

## 不确定系统鲁棒自适应离散 变结构控制

宋立忠<sup>1</sup> 鄢圣茂<sup>1</sup> 杨立秋<sup>1</sup>

**摘要** 研究不确定系统的离散变结构控制设计问题. 对离散趋近律方法进行分析, 提出一种基于鲁棒趋近律的自适应切换增益算法, 能根据不确定因素对系统影响的强弱自动调整增益大小. 给出了闭环系统的鲁棒稳定性证明, 并对其准滑模运动进行分析. 理论分析与仿真研究结果均表明, 所提方法能有效减弱抖振, 较好地改善离散变结构控制器的性能, 并解除了传统上确界方法要求不确定因素上确界可知的限制.

**关键词** 离散时间系统, 变结构控制, 滑模控制, 趋近律, 鲁棒性

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2011.01024

### Robust Adaptive Discrete-time Variable Structure Control of Uncertain Systems

SONG Li-Zhong<sup>1</sup> YAN Sheng-Mao<sup>1</sup> YANG Li-Qiu<sup>1</sup>

**Abstract** The question of discrete-time variable structure controller design for uncertain systems is researched based on the reaching law approach. An adaptive switching gain which can be automatically tuned according to system uncertainties is designed and the robust stability of the closed-loop system, as well as its quasi-sliding mode motion, is discussed. Theoretic analysis and simulation results show that the proposed method can decrease the chattering and improve the performance of discrete variable structure controller effectively. Also, the limitation for the convention design method, which requires the boundary of system uncertainties be known, is dismissed in the proposed method.

**Key words** Discrete-time systems, variable structure control, sliding mode control, reaching law, robustness

滑模变结构控制因其所特有的强鲁棒性特点而受到重视. 对离散时间系统建立变结构控制, 目前比较通行且较为简单的方法是离散趋近律方法<sup>[1]</sup>. 但传统的设计方法存在稳态抖振的缺点, 系统状态最终只能稳定于原点邻域的某个抖动, 而不能期待原点的稳定性<sup>[2-4]</sup>. 特别是采用上确界方法设计控制器时, 过大的切换增益使得抖振严重, 制约了变结构控制在实际系统中的应用. 为此, 学者们提出了众多改进算法<sup>[2-10]</sup>, 都收到了比较好的效果. 这些算法主要是从两方面开展研究: 1) 对传统指数趋近律本身进行改进或提出新的趋近律; 2) 摒弃上确界方法, 转而采用扰动估计器的设计思想. 必须说明, 扰动估计器一般只适用于不确定因素的动态变化比较慢的情况, 对于有界不确定系统, 上确界方法仍然不失为一种简单有效的设计方法, 关键在于如何削弱抖振, 使之达到允许的范围.

文献 [10] 中提出了理想趋近律与鲁棒趋近律的概念, 指出传统指数趋近律实质是一种反映变结构控制鲁棒特征的趋

收稿日期 2009-12-18 录用日期 2010-02-25  
Manuscript received December 18, 2009; accepted February 25, 2010

国家自然科学基金 (61074046/F030107) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61074046/F030107)

1. 海军工程大学电气与信息工程学院 武汉 430033  
1. College of Electrical and Information Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033

近律, 可直接基于不确定系统的名义模型进行设计, 通过设计合适的趋近律参数即可保证闭环系统的鲁棒稳定性, 消除了传统设计方法中的重复补偿现象, 减轻了抖振, 简化了设计过程, 且求得的变结构控制形式也大为简化. 本文在文献 [10] 的基础上, 进一步提出一种自适应切换增益设计方法, 使切换增益能根据不确定因素对系统影响的强弱自动调整其大小, 从而形成一种能同时兼顾变结构控制与自适应控制特点的鲁棒自适应离散滑模控制算法, 较好地削弱了抖振.

