

# 不变结构半弹道式再入飞行器的建模与多模型方法估计

梁勇奇<sup>1</sup> 韩崇昭<sup>2</sup> 孙耀杰<sup>3</sup> 林燕丹<sup>3</sup> 杨永安<sup>4</sup>

**摘要** 以配平攻角状态再入的不变结构半弹道式再入飞行器 (Semi-ballistic reentry vehicle, SBRV) 不同于传统的弹道式再入飞行器 (Ballistic reentry vehicle, BRV) 和机动再入飞行器 (Maneuvering reentry vehicle, MaRV), 本文分析了该飞行器再入特征, 提出了新的模型并分析了该模型与传统再入模型间的关系. 对该再入问题的多模型混合状态估计器引入了  $F$ -均匀模型集与期望模式补偿 (Expected-mode augmentation, EMA) 集. 根据 SBRV 的圆柱体状模式空间的需求, 文中扩展了现有的方法以设计  $F$ -均匀模型集, 进而提出一种 EMA 集的实现形式. 前者在分布最小失配意义下使估计器最优; 后者相比于前者具有更高的估计精度. 仿真结果表明, 相比于传统 Monte-Carlo 法生成的模型集, 在模型集势相当的情况下这两种模型集对不变结构 SBRV 再入的初始阶段有更高的模式估计的精度, 在该飞行器状态变化剧烈时有更高的混合状态估计精度.

**关键词** 半弹道式再入飞行器, 多模型方法, 模型集设计,  $F$ -均匀模型集, 期望模式补偿集, Monte-Carlo 方法

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2011.00700

## Modeling and Multiple-model Estimation of Invariable-structure Semi-ballistic Reentry Vehicle

LIANG Yong-Qi<sup>1</sup> HAN Chong-Zhao<sup>2</sup> SUN Yao-Jie<sup>3</sup> LIN Yan-Dan<sup>3</sup> YANG Yong-An<sup>4</sup>

**Abstract** A trim flying semi-ballistic reentry vehicle (SBRV), with invariable structure during reentry process, is different from the conventional ballistic reentry vehicle (BRV) or the maneuvering reentry vehicle (MaRV). Characteristics of the vehicle are analyzed in this paper, then the SBRV model is proposed and compared to the conventional models used for reentry vehicles. For the multiple-model hybrid state estimator of the reentry problem, the  $F$ -uniform model set and the expected-mode augmentation (EMA) set are applied. According to SBRV's cylinder mode space, the present design method is expanded for the  $F$ -uniform model set, then an EMA approach is proposed. The former optimizes the estimator in the sense of minimum distribution mismatch and the latter has higher accuracy than the former. Simulation results show that the two model sets have higher accuracy in mode estimation for the initial part of the invariable-structure SBRV's reentry process and have higher hybrid state estimation accuracy when the vehicle's state changes greatly, as compared with the model set generated by the conventional Monte-Carlo method.

**Key words** Semi-ballistic reentry vehicle (SBRV), multiple-model approach, model-set design,  $F$ -uniform model set, expected-mode augmentation (EMA) set, Monte-Carlo method

收稿日期 2010-02-08 录用日期 2010-07-26  
Manuscript received February 8, 2010; accepted July 26, 2010  
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2010CB734102, 2007CB311006), 国家自然科学基金创新研究群体科学基金 (60921003), 国家自然科学基金 (61004087, 61074176), 科技部科技特派员项目 (2009GJC00008) 资助

Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2010CB734102, 2007CB311006), Foundation for Innovative Research Groups of National Natural Science Foundation of China (60921003), National Natural Science Foundation of China (61004087, 61074176), and Science Delegate Project of the Department of Science (2009GJC00008)

1. 西安交通大学航天学院 西安 710049 2. 西安交通大学智能网络与网络安全教育部重点实验室、机械制造系统工程国家重点实验室, 电子信息与工程学院综合自动化研究所 西安 710049 3. 复旦大学光源与照明工程系先进照明技术教育部工程研究中心 上海 200433 4. 西安卫星测控中心 西安 710043

1. Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049 2. Key Laboratory for Intelligent Networks and Network Security of Ministry of Education, State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049 3. Department of Light Sources and Illuminating Engineering, Engineering Research Center of Advanced Lighting Technology, Ministry of Education, Fudan University, Shanghai 200433 4. Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043

基于雷达量测对再入目标估计是目标跟踪领域的重要问题, 最早受关注的是弹道式再入飞行器 (Ballistic reentry vehicle, BRV)<sup>[1-3]</sup>, 该飞行器的外形和结构是规则 and 对称的, 在不承受外部施加力的情况下, 其轨迹由再入点的位置和速度决定, 常见的如导弹、卫星、再入诱饵和早期的飞船都是 BRV. 但是再入目标的外形或者结构经常是不规则或是不对称的, 这种不规则或者不对称在再入过程中会产生升力, 本文把这种在再入过程中依靠自身结构或者外形不对称产生升力的飞行器称为半弹道式再入飞行器 (Semi-ballistic reentry vehicle, SBRV). 航天飞机、宇宙飞船、部分卫星、一些类别的导弹、碎片和飞行器残骸都属于 SBRV<sup>[4-6]</sup>. 这种飞行器在控制、制导方面已受到较多关注<sup>[4, 6-8]</sup>, 其再入方式是配平攻角再入<sup>[6]</sup>, 其再入过程是不变结构或者可控结构的, 对不变结构再入研究是可控结构再入研究的基础. 本文从跟踪的角度研究 SBRV, 并且只考虑不变结构的再入过程. 针对 BRV

模型所不能解决的机动再入飞行器 (Maneuvering reentry vehicle, MaRV) 的状态估计, Chang<sup>[9]</sup> 给出了 MaRV 模型, 该模型假设再入体轨迹受到未知升力的影响, 因而其轨迹是不确定的. 但是不变结构 SBRV 轨迹由再入点飞行器的位置、速度和结构所决定, 其轨迹是确定的且不同于 MaRV; 同时 SBRV 最显著的特征是再入过程中升力与阻力存在一定的比值, 该值受限于飞行器的结构, 其范围可以先验获知. 对于航天飞机, 其比值可以大于 1; 对于旋成体, 其比值小于 0.8, 宇宙飞船的升力与阻力比值不超过 0.5; 而细长体的比值则会小很多. 根据以上分析, 对于 SBRV 的估计问题需要建立新的模型并研究其估计方法.

SBRV 的状态中既含有连续成分又含有离散成分: 连续成分称作基态, 其变化是连续的; 离散成分是系统模式, 其变化是离散的, 二者统称为混合状态, 由此 SBRV 在本质上属于混合系统. 混合系统估计的主流方法是多模型方法<sup>[10]</sup>, 这种多模型方法的应用需要考虑模型集的设计、滤波器的选择和估计融合. 其中估计融合通常采用软决策<sup>[11]</sup>; 模型集中各个模型需要选择合适的滤波器, 可用于再入问题的非线性滤波器已得到较多的研究<sup>[2-3, 9, 12-15]</sup>; 模型集的设计是多模型方法应用中最主要的问题<sup>[16]</sup>, 而当前可用于模型集设计的理论非常有限<sup>[11]</sup>.

多模型方法分为固定结构多模型方法与变结构多模型方法. 固定结构多模型方法最为经常用到而且是变结构多模型方法的基础<sup>[10, 17]</sup>. 本文的设计首先考虑固定结构多模型方法, 该方法假设了模型集与模式空间相等的情形<sup>[10, 18]</sup>, 但是实际使用的模型集通常与模式空间不匹配, 而且模式空间远远大于模型集<sup>[19-20]</sup>. 对于通用的模型集设计方法, 在确知各个参数的有界取值区间条件下, Sheldon 给出了一种模型集设计方法<sup>[21]</sup>, 该方法只针对线性系统. 在模式概率分布密度先验已知的条件下, Li<sup>[19]</sup> 提出了三种模型集设计的准则: 最小分布失配准则、最小距离准则以及矩匹配准则, 在具体的实现方法上该文仅给出了一维模式空间中的模型集设计; 在最近关于模型集设计的工作中, 文献 [22] 在分布最小失配准则下给出了多维模式空间中的模型集设计方法.

对于再入问题, 过去的研究多依赖单个模型的估计器<sup>[2-3, 9, 12-14]</sup>, Chang<sup>[9]</sup> 注意到再入过程中有机动和非机动两种情形, 因而采用了 BRV 模型与 MaRV 模型切换的方法, Zhang<sup>[15]</sup> 使用这两种模型组成模型集. 根据 Li<sup>[19]</sup> 对模型集设计的描述, 模型集的设计依赖于模式先验信息, MaRV 模型中参数的先验信息大都难以获取<sup>[9]</sup>, 因而难以获得足够的先验信息并实现有效的模型集设计; 另外, 该方法假定飞行器的机动为未知参数并需要扩维到状态向量

中以实现状态与参数联合估计. 这种状态和参数联合估计的方法降低了状态估计的精度而且易于发散. Zhao<sup>[13]</sup> 根据参数的先验信息设计模型集, 但是只解决了一维情形 (弹道式再入), 而 SBRV 的轨迹受到多个参数的影响, 本文在各个参数先验信息已知的前提下实现 SBRV 的多模型方法估计.

