

基于局部 DCT 系数的图像压缩感知编码与重构

潘榕¹ 刘昱¹ 侯正信¹ 汪少初¹

摘要 引入了压缩感知 (Compressed sensing, CS) 理论, 给出了在获取局部二维离散余弦变换 (Discrete cosine transform, DCT) 系数的基础上高质量地编码与重构图像的新方法. 研究了在无量化和有量化情况下, 基于局部 DCT 系数的图像 CS 最小全变差重构算法. 在对 DCT 系数进行量化的过程中得到含噪的局部 DCT 系数, 在此基础上设计了能完成 CS 重构的图像编解码一般流程, 并构建了实际应用系统. 实验结果表明, 对于稀疏性较强的图像, 在图像编解码系统中结合 CS 理论与方法能得到高质量的重构图像, 与传统的直接反离散余弦变换 (Inverse DCT, IDCT) 方法相比, 峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 最大能提高 5 dB 以上, 对于一般图像, PSNR 也有较大提高.

关键词 图像编码, 图像重构, 离散余弦变换, 压缩感知, 最小全变差

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00674

Image Coding and Reconstruction via Compressed Sensing Based on Partial DCT Coefficients

PAN Rong¹ LIU Yu¹ HOU Zheng-Xin¹ WANG Shao-Chu¹

Abstract This paper introduced the CS (compressed sensing) theory and proposed a new method to encode and reconstruct images after acquiring the partial two-dimensional DCT (discrete cosine transform) coefficients. The CS total variation reconstruction algorithms based on partial DCT coefficients with or without quantization were studied in this paper. In the quantization step, partial noisy DCT coefficients were obtained, based on which the general image coding/decoding process able to realize the CS reconstruction was designed, and a practical application system was made up. The experimental results showed that for images with strong sparsity, the image coding/decoding system integrated with CS theory and its methods can be used to obtain reconstructed images with high quality, and that compared with traditional direct inverse DCT (IDCT) method, the improved peak signal to noise ratio (PSNR) can be up to 5 dB, and it also has some improvement in the term of PSNR for general images.

Key words Image coding, image reconstruction, discrete cosine transform (DCT), compressed sensing (CS), minimum total variation (TV)

压缩感知 (Compressed sensing, CS), 也称压缩传感或压缩采样, 从 2006 年形成理论^[1-2] 至今, 得到了国际学术界的广泛关注, 在单像素成像、模拟-信息转换、医学成像、通信信道、遥感等诸多方面有了初步应用. 国内相关机构也开展了 CS 的研究工作, CS 理论与方法正成为现代信息论理论和应用研究中的热点^[3-4]. CS 理论表明, 当在信号具有稀疏性或可压缩的条件下, 采用亚奈奎斯特采样速率 (即低于信号最高频率的两倍) 进行采样, 能以极大的概率从采样值中无失真重构原始信号, 这就突破了奈奎斯特/香农采样定理, 在信息获取上给出了新的理论指导.

CS 理论形成之初, 作用之一是用于解决从局部离散傅里叶变换 (Discrete fourier transform, DFT)

系数中无失真重构信号的问题. 在某些应用如核磁共振成像中, 获取的原始数据是 DFT 频谱系数, 为了降低对患者的辐射和危险性, 需要减少成像时间, 而在采样速率远低于奈奎斯特速率, 得到的采样值是局部 DFT 系数的情况下, 能满足这一要求^[2]. 对 CS 重构算法的研究, 也更多地集中在重构局部 DFT 系数上^[5]. 事实上, 在现有的图像/视频压缩技术中, 主要采用离散余弦变换 (Discrete cosine transform, DCT) 编码, 如 JPEG, MPEG1/2 以及 H.264 (基于 DCT 的整数变换), 或者采用小波变换, 如 JPEG 2000^[6]. 虽然 CS 理论主要用于信息获取, 在获取信息的同时就已经完成了部分压缩, 但现在大量存在的图像和视频原始信号, 以及在可预见的将来通过普通摄像机获取到的信号, 都是未压缩的, 还需要针对它们开发有效的压缩编码技术. 压缩感知从理论上支持在局部采样数据如局部 DFT 或 DCT 系数的基础上无失真重构原始信号, 这样就可以设计符合压缩感知理论的算法和流程, 在保证图像和视频质量的前提下, 实现进一步的压缩.

收稿日期 2010-06-28 录用日期 2011-02-28
Manuscript received June 28, 2010; accepted February 28, 2011
国家自然科学基金 (60872161) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60872161)

1. 天津大学电子信息工程学院 天津 300072
1. School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072