### 1 自适应切换增益的提出

研究如下形式的多输入不确定离散时间系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(x, u, k) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{d}(x, u, k) \in \mathbf{R}^n$  代表不确定因素对系统的影响. 定义线性切换函数

$$\mathbf{s}(k) = [s_1(k), \dots, s_m(k)]^T = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (2)$$

并取鲁棒趋近律<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{s}(k+1) = \mu\mathbf{s}(k) - \eta\text{sgn}(\mathbf{s}(k)) \quad (3)$$

式中,  $\eta = \text{diag}\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m\}$ , 则通过选取适当的  $\eta$  值即可保证鲁棒性, 控制律中不再单独考虑不确定性补偿问题<sup>[10]</sup>, 易得变结构控制律:

$$\mathbf{u}(k) = -(\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1}[\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) - \mu\mathbf{s}(k) + \eta\text{sgn}(\mathbf{s}(k))] \quad (4)$$

设计变结构控制的目的在于能够驱使系统从任意初始状态出发的运动在有限时间内到达准滑动模态区, 而无论不确定因素存在与否. 在控制律 (4) 作用下, 不确定系统 (1) 的实际滑模动态为

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) = \mu\mathbf{s}(k) - \eta\text{sgn}(\mathbf{s}(k)) + \mathbf{C}\mathbf{d}(x, u, k) \quad (5)$$

文献 [10] 的研究已经证明, 若  $\eta$  大于或等于不确定性的上界, 即  $\eta$  的选取保证  $\eta_i \geq |\mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)|$  成立, 则由式 (1) 和 (4) 构成的闭环系统鲁棒稳定. 利用严格的不等式形式到达条件  $|s_i(k+1)| < |s_i(k)|$  可求得式 (5) 的收敛条件为

$$\begin{aligned} & |\mu_i s_i(k) - \eta_i \text{sgn}(s_i(k)) + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)| < |s_i(k)| \Leftrightarrow \\ & -|s_i(k)| < \mu_i s_i(k) - \eta_i \text{sgn}(s_i(k)) + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k) < |s_i(k)| \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} -s_i(k) < (\mu_i s_i(k) - \eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)) < s_i(k), & s_i(k) > 0 \\ s_i(k) < (\mu_i s_i(k) + \eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)) < -s_i(k), & s_i(k) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} s_i(k) > \frac{\eta_i - \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)}{1 + \mu_i}, & s_i(k) > 0 \\ s_i(k) < -\frac{\eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)}{1 + \mu_i}, & s_i(k) < 0 \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

由式 (6), 当  $s_i(0)$  位于滑模面上方时,  $s_i(k)$  的值总是无限趋近于  $s_i(k) = [\eta_i - \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i]$ , 而一旦有  $s_i(k) = [\eta_i - \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i]$ , 则必然有  $s_i(k+1) = -[\eta_i - \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i] = -s_i(k)$ ; 当  $s_i(0)$  位于滑模面下方时,  $s_i(k)$  的值总是无限趋近于  $s_i(k) = -[\eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i]$ , 而一旦有  $s_i(k) = -[\eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i]$ , 则必然有  $s_i(k+1) = [\eta_i + \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)]/[1 + \mu_i] = -s_i(k)$ . 即无论

系统运动从哪个方向进入准滑模区, 都将转换为幅值与  $\eta$  密切相关的抖振, 抖振幅值为

$$|s_i(k+1) - s_i(k)| = \begin{cases} \frac{2(\eta_i - D_i(k))}{1 + \mu_i}, & \text{若 } s_i(0) > 0 \\ \frac{2(\eta_i + D_i(k))}{1 + \mu_i}, & \text{若 } s_i(0) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $D_i(k) = \mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)$ . 显然, 准滑模区宽度 (抖振幅度) 由  $\eta$  与等效不确定性的差值决定, 若  $\eta$  取为常值, 比如不确定性上界, 当实际作用在系统上的不确定性较小时, 系统的抖振将非常严重. 因此, 可考虑将  $\eta$  设计为具有自适应功能的变量:

$$\begin{cases} \eta(k) = [I + \lambda \text{sgn}(s(k))\text{sgn}(s(k-1))]\eta(k-1) \\ \eta(0) \geq 0 \end{cases} \quad (8a)$$

$$\eta = \begin{cases} \eta(k), & \text{若 } \eta(k) \leq D_u \\ D_u, & \text{若 } \eta(k) > D_u \end{cases} \quad (8b)$$

式中,  $\lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$  且  $0 \leq \lambda_i < 1$ ;  $D_u$  为等效不确定性的上界值, 即对于所有的  $k$ , 下式恒成立:

$$|\mathbf{C}_i\mathbf{d}(x, u, k)| = |D_i(k)| \leq D_{ui}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