本文根据 SBRV 的特征对这类飞行器建立了模型; 在模型集设计方面分别考虑了该飞行器需要什么样的模型集以及如何设计该模型集. 其中针对 SBRV 的特征提出圆柱体状模式空间  $F$ -均匀模型集的设计方法, 在此基础上给出一种势相当而估计精度更高的模型集. 通过理论分析和仿真, 与 Monte-Carlo 法生成的模型集进行比较, 文末对该再入估计问题做了进一步的分析与讨论. 本文关于 SBRV 建模的初步工作发表在文献 [20], 其中仅考虑爬升力对飞行器的作用.

## 1 SBRV 建模

对再入目标实时状态估计的基础是再入体的动力学方程. 因为结构或形状的不对称, SBRV 具有特殊的再入特征.

### 1.1 SBRV 的气动特征

SBRV 的气动特征不同于 BRV, BRV 具有对称的外形, 其外形的对称中心为轴线, 其结构关于轴线对称分布, 同时速度方向与轴线指向一致. SBRV 具有不对称的外形或结构, 二者作用相同的结果是升力的产生, 升力又对 SBRV 的状态和轨迹产生影响. 当升力存在时 SBRV 的速度与轴线存在一定的夹角, 这种再入方式为配平攻角再入. 在稳定状态下, 该轴线与最小惯性轴的指向一致. SBRV 形状如图 1 所示,  $O$  是质心,  $O'$  是压力作用的中心, 轴线  $AB$  通过  $O'$ , 当  $O$  与  $AB$  重合时升力为零; 当  $O$  不在  $AB$  上时升力存在; 在给定状态下,  $O$  到  $AB$  的距离以及  $O$  相对于  $AB$  的方位决定了升力的大小和方向.

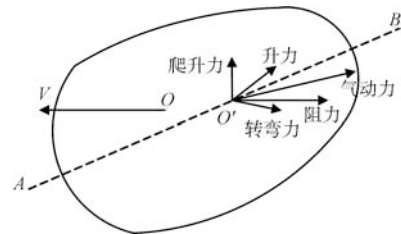


图 1 半弹道式再入飞行器及气动力分析

Fig. 1 SBRV and geometry of aerodynamics

### 1.2 SBRV 动力学分析

SBRV 可简化为质点, 在图 1 中该质点位置与  $O$  重合. SBRV 承受的气动力 ( $A$ ) 分解为升力 ( $L$ )

和阻力 ( $D$ ).  $L$  分解为爬升力 ( $F_c$ ) 与转弯力 ( $F_t$ ),  $F_c$  控制其爬升与俯冲,  $F_t$  控制其左转与右转.

$D$  与速度 ( $V$ ) 的方向相反;  $F_t$  平行于当地水平面并垂直于  $D$ ;  $F_c$  垂直于  $D$  和  $F_t$ . 由向量  $F_t$ ,  $F_c$  和  $-D$  定义的正交坐标系称为半速度坐标系 (文献 [21] 中称为 VTC 框架).  $F_{\text{cent}}$  垂直于地球旋转轴,  $F_{\text{cori}}$  垂直于  $V$ . 图 2 表示惯性系下作用在 SBRV 上的  $L$ ,  $D$ , 地球引力 ( $G$ ),  $F_{\text{cent}}$  和  $F_{\text{cori}}$ , 则 SBRV 的动力学方程为

$$m \frac{dV}{dt} = A + G + F_{\text{cent}} + F_{\text{cori}} = L + D + G + F_{\text{cent}} + F_{\text{cori}} = F_c + F_t + D + G + F_{\text{cent}} + F_{\text{cori}} \quad (1)$$

其中,  $|F_t| = |L| \cos \theta$ ,  $|F_c| = |L| \sin \theta$ ,  $\theta$  是升力与转弯力的夹角; 当  $L$  存在时,  $D$  中有诱导阻力生成.

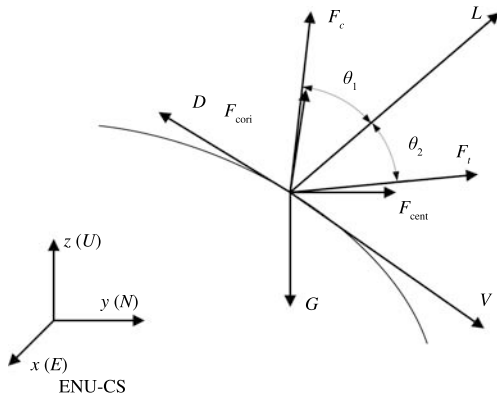


图 2 SBRV 受力分析

Fig. 2 Force analysis of SBRV

式 (1) 中气动力是 SBRV 有别于 BRV 的特征所在, 而且其描述也不同于 MaRV. BRV 承受的阻力由阻力系数  $\alpha_d$  描述, 而 MaRV 在垂直方向与水平方向的受力分别由两个与  $\alpha_d$  相独立的参数描述<sup>[2,9]</sup>. SBRV 的升力分量 (爬升力与转弯力) 由结构产生, 由升力分解的爬升力和转弯力与阻力相关, 在再入过程中其结构的可调范围有限, 所以它们与阻力的比值分布在给定区间, 在半速度坐标系下, SBRV 在各个方向的加速度可以描述为

$$a_d = -\frac{1}{2}(1 + ck^2)\alpha\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = -\frac{1}{2}\alpha_d\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (2)$$

$$a_c = \frac{1}{2}k_{cd}\alpha\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (3)$$

$$a_t = \frac{1}{2}k_{td}\alpha\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (4)$$

其中,  $(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{1/2}$  是飞行器速度; 升阻比  $k_{cd}$  为爬升力与阻力的比值, 转阻比  $k_{td}$  为转弯力与阻力的比值, 它们都与飞行器的结构相关,  $k^2 = k_{cd}^2 + k_{td}^2$ ,  $k$  为升力与阻力的比值,  $k \leq R$ ,  $R$  为相应 SBRV 升力与阻力比值的最大值;  $c$  是与诱导阻力相关的先验已知参数;  $\alpha_d$  是阻力系数, 阻力参数  $\alpha = (SC_D)/m$  等于相应 BRV 的阻力系数, 其值由飞行器质量  $m$ , 参考面积  $S$  和阻力系数  $C_D$  决定.  $C_D$  通常依赖于速度、飞行器距离地面的高度、飞行器的长直比和空气的粘性系数等<sup>[4]</sup>.  $\rho$  是空气密度<sup>[3]</sup>:  $\rho = c_1 e^{(-c_2 h)}$ , 其中,  $h$  是从目标到地球表面的高度,  $c_1$  和  $c_2$  是分段定常的参数<sup>[2]</sup>.

相比于 BRV, 固定结构的 SBRV 的再入时间长、轨迹长, 在高空段离心力的作用明显大于阻力和升力, 其大小与重力相当, 所以在 SBRV 模型中考虑了离心力与哥氏力的影响, 离心加速度为

$$a_{\text{cent}} = -\omega_e \times (\omega_e \times p) \quad (5)$$

其中,  $\omega_e$  是地球自转角速度向量,  $p$  是地心到目标位置的向量. 哥氏加速度为

$$a_{\text{cori}} = -2\omega_e \times v \quad (6)$$

其中,  $v$  是目标的速度向量. 选择球形地球模型, 则重力加速度  $a_g$  为

$$a_g = -\frac{\mu}{\|p\|^2} u_p \quad (7)$$

其中,  $u_p = p/\|p\|$  表示从地心到目标的单位向量,  $\mu$  是地球万有引力常数.

### 1.3 离散化的 SBRV 模型

SBRV 状态模型在东北天 (ENU) 坐标系中描述. 为了获得 SBRV 的模型, 需要将方程 (2)~(4) 从半速度坐标系转换到 ENU 坐标系, 根据式 (1) 可知

$$m \frac{dV}{dt} = T_{\text{VTC}}^{\text{ENU}} \begin{bmatrix} a_d \\ a_t \\ a_c \end{bmatrix} + a_g + a_{\text{cent}} + a_{\text{cori}} \quad (8)$$

其中

$$T_{\text{VTC}}^{\text{ENU}} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} & -\frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} & -\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} & \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} & -\frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} & 0 & \frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \end{bmatrix}$$

是加速度向量从半速度坐标系 (VTC 框架) 到 ENU 坐标系的转换矩阵. 从式 (8) 得到离散化的 SBRV

模型

$$X_{(k+1)} = FX_k + Gf(X_k) + w_k \quad (9)$$

其中

$$X_{(k+1)} = [x_{(k+1)} \dot{x}_{(k+1)} y_{(k+1)} \dot{y}_{(k+1)} z_{(k+1)} \dot{z}_{(k+1)}]^T$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_2 \\ F_2 & F_1 & F_2 \\ F_2 & F_2 & F_1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}$$

$$w_k = [w_x \quad w_{vx} \quad w_y \quad w_{vy} \quad w_z \quad w_{vz}]^T$$

$f(X_k)$  的计算式见本页下方, 其中,  $a = a_e + z_r$ ,  $a_e$  是地球半径,  $z_r$  是 ENU 坐标系原点的海拔高度,  $\phi$  是其纬度,  $\omega$  是地球自转角速率,  $w_k$  是动态模型的过程噪声. 由式 (9) 的分析可见, 不变结构 SBRV 的混合状态由基态  $X(k)$  及参数集  $\{\alpha_d, k_{cd}, k_{td}\}$  组成.

