

多转向驱动拖挂式移动机器人镇定控制

苑晶¹ 黄亚楼² 孙凤池²

摘要 研究一类特殊的移动机器人系统—多转向驱动拖挂式移动机器人 (Multi-steering tractor-trailer mobile robot, MSTTMR) 的镇定控制问题. 首先, 通过状态坐标变换和控制输入变换将具有任意节车体的多转向驱动系统的运动学模型转化为多输入幂式形式; 然后, 基于幂式形式设计一种 ρ 指数级收敛的镇定控制器, 并证明其稳定性. 针对两车体系统的镇定控制仿真表明该方法的有效性.

关键词 多转向驱动拖挂式移动机器人, 非完整约束, 镇定控制, 幂式系统

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00471

Stabilization of Multi-steering Tractor-trailer Mobile Robot

YUAN Jing¹ HUANG Ya-Lou² SUN Feng-Chi²

Abstract The problem of the set point stabilization for multi-steering tractor-trailer mobile robot (MSTTMR) which is a kind of special mechanical system is addressed. By the states and inputs transformation, the kinematics of the system with n steering trailers is converted into the multi-input power form. Based on the power form, a controller giving ρ -exponential convergence is designed to stabilize the original system and the stability of the controller is proved. A set of simulations for two-body MSTTMR is presented to show the validity of the proposed approach.

Key words Multi-steering tractor-trailer mobile robot (MSTTMR), nonholonomic constraint, stabilization, power form

拖挂式移动机器人用于自动化工厂、机场、车站、航运码头、核环境等场合, 执行物料传送、行李搬运、货物运输等任务. 这类机器人一般由一节牵引车挂接若干节拖车组成, 根据拖车是否具有转向驱动功能可以划分为单转向驱动型和多转向驱动型两类, 前者是指牵引车具有转向驱动, 而拖车无任何驱动, 只能被动跟随牵引车运动; 而后者是指部分或全部拖车也具有转向驱动, 称它们分别为完全多转向驱动系统和非完全多转向驱动系统. 单转向系统具有简单的机械结构, 但系统运动的机动性较差; 而多转向系统由于拖车上装备了转向控制装置, 使得系统具有更加灵活的运动方式, 因此更适用于复杂环境下的作业. 有关单转向驱动型拖挂式移动机器人的运动控制的研究已取得了一些研究成果. Murray 等通过状态坐标变换和控制输入变换将单转向驱动系统转化为链式形式, 然后使用正弦输入进行开环镇定控制^[1]. 文献 [2] 中将单转向驱动系统的运动学

模型转化为链式形式和 Goursat 标准形, 然后通过正弦输入、分段常值输入和多项式输入对最后一节拖车进行运动规划和镇定控制. Samson 在链式形式的基础之上, 将单转向驱动拖挂式移动机器人系统转化为斜对称链式形式, 然后采用 Lyapunov 方法设计了点镇定控制器^[3]. 文献 [4] 中基于李雅普诺夫方法为两种不同连接形式的单转向驱动系统设计了具有一致运动方向的路径跟踪控制器, 不仅能够控制系统前进跟踪期望路径, 而且可以用于倒车跟踪控制. Bolzern 等将单转向驱动系统的运动学模型进行精确反馈线性化, 并实现了线性化后的前进路径跟踪控制^[5]. 针对多转向驱动拖挂式移动机器人系统, Tilbury 等通过引入虚拟拖车的方法扩展原系统, 然后采用状态坐标变换和控制输入变换将扩展后的系统的运动学方程转化为多链式系统, 分别使用多项式函数、正弦函数和分段常值函数作控制输入进行点镇定控制^[6], 并将这种方法应用于自治救火车的控制^[7]. 然而, 上述方法属于一种完全开环式的镇定控制, 且收敛速度较慢, 因此控制效果并不理想. 文献 [8] 提出了一种基于不连续反馈思想的镇定控制方法, 通过计算一组具有“平均衰减”特性的引导函数 (Guiding functions) 代替 Lyapunov 函数, 用于构造控制器, 并实现了自治救火车的镇定控制, 但是该方法存在控制器切换过于频繁的缺点. 目前, 有关多转向驱动拖挂式移动机器人镇定控制的研究尚不完善, 缺少有效的控制方法. 本文针对完全多转向驱动拖挂式移动机器人的点镇定控制问题进行研