式 (8a) 的作用在于, 对于预先确定的一个增益初值, 若连续两次采样时刻的滑模函数符号相同, 则说明系统正处于向理想滑模面趋近的运动阶段, 因而应加大切换增益, 从而加快趋近速度; 若连续两次采样时刻的滑模函数符号相异, 则说明系统运动已开始穿越理想滑模面, 故应减小切换增益, 以减弱抖振. 式 (8b) 的作用则在于避免增益过大, 因为当切换增益取为等效不确定性的上界时, 已经是考虑了最坏的情况, 可以充分保证闭环系统的鲁棒稳定性, 这已是变结构控制设计中的经典方法. 若设计中无法获知  $D_u$ , 则式 (8b) 可不予考虑, 其存在与否并不影响系统的稳定性, 只能对由式 (8a) 决定的自适应过程的快慢或品质产生部分影响.

### 2 鲁棒稳定性

对于采用自适应切换增益的变结构控制系统的鲁棒稳定性, 有如下定理:

**定理 1.** 采用自适应切换增益 (8), 并取初值满足  $\eta(0) \geq D_u$ , 则在变结构控制 (4) 作用下的不确定系统 (1) 鲁棒稳定.

**证明.** 假设初始切换增益值为  $\eta_i(k)$ , 则根据式 (8) 知下式成立:

$$\eta_i(k) \geq D_{ui}, \quad \eta_i(k+j) = D_{ui}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (9)$$

式中,  $p$  表示系统状态轨迹进入准滑模区的时刻. 由式 (9) 可知, 此时的趋近过程与传统上确界方法完全相同, 系统始终以最大切换增益  $D_{ui}$  运动直到进入由等效不确定性的上界值决定的准滑模区:

$$S_i^\Delta : |s_i(k)| \leq \frac{D_{ui} - D_i(k)}{1 + \mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

而一旦穿越滑模面, 切换增益将在自适应律 (8) 的作用下自动调整其值, 而无论如何调整, 其值都不可能大于  $D_{ui}$ . 因此无论不确定性如何变化, 系统运动都将保持在由式 (10) 描述的准滑模区内, 系统鲁棒稳定.  $\square$

定理 1 表明了在不确定性的上界值可知时, 通过选取自适应切换增益的初始值等于或大于此上界值, 即可保证所设

计的离散变结构控制系统的鲁棒稳定性. 若  $D_u$  值不可知, 自适应切换增益的初值可随机选取. 此时有两种可能, 一种是  $\eta_i(k) \geq D_{ui}$ , 此种情况与定理 1 完全相同; 另一种情况是  $\eta_i(k) < D_{ui}$ . 下面对第二种情况的鲁棒稳定性进行讨论.

假设系统初始运动位于滑模面上方, 分两种情况进行分析:

1)  $\eta_i(k) < D_{ui}$ , 并对所有的  $k$  均有  $\eta_i(k) \geq |D_i(k)|$  成立.

对所有的  $k$  均有  $\eta_i(k) \geq |D_i(k)|$  成立, 这意味着无论切换增益值变为多小, 都能保证变结构控制到达条件始终成立, 因此系统必然鲁棒稳定. 下面分析其运动过程. 系统首先以渐增的切换增益值向滑模面方向运动:

$$\eta_i(k+j) = (1+\lambda_i)^j \eta_i(k), \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (11)$$

假设系统运动于  $k+p$  时刻进入准滑模区, 若在趋近过程中出现  $\eta_i(k+j) \geq D_{ui}$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$  的情况, 则系统准滑模区表达式与式 (10) 相同; 若趋近过程中始终有  $\eta_i(k+j) < D_{ui}$ , 则准滑模区可表示为

$$S_i^\Delta : |s_i(k)| \leq \frac{(1+\lambda_i)^p \eta_i(k) - D_i(k)}{1+\mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

显然, 式 (12) 表示的准滑模区包含在式 (9) 表示的准滑模区内.

2)  $\eta_i(k) < D_{ui}$ , 且存在  $\eta_i(k) < |D_i(k)|$  的时刻.