#### 1.4 SBRV 与 MaRV 及 BRV 的模型比较及其模式特征

SBRV 模型与 MaRV 模型的差别体现在加速度项, 通过如下变换可以由 SBRV 模型得到 MaRV

模型:

$$a_d = -\frac{1}{2}\alpha_d\rho v^2$$

$$a_t = \frac{1}{2}k_{td}\alpha\rho v^2 = \frac{1}{2}\alpha_t\rho v^2$$

$$a_c = \frac{1}{2}k_{cd}\alpha\rho v^2 = \frac{1}{2}\alpha_c\rho v^2$$

其中,  $\alpha_t$  和  $\alpha_c$  为 MaRV 模型的爬升力系数和转弯力系数, 文献 [9] 指出这两个参数的先验信息难以获得, 而且需要将参数扩维到状态向量中以实现状态与参数的联合估计, 但是这两个参数所对应的方差项依赖于  $\alpha_t$  和  $\alpha_c$  的取值, 而且需要通过 Monte-Carlo 仿真实验取其值<sup>[9]</sup>, 所以 MaRV 模型也依赖于参数的先验信息. 由进一步分析可见, SBRV 模型所取参数与 MaRV 模型推导所依赖参数<sup>[9]</sup> 的意义也一致:

$$a_d = -\frac{1}{2}\alpha_d\rho v^2 = -\frac{1}{2}(1 + ck^2)\alpha\rho v^2$$

$$a_t = \frac{1}{2}k_{td}\alpha\rho v^2 = \frac{1}{2}k \sin(\theta_1)\alpha\rho v^2$$

$$a_c = \frac{1}{2}k_{cd}\alpha\rho v^2 = \frac{1}{2}k \sin(\theta_2)\alpha\rho v^2$$

如果  $c = 1$ ,  $k = \lambda$ ,  $\sin(\theta_1) = \delta_t$ ,  $\sin(\theta_2) = \delta_c$ , 则

$$a_d = -\frac{1}{2}(1 + \lambda^2)\alpha\rho v^2$$

$$a_t = \frac{1}{2}\lambda\delta_t\rho v^2 = \frac{1}{2}\alpha_t\rho v^2$$

$$a_c = \frac{1}{2}\lambda\delta_c\rho v^2 = \frac{1}{2}\alpha_c\rho v^2$$

其中,  $\theta_1 \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta_2 \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta_1$  是升力与爬升力向上方向之间的夹角, 如图 2 所示,  $\theta_2$  是升力与转

 $f(X_k) =$ 

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\alpha_d\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\dot{x}_k - \frac{1}{2}\alpha k_{td}\rho(\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2)\frac{\dot{y}_k}{\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}} - \frac{1}{2}\alpha k_{cd}\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\frac{\dot{x}_k\dot{z}_k}{\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}} \\ -\frac{1}{2}\alpha_d\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\dot{y}_k + \frac{1}{2}\alpha k_{td}\rho(\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2)\frac{\dot{x}_k}{\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}} - \frac{1}{2}\alpha k_{cd}\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\frac{\dot{y}_k\dot{z}_k}{\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2}} \\ -\frac{1}{2}\alpha_d\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\dot{z}_k + \frac{1}{2}\alpha k_{cd}\rho\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2}\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2} \end{bmatrix} -$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + (z_k + a)^2}} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k + a \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} -x_k \\ -\sin(\phi)^2 y_k + \cos(\phi) \sin(\phi)(z_k + a) \\ \cos(\phi) \sin(\phi) y_k - \cos(\phi)^2 (z_k + a) \end{bmatrix} -$$

$$2\omega \begin{bmatrix} -\sin(\phi)\dot{y}_k + \cos(\phi)\dot{z}_k \\ \sin(\phi)\dot{x}_k \\ -\cos(\phi)\dot{x}_k \end{bmatrix}$$

弯力向右方向之间的夹角, 它们与  $\delta_t$ ,  $\delta_c$  的物理意义一致, 如果  $\sin(\theta_2) > 0$  则飞行器爬升, 如果  $\sin(\theta_2) < 0$  则飞行器俯冲, 如果  $\sin(\theta_1) > 0$  则飞行器右转, 如果  $\sin(\theta_1) < 0$  则飞行器左转. 所以由上述分析可知, 从 SBRV 模型可以演变得到 MaRV 模型, 但由于模型中参数没有具体的物理意义, 所以从 MaRV 模型无法演变得到 SBRV 模型.

如果  $k_{cd} = 0$  并且  $k_{td} = 0$ , 则 SBRV 模型变为 BRV 模型. 在初始状态给定的情况下, BRV 的再入轨迹即可确定, 而不变结构 SBRV 的轨迹受到结构变化引起的升力与诱导阻力的影响, 为了简单起见 BRV 阻力系数的值经常假设为定常<sup>[3, 13]</sup>, 在这一假设下, 由式 (2) 可知 SBRV 的轨迹仍受到  $k_{cd}$ ,  $k_{td}$  与  $\alpha_d$  的影响, 基于潜在的真实模型, 这些参数的值构成了 SBRV 的模式, 可能模式的集合构成该飞行器的模式空间. 所以 SBRV 轨迹的不确定性由  $k_{cd}$ ,  $k_{td}$  和  $\alpha_d$  张成的空间决定, 该参数空间就是 SBRV 的模式空间.

**定理 1.** 在升阻比  $k$  与阻力系数  $\alpha_d$  相互独立的假设下, 不变结构 SBRV 的模式空间为一圆柱体.

**证明.** 根据第 1.2 节的分析, 升阻比的取值区间为:  $k \in [0, R]$ , 因而  $k$  的上界和下界分别为:  $k^+ = R$ ,  $k^- = 0$ . 根据第 1.4 节的分析可知, 爬阻比  $k_{cd}$  与转阻比  $k_{td}$  的表达式为:  $k_{cd} = k \cos(\theta_1)$ ,  $k_{td} = k \sin(\theta_1)$ ,  $\theta_1$  为升力与 VTC 框架中爬升力向上方向的夹角,  $\theta_1 \in [-\pi/2, \pi/2]$ ,  $\theta_2$  为升力与 VTC 框架中转弯力向右方向的夹角,  $\theta_2 \in [-\pi/2, \pi/2]$ . 由此可知,  $k_{cd}^+ = k_{td}^+ = k^+$ ,  $k_{cd}^- = k_{td}^- = k^-$ . 因为  $k_{cd}^2 + k_{td}^2 \leq R^2$  为一半径为  $R$  的圆面, 在  $\alpha_d$  与  $k$  相互独立的假设下, SBRV 的模式空间为圆柱体, 其半径为  $R$ , 其高度代表了  $\alpha_d$  的变化范围.  $\square$

SBRV 的模式空间反映出这种类型飞行器模式的取值空间, 对具体的飞行器, 其模式空间的精确程度取决于先验信息的多少, 而且模式空间的大小也反映出该飞行器的机动能力.

图 3~5 中是一些不变结构 SBRV 的轨迹与 BRV 的轨迹, 其相关的参数是:  $x_0 = 232\,000$  m,  $y_0 = 0$  m,  $z_0 = 88\,000$  m,  $\gamma_0 = 190^\circ$ ,  $v_0 = 2\,290$  m/s,  $\alpha = \frac{9.8}{40\,000}$  m<sup>2</sup>/kg,  $k_{cd} \in [-0.5, 0.5]$ ,  $k_{td} \in [-0.5, 0.5]$ . 所有的轨迹都依据式 (8) 获得, 不考虑过程噪声. 图 3 是 SBRV 轨迹和 BRV 轨迹以及它们在各个坐标平面上的投影曲线, 图 4 是这些轨迹的速度曲线, 同一条轨迹在图 3~5 中以相同的名称表示, 图 5 是它们的模式. 每一条轨迹对应模式空间中的一个点, 而 BRV 的模式是 SBRV 模式空间中一个固定的点.

对于 SBRV 来说, 有时需要降低最大过载; 有时需要长的再入轨迹; 有时需要短的再入轨迹. 根据图

3~5 可以看出, 对于再入过程中结构固定的 SBRV 来说, 在初始状态给定的前提下, 通过选择不同的再入结构可以“设计”最大过载并“设计”落点; 而对于同样初始条件下的 BRV 来说, 最大过载以及落点都是不可改变的.

## 2 多模型估计器及模型集的设计

由第 1.4 节的分析可知, 不变结构 SBRV 的模式空间为一圆柱体, 多模型方法的模型集应散布在该圆柱体内. 基于多模型方法最优基态估计器为<sup>[23]</sup>

$$\hat{X}_S = \arg \inf_{\hat{X}_M} (\|X - \hat{X}_M\|) \quad (10)$$

其中,  $S$  为模式空间,  $M$  为模型集,  $X$  为真实基态,  $\hat{X}_S$  为最优基态估计器,  $\hat{X}_M$  为多模型估计器的输出:

$$\hat{X}_M = \sum_{m_i \in M} \hat{X}(m_i) p(s = m_i | s \in M, Z^k) \quad (11)$$

其中,  $\hat{X}(m_i)$  是模型  $m_i$  的估计结果,  $Z^k$  是从初始到  $k$  时刻量测的集合,  $p(s = m_i | s \in M, Z^k)$  表示给定量测下模型  $m_i$  的后验概率, 该值可以通过 Bayesian 公式得到<sup>[10, 18]</sup>.