收稿日期 2010-06-13 录用日期 2010-09-21
Manuscript received June 13, 2010; accepted September 21, 2010

国家自然科学基金 (60805031), 教育部博士点基金 (200800551015), 天津市自然科学基金 (10JCYBJC07600) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60805031), Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (200800551015), and Natural Science Foundation of Tianjin (10JCYBJC07600)

1. 南开大学自动化系 天津 300071 2. 南开大学软件学院 天津 300071

1. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071 2. College of Software, Nankai University, Tianjin 300071

究, 首先引入状态坐标变换和控制输入变换, 将系统的运动学模型转化为幂式形式, 然后设计一种 ρ 指数级收敛的镇定控制器, 控制系统的多维状态快速收敛到设定点.

1 运动学模型

假设完全多转向驱动系统由一节牵引车拖挂 m 节拖车组成, 系统在二维水平面上运动, 如图 1 所示, 车体是刚体且关于其纵轴对称. 建立平面直角坐标系 XOY , 设 (x_i, y_i, θ_i) ($i = 0, 1, \dots, m$) 为每节车体的位形描述, 其中 (x_i, y_i) 为车体轮轴中心点坐标; θ_i 为车体纵轴方向与 X 轴之间的夹角; φ_i ($i = 1, \dots, m$) 为相邻车体之间的连杆与 X 轴之间的夹角; l_i 为连杆长度. 设 u_0, u_1 分别为牵引车的线速度和角速度; v_{i-1}, u_i ($i = 2, \dots, m+1$) 分别为拖车的线速度和角速度, 则 u_0, u_1 和 u_i ($i = 2, \dots, m+1$) 共同构成系统的 $m+2$ 个控制输入.

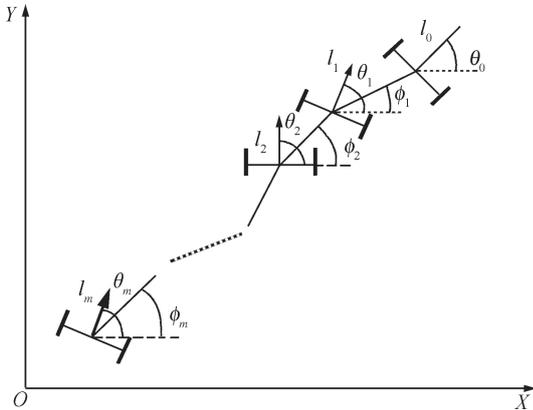


图 1 多转向驱动拖挂式移动机器人

Fig. 1 MSTTMR pulling m steering trailers

系统位形由牵引车的位置坐标、 $m+1$ 个车体姿态角以及连杆姿态角给定, 因此系统的状态空间为 $\mathbf{R}^2 \times (S^1)^{2m+1} = [x_0, y_0, \theta_0, \dots, \theta_m, \varphi_1, \dots, \varphi_m]^T$, 而系统的控制输入只有 $m+2$ 个, 因此该系统是一种典型的欠驱动系统.