假设此种情况出现在趋近过程中, 比如在  $k$  时刻出现  $\eta_i(k) < |D_i(k)|$ , 由滑模动态方程 (5) 知, 此时有可能导致变结构控制到达条件

$$[s_i(k+1) - s_i(k)]s_i(k) = (\mu_i - 1)s_i(k) - \eta_i(k) + D_i(k) < 0 \quad (13)$$

不再成立, 若出现这种情况, 系统将暂时向远离滑模面的方向运动:

$$|s_i(k+1)| > |s_i(k)|, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

但由于此时系统尚未进入准滑模区, 不存在穿越滑模面的问题, 因此切换增益  $\eta$  值将按照式 (11) 的规律快速递增; 而不确定因素是有界的, 最恶劣的情况莫过于  $D_i = D_{ui}$ . 因此, 在经过有限的步数  $k_1$  后必然会出现

$$\eta_i(k+k_1) \geq |D_i(k+k_1)|$$

于是变结构到达条件 (13) 得到满足, 系统运动重新回到向滑模面趋近的方向上来, 且在趋近过程中切换增益仍按式 (11) 的规律快速递增, 直到其值大于或等于  $D_{ui}$ . 于是系统运动进入并保持在准滑模区 (10) 内, 鲁棒稳定.

如果系统初始运动位于滑模面下方, 分析过程与上面相同, 只须将准滑模区表达式中  $D_i(k)$  前面的负号换为正号即可, 但其实质完全一样.

综上, 可以得到结论: 在采用自适应切换增益 (8) 的变结构控制 (4) 的作用下, 不确定系统 (1) 从任意初始状态出发的运动必然在有限时间内进入并稳定于准滑模区 (10) 内, 采用自适应切换增益 (8) 后并不影响变结构控制系统的鲁棒稳定性. 若不确定因素的上界无法获知, 只能随机选取自适应切换增益的初值时, 若取得过小, 则系统向滑模面趋近运动的过程会较慢, 甚至可能发生由于其值小于该时刻的扰动值而导致变结构控制到达条件不能成立, 从而出现短时的背

离滑模面方向的运动, 尽管在自适应增益的自我调节下会很快摆脱这种状况, 但该现象的出现必然会恶化系统动态性能, 减慢趋近过程, 应当避免. 因此, 应在实际系统允许的情况下, 尽量取  $\eta(0)$  为比较大的值, 以加快趋近过程, 虽然首次穿越滑模面的幅值可能较大, 但每穿越一次, 其值必然按下式衰减一次:

$$\eta(k+1) = (1-\lambda)\eta(k) \quad (14)$$

因此在经过有限次的穿越之后, 系统最终稳定下来的准滑模区宽度必然与式 (10) 的情况完全相同.

### 3 准滑模运动分析

下面对采用自适应切换增益后, 不确定系统 (1) 的准滑模运动进行分析. 首先研究一种特殊情况, 即假设每个采样时刻等效不确定性的幅值都小于该时刻的切换增益值的情况:

$$\eta_i(k) > |D_i(k)|, \quad k = 1, 2, \dots \quad (15)$$

此假设保证了变结构控制到达条件的始终成立, 系统一旦进入准滑模区开始穿越滑模面, 其后的每一步都将穿越滑模面.

设系统运动在  $k$  时刻第一次从正方向开始进入准滑模区, 且该时刻的增益为  $\eta_i$ , 根据式 (7) 及其前面的分析可知此时有  $s_i(k) = [\eta_i - D_i(k)]/[1 + \mu_i]$ . 采用自适应切换增益 (8) 后, 系统运动规律变为

$$s_i(k+2j-1) = \frac{(1+\lambda_i)(1-\lambda_i)^{(2j-2)}\eta_i - D_i(k+2j-2)}{1+\mu_i}$$

$$j = 1, 2, \dots$$

$$s_i(k+2j) = \frac{(1+\lambda_i)(1-\lambda_i)^{(2j-1)}\eta_i + D_i(k+2j-1)}{1+\mu_i}$$

$$j = 1, 2, \dots$$

系统运动仍然步步穿越滑模面, 但由于  $0 < \lambda_i < 1$ , 从  $k+1$  时刻开始, 每一步的切换增益值都在减小, 又由假设条件知, 每一步的增益值都大于等效不确定性的值, 因此系统运动穿越滑模面的幅值也是步步减小的, 系统最终将稳定于理想滑模面上. 显然, 这是一种理想的情况.