类似地, 最优的模式估计器为<sup>[24]</sup>

$$\|s - \hat{s}_{M^*}\| = \min_{\{M\}} \|s - \hat{s}_M\| \quad (12)$$

其中,  $\{M\}$  是有可能模型集所组成的集合,  $M^*$  是  $\{M\}$  中使  $\|s - \hat{s}_M\|$  最小的模型集,  $s_M$  为基于模型集得到的估计值:

$$\hat{s}_M = E[s | s \in M, Z^k] = \sum_{m_i \in M} m_i p(s = m_i | s \in M, Z^k) \quad (13)$$

由式 (11) 和 (13) 组成了多模型方法的混合状态估计器, 该估计器的最优性取决于模型集的最优性, 同样, 混合估计器的精度也检验了模型集的优劣. 对于两个模型集来说, 模型集  $A$  优于模型集  $B$  需满足<sup>[23]</sup>

$$\|X - \hat{X}_A\| < \|X - \hat{X}_B\| \quad (14)$$

$$\|s - \hat{s}_A\| < \|s - \hat{s}_B\| \quad (15)$$

由式 (14) 和 (15) 可知, 模型集的最优性决定了估计器的最优性. 在  $S = M$  的前提下, 当时间  $k \rightarrow \infty$  时, 多模型估计器收敛于真实的模型<sup>[18]</sup>, 所以式 (10) 和 (12) 可同时达到最优<sup>[10]</sup>. 但是 SBRV 的模式空间  $S$  远大于模型集  $M$ , 对于这种情形 Baram<sup>[20]</sup> 指出: 当  $k \rightarrow \infty$  时, 多模型估计器将收敛到距离真实

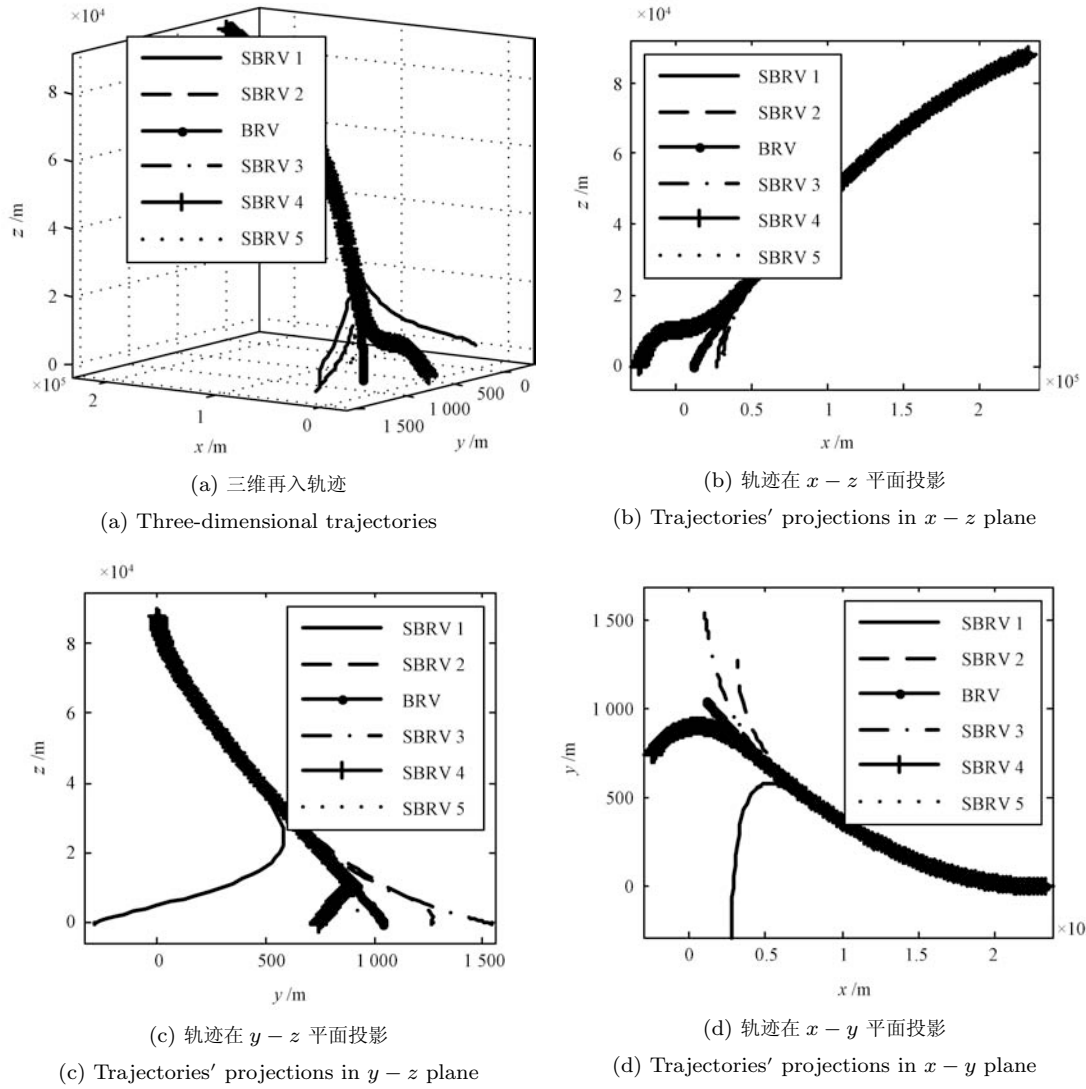


图3 三维再入轨迹及其在各个坐标平面上的投影

Fig. 3 Three-dimensional trajectories and their projections in planes of coordinate system

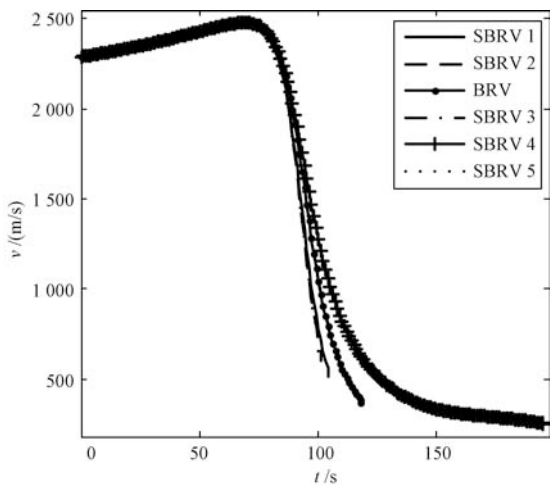


图4 各轨迹所对应的速度曲线

Fig. 4 Velocity curves of individual trajectories

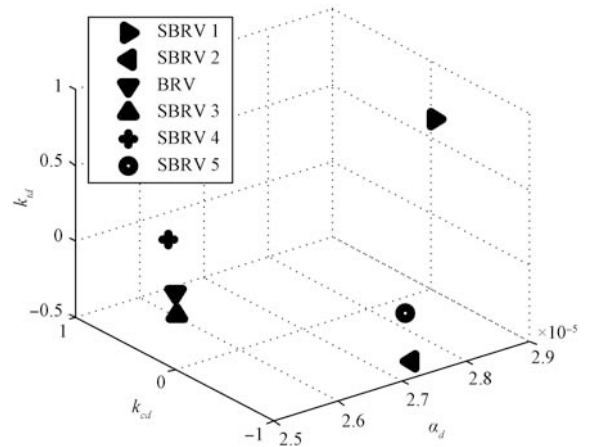


图5 模式空间中各轨迹所对应的模式

Fig. 5 Modes of individual trajectories in mode space

模式最近的模型, 所以需要将  $M$  散布在  $S$  中, 对于任何一条轨迹来说, 如果没有关于具体模式的先验信息, 则应使模式均匀地散布在模式空间中. 而 SBRV 模式的分布特征决定了模型集如何散布, 随之而来的问题是如何使模型在概率意义下均匀散布在模式空间?

Li<sup>[20]</sup> 将模式描述为一个随机变量, 则模型集的设计为: 设计一离散的随机变量以近似模式的分布. 在不严格要求模型均匀散布的前提下, 一种较为简单的模型集设计方法为 Monte-Carlo 法, 该方法从概率空间中均匀地抽样产生  $N$  个模型,  $\forall m_i \in S$  是均匀地散布在  $S$  的概率空间中的模型, 这些模型将该概率空间划分为  $N$  个子空间  $\{S_1, \dots, S_N\}$ , 每个子空间的中心都与一个模型相对应. 这种模型集的缺点是模型的散布不够均匀, 因此当真实模式在较小的子空间时, 估计器的精度高; 反之, 估计器的精度会降低. 所以需要增加模型集的势以减小子空间的尺寸, 进而提高其精度, 但是模型集势的增加易于导致估计器的计算量过大. 在模型集势较小的情况下, 若要估计器的精度不至于太差, 则需要使模型均匀地散布在模式空间.

## 2.1 $F$ -均匀模型集

文献 [22] 通过在模式空间的概率空间中均匀散布一组模型使得模式与模型分布的失配最小, 这种模型集称作  $F$ -均匀模型集, 其均匀度由下式衡量:

$$D_F^*(m, s) = d(F_m(\Theta) - F_s(\Theta)) = \sup_{\Theta \in S} |F_m(\Theta) - F_s(\Theta)| \quad (16)$$

其中,  $S$  为多个分布已知而且相互独立的参数张成的模式空间,  $\Theta$  为该模式空间中的点,  $F_s(\Theta)$  为该点模式的概率,  $F_m(\Theta)$  为该点模型的概率, 模型在模式空间散布得越均匀, 则  $D_F^*(m, s)$  的值越小. 依据文献 [16] 设计模型集的混合状态估计器为最小分布失配意义下的最优估计.