将 CS 理论用于图像/视频编码系统目前主要可见于文献 [7–9]. Xie 和 Sarkis 等在文献 [7–8] 中对整幅图像做测量, 得到远少于图像原始数据量的测量值后再进行其他相关的编码操作, 但其一, 随着图像尺寸的增大, 重构算法的运算量将以指数级上升, 对整幅的高分辨率图像其解码过程将非常耗时; 其二, 两篇文献都没有提到量化误差的影响, 得到的测量值是未量化值, 所以其框架和算法还未能在实际系统中应用. Zhang 等在文献 [9] 中初步应用了基于局部 DCT 系数的图像 CS 重构, 与 H.264 的帧内 DC 预测编码模式相比, 有一定的率失真优化性能的提高. 通常对图像做二维 (Two-dimensional, 2-D) DCT 变换能取得比 1-D DCT 更大的压缩率^[6], 但 Zhang 等首先将图像降维成 1-D 数据, 然后再做 DCT 变换得到 1-D DCT 系数, 这样会降低编码效率; 其次, Zhang 等没有注意到量化的作用之一就是选取了局部 DCT 系数, 而是简单地截取了前 M 个 1-D DCT 值作为测量值, 会降低重构质量. 本文算法基于主流图像/视频编码标准采用的块结构, 能提高 CS 重构效率, 并且更适合成为现有编解码技术的可选工具; 提出了量化即是对 DCT 系数进行采样的观点, 研究了在量化得到的局部 2-D DCT 系数基础上重构图像信号的方法, 设计了相应的编解码流程, 充分利用图像的 2-D 特征和变换信息, 提高编解码效率和重构质量.

本文第 1 节首先介绍了 CS 的一般原理和表示方法, 第 2 节提出了从局部 2-D DCT 系数出发重构图像信号的最小全变差法, 第 3 节针对实际图像编码系统的量化误差问题, 设计了结合 CS 重构算法的一般编解码流程, 第 4 节给出了实验结果与讨论, 第 5 节对本文进行了总结.

1 CS 一般表示

若信号 \mathbf{x} 的支撑集 $\text{supp}(\mathbf{x}) = \{k | \mathbf{x}(k) \neq 0\}$ 基数 K 较小, 则可称 \mathbf{x} 是 K 稀疏信号 (也即 \mathbf{x} 具有 K 个不为零的数); 在一个合适的基 Ψ 下能稀疏表示, 则称 \mathbf{x} 是可压缩信号. 一般信号在 Ψ 中不是完全稀疏的, 但其系数值 (如 DCT 系数、小波系数等) 快速减小, 将大部分小系数归零对信号质量几乎不构成影响, 则信号仍可视作可压缩的.

对长度为 N 的原始信号矢量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 和一组 M 个矢量 $\{\boldsymbol{\varphi}_i \in \mathbf{R}^n\}_1^M$ 分别做内积得到: $y_i = \langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\varphi}_i \rangle$, $i = 1, \dots, M$; 令 $\Phi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1 & \boldsymbol{\varphi}_2 & \dots & \boldsymbol{\varphi}_M \end{bmatrix}^T$ (测量矩阵), 有:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

$\mathbf{y} = \{y_i\}_1^M$ 是 CS 线性感知测量值, $M \ll N$. 式 (1) 是欠定的, 有无穷多个解, 但若 \mathbf{x} 是稀疏的,

可通过求解如式 (2) 所示的最小 ℓ_0 范数问题, 从局部测量值 \mathbf{y} 中精确或近似精确重构 \mathbf{x} :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \Phi \mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (2)$$

若 \mathbf{x} 非稀疏但是可压缩的, 即在基 Ψ 下能稀疏表示, 从而有 $\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s}$, 其中 \mathbf{s} 是稀疏的. 令 $\Theta = \Phi \Psi$, 则解式 (2) 可转化为解式 (3):

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min \|\mathbf{s}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \Theta \mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (3)$$

然后通过 $\hat{\mathbf{x}} = \Psi \hat{\mathbf{s}}$ 重构原始信号 \mathbf{x} . 实际信号一般是可压缩的, 因此在应用中更多地采用式 (3) 来描述 CS 重构. 式 (2) 和 (3) 中 $\|\mathbf{f}\|_0$ 指 \mathbf{f} 中非零值的个数, 最小 ℓ_0 范数问题即如何得到信号最稀疏表示的问题, 但它是 NP-hard 问题. 当在感知基 Φ 和稀疏基 Ψ 具有不相干性^[10] (也即 $\Theta = \Phi \Psi$ 满足约束等距性^[11]) 的条件下, 最小 ℓ_0 范数问题可转化为最小 ℓ_1 范数问题, 即式 (3) 等价于式 (4):

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min \|\mathbf{s}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \Theta \mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (4)$$

由式 (1) 可见, CS 的少量测量值包含了原信号的全局相关信息, 而不是原信号的部分独立信息, 在此前提下, 按照一定的条件, 可以通过式 (4) 无失真地重构原信号. 但信号一般会在噪声干扰、幅值舍入、量化等情况下发生失真, 此时式 (4) 可以转化为式 (5) 以重构信号:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min \|\mathbf{s}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\Theta \mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2 < \varepsilon \quad (5)$$

最后的重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 与原始信号 \mathbf{x} 的误差满足: $\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2 < C\varepsilon$, C 为某一常数. 需要指出的是, 式 (1) 只是为分析和阐述 CS 理论所用, 适用于 1-D 信号, 但并不适用于图像等 2-D 信号. Zhang 等为满足式 (1) 的表示法, 而将 2-D 图像降维成 1-D, 是不妥当的^[9].