当  $k$  时刻系统运动第一次从负方向穿越滑模面时, 结论完全相同, 此时  $s_i(k) = -[\eta_i + D_i(k)]/[1 + \mu_i]$ , 且有:

$$s_i(k+2j-1) = \frac{(1+\lambda_i)(1-\lambda_i)^{(2j-2)}\eta_i + D_i(k+2j-2)}{1+\mu_i}$$

$$j = 1, 2, \dots$$

$$s_i(k+2j) = -\frac{(1+\lambda_i)(1-\lambda_i)^{(2j-1)}\eta_i - D_i(k+2j-1)}{1+\mu_i}$$

$$j = 1, 2, \dots$$

从上面分析不难得出结论: 在假设条件 (15) 成立的情况下, 采用自适应切换增益 (8) 的变结构控制系统可以在保证鲁棒性的同时完全消除抖振现象, 其性能与采用理想趋近律的确定性系统的情况相似. 但假设条件 (15) 对于实际系统过于苛刻, 只能应用于某些特殊的情况, 如不确定因素对系统的影响非常小, 可近似看作名义系统的情况, 或不确定因素自身即具有衰减的特性, 以及短时性的扰动等等. 否则, 随着

$\eta_i(k)$  的不断减小, 必然会出现  $\eta_i(k) < |D_i(k)|$  的时刻. 下面就来研究这种情况.

假设系统运动已进入准滑模区 (10), 在经过一段时间的穿越运动后, 在  $k$  时刻出现  $\eta_i(k) < |D_i(k)|$ . 与情况 2) 类似, 此时系统有可能因不满足变结构控制到达条件而出现背离滑模面方向的运动:

$$|s_i(k+1)| > |s_i(k)|$$

一旦出现此情况, 系统将不再穿越滑模面, 因而切换增益  $\eta$  的值将朝着增大的方向自适应调整, 由于不确定因素有界, 因此在经过有限的步数  $k_1$  后必然会出现

$$\eta_i(k+k_1) \geq |D_i(k+k_1)|$$

于是到达条件重新得到满足, 系统运动再次恢复为穿越滑模面的抖振, 切换增益也重新恢复为按照式 (14) 的规律衰减. 尽管系统会出现背离滑模面的运动, 但决不会跑出准滑模区 (9), 因为系统运动一旦到达准滑模区的边缘:

$$|s_i(k)| = \frac{D_{ui} - D_i(k)}{1 + \mu_i}$$

则有  $\eta_i(k) = D_{ui} \geq D_i(k)$ , 系统状态会立即转向滑模面方向运动. 因此无论不确定性如何变化, 系统状态必然稳定于准滑模区内.

### 4 仿真研究

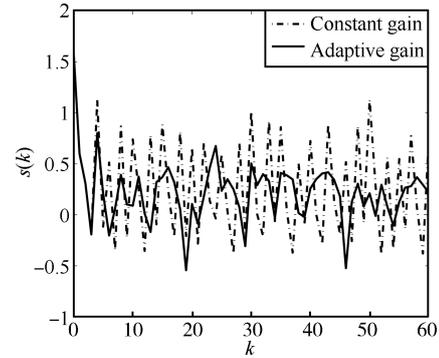
图 1(a) 显示了由式 (1) 和 (4) 构成的变结构控制系统的仿真结果. 为节约篇幅, 图中只给出了滑模函数的变化曲线. 其中点划线为直接取  $\eta$  为不确定性上界值的情况, 实线为采用自适应切换增益的情况. 仿真参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.1 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}, \Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$d(x, u, k) = \Delta A x(k) + B f(k)$$

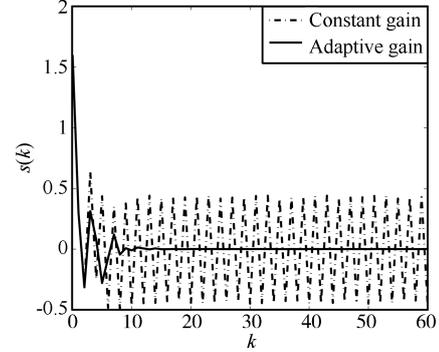
$\alpha$  为周期函数,  $\alpha = 0.5$  (当  $k = 0 \sim 4, 10 \sim 14, \dots$ ),  $\alpha = -0.5$  (当  $k = 5 \sim 9, 15 \sim 19, \dots$ );  $f(k)$  为随机噪声. 控制器参数为  $C = [5 \ 1]$ ,  $x(0) = [0.3 \ 0.1]^T$ ,  $D_u = 0.65$ ,  $\eta(0) = D_u$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ . 由图可知, 采用自适应切换增益后, 系统抖振幅值明显变小, 且切换次数减少. 若随机干扰消失, 即  $f(k) = 0$ , 控制律维持前面的设计值不变, 仿真结果如图 1(b) 所示. 显然, 此时由于只存在参数摄动, 等效干扰项的值比较小, 因而  $\eta(k) > Cd(k, x, u)$  的条件几乎处处成立, 采用自适应切换增益时的抖振幅度已减弱到可以忽略的地步. 而若采用固定增益, 为了确保系统在所有情况下都具有鲁棒性, 只能取切换增益为较大的值, 比如不确定性的上界. 这样, 即使当前实际作用在系统上的扰动消失, 切换增益也始终维持一个比较大的值, 系统必然抖振严重.