在任一时刻, 每节车体都满足纯滚动和无侧向移动的条件, 即车体速度与姿态角 θ_i 之间存在如下非完整性约束:

$$-\dot{x}_i \cdot \sin \theta_i + \dot{y}_i \cdot \cos \theta_i = 0, \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (1)$$

相邻车体之间满足如下连接关系:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} - l_{i+1} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{i+1} \\ \sin \varphi_{i+1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

系统的运动学为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} = u_0 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_i = u_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (4)$$

$$\dot{\varphi}_{i+1} = \frac{\sin(\varphi_{i+1} - \theta_{i+1}) \cdot v_{i+1} + \sin(\theta_i - \varphi_{i+1}) \cdot v_i}{l_{i+1}} \quad (5)$$

$$v_{i+1} = \cos(\theta_i - \varphi_{i+1}) \cdot \sec(\theta_{i+1} - \varphi_{i+1}) \cdot v_i \quad (6)$$

$$v_0 = u_0, \quad i = 0, 1, \dots, m-1$$

系统状态空间的定义域为: $D = \{\mathbf{d} | \mathbf{d} = [x_0, y_0, \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_m, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m]^T \in \mathbf{R}^2 \times (S^1)^{2m+1} \cap (x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2 \cap |\theta_i - \varphi_{i+1}| < \pi/2 \cap |\theta_{i+1} - \varphi_{i+1}| < \pi/2, i = 0, 1, \dots, m-1\}$.

2 多转向驱动系统的幂式形式

目前只有文献 [6] 将多转向驱动系统转化为多输入链式系统的研究报道, 而并无相关研究将其变换成幂式系统.

对于完全多转向驱动拖挂式移动机器人, 将系统运动学式 (3)~(6) 进行变换, 得到如下标准形式 (7) (见下页上方).

即有:

$$\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u} = \sum_{i=0}^{m+1} u_i \cdot g_i(\mathbf{x}) \quad (8)$$

由此可知, 完全多转向驱动系统的运动学模型可以转化为如式 (8) 所示的无漂仿射非线性控制系统. 对于这类系统, Brockett 已经证明不存在光滑、时不变反馈控制律将其渐近镇定到平衡点^[9], 为此, 有关的镇定问题都围绕着不连续反馈控制^[8, 10-11] 或时变反馈控制^[1-3, 12-15] 进行. 然而, 上述方法较难直接应用于系统 (8), 因为这些方法往往对向量场 g_i ($i = 0, 1, \dots, m+1$) 及其李代数运算有过于严格的假设^[12-13], 或者只适用于两输入系统的镇定^[1-3, 14]. 因此, 本文将对式 (8) 表示的多输入无漂系统进行变换, 得到一种标准的控制结构——幂式系统 (Power form). 幂式系统是一种具有潜在线性属性的特殊的非线性控制系统, 由 Teel 等^[16] 提出, 用于解决两输入非完整系统的镇定问题, 下面本文将研究完全多转向驱动系统的幂式形式. 一般的多输入幂式系统具有如下形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\theta}_0 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_m \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \sin \theta_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\sin(\theta_0 - \theta_1)}{l_1 \cos(\theta_1 - \varphi_1)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2) \cos(\theta_0 - \varphi_1)}{l_2 \cos(\theta_2 - \varphi_2) \cos(\theta_1 - \varphi_1)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin(\theta_{m-1} - \theta_m)}{l_m \cos(\theta_m - \varphi_m)} \prod_{k=1}^{m-1} \frac{\cos(\theta_{k-1} - \varphi_k)}{\cos(\theta_k - \varphi_k)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{m+1} \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

入变换:

$$\begin{aligned} \dot{z}_0^0 &= w_0, & \dot{z}_0^1 &= w_1, & \cdots, & \dot{z}_0^n &= w_n \\ \dot{z}_1^1 &= z_0^0 w_1, & \cdots, & \dot{z}_1^n &= z_0^0 w_n \\ & \vdots & & \vdots & & & \\ \dot{z}_{n_1}^1 &= \frac{(z_0^0)^{n_1} w_1}{n_1!}, & \cdots, & \dot{z}_{n_1}^n &= \frac{(z_0^0)^{n_1} w_n}{n_1!} \\ & & & \vdots & & & \\ & & & \dot{z}_{n_n}^n &= \frac{(z_0^0)^{n_n} w_n}{n_n!} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{cases} y_0^0 = x_m \\ y_0^i = \frac{\sin(\theta_{i-1} - \theta_i)}{l_i \cos(\theta_i - \varphi_i)} \cdot \sec \theta_m \times \\ \quad \prod_{k=i-1}^{m-1} \frac{\cos(\theta_{k+1} - \varphi_{k+1})}{\cos(\theta_k - \varphi_{k+1})} \\ y_0^{m+1} = \tan \theta_m \\ y_1^i = -\varphi_i + x_m \cdot \frac{\sin(\theta_{i-1} - \theta_i)}{l_i \cos(\theta_i - \varphi_i)} \sec \theta_m \times \\ \quad \prod_{k=i-1}^{m-1} \frac{\cos(\theta_{k+1} - \varphi_{k+1})}{\cos(\theta_k - \varphi_{k+1})} \\ y_1^{m+1} = -y_m + x_m \cdot \tan \theta_m \end{cases} \quad (10)$$

在两输入幂式系统中, 每个状态的微分与之前的状态及控制输入有关, 而在多输入幂式系统 (9) 中, 给定一列, 其中每个状态的微分不仅取决于控制输入 w_i , 而且均与 z_0^0 有关, 也就是说多输入幂式系统中每一列之间都是相关的, 它们通过 z_0^0 耦合在一起, 因此进行控制器设计时需要予以考虑。

定义 1 ($n+1$ 输入, n_n+1 层幂式系统). 对于式 (9) 所表示的 $n+1$ 输入幂式系统, 给定 i ($i=0, 1, \dots, n_n$), 定义 z_i^j ($j=0, 1, \dots, n$) 所在的行为第 i 层 (Level), 则式 (9) 称为 $n+1$ 输入, n_n+1 层幂式系统。

关于式 (2)~(6) 所描述的多转向驱动系统的幂式形式, 本文给出如下结论。

定理 1. 对于完全多转向驱动拖挂式移动机器人, 存在同胚变换 $\tilde{y} = \alpha(\mathbf{x})$ 和 $\tilde{\mathbf{u}} = \beta(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}$, 将系统 (2)~(6) 转化为 $m+2$ 输入的两层幂式系统。

证明. 构造如下的系统状态坐标变换和控制输

由式 (10) 知, 在 D 内 $\tilde{\mathbf{y}} = \alpha(\mathbf{x})$ 光滑, 其逆变换存在且光滑, 又

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{u}_0 \quad \tilde{u}_1 \cdots \tilde{u}_{m+1}]^T = \begin{bmatrix} \dot{y}_0^0 & \dot{y}_0^1 & \cdots & \dot{y}_0^{m+1} \end{bmatrix}^T = \tilde{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (11)$$

由式 (7) 和 (10) 可知, 式 (11) 中的 $\tilde{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 可表示为线性关系, 则式 (11) 可写成如下形式:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \beta(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u} \quad (12)$$

此时, 原系统的控制输入 \mathbf{u} 可通过求解线性代数方程 (12) 得到. 上述局部变换 $\beta(\mathbf{x})$ 在 $\bar{D} = \{\bar{\mathbf{d}} | \bar{\mathbf{d}} \in D, \theta_m \neq \pi/2\}$ 中存在。

因此系统 (2)~(6) 经式 (10) 和 (12) 变换后成为 $m+2$ 输入的两层幂式系统:

$$\begin{aligned} \dot{y}_0^0 &= \tilde{u}_0, \quad \dot{y}_0^1 = \tilde{u}_1, \quad \dots, \quad \dot{y}_0^{m+1} = \tilde{u}_{m+1} \\ \dot{y}_1^1 &= y_0^0 \tilde{u}_1, \quad \dots, \quad \dot{y}_1^{m+1} = y_0^0 \tilde{u}_{m+1} \end{aligned} \quad (13)$$

□

由于存在状态坐标变换与控制输入变换, 将链式形式变换为对应的幂式形式, 因此定理 1 中给出的幂式系统与文献 [6] 中的多转向驱动系统的链式形式存在等价关系.