2 图像信号 CS 重构

对于 $M \times N$ 图像信号, Candes 等提出了基于局部 DFT 系数的最小全变差 (Total variation, TV) CS 重构法^[2], 如式 (6):

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} \quad \text{s.t.} \quad \hat{\mathbf{x}}(\omega) = \mathbf{f}(\omega), \quad \omega \in \Omega \quad (6)$$

式 (6) 中, Ω 是局部 2-D DFT 频率集, $\mathbf{f}(\omega)$ 是 2-D DFT 系数值, ω 是 2-D 频率对, $\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}}$ 为 TV 范数, 也即图像离散梯度之和:

$$\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} = \sum_{t_1, t_2} \sqrt{|D_{xh}(t_1, t_2)|^2 + |D_{xv}(t_1, t_2)|^2} \quad (7)$$

式 (7) 中, $D_{xh}(t_1, t_2) = \mathbf{x}(t_1, t_2) - \mathbf{x}(t_1 - 1, t_2)$, $D_{xv}(t_1, t_2) = \mathbf{x}(t_1, t_2) - \mathbf{x}(t_1, t_2 - 1)$, t_1, t_2 为图像

的纵横坐标, $0 \leq t_1 \leq M - 1, 0 \leq t_2 \leq N - 1$. 式 (6) 中的待重构图像 \mathbf{x} 是未知的, $\hat{\mathbf{x}}(\omega)$ 是未知图像的 DFT 系数; 而 $\mathbf{f}(\omega)$ 则是已知的 DFT 系数, 在已知系数和未知信号 DFT 系数达到匹配的情况下, 通过迭代寻找 TV 最小 (也即最稀疏) 的重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$. 式 (6) 可转化为求解二阶锥规划问题^[12]. 对于具有稀疏离散梯度的图像信号, 最小全变差法重构精确但速度较慢, 现在已有有效的快速算法^[5].

在图像视频编码中, 一般使用 DCT 或基于 DCT 的变换 (如 H.264 的整数变换) 以提高编码效率. DCT 与反离散余弦变换 (Inverse DCT, IDCT) 是可逆过程. 但对于局部 DCT 系数, 直接进行补零然后反变换得到的恢复值与原始值会有较大差异. 根据 CS 理论, 在一定条件下, 对局部测量值进行 CS 重构, 能以极大的概率恢复原始数据. 因此, 可考虑对局部 DCT 系数进行 CS 重构. 将式 (6) 转化为下式, 在局部 DCT 系数基础上重构图像信号:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} \quad \text{s.t.} \quad \hat{\mathbf{x}}(u) = \mathbf{c}(u), \quad u \in U \quad (8)$$

式 (8) 中, U 是局部 2-D DCT 频率集, $\mathbf{c}(u)$ 是 2-D DCT 系数值, $\hat{\mathbf{x}}(u)$ 是待重构未知图像的 DCT 系数. 式 (8) 采用的是局部 2-D DCT 系数, 因为图像具有二维空间相关性, 对于变换基而言, 采用 2-D DCT 变换比 1-D DCT 变换效果更好, 在重构的时候, 根据式 (7), 采用 TV 方法能同时利用图像二维空间上的梯度信息, 从而有效地重构原始图像. 为直观说明式 (8) 在基于局部 DCT 系数重构图像信号方面的有效性, 类似于文献 [2], 本文采用 512×512 Logan-shepp phantom 测试图像, 将直接反变换效果和 CS 重构效果做一对比. 根据 DCT 系数的分布特点, 设计放射状采样图进行 DCT 频域采样, 然后根据式 (8) 基于局部 DCT 系数得到重构图像, 如图 1 所示.

图 1 直观地显示了 CS 重构图像比通过 IDCT 得到的图像的主观质量更高. 绝对误差和 $SAD = \sum |\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}|$ 可用来客观地表示图像的失真度 (SAD 值越大, 则失真度越高), 在本实验对比中, CS 重构图像的 $SAD_{\text{CS}} = 231.53$, IDCT 变换图像 $SAD_{\text{IDCT}} = 24450.68$. 这表明在获取局部 DCT 系数的基础上, 也能采用 CS 理论与方法对图像进行有效重构, 显示了 CS 在图像压缩算法领域的潜在应用价值.

3 实际图像 CS 重构系统

现有图像/视频的编码标准一般都采用基于块的编码结构, 即将图像/视频序列划分成 16×16 或更小的块, 然后针对每个块分别进行处理, 一般有如

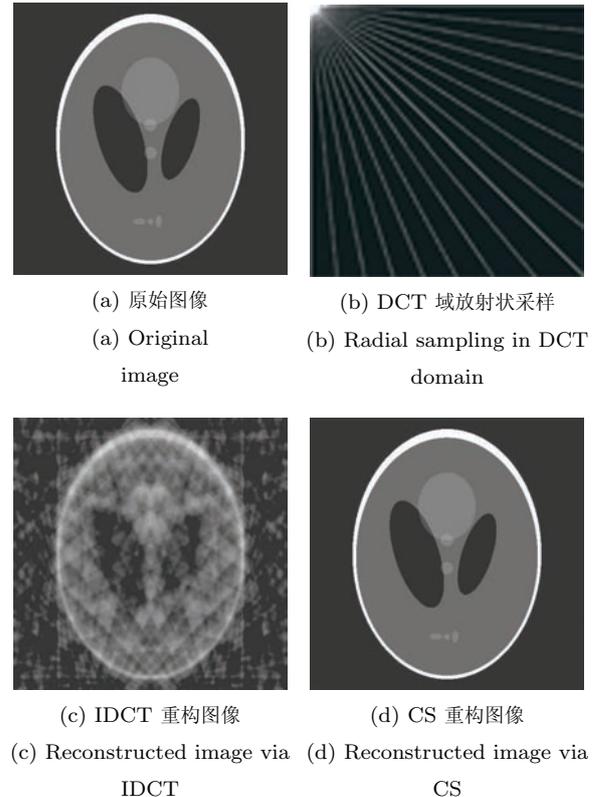


图 1 对整幅图像的 IDCT 与 CS 重构质量比较
Fig. 1 Comparison of the whole image reconstruction qualities by IDCT and CS