若  $D_u$  未知, 则可任意选取  $\eta(0)$ , 分  $\eta(0) > D_u$  与  $\eta(0) < D_u$  两种情况进行仿真研究, 当  $\eta(0)$  分别取为 1 和 0.4 时的仿真结果如图 2 和图 3 所示. 比较图 2 和图 3 与图 1 中的实线部分可知, 除去自适应过程略有区别外, 自适应切换增益取不同的初始值时, 对闭环控制系统的总体性能影响不大. 因此,  $\eta(0)$  的确定可以完全不依赖于不确定性的上界值或其他先验知识.



(a) 存在随机干扰

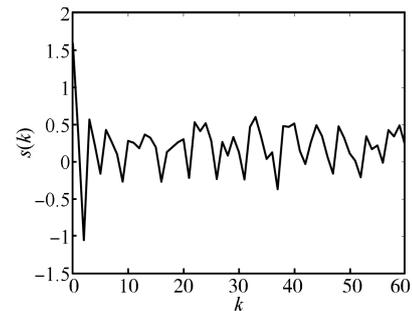
(a) With stochastic disturbance



(b) 随机干扰消失

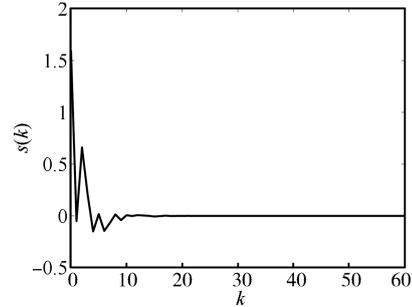
(b) Without disturbance

图 1 固定增益与自适应增益两种情况下的滑模函数曲线  
Fig. 1 Control effect comparison between adaptive gain and constant gain



(a) 存在随机干扰

(a) With stochastic disturbance

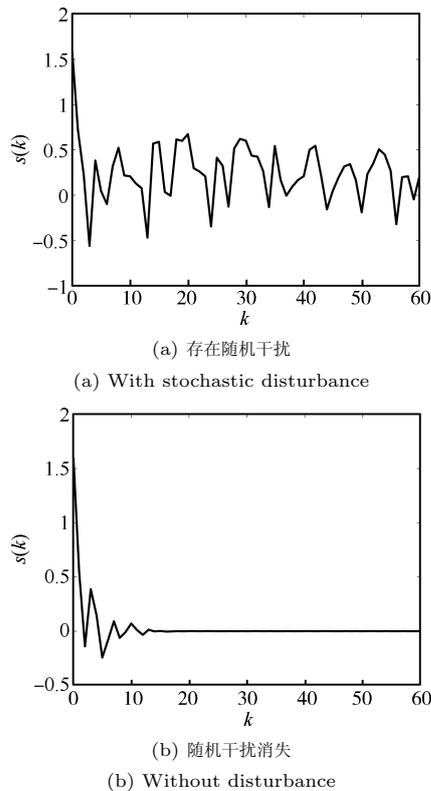


(b) 随机干扰消失

(b) Without disturbance

图 2  $\eta(0) = 1$  时的仿真结果

Fig. 2 Simulation results when  $\eta(0) = 1$

图 3  $\eta(0) = 0.4$  时的仿真结果Fig. 3 Simulation results when  $\eta(0) = 0.4$ 

## 5 小结

抖振与鲁棒性一直是变结构控制设计中的一对矛盾。传统的变结构控制设计都是依靠大的切换增益保证鲁棒性，而大的切换增益必然导致抖振严重。本文基于鲁棒趋近律提出了一种引入自适应思想的离散变结构控制设计方法，即采用自适应切换增益的方法，能够有效削弱抖振并较好地克服不确定因素的影响，显示了极强的鲁棒性。需要强调的是，这里的自适应是基于上确界方法保证鲁棒性前提之下的自适应，只要不确定因素有界即可保证闭环系统的鲁棒稳定性。另外，尽管文中在公式推导及证明过程中多处用到关于系统不确定性的参数，如不确定因素的上限值，但在实际应用时，该方法可以不需要任何有关不确定因素的先验知识，这也是传统的上确界方法无法做到的。