由定理 1, 完全多转向驱动系统被转化为标准的多输入幂式形式, 从而简化了系统的控制结构, 则原系统的镇定问题转化为具有 $m+2$ 个控制输入的两层幂式系统的镇定问题.

3 多转向驱动系统的镇定控制

当 $n=1$ 时, 式 (9) 成为两输入幂式系统, 针对该类系统的镇定问题存在时变反馈镇定^[17-19] 和不连续反馈镇定^[20-21] 两类方法. 然而, 这些控制器都是针对两输入系统设计的, 因此只能适用于单体车型机器人系统和单转向驱动拖挂式机器人系统, 而不适用于多转向驱动系统, 为此, 本文针对两层多输入幂式系统 (13) 的镇定控制进行研究, 设计 ρ 指数级收敛的镇定控制器.

3.1 预备知识

首先, 针对无漂仿射非线性控制系统的 ρ 指数级稳定, 给出如下的预备知识^[22].

定义 2 (膨胀 (Dilation)). 对于给定向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 相对于 \mathbf{x} 的膨胀 $\Delta_\lambda^r: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 定义为: $\Delta_\lambda^r \mathbf{x} = (\lambda^{r_1} x_1, \lambda^{r_2} x_2, \dots, \lambda^{r_n} x_n)^T$, 其中, $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ 且 $r_1 = 1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_n$, $\lambda > 0$ 为常数, Δ_λ^r 通常简写为 Δ_λ .

定义 3 (齐次函数 (Homogeneous function)). 若连续函数 $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 满足: $f(t, \Delta_\lambda \mathbf{x}) = \lambda^l f(t, \mathbf{x})$, 则称 f 为相对于 Δ_λ 的具有齐次阶 $l \geq 0$ 的齐次函数.

定义 4 (齐次向量场 (Homogeneous vector field)). 若连续向量场 $X(t, \mathbf{x}) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n$ 的第 i 个分量 X^i 为相对于 Δ_λ 的具有齐次阶 $r_i - m$ ($m \leq r_n$) 的齐次函数, 即: $X^i(t, \Delta_\lambda \mathbf{x}) = \lambda^{r_i - m} X^i(t, \mathbf{x})$, 则称 $X(t, \mathbf{x})$ 为相对于 Δ_λ 的具有齐次阶 m 的齐次向量场.

定义 5 (齐次范数 (Homogeneous norm)). 若连续函数 $\rho(\mathbf{x}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 满足: $\rho(\mathbf{x})$ 正定, 且 $\rho(\Delta_\lambda \mathbf{x}) = \lambda \rho(\mathbf{x})$, $\lambda > 0$, 则定义 $\rho(\mathbf{x})$ 为相对于 Δ_λ 的齐次范数.

定义 6 (ρ 指数级稳定 (Exponential stability)). 对于系统 $\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x})$, 若在其原点的某一邻

域 S_x 内存在两个严格大于 0 的常数 c_1 和 c_2 , 使得:

$$\rho(\mathbf{x}(t)) \leq c_1 \rho(\mathbf{x}(0)) e^{-c_2 t}, \quad \forall t \geq 0, \quad \forall \mathbf{x}(0) \in S_x$$

则称系统 $\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x})$ 的平衡点 $\mathbf{x} = 0$ 相对于齐次范数 ρ 是局部指数级稳定的, 即系统在 S_x 内是 ρ 指数级稳定的.

关于非线性系统的指数级稳定和一致渐近稳定的关系, 文献 [23] 中给出了如下结论.