将  $F$ -均匀模型集用于 SBRV 模型集设计的难点在于: 文献 [22] 要求参数相互独立, 因而模式空间要求是多维的超立方体. 而 SBRV 模式中的参数  $\Theta = \{k_{cd}, k_{td}, \alpha_d\}$  张成的模式空间为圆柱体  $-k_{cd}^2 + k_{td}^2 \leq R^2$ , 它们不满足参数独立的要求. 因而本文主要解决的问题是: 如何在 SBRV 的圆柱体模式空间中设计  $F$ -均匀模型集?

SBRV 的模式关于模式空间的轴中心对称分布, 因而极径  $k$  与极角  $\theta$  相互独立, 我们使用柱坐标系描述模式空间, 则 SBRV 的模式空间是由相互独立的参数  $\Theta = \{k, \theta, \alpha_d\}$  张成的三维圆柱体, 该模式空间即是 (直角坐标系下) 参数  $\Theta = \{k_{cd}, k_{td}, \alpha_d\}$  张成的圆柱体.

根据柱坐标系参数  $\Theta = \{k, \theta, \alpha_d\}$  的概率分布  $F(k)$ ,  $F(\theta)$  和  $F(\alpha_d)$ , 可得到  $F$ -均匀模型集的设计:

**步骤 1.** 分别将参数的累积分布函数 (cdf)  $F(k)$ ,  $F(\theta)$  和  $F(\alpha_d)$  均匀地离散化为  $N_k$ ,  $N_\theta$  和  $N_{\alpha_d}$  份, 以得到各个函数的离散水平. 若各离散水平在模型集中只出现一次, 则  $\forall \theta_i \in \Theta$ , 各离散水平所对应的 cdf 为

$$\left\{ \frac{1}{2N_{\theta_i}}, \dots, \frac{2j-1}{2N_{\theta_i}}, \dots, \frac{2N_{\theta_i}-1}{2N_{\theta_i}} \right\} \\ j = 1, \dots, N_{\theta_i} \quad (17)$$

参数的各离散化水平可以通过如下公式获得:

$$\theta_{ij} = \arg_{\theta_i \in \Theta} \left| F_s(\theta_{ij}) = \frac{2j-1}{2N} \right|, \quad j \in \{1, \dots, N_{\theta_i}\} \quad (18)$$

**步骤 2.** 基于步骤 1 获得的各参数离散水平的 cdf 设计模型集: 如果所包含模型和参数的数量大, 使用数论方法<sup>[23]</sup> 构造该模型集; 如果所包含模型和参数的数量小 ( $N \leq 30$ ,  $\Theta$  包含的参数数量小于 7), 则使用根据 Hicknell 准则生成的点集<sup>[25]</sup> 构造该模型集;

**步骤 3.** 将步骤 2 生成的模型集中各个参数 cdf 的值  $F(\theta_{ij})$  替换为步骤 1 得到的对应离散水平的值  $\theta_{ij} = \arg_{\theta_i \in \Theta} |F_s(\theta_{ij}) = \frac{2j-1}{2N}|$ ,  $j \in \{1, \dots, N_{\theta_i}\}$ , 即得到在概率空间均匀散布的模型集;

**步骤 4.** 通过公式

$$k_{td} = k \cos(\theta) \quad (19)$$

$$k_{cd} = k \sin(\theta) \quad (20)$$

将步骤 3 生成的模型集从  $\Theta = \{k, \theta, \alpha_d\}$  所描述的极坐标系转化为直角坐标系  $\Theta = \{k_{cd}, k_{td}, \alpha_d\}$  中的模型.

需要说明的是, 在  $k$ ,  $\theta$  及  $\alpha_d$  相互独立的假设下, SBRV 的概率空间为三维单位立方体, 该立方体每一维代表一个参数的 cdf, 而 SBRV 的模式空间为圆柱体. 所以  $F$ -均匀模型集在概率空间散布均匀, 而其在模式空间的散布并不均匀, 这种差异是由各个参数的 cdf 决定的. 这种模型集可以有效地确保估计器与真实模式的失配程度最小, 为了进一步减小  $F$ -均匀模型集与真实模式的失配程度, 我们引入期望模式补偿 (Expected-mode augmentation, EMA) 集.

## 2.2 EMA 集

多模型方法模式估计的精度在统计意义上距离真实模式最近<sup>[16]</sup>, 基于该模式估计值构造的模型代表了模式空间中估计模式附近的模式, 进而将该模型增加到一给定模型集中可以进一步提高估计器的

精度. 该方法在文献 [26] 中提出并称为 EMA 法, 给定模型集称作源模型集, 扩充后的模型集称作 EMA 集.

本文采用了文献 [26] 的思路, 为了确保源模型集对整个模式空间任意模式再入 SBRV 的估计精度, 将  $F$ -均匀模型集作为源模型集用于 EMA 法, 则源模型集确保了估计器的稳定性, 而新构造的模型集确保了估计器的精度. 因为不变结构 SBRV 的再入过程模式固定, 所以根据模式估计的结果在  $F$ -均匀模型集中构造一个模型即可:

$$M_k = M' \cup m_{k-1} \quad (21)$$

其中,  $M'$  是源模型集,  $m_{k-1}$  是基于  $k-1$  时刻估计模式构造的模型,  $M_k$  是  $k$  时刻的 EMA 集. 图 6 所示为本文根据 SBRV 特征构造的 EMA 集, 因而混合状态的基态估计式 (11) 和模式估计式 (13) 表示为

$$\hat{X} = \mu_{M'} \hat{X}_{M'} + \mu_{m_{k-1}} \hat{X}_{m_{k-1}} \quad (22)$$

$$\hat{s} = \mu_{M'} M' + \mu_{m_{k-1}} m_{k-1} \quad (23)$$

其中,  $\hat{X}_{M'}$  是其估计结果,  $\hat{X}_{m_{k-1}}$  是该模型的估计结果,  $\mu_{M'}$  和  $\mu_{m_{k-1}}$  分别表示相应的系数.  $m_{k-1}$  即可以由  $M'$  估计也可以由  $M_{k-1}$  估计, 一般说来  $M_{k-1}$  具有更高的精度, 因为该集合使用了更多的模型以估计  $m_{k-1}$ ,  $\hat{s}(k|k)$  用于构造下一时刻自适应的模型.

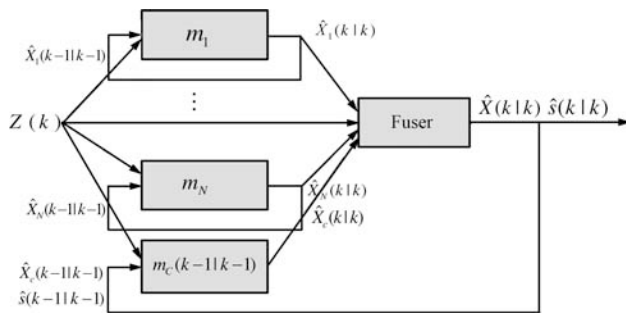


图 6 EMA 集用于基态估计和模式估计

Fig. 6 EMA set used for base state estimation and mode estimation

### 3 仿真实验

通过数值仿真检验上文所述模型集的有效性. 设某种固定结构再入 SBRV 的初始状态为高斯随机向量, 其均值为:  $X_0 = [232\ 000 \quad 2\ 290 \cos(190^\circ) \quad 0 \quad 0 \quad 8\ 800 \quad 2\ 290 \sin(190^\circ)]'$ . 协方差为:  $P_0 = \text{diag}\{[1\ 000^2 \quad 20^2 \quad 1\ 000^2 \quad 20^2 \quad 1\ 000^2 \quad 20^2]\}$ . 阻力参数为  $\alpha = \frac{9.8}{40\ 000} \text{ m}^2/\text{kg}$ , 参数  $c$  取值为 1, 升阻比与转阻比从相应的区间中抽取:  $k_{cd} \in [-0.3 \quad 0.3]$ ,

$k_{td} \in [-0.3 \quad 0.3]$ .

飞行器状态描述所用东北天坐标系的原点与雷达位置重合, 雷达到地心的距离为地球的半径, 雷达提供的量测为径向距离  $r$ , 方位角  $b$  和俯仰角  $e$ .

$$Z = \begin{bmatrix} r & b & e \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

观测误差的标准差为:  $\sigma_r = 100 \text{ m}$ ,  $\sigma_b = 0.05 \text{ rad}$ ,  $\sigma_e = 0.05 \text{ rad}$ . 雷达采样的间隔为  $T = 1 \text{ s}$ . 每次 Monte-Carlo 仿真随机地抽取初值和各个参数的值, 再入状态的随机性和参数的随机性导致了每次仿真再入过程的时间长度不一致, 在本文的仿真中, 再入体触地面时一次仿真过程才结束, 所以再入过程时间长度的变化区间是  $107 \text{ s} \sim 158 \text{ s}$ .

多模型方法首先需要考虑模型集的设计. 通过历史数据的分析可知模式关于轴线中心对称分布, 则  $f(\theta) = 1/2\pi$ ,  $F(\theta) = \theta/2\pi$ ; 而模式沿  $\alpha_d$  方向近似服从均匀分布; 同时真实模式有一半概率在  $0 \leq k \leq 1/3R$  的圆内, 有三分之一的概率在圆环  $1/3R \leq k \leq 2/3R$  内, 六分之一的概率在圆环  $2/3R \leq k \leq R$  内, 统计结果显示在上述每一段模式的分布都是近似均匀的, 这里  $R$  取值为 0.3. 则模式关于  $k$  的边缘分布的 pdf 和 cdf 分别为

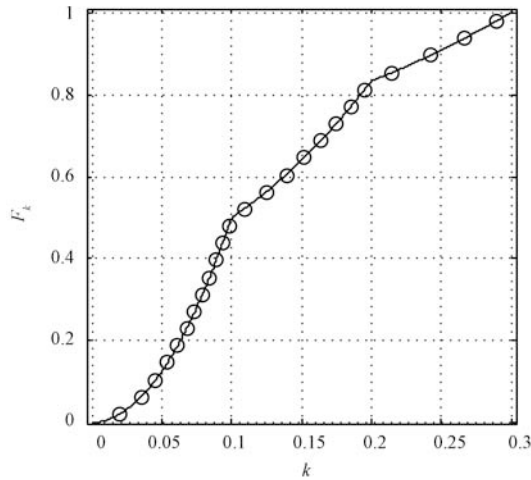
$$f(k) = \begin{cases} \frac{9k}{R^2}, & \text{若 } 0 \leq k \leq \frac{1}{3}R \\ \frac{2k}{R^2}, & \text{若 } \frac{1}{3}R \leq k \leq \frac{2}{3}R \\ \frac{3k}{5R^2}, & \text{若 } \frac{2}{3}R \leq k \leq R \end{cases} \quad (25)$$

$$F(k) = \begin{cases} \frac{9k^2}{2R^2}, & \text{若 } 0 \leq k \leq \frac{1}{3}R \\ \frac{k^2}{R^2} + \frac{7}{18}, & \text{若 } \frac{1}{3}R \leq k \leq \frac{2}{3}R \\ \frac{3k^2}{10R^2} + \frac{7}{10}, & \text{若 } \frac{2}{3}R \leq k \leq R \end{cases} \quad (26)$$

仿真中比较三组模型集:  $F$ -均匀模型集、基于  $F$ -均匀模型集的 EMA 集以及通过 Monte-Carlo 法生成的模型集. 第 1 组和第 3 组各自取的势为 18, 24 和 30, EMA 集的势比相应  $F$ -均匀模型集多 1, 比如 24 个模型的 EMA 集实际是 24 个来自  $F$ -均匀模型集的模型加上一个估计的模型.

$F$ -均匀模型集中取得  $N_k = N_\theta = N_{\alpha_d} = N$ , 并使每个参数的各个离散水平在模型集中只出现一次, 根据第 2.1 节所述步骤设计  $F$ -均匀模型集. 比如设计包含 24 个模型的  $F$ -均匀模型集, 其具体设计过程如下: 首先是参数的离散化. 如图 7 为式 (26) 所示的 cdf 曲线, 曲线上的离散点为根据式 (17) 将该 cdf 离散化得到的 24 个点, 纵坐标为各离散水平 cdf



图 7  $k$  的 cdf 曲线及其离散化Fig. 7 cdf curve of  $k$  and its discretization表 1 模型集  $M^*(24, 24^3)$ Table 1 Model-set  $M^*(24, 24^3)$ 

模型	参数 1	参数 2	参数 3
1	1	15	13
2	2	6	19
3	3	22	4
4	4	4	8
5	5	19	23
6	6	12	16
7	7	9	2
8	8	24	11
9	9	2	21
10	10	13	5
11	11	17	18
12	12	7	6
13	13	21	15
14	14	1	12
15	15	10	24
16	16	18	1
17	17	16	9
18	18	5	17
19	19	11	10
20	20	23	20
21	21	3	3
22	22	14	22
23	23	20	7
24	24	8	14

的值, 横坐标为各离散水平在模式空间的值, 以同样

方法可以获得各个参数所有的离散水平值。

在参数离散化的基础上设计在三维概率空间均匀散布的模型集, 表 1 为概率空间中均匀散布的包含 24 个模型的模型集  $M^*(24, 24^3)$ , 该表中的每一列表示一个参数所有离散水平 cdf 值的集合, 每一行表示模型集中每个模型所包含参数的数量, 表中的元素都是整数, 它们表示相应参数各离散 cdf 水平的序号, 本仿真所用概率空间的均匀点集都来自于文献 [27].

将概率空间的均匀模型集换为柱坐标系下的  $F$ -均匀模型集, 表 1 的三列依次由  $\alpha_d$ ,  $k$  和  $\theta$  的离散水平取代, 比如以图 7 中  $k$  离散点的横坐标值取代表 1 中第 2 列的相应序号. 进而根据式 (19) 和式 (20) 将这些模型转换为直角坐标系  $k_{cd}$ ,  $k_{td}$  和  $\alpha_d$  下的  $F$ -均匀模型集, 这种模型集在仿真中标注为 uni 集.

图 8 为表 1 模型集在模式空间的散布及其在二维模式子空间的投影, 由图 8 可见, 该模型集在模式空间及其二维子空间的投影并不均匀, 但是其散布特征符合式 (26) 的描述.

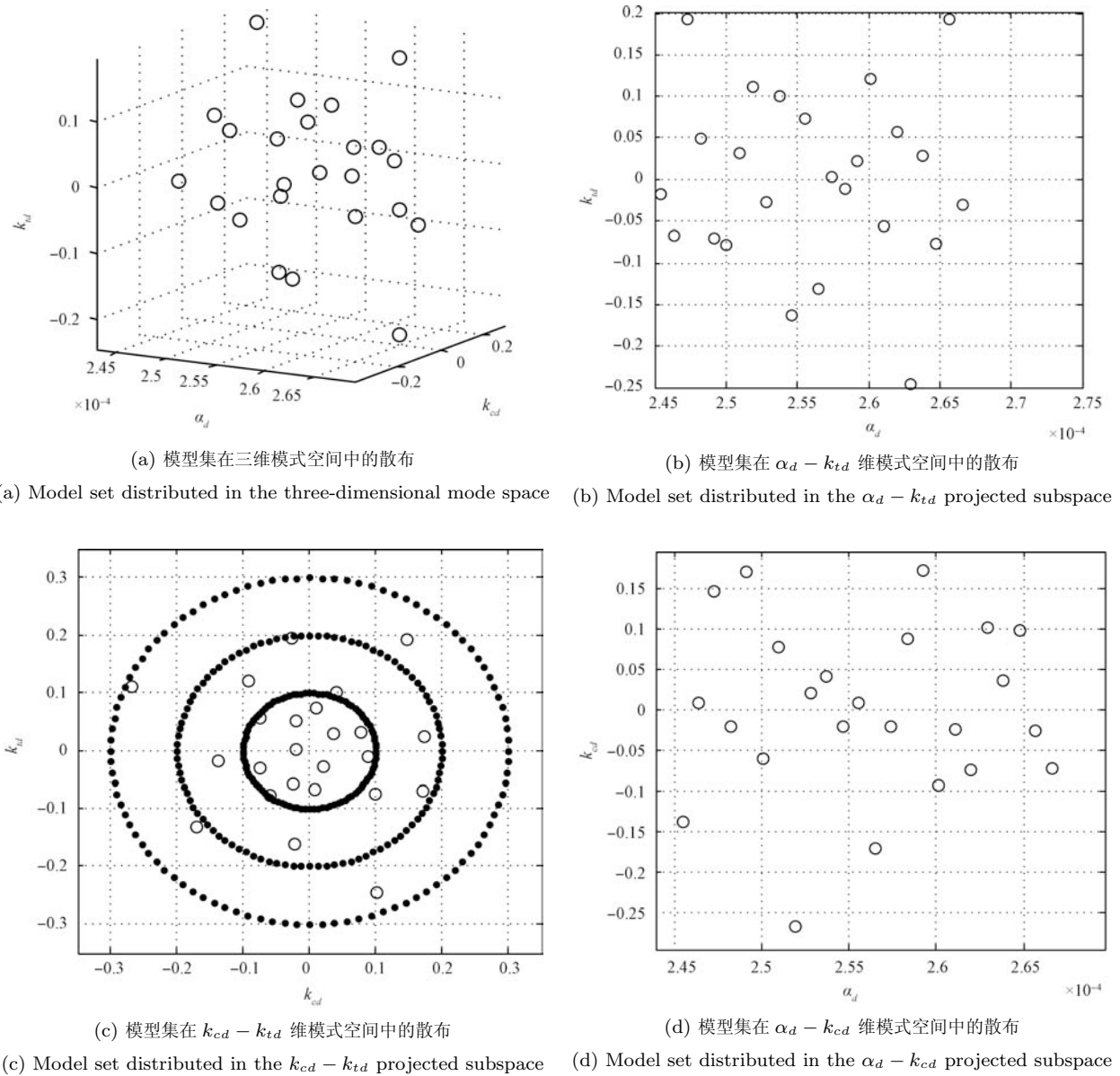
在上述方法生成的  $F$ -均匀模型集的基础上, 根据第 2.2 节所述方法生成相应的 EMA 集. 同时每次仿真时根据 Monte-Carlo 法在概率空间中抽取数量为 18, 24, 30 的模型集, 所得到的模型集在该次仿真过程中保持不变, 该模型集在仿真中标注为 MC 集.

考虑到再入飞行器动态模型的非线性和量测模型的非线性, 本文将 Unscented filter (UF)<sup>[28]</sup> 用于模型集中单个模型的滤波, UF 对再入问题的有效性已得到检验<sup>[3, 13-14, 23]</sup>. UF 在一步提前预测和依据量测进行滤波更新时使用 unscented 变化, 其含义是采用一组满足特定条件 (比如满足给定期望和方差) 的点 (Sigma points), 使用这组点理论上能捕捉到任何非线性函数后验均值和方差的二阶项.

所有结果基于 100 次独立的 Monte-Carlo 仿真得到. 仿真结果对比了平均归一化估计方差 (Averaged normalized estimation error squared, ANEES)、位置均方根 (Root mean squared, RMS) 误差、速度 RMS 误差和模式  $s = [\alpha, k_{cd}, k_{td}]'$  的估计误差.

$$ANEES = \frac{1}{Nn} \sum_{i=1}^N (X_i - \hat{X}_i)^T P_i^{-1} (X_i - \hat{X}_i) \quad (27)$$

其中,  $X_i - \hat{X}_i$  和  $P_i$  分别是第  $i$  次 Monte-Carlo 仿真的状态估计的误差向量和相应的协方差,  $n$  是状态向量的维数,  $N$  是 Monte-Carlo 仿真的次数. 该指标的值越接近于 1 意味着状态估计误差与协方差相匹配的程度越高. 根据模式 (13) 中任一参数估计的 RMS 误差可以计算如下:

图 8  $M^*(24, 24^3)$  在模式空间的散布及其两维子空间投影Fig. 8  $M^*(24, 24^3)$  in the mode space and its projections in the 2-dimensional subspace

$$\|\theta - \hat{\theta}\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\theta_j - \hat{\theta}_j)^T (\theta_j - \hat{\theta}_j) \quad (28)$$

其中,  $N$  是 Monte-Carlo 仿真的次数, 则模式估计值为  $\hat{s} = [\alpha_d \ k_{td} \ k_{cd}]'$ . 位置 RMS 误差和速度 RMS 误差只需把式 (24) 中  $\theta_j$  改为相应的位置向量或者速度向量即可.

从图 9 可以看出, 三种类型模型集所含势的增加会导致相应类别的模型集可信度的提高, 在模型集的势相等的情况下,  $F$ -均匀模型集的可信度高于 Monte-Carlo 模型集, EMA 集的可信度低于相应的  $F$ -均匀模型集.

从图 10 和图 11 可以看出, 在再入的初始阶段

(70s 之前), 基于不同模型集的多模型估计器位置 RMS 误差的估计和速度 RMS 误差的估计没有明显的差异; 然而到 70s 之后二者的误差曲线变化剧烈, 不同类别模型集的基态估计误差的差别主要体现在这一阶段, 在模型集势相等的前提下,  $F$ -均匀模型集的估计误差低于 Monte-Carlo 模型集, 在模型集势增加为 1 的情况下, EMA 集的估计误差低于相应的  $F$ -均匀模型集; 而且各种模型集基态估计的误差都随着各自模型集势的增加而降低.

图 12~14 反映出各种模型集模式估计的差异, 从图中可以看出, 在再入的初始阶段 (70s 之前), Monte-Carlo 模型集模式估计的精度受模型集势的影响较明显, 而  $F$ -均匀模型集和 EMA 集模式估计

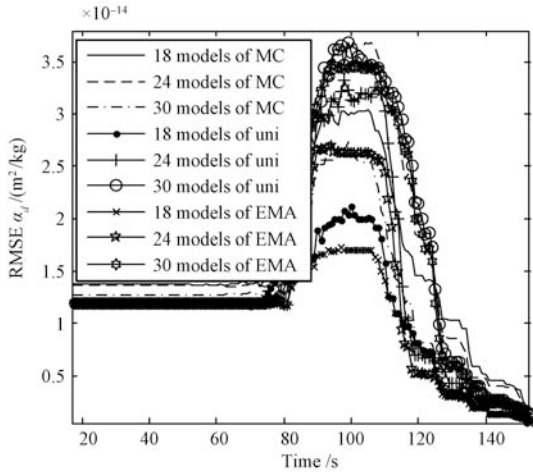


图9 ANEES  
Fig.9 ANEES

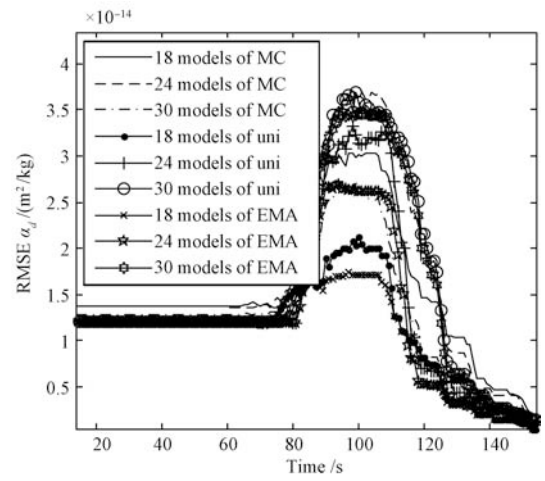


图12  $\alpha_d$  RMSE 误差估计  
Fig.12 RMSE of  $\alpha_d$

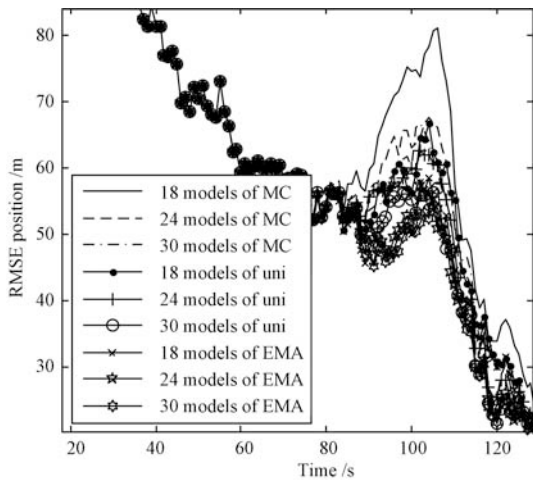


图10 位置 RMSE 误差估计  
Fig.10 RMSE of position

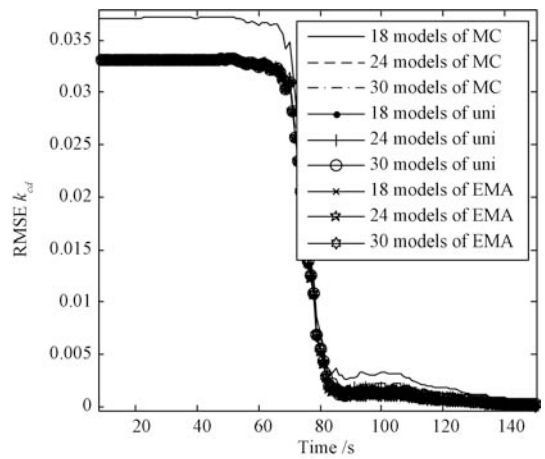


图13  $k_{cd}$  RMSE 误差估计  
Fig.13 RMSE of  $k_{cd}$

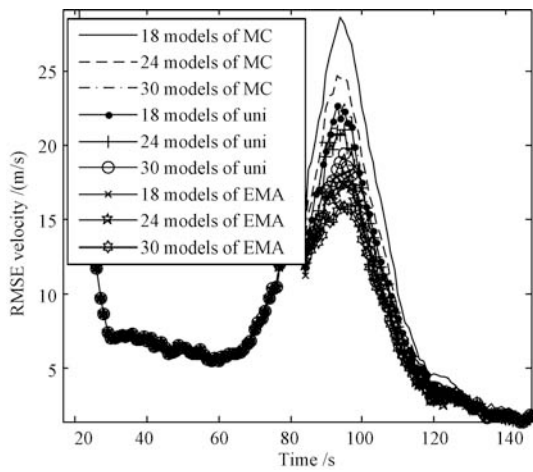


图11 速度 RMSE 误差估计  
Fig.11 RMSE of velocity

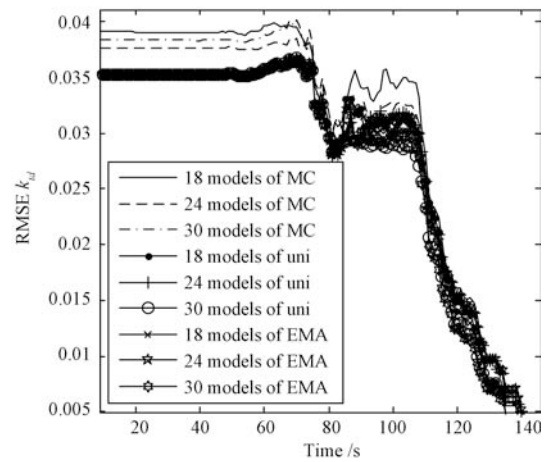


图14  $k_{td}$  RMSE 误差估计  
Fig.14 RMSE of  $k_{td}$

误差受模型集势的影响较小. 在模型集势相等的前提下,  $F$ -均匀模型集的估计误差整体上低于 Monte-Carlo 模型集, 在模型集的势增加为 1 的情况下, EMA 集模式估计的误差与相应  $F$ -均匀模型集相当. 在 70s 之后再入体状态变化开始变得剧烈, 此时状态估计反映出不同类别模型集的性能之间的差异, 在模型集势相等的前提下,  $F$ -均匀模型集模式估计的误差整体上低于 Monte-Carlo 模型集, 在模型集势增加为 1 的情况下, EMA 集的模式估计误差整体上低于相应  $F$ -均匀模型集; 而三种模型集模式估计的误差都随着势的增加而降低.

所有仿真结果在初始和末尾阶段差异小, 而在中间阶段变化剧烈, 这是因为初始阶段虽然再入体的速度高, 但是空气稀薄、气动力作用小, 因而飞行器在再入的初始阶段状态变化不是很明显, 虽然基态估计的差异小, 但是模式的估计结果因为模型类别和数量的差异已经有所差别; 随着空气密度的增加气动力的作用逐渐变得剧烈, 从而引起飞行器状态的剧烈变化, 模型集性能的区别主要体现在这一阶段; 经过中间阶段气动力的作用, 再入体的速度已经大大地降低了, 速度的降低又导致了末尾阶段气动力的减小, 所以在所有图形的末尾阶段, 各个曲线的差异逐步减小.

所有模型集的可信度和估计误差随着模型集势的增加而提高; 依据式 (14) 和 (15), 从上述三种模型集的基态和模式估计结果可知, 在模型集的势相当的前提下,  $F$ -均匀模型集好于 Monte-Carlo 模型集, EMA 集好于  $F$ -均匀模型集; 同时这些仿真结果反映出估计器的稳定性随着模型集势的增加有所改善. 文献 [17] 指出模型集势的增加有可能导致估计器的性能下降, 在仿真实验的过程中, 大数量的模型 (如 180 个模型) 亦未引起估计器的性能下降, 多模型方法模型集的势依赖于估计器的精度需求以及处理器的计算能力, 模型集势过大不但会增加系统成本, 相反地, 减小模型集的势又会降低估计器的精度, 所以在实际应用中应该对估计器精度的需求以及计算成本加以权衡.

## 4 结论

本文基于动力学分析给出了 SBRV 的估计模型, 并分析了该飞行器的运动特征与模式特征以及 SBRV 模型与其他再入模型的关系. 给出了对该飞行器固定结构再入的多模型混合状态估计器, 通过对估计器的最优性分析引入了  $F$ -均匀模型集以及 EMA 集. 在模型集的势相等的前提下,  $F$ -均匀模型集相比于 Monte-Carlo 方法生成的模型集具有更高的精度; 在模型集的势增加为 1 的情况下, 本文所给出的 EMA 集在  $F$ -均匀模型集的基础上进一步提高

了 SBRV 多模型估计器的精度. 仿真结果验证了理论分析, 基于这两种类别模型集的多模型估计器在混合状态的基态和模式估计可信度和精度上体现出了较好的一致性, 而且估计器的稳定性随着模型集势的增加有所提高. 对实际应用来说, 多模型混合状态估计的精度主要决定于模型集的设计, 模型集的设计既需要有效地利用目标模式的先验信息, 也需要选择模型集的类别及大小, 模型集的类别依赖于所选的设计准则, 而模型集的大小取决于实际系统处理器的计算能力.

## References

- Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking: part II. ballistic target models. In: Proceedings of the Conference on Signal and Data Processing of Small Targets. San Diego, USA: SPIE, 2001. 559–581
- Mehra R K. A comparison of several nonlinear filters for reentry vehicle tracking. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, **16**(4): 307–319
- Farina A, Ristic B, Benvenuti D. Tracking a ballistic target: comparison of several nonlinear filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, **38**(3): 854–867
- Wang Xi-Ji, Li Yi-Li, Zhou Qi-Cheng, Wang Zhong-Lian, Geng Chang-Fu, Feng Xue-Yi. *Reentry Technology for Spacecraft (Vol. 1)*. Beijing: Chinese Aerospace Press, 1991. 1–151  
(王希季, 李颐黎, 周其成, 王仲莲, 耿长福, 冯学义. 航天器进入与返回技术 (上). 北京: 宇航出版社, 1991. 1–151)
- Burkhardt J, Schottle U. Flight performance and control aspects of a semi-ballistic reentry capsule. In: Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. San Diego, USA: AIAA, 1996. 1–11
- Liu Tun, Zhao Jun. *Dynamics of Space Vehicle*. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2003. 131–150  
(刘瞰, 赵钧. 空间飞行器动力学. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003. 131–150)
- Zhou Feng-Qi, Cui Li-Ming, Zhou Jun. The control of ballistic warhead with variable centroid. *Journal of Astronautics*, 2000, **21**(z1): 107–110  
(周凤岐, 崔利明, 周军. 弹道式导弹弹头变质心机动控制. 宇航学报, 2000, **21**(z1): 107–110)
- Yang Bo, Zhou Jun, Guo Jian-Guo. Study on dynamics modeling of missile with deflectable nose. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2008, **29**(4): 909–913  
(杨博, 周军, 郭建国. 偏转导弹弹头的动力学建模方法研究. 航空学报, 2008, **29**(4): 909–913)
- Chang C B, Athans M, Whiting R H. On the state and parameter estimation for maneuvering reentry vehicles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, **22**(1): 99–105
- Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. part V: multiple-model method. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1255–1321
- Han Chong-Zhao, Zhu Hong-Yan, Duan Zhan-Sheng. *Multi-Source Information Fusion*. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. 16–67  
(韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合. 北京: 清华大学出版社, 2006. 16–67)
- Zhao Z L, Chen H M, Chen G S, Kwan C, Li X R. Comparison of several ballistic target tracking filters. In: Proceedings of the American Control Conference. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. 2197–2202

- 13 Zhao Z L, Chen H M, Chen G S, Kwan, Li X R. IMM-LMMSE filtering algorithm for ballistic target tracking with unknown ballistic coefficient. In: Proceedings of the SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando, USA: SPIE, 2006. 62360K.1–62360K.11
- 14 Zhang S C, Hu G D, Liu S H. Target tracking for maneuvering reentry vehicles with reduced sigma points unscented Kalman filter. In: Proceedings of the 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Harbin, China: IEEE, 2006. 199–202
- 15 Zhang Shu-Chun, Hu Guang-Da. Target tracking for maneuvering reentry vehicles with interactive multiple model unscented Kalman filter. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(11): 1220–1225  
(张树春, 胡广大. 跟踪机动再入飞行器的交互多模型 Unscented 卡尔曼滤波方法. *自动化学报*, 2007, **33**(11): 1220–1225)
- 16 Li X R. Optimal selection of estimate for multiple-model approach with uncertain parameters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, **34**(2): 653–657
- 17 Li X R, Bar-Shalom Y. Multiple-model estimation with variable structure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(4): 478–493
- 18 Magill D T. Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1965, **10**(4): 434–439
- 19 Li X R, Zhao Z L, Li X B. General model-set design method for multiple-model approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(9): 1260–1276
- 20 Liang Y Q, Han C Z, Duan Z S, Yang Y A. Modeling and estimation to semi-ballistic reentry vehicle. In: Proceedings of the International Colloquium on Information Fusion. Xi'an, China: Xi'an Jiaotong University Press, 2007. 122–130
- 21 Sheldon S N, Maybeck P S. An optimizing design strategy for multiple model adaptive estimation and control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(4): 651–654
- 22 Liang Y Q, Li X R, Han C Z, Duan Z S. Model-set design: uniformly distributed models. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control Jointly with the 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 39–44
- 23 Li X R, Zhao Z L, Zhang P, and He C. Model-set design, choice, and comparison for multiple-model approach to hybrid estimation. In: Proceedings of the Workshop on Signal Processing, Communications, Chaos and Systems. Newport, USA: SPIE, 2002. 59–92
- 24 Baram Y, Samdel N R. An information theoretic approach to dynamical systems modeling and identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, **23**(1): 61–66
- 25 Wang Yuan, Fang Kai-Tai. A note on uniform distribution and experiment design. *Chinese Science Bulletin*, 1981, (2): 65–70  
(王元, 方开泰. 关于均匀分布与试验设计. *科学通报*, 1981, (2): 65–70)
- 26 Fang Kai-Tai, Ma Chang-Xing. *Orthogonal and Uniform Experiment Design*. Hong Kong: Hong Kong Baptist University, 2000. 157–164  
(方开泰, 马长兴. 正交与均匀试验设计. 香港: 香港浸会大学, 2000. 157–164)
- 27 Li X R, Jilkov V P, Ru J F. Multiple-model estimation with variable structure-part VI: expected-mode augmentation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(3): 853–867
- 28 Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 477–482



梁勇奇 西安交通大学电航天航空学院讲师. 主要研究方向为多模型方法的模型集设计、估计理论和随机控制.

E-mail: yqi.liang@gmail.com

(LIANG Yong-Qi Lecturer at the School of Aerospace and Astronautics, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers model-set design of the multi-model approach, estimation theory, and stochastic control.)



韩崇昭 西安交通大学电子信息与工程学院自动化系教授. 主要研究方向为多源信息融合、随机控制与自适应控制、非线性频谱分析.

E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn

(HAN Chong-Zhao Professor in the Department of Automation, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers multi-source information fusion, stochastic control and adaptive control, and nonlinear spectral analysis.)



孙耀杰 复旦大学副教授. 主要研究方向为导航制导与控制、新能源并网接入与传感网. 本文通信作者.

E-mail: yjsun@fudan.edu.cn

(SUN Yao-Jie Associate professor at Fudan University. His research interest covers navigational guiding and controlling, and access into the smart grid and sensor networks research. Corresponding author of this paper.)



林燕丹 复旦大学副教授. 主要研究方向为可再生能源系统优化与评估, 照明智能与信息反演.

E-mail: ydlin@fudan.edu.cn

(LIN Yan-Dan Associate professor at Fudan University. Her research interest covers renewable energy system optimization, and smart lighting and information inversion.)



杨永安 西安卫星测控中心研究员, 西安交通大学兼职研究员. 主要研究方向为航天器测控系统总体方案设计.

E-mail: yangyongan@vip.163.com

(YANG Yong-An Research fellow of Xi'an Satellite Control Center, and part-time research fellow of Xi'an Jiaotong University. His research interest covers overall design of the telemetry, track, and command (TT & C) system of satellites.)