## References

- Gao W B, Wang Y F, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1995, **42**(2): 117–122
- Yu Shuang-He, Fu Pei-Chen, Qiang Wen-Yi. Uncertain discrete-time variable structure control systems. *Control Theory and Applications*, 2000, **17**(1): 85–88  
(于双和, 傅佩琛, 强文义. 不确定离散时间系统的变结构控制. 控制理论与应用, 2000, **17**(1): 85–88)
- Zhai Chang-Lian, Wu Zhi-Ming. Variable structure control design for uncertain discrete time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(2): 184–191  
(翟长连, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计. 自动化学报, 2000, **26**(2): 184–191)
- Yao Qiong-Hui, Song Li-Zhong, Wen Hong. Proportional-constant-variable rate control for discrete-time variable structure systems. *Control and Decision*, 2000, **15**(3): 329–332  
(姚琼荟, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制. 控制与决策, 2000, **15**(3): 329–332)
- Li Wen-Lin. Reaching law of discrete-time variable structure control systems. *Control and Decision*, 2004, **19**(11): 1267–1270  
(李文林. 离散时间系统变结构控制的趋近律问题. 控制与决策, 2004, **19**(11): 1267–1270)
- Zhou De-Wen, Gao Cun-Chen, Li Zi-Qiang. Reaching law of discrete-time variable structure control system. *Control and Decision*, 2008, **23**(3): 306–309  
(周德文, 高存臣, 李自强. 一种离散变结构控制趋近律. 控制与决策, 2008, **23**(3): 306–309)
- Mi Yang, Li Wen-Lin, Jing Yuan-Wei. Variable structure control for a class of discrete-time systems based on power reaching law. *Control and Decision*, 2008, **23**(6): 643–646  
(米阳, 李文林, 井元伟. 基于幂次趋近律的一类离散时间系统的变结构控制. 控制与决策, 2008, **23**(6): 643–646)
- Gao Cun-Chen, Liu Yun-Long, Li Yun-Yan. A reaching-law method for uncertain discrete variable-structure control systems. *Control Theory and Applications*, 2009, **26**(7): 781–785  
(高存臣, 刘云龙, 李云艳. 不确定离散变结构控制系统的趋近律方法. 控制理论与应用, 2009, **26**(7): 781–785)
- Zhu Qi-Dan, Wang Tong. New variable structure control scheme for discrete time systems. *Control and Decision*, 2009, **24**(8): 1209–1213  
(朱齐丹, 汪瞳. 一种离散时间系统变结构控制的新方法. 控制与决策, 2009, **24**(8): 1209–1213)
- Song Li-Zhong, Li Huai-Shu, Yao Qiong-Hui. Discrete-time variable-structure control based on reaching law approach. *Control Theory and Applications*, 2008, **25**(3): 525–528  
(宋立忠, 李槐树, 姚琼荟. 基于趋近律方法的离散时间系统变结构控制. 控制理论与应用, 2008, **25**(3): 525–528)

宋立忠 海军工程大学电气与信息工程学院副教授。主要研究方向为滑模变结构控制和智能控制。本文通信作者。

E-mail: lzshg406@sina.com

(SONG Li-Zhong Associate professor at the Institute of Electrical and Information Engineering, Naval University of Engineering. His research interest covers sliding mode variable structure control and intelligent control. Corresponding author of this paper.)

鄢圣茂 海军工程大学电气与信息工程学院讲师。主要研究方向为滑模变结构控制和无源控制。E-mail: ysmdqx@yahoo.com.cn

(YAN Sheng-Mao Lecturer at the Institute of Electrical and Information Engineering, Naval University of Engineering. His research interest covers sliding mode variable structure control and passivity-based control.)

杨立秋 海军工程大学电气与信息工程学院硕士研究生。主要研究方向为自动控制理论及应用。E-mail: yang1988jx@126.com

(YANG Li-Qiu Master student at the Institute of Electrical and Information Engineering, Naval University of Engineering. His research interest covers automatic control theory and its applications.)