115–127
- Robey F C, Fuhrmann D R, Nitzberg R. A CFAR adaptive matched filter detector. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, **28**(1): 208–216
- Maio A D, Kay S M, Farina A. On the invariance, coincidence, and statistical equivalence of the GLRT, Rao test, and Wald test. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(4): 1967–1979
- Melvin W L. Space-time adaptive radar performance in heterogeneous clutter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, **36**(2): 621–633
- Rangaswamy M, Michels J H, Himed B. Statistical analysis of the non-homogeneity detector for STAP applications. *Digital Signal Processing*, 2004, **14**(3): 253–267
- Maio A D, Iommelli S. Coincidence of the Rao test, Wald test, and GLRT in partially homogeneous environment. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, **15**: 385–388
- Casillo M, Maio A D, Iommelli S, Landi L. A persymmetric GLRT for adaptive detection in partially-homogeneous environment. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, **14**(12): 1016–1019
- Kraut S, Scharf L L, McWhorter L T. Adaptive subspace detectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, **49**(1): 1–16
- Bidon S, Besson O, Tourneret J Y. A Bayesian approach to adaptive detection in nonhomogeneous environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(1): 205–217
- Bidon S, Besson O, Tourneret J Y. Characterization of clutter heterogeneity and estimation of its covariance matrix. In: *Proceedings of the IEEE Radar Conference*. Rome, Italy: IEEE, 2008. 1–6
- Wang P, Li H B, Himed B. A Bayesian parametric test for multichannel adaptive signal detection in nonhomogeneous environments. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, **17**(4): 351–354
- Dai Ru-Wei, Zhang Lei-Ming. The creation and development of noetic (cognitive) science in China. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(2): 193–198
(戴汝为, 张雷鸣. 思维(认知)科学在中国的创新与发展. *自动化学报*, 2010, **36**(2): 193–198)
- Guerci J R, Baranoski E J. Knowledge-aided adaptive radar at DARPA: an overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, **23**(1): 41–50
- Maio A D, Farina A, Foglia, G. Knowledge-aided Bayesian radar detectors and their application to live data. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(1): 170–183
- Tague J A, Caldwell C I. Expectations of useful complex Wishart forms. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 1994, **5**(3): 263–279

- 16 Melvin W L, Showman G A. An approach to knowledge-aided covariance estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, **42**(3): 1021–1042
- 17 Zhao Lin, Wang Xiao-Xu, Sun Ming, Ding Ji-Cheng, Yan Chao. Adaptive UKF filtering algorithm based on maximum a posterior estimation and exponential weighting. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(7): 1007–1019
(赵琳, 王晓旭, 孙明, 丁继成, 闫超. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法. *自动化学报*, 2010, **36**(7): 1007–1019)



周 宇 西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室博士研究生. 主要研究方向为阵列信号处理、自适应信号处理和认知雷达. 本文通信作者.

E-mail: zhoyu@mail.xidian.edu.cn

(**ZHOU Yu** Ph.D. candidate at the National Key Laboratory of Science and Technology on Radar Signal Processing, Xidian University. His research interest covers radar signal processing and SAR.)

processing, Xidian University. His research interest covers array signal processing, adaptive signal processing, and cognitive radar. Corresponding author of this paper.)

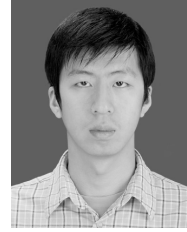


张林让 西安电子科技大学电子工程学院教授. 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理、自适应信号处理和 MIMO 雷达.

E-mail: lrzhang@xidian.edu.cn

(**ZHANG Lin-Rang** Professor at the College of Electrical Engineering,

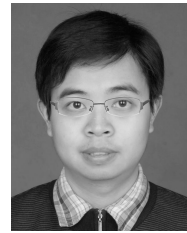
Xidian University. His research interest covers radar signal processing, array signal processing, adaptive signal processing, and MIMO radar.)



刘 昕 西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室博士研究生. 主要研究方向为雷达信号处理和高分辨雷达成像. E-mail: meteorlx5@sohu.com

(**LIU Xin** Ph.D. candidate at the National Key Laboratory of Science and Technology on Radar Signal Processing, Xidian University. His research

interest covers radar signal processing and SAR.)



刘 楠 西安电子科技大学电子工程学院讲师. 2008 年获西安电子科技大学信息与通信工程博士学位. 主要研究方向为雷达信号处理、MIMO 雷达和干涉合成孔径雷达成像.

E-mail: liunaneoe@163.com

(**LIU Nan** Lecturer at the College of Electrical Engineering, Xidian University. He received his Ph.D. degree in information and communication engineering from Xidian University in 2008. His research interest covers radar signal processing, MIMO radar, and InSAR.)