下基本的处理步骤: 提取块与块之间的冗余度、变换、量化和熵编码. 大部分小系数的归零将由量化完成, 采用不同的量化表是控制图像压缩率的关键. 图像量化过程采用标量量化器: $\bar{a} = \text{round}(a/Qstep)$, 反量化过程为: $\tilde{a} = \bar{a} \cdot Qstep$; 其中 a 是变换系数原始值, $Qstep$ 是量化步长, $\text{round}(\cdot)$ 是四舍五入取整函数, \bar{a} 是量化值, \tilde{a} 是反量化值. 由以上可以看出, 在量化阶段将会产生量化误差, 其本质就是舍入误差, 即在原始值 a 上加入了量化噪声, 从而得到反量化值 \tilde{a} .

CS 理论解决的是从局部测量值出发重构未知原始信号的问题. 图像编码虽然处理的是已知信号, 但是在解码端信号则是未知的, 需要在得到局部 DCT 系数的基础上重构信号, 因此可以应用 CS 理论与方法. 现有编码标准主要采用 DCT 变换, 量化过程就是对 DCT 系数进行量化: 尽量保留人眼敏感的低频系数, 尽量舍弃对图像质量影响不大的高频系数, 从而在高频段出现大量的零值. 因此, 量化过程就是选择局部 DCT 系数 (低频段和高频段的少量非零值) 作为测量值的过程, 而已量化 DCT 系数是含噪的. 由 2-D DCT 的变换式 $C = AXA^T$, A 为 DCT 变换核^[6], 又可看出每一个 DCT 系数都包含了原图像的全局相关信息 (原图像 X 的每个像素

值都对得到某一 DCT 系数有贡献). 另外, Candes 等指出, 作为感知基 Φ 的脉冲基 (Spike basis) 与作为稀疏基 Ψ 的正弦基在二维情况下不相关^[13], 符合第 1 节中指出的 Φ 和 Ψ 需满足的约束条件. 综上, 可采用 CS 理论在局部 2-D DCT 系数基础上进行图像信号的重构. 为了重构已量化的 DCT 系数, 与式 (5) 类似, 需将式 (8) 转化为式 (9):

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}} &= \arg \min \|\boldsymbol{x}\|_{\text{TV}} \\ \text{s.t. } &\|\hat{\boldsymbol{x}}(u) - \tilde{\boldsymbol{c}}(u)\|_2 < \varepsilon, u \in U \end{aligned} \quad (9)$$

式 (9) 是有二次约束的最小全变差法, 其中 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 是反量化 DCT 系数, ε 是自定义误差范围. 求解式 (9) 即能得到与原始信号误差不超过 $C\varepsilon$ 的重构信号. 虽然自然图像具有较强的梯度变化, 但对于图像块而言, 因为经过人为分割, 有的图像块并不具备梯度变化明显的特征 (即块位于图像的平坦区域), 对梯度变化具有敏感性的 2-D DCT 最小全变差 CS 重构方法并不一定比传统的直接 IDCT 重构效果好. 因此, 可采用率失真优化判断和选择方法, 选取最优的重构算法. 据此, 可基于一般的图像编码结构, 采用图像分块-DCT 变换-量化-熵编码的主要流程, 设计结合了 CS 重构算法的图像编码流程如下:

步骤 1. 输入未压缩原始图像信号 \boldsymbol{f} , 划分得到图像块 \boldsymbol{x} ;

步骤 2. 将图像块进行 2-D DCT 变换, 得到变换系数 $\boldsymbol{c}(u)$;

步骤 3. 对变换系数 $\boldsymbol{c}(u)$ 进行量化, 得到量化系数 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$;

步骤 4. 对 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 进行反量化, 得到反量化系数 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$;

步骤 5. 对 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 分别进行直接 IDCT 重构和通过式 (9) 进行 CS 重构, 得到重构值 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{IDCT}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{CS}}$;

步骤 6. 分别比较 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{IDCT}}$, $\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{CS}}$ 与 \boldsymbol{x} 的失真度, 得到 SAD_{IDCT} 和 SAD_{CS} ;

步骤 7. 设 CS 标志 $CSflag$, 若 $SAD_{\text{CS}} < SAD_{\text{IDCT}}$, 则令 $CSflag$ 为真, 表明 \boldsymbol{x} 采用 CS 重构, 反之则 $CSflag$ 为假, 表明采用直接 IDCT;

步骤 8. 对步骤 3 中得到的 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 进行熵编码;

步骤 9. 输出有 $CSflag$ 和块结束标志 EOB 的已编码图像块数据 \boldsymbol{y} ;

步骤 10. 重复步骤 2~9, 直到所有图像块编码完毕;

步骤 11. 输出已编码图像 \boldsymbol{g} .

与上述编码流程对应, 可设计结合了 CS 重构算法的图像解码流程如下:

步骤 1. 输入已编码图像 \boldsymbol{g} , 根据 EOB 划分得到图像块数据 \boldsymbol{y} ;

步骤 2. 对 \boldsymbol{y} 进行熵解码, 得到量化系数 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$;

步骤 3. 对 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 进行反量化, 得到反量化系数 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$;

步骤 4. 判断 $CSflag$, 若 $CSflag$ 为假, 则转步骤 5, 若 $CSflag$ 为真, 则转步骤 6;

步骤 5. 对 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 进行直接 IDCT, 得到重构图像块 $\hat{\boldsymbol{x}}$, 转步骤 7;

步骤 6. 对 $\tilde{\boldsymbol{c}}(u)$ 进行 CS 重构, 得到重构图像块 $\hat{\boldsymbol{x}}$, 转步骤 7;

步骤 7. 重复步骤 2~6, 直到所有图像块解码完毕;

步骤 8. 输出已解码图像 $\hat{\boldsymbol{f}}$.

上述编解码流程使得采用直接 IDCT 重构效果不好的块还能采用 CS 重构方法, 因此能有效提高图像编码信噪比, 而编码比特数不变 (在实际系统中, 唯一增加的 $CSflag$ 可与其他标志如 EOB 合并判断). 这种采用由量化得到的局部 2-D DCT 系数进行图像 CS 重构的方法, 可称为 2-D CS 方法, 在不致混淆的情况下, 简称 CS 方法, 需采用 CS 重构的块 (即 $CSflag$ 为真), 称为 CS 块.

4 实验结果与讨论

本节根据第 3 节中给出的编解码一般流程, 利用 Matlab 设计了具体的实验系统. 其中, 图像分块大小设为 8×8 , 量化表采用 JPEG 的亮度量化表, 熵编码采用行程编码然后再进行霍夫曼编码, 当出现编码值为 1010 时, EOB 为真, $CSflag$ 为假, 即本块是采用直接 IDCT 重构的块; 当出现编码值为 1001 时, EOB 为真, $CSflag$ 也为真, 即本块是 CS 块. 1010 为 JPEG 中 EOB 的霍夫曼码值, 而 1001 是根据霍夫曼编码的唯一性原则选取的新的码值, 不但能保证生成的码流被顺利解码, 还同时能合并判断 EOB 和 $CSflag$, 并保持编码比特数不变. 采用式 (9) 进行 CS 重构, 根据实验统计, 令 $\varepsilon = 50$. 将实验所用的测试图像皆取为 256×256 大小, 计有: Camera man, Lena, 多视点视频序列 Ballet 的深度图 (局部) 以及卫星遥感图 Orthophoto (如图 2 所示), 以及 Liftingbody, Rice (二者为 Matlab 自带测试图) 和图 1(a) 中的 Phantom. 本节中, 第 4.1 节给出了 CS 块的分布情况, 第 4.2 节给出了采用 CS 与直接 IDCT 重构 (JPEG) 的图像质量比较, 第 4.3 节讨论了其他 CS 方法, 并分别与 2-D CS 进行对比.

4.1 CS 块分布

图 2 给出了部分测试图像和带 CS 块标志的对比图像, CS 块用白色标志. 由于最小 TV 算法对边缘具有敏感性, 因此 CS 块大部分位于边缘处. 图 2(d) Orthophoto 中 CS 块的分布虽然较无规律, 但

也可见基本上位于边缘,图2(a)~2(c)中此现象则较为明显.边缘锐利区域表明了此区域的梯度变化大,根据式(9),使用TV方法(TV范数即离散梯度之和)对此类区域进行重构,更有利于恢复出原始信号,图2给出的实验结果对此进行了验证.

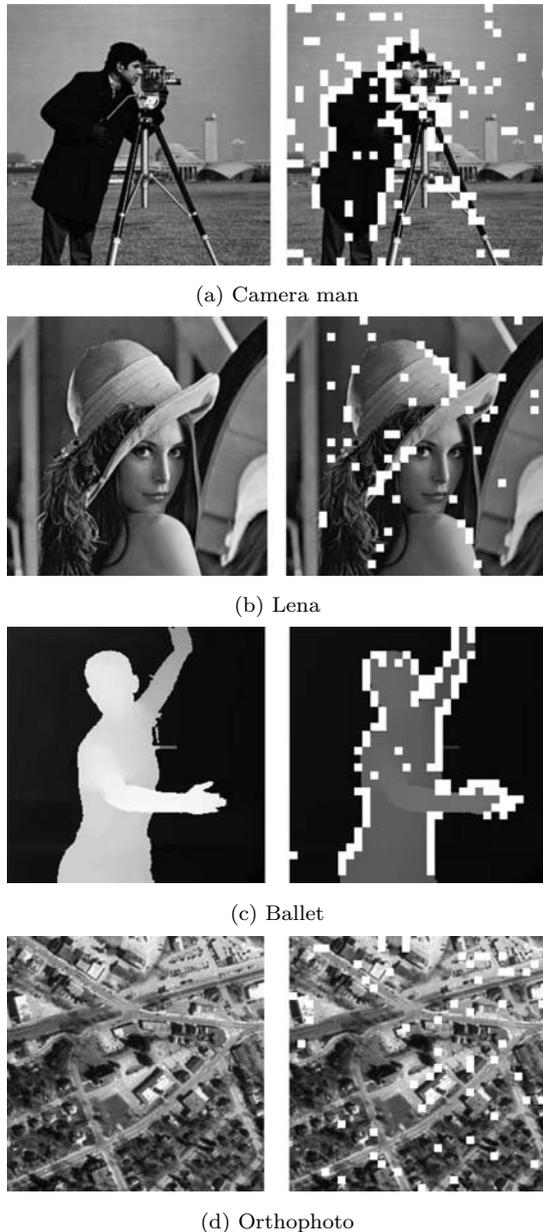


图2 测试图像与CS块分布

Fig. 2 Test images and distribution of CS blocks

4.2 2-D CS与直接IDCT

2-D DCT和IDCT是JPEG图像编解码的核心.图3给出了通过直接2-D IDCT和2-D CS方法重构的图像,测试图像采用Camera man.可看出,采用直接IDCT重构的图像,在边缘处具有较明显的块效应,而由CS重构的图像则较大地弥补了

这一缺陷,可见本文所提的CS重构算法能有效提高图像重构的主观质量.

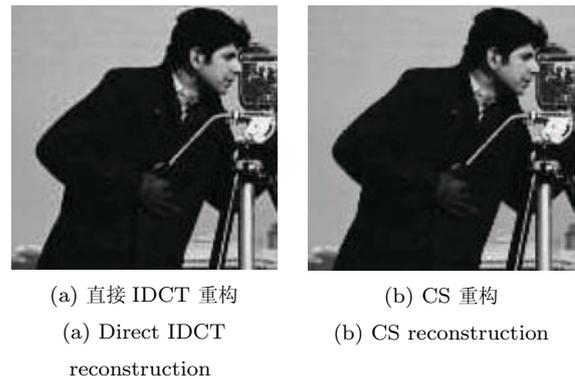


图3 直接IDCT与CS重构图像对比(Camera man)
Fig. 3 Comparison of images reconstructed by IDCT and CS (Camera man)

在客观衡量图像重构质量方面,本文采用峰值信噪比(Peak signal to noise ratio, PSNR)质量评价工具.对于8 bit图像,其像素最大值为255,则 $PSNR = 10 \times \log(255^2/MSE)$,单位为dB,其中MSE是均方误差(Mean square error, MSE), $MSE = S^{-1} \sum (I - K)^2$,S是图像大小,I和K分别表示原始图像和重构图像的像素值.

表1的第1~4行分别给出了:1)采用直接IDCT重构图像的 $PSNR_{IDCT}$;2)结合了CS重构算法的 $PSNR_{CS}$;3)采用CS重构算法与直接IDCT重构相比,提高的 $PSNR$ 绝对差值;4)CS块所占比例.由于采用CS方法前后编码比特数没有改变,没有比较意义,因此表中没有给出相应结果.

从表1中可以看出,对于Ballet深度图和Phantom,采用CS算法的效果最好,提高的 $PSNR$ 能分别达到3 dB和5 dB以上,另外,如Rice等图像的CS块比例大于Ballet深度图和Phantom,但对于Ballet和Phantom,采用本文方法提高的 $PSNR$ 却远大于Rice,这是因为这两者边缘十分锐利,前景与背景分明,符合稀疏性的要求,用最小TV算法能更好地从局部测量数据中重构图像.而对于边缘不太明显的Orthophoto和Lena图像,CS算法则表现不佳, $PSNR$ 提高不大.Camera man, Liftingbody和Rice等图像的边缘较为锐利,CS算法重构此类图像的能力介于上述两者之间.

4.3 2-D CS与其他CS

本节讨论2-D CS与其他CS方法的对比.其他CS方法有:1)1-DPCS,即文献[9]所示方法,采用1-D DCT变换系数,直接截取前M个(实验

表 1 2-D CS 和直接 IDCT 重构图像质量对比

Table 1 Comparison of qualities of images reconstructed by 2-D CS and IDCT

	Camera man	Lena	Ballet	Orthophoto	Liftingbody	Rice	Phantom
$PSNR_{IDCT}$ (dB)	31.63	32.90	37.31	29.52	35.26	31.40	32.12
$PSNR_{CS}$ (dB)	32.05	33.01	40.34	29.57	35.59	31.61	37.66
$\Delta PSNR$ (dB)	0.42	0.11	3.03	0.05	0.33	0.21	5.54
CS block (%)	14.36	5.47	10.25	5.66	8.30	18.95	13.38

中取 21 个) 量化系数作为局部系数, 所用的 1-D 量化表由 2-D 量化表 zig-zag 扫描得到; 2) 1-D CS, 采用 1-D DCT 变换系数, 取量化后的非零系数作为局部系数; 3) 2-D PCS, 采用 2-D DCT 变换系数, 直接取左上角 M 个 (实验中取 21 个) 量化系数作为局部系数. 实验中量化步长取原步长及原步长的 $1/2$, $3/4$ 和 $5/4$. 表 2 给出了在这 4 种量化步长下, 2-D CS 和其他 CS 相比所得重构图像 (此处给出 Camera man 数据) 的 $PSNR$ 差值和比特数相对百分值 (正值为增加, 负值为减少). 表 2 中数据显示, 随着量化步长的增大 (同时压缩率提高比特数减少), 2-D CS 相对于其他 CS 方法, $PSNR$ 提高更多, 但同时比特数相对百分比也有所增加.

表 2 在不同 QP 下 2-D CS 和其他 CS 重构图像质量对比 (Camera man)

Table 2 Comparison of the qualities of images reconstructed by 2-D CS and other CS methods through different QPs (Camera man)

		$\frac{1}{2}$ QP	$\frac{3}{4}$ QP	QP	$\frac{5}{4}$ QP
1-D PCS	$\Delta PSNR$ (dB)	1.51	1.69	1.69	1.56
	$\Delta bits$ (%)	-4.74	1.04	4.20	4.72
1-D CS	$\Delta PSNR$ (dB)	1.13	1.22	1.21	1.23
	$\Delta bits$ (%)	-5.32	-1.63	0.48	0.08
2-D PCS	$\Delta PSNR$ (dB)	0.17	0.23	0.27	0.21
	$\Delta bits$ (%)	0.27	1.09	2.24	2.58

为直观表现 $PSNR$ 和压缩率的变化趋势, 分别依据 4 组在不同量化步长下所得的实验数据 (Camera man), 在图 4 中绘制了 1-D PCS, 1-D CS, 2-D CS 和 2-D PCS 的比特数-失真 (Bits-distortion, B-D) 性能曲线. 图 4 显示在低压缩率情况下, 2-D CS 与 2-D PCS 相比、1-D CS 与 1-D PCS 相比, 在 B-D 性能上都有所提高, 表明采用由量化得到的非零系数作为局部系数, 比截取系数的一部分作为

局部系数进行 CS 重构更有优势. 而 2-D CS 和 2-D PCS 的 B-D 性能都比 1-D PCS 和 1-D CS 有较大提高, 表明对局部 2-D DCT 系数进行 CS 重构的效果比 1-D 更优. 其他测试图像的相关实验数据的统计趋势类似于表 2 和图 4, 本文中不再给出.

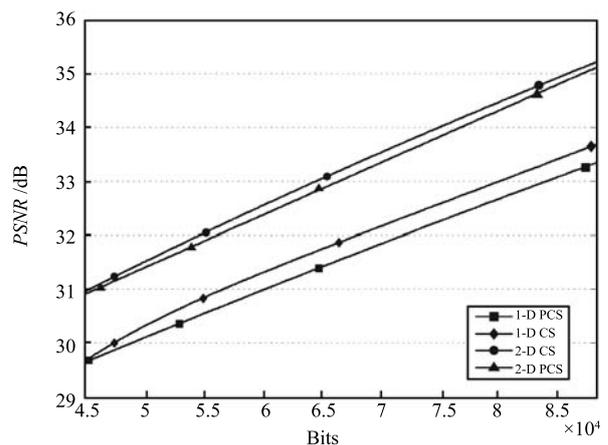


图 4 比特数-失真曲线 (Camera man)

Fig. 4 Bits-distortion curves (Camera man)

为定量评价 B-D 曲线间的差异, 本文采用 Bjontegaard 方法^[14] 计算所有测试图像的平均 $PSNR$ 和比特数百分比 (见表 3 所示). 其中, $\Delta PSNR$ 是在相同比特数基准上的平均 $PSNR$ 差值, 而 $\Delta bits$ 是在相同 $PSNR$ 基准上的平均比特数百分比 (正值为增加, 负值为减少).

尽管表 2 中的数据 displays 在某一量化步长下, 2-D CS 与其他 CS 方法相比, 比特数有增加也有减少, 但表 3 中的数据表明, 在相同 $PSNR$ 基准上, 2-D CS 相对于其他 CS 方法, 平均比特数都是减少的, 而增加的平均 $PSNR$ 最高能达到 4 dB 以上, 证明了本文提出的 2-D CS 方法具有较高的 B-D 性能.

5 结论

本文介绍了 CS 理论及其重构算法, 研究了在无

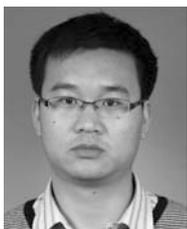
表 3 2-D CS 和其他 CS 重构结果对比 (Bjontegaard 方法)
Table 3 Comparison of qualities of images reconstructed by 2-D CS and other CS methods (Bjontegaard method)

		Camera man	Lena	Ballet	Orthophoto	Liftingbody	Rice	Phantom
1-D PCS	$\Delta PSNR$ (dB)	1.59	1.96	2.97	2.61	2.24	1.76	4.26
	$\Delta bits$ (%)	-23.87	-30.18	-88.27	-30.29	-45.91	-33.33	-93.59
1-D CS	$\Delta PSNR$ (dB)	1.30	1.85	0.54	2.36	1.69	0.98	1.41
	$\Delta bits$ (%)	-19.90	-28.06	-4.84	-28.48	-35.51	-21.79	-5.82
2-D PCS	$\Delta PSNR$ (dB)	0.15	0.03	2.16	0.03	0.22	0.06	3.11
	$\Delta bits$ (%)	-2.32	-0.45	-32.24	-0.37	-5.67	-1.61	-31.44

量化和有量化情况下, 基于局部 DCT 系数的图像 CS 最小全变差重构算法. 本文提出, 在对 DCT 系数进行量化后, 即得到含噪的局部 DCT 系数, 而不必再截取部分所得的 DCT 系数作为 CS 测量值. 本文给出了在获取局部 2-D DCT 系数的基础上高质量地编码与重构图像的新方法, 与只采用 1-D DCT 系数相比, 更加符合图像的 2-D 特性. 在得到含噪局部 DCT 系数的基础上, 设计了能完成 CS 重构的图像编解码一般流程, 并构建了实际应用系统. 实验结果表明, 对于稀疏性较强的图像, 采用本文的编解码系统能得到高质量的重构图像, 与传统的直接 IDCT 方法相比, $PSNR$ 最大能提高 5 dB 以上, 对于其他图像, $PSNR$ 也有较大提高; 与基于局部 1-D DCT 系数以及基于截取局部 DCT 系数的 CS 重构方法相比, 本文方法最大能提高 $PSNR$ 4 dB 以上. 一般而言, 所得重构图像的 $PSNR$ 随着图像的稀疏度增加 (边缘更加锐利) 而提高, 因此, 本文提出的 CS 编码和重构算法可主要用于立体图像/视频深度图和医学图像等具有较强稀疏分布特性的信号的压缩编码与重构. 本文给出的结合 CS 重构的图像 (图像块) 编解码方法和系统具有一般性, 可作为主流编码标准如 JPEG, MPEG 和 H. 264 等的可选编解码工具.

References

- Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289–1306
- Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(2): 489–509
- Li Shu-Tao, Wei Dan. A survey on compressive sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(11): 1369–1377 (李树涛, 魏丹. 压缩传感综述. 自动化学报, 2009, **35**(11): 1369–1377)
- Shi Guang-Ming, Liu Dan-Hua, Gao Da-Hua, Liu Zhe, Lin Jie, Wang Liang-Jun. Advances in theory and application of compressed sensing. *Acta Electronica Sinica*, 2009, **37**(5): 1070–1081 (石光明, 刘丹华, 高大化, 刘哲, 林杰, 王良君. 压缩感知理论及其研究进展, 电子学报, 2009, **37**(5): 1070–1081)
- Yang J F, Zhang Y, Yin W T. A fast alternating direction method for TVL1-L2 signal reconstruction from partial Fourier data. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, **4**(2): 288–297
- Yao Qing-Dong, Bi Hou-Jie, Wang Zhao-Hua, Xu Meng-Xia. *Image Coding Primer (Third Edition)*. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. 50 (姚庆东, 毕厚杰, 王兆华, 徐孟侠. 图像编码基础 (第三版). 北京: 清华大学出版社, 2006. 50)
- Xie X C, Yu L J. A new video codec based on compressed sensing. In: Proceedings of the 2nd International Congress on Image and Signal Processing. Tianjin, China: IEEE, 2009. 1–5
- Sarkis M, Diepold K. Depth map compression via compressed sensing. In: Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Image Processing. Cairo, Egypt: IEEE, 2009. 737–740
- Zhang Y F, Mei S L, Chen Q Q, Chen Z B. A novel image/video coding method based on compressed sensing theory. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Las Vegas, USA: IEEE, 2008. 1361–1364
- Candes E J, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling. *Inverse Problems*, 2007, **23**(3): 969–985
- Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, **51**(12): 4203–4215
- Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
- Candes E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, **25**(2): 21–30
- Bjontegaard G. Calculation of Average PSNR Differences between RD-curves, Technical Report VCEG-M33, the 13th Meeting of Video Coding Experts Group-SG16, USA, 2001



潘 榕 天津大学电子信息工程学院信号与信息处理专业博士研究生. 2005 年和 2007 年分别获天津大学通信工程学士学位与信号与信息处理硕士学位. 主要研究方向为多媒体处理, 数字图像与视频编码. E-mail: panrong@tju.edu.cn
(**PAN Rong** Ph. D. candidate in signal and information processing at the

School of Electronic Information Engineering, Tianjin University. He received his bachelor degree in communication and master degree in signal and information processing from Tianjin University in 2005 and 2007, respectively. His research interest covers multimedia processing, and digital image and video coding.)



刘 昱 天津大学电子信息工程学院副教授. 2005 年获天津大学信号与信息处理博士学位. 主要研究方向为图像与视频压缩, HDTV 和多媒体系统. 本文通信作者. E-mail: liuyu@tju.edu.cn
(**LIU Yu** Associate professor at the

School of Electronic Information Engineering, Tianjin University. He received his Ph. D. degree in signal and information processing from Tianjin University in 2005. His research interest covers image and video compression, HDTV and multimedia systems. Corresponding author of this paper.)



侯正信 天津大学电子信息工程学院教授. 1969 年获北京大学电气工程学士学位, 1982 年获天津大学信号与信息处理硕士学位. 主要研究方向为数字滤波理论, 图像与视频处理, 小波分析及应用.
E-mail: zhengxinhou@163.com

(**HOU Zheng-Xin** Professor at the

School of Electronic Information Engineering, Tianjin University. He received his bachelor degree in electrical engineering from Peking University in 1969 and master degree in signal and information processing from Tianjin University in 1982. His research interest covers digital filtering theory, signal processing theory, image and video processing, wavelet analysis and its applications.)



汪少初 天津大学电子信息工程学院电路与系统专业博士研究生. 2009 年获天津大学信号与信息处理硕士学位. 主要研究方向为多媒体处理, 压缩感知, 数字信号处理硬件和软件.
E-mail: wangshaochu@tju.edu.cn

(**WANG Shao-Chu** Ph. D. candidate in signal and information processing

at the School of Electronic Information Engineering, Tianjin University. He received his master degree in signal and information processing from Tianjin University in 2009. His research interest covers multimedia processing, compressed sensing, and digital signal processing hardware and software.)