引理 1. 对于系统 $\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x})$, 若向量场 $f(t, \mathbf{x})$ 的齐次阶为 0, 则系统的一致渐近稳定等价于 ρ 指数级稳定.

3.2 控制器设计

对于系统 (13), 控制目标是使系统状态收敛到 0, 这等价于 $[x_m, y_m, \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_m, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m]^T$ 收敛到 0, 即系统所有车体排列成一条直线, 且最后一节拖车位于坐标原点. 当然我们也可以控制 $[x_0, y_0, \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_m, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m]^T$ 收敛到 0, 即牵引车位于坐标原点, 而后者相对于前者只需对系统状态进行平移变换即可.

下面针对两层多输入幂式系统 (13) 的镇定控制问题设计具有 ρ 指数级收敛速度的反馈镇定控制器.

首先, 令 $\mathbf{y} = [y_0^0, y_0^1, \dots, y_0^{m+1}; y_1^1, \dots, y_1^{m+1}]^T$, 同时令 $1 = r_1 = r_2 = \dots = r_{m+2} < r_{m+3} = \dots = r_{2m+3} = 2$, 则相对于 \mathbf{y} 的膨胀为

$$\Delta_\lambda \mathbf{y} = (\lambda y_0^0, \lambda y_0^1, \dots, \lambda y_0^{m+1}; \lambda^2 y_1^1, \dots, \lambda^2 y_1^{m+1})$$

定义齐次范数为

$$\rho(\mathbf{y}) = [(y_0^0)^c + \dots + (y_0^{m+1})^c + (y_1^1)^{\frac{c}{2}} + \dots + (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}}]^{\frac{1}{c}}$$

上式中 $c = 4N$, N 为自然数. 则 $\rho(\mathbf{y})$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \frac{d\rho(\mathbf{y})}{dt} &= \frac{1}{\rho^{c-1}(\mathbf{y})} \{ (y_0^0)^{c-1} \cdot \tilde{u}_0 + [(y_0^1)^{c-1} + \\ &\frac{1}{2} (y_1^1)^{\frac{c}{2}-1} \times (y_0^0)] \times \tilde{u}_1 + [(y_0^2)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^2)^{\frac{c}{2}-1} \times \\ &(y_0^0)] \times \tilde{u}_2 + \dots + [(y_0^{m+1})^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}-1} \times \\ &(y_0^0)] \times \tilde{u}_{m+1} \} = \\ & q_0 \tilde{u}_0 + q_1 \tilde{u}_1 + \dots + q_{m+1} \tilde{u}_{m+1} \end{aligned}$$

显然, q_i ($i = 0, 1, \dots, m+1$) 的齐次阶为 0. 令

$$\mathbf{z}(\mathbf{y}) = \left[\frac{y_1^1}{\rho(\mathbf{y})}, \frac{y_1^2}{\rho(\mathbf{y})}, \dots, \frac{y_1^{m+1}}{\rho(\mathbf{y})} \right]^T$$

其中, $z_i = \frac{y_1^i}{\rho(\mathbf{y})}$ ($i = 1, 2, \dots, m+1$) 的齐次阶为 1. 则:

$$\begin{aligned} \frac{dz_i(\mathbf{y})}{dt} &= \frac{y_0^0}{\rho(\mathbf{y})} \tilde{u}_i - \frac{y_1^i}{\rho^2(\mathbf{y})} (q_0 \tilde{u}_0 + \cdots + q_{m+1} \tilde{u}_{m+1}) = \\ &\left(-\frac{y_1^i}{\rho^2(\mathbf{y})} q_0 \right) \tilde{u}_0 + \cdots + \left(\frac{y_0^0}{\rho(\mathbf{y})} - \frac{y_1^i}{\rho^2(\mathbf{y})} q_i \right) \tilde{u}_i + \\ &\cdots + \left(-\frac{y_1^i}{\rho^2(\mathbf{y})} q_{m+1} \right) \tilde{u}_{m+1} = \\ &p_{0,i} \tilde{u}_0 + p_{1,i} \tilde{u}_1 + \cdots + p_{m+1,i} \tilde{u}_{m+1} \end{aligned}$$

可直接计算得到 $p_{j,i}$ ($j = 0, 1, \dots, m+1; i = 1, 2, \dots, m+1$) 的齐次阶为 0. 则:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} p_{0,1} \\ p_{0,2} \\ \vdots \\ p_{0,m+1} \end{bmatrix} \tilde{u}_0 + \cdots + \begin{bmatrix} p_{m+1,1} \\ p_{m+1,2} \\ \vdots \\ p_{m+1,m+1} \end{bmatrix} \tilde{u}_{m+1} = \mathbf{p}_0 \tilde{u}_0 + \cdots + \mathbf{p}_{m+1} \tilde{u}_{m+1}$$

再令 $\bar{\mathbf{y}} = [\bar{y}_0^0, y_0^1, \dots, y_0^{m+1}; y_1^1, y_1^2, \dots, y_1^{m+1}]^T$, 其中, $\bar{y}_0^0 = y_0^0 - \mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{h}(t)$, $\mathbf{h}(t)$ 为时变周期向量: $\mathbf{h}(t) = k \cdot [\sin t, \sin(2t), \dots, \sin[(m+1)t]]^T$, k 为调节参数. 令 $g(t) = \dot{\mathbf{h}}(t) = k \cdot [\cos t, 2 \cos(2t), \dots, (m+1) \cos[(m+1)t]]^T$. 显然, $\mathbf{y} = 0 \Leftrightarrow \bar{\mathbf{y}} = 0$.

至此, 给出如下的时变反馈镇定控制器, 用于镇定系统 (13).

定理 2. 对于式 (13) 所表示的 $m+2$ 输入、两层幂式系统, 若控制输入 $\tilde{\mathbf{u}}$ 取为

$$\tilde{u}_0(t, \mathbf{y}) = \frac{-k_0(\bar{y}_0^0) + \mathbf{z}^T g(t) + \sum_{j=1}^{m+1} \mathbf{p}_j^T h(t) \tilde{u}_j(t, \mathbf{y})}{1 - \mathbf{p}_0^T h(t)}$$

$$\tilde{u}_i(t, \mathbf{y}) = -\frac{k_i \left[(y_i^0)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^i)^{\frac{c}{2}-1} (y_0^0) \right]}{\rho^{c-2}(\bar{\mathbf{y}})},$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$k_i > 0 \quad (i = 0, 1, \dots, m+1) \quad (14)$$

则闭环系统将 ρ 指数级收敛到原点.

证明. 定义如下齐次范数:

$$\rho(\bar{\mathbf{y}}) = \left[(\bar{y}_0^0)^c + (y_0^1)^c + \cdots + (y_0^{m+1})^c + (y_1^1)^{\frac{c}{2}} + \cdots + (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}} \right]^{\frac{1}{c}}$$

上式中, $c = 4N$, N 为自然数. 则 $\rho(\bar{\mathbf{y}})$ 的时间导数

为

$$\begin{aligned} \frac{d\rho(\bar{\mathbf{y}})}{dt} &= \frac{1}{\rho^{c-1}(\bar{\mathbf{y}})} \cdot \{ (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot (1 - \mathbf{p}_0^T h(t)) \cdot \tilde{u}_0 + \\ &[(y_0^1)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^1)^{\frac{c}{2}-1} \cdot (y_0^0) - (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{p}_1^T h(t)] \times \\ &\tilde{u}_1 + \cdots + [(y_0^{m+1})^{c-1} + \frac{1}{2} \cdot (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}-1} \cdot (y_0^0) - \\ &(\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{p}_{m+1}^T h(t)] \cdot \tilde{u}_{m+1} - (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{z}^T \cdot g(t) \} \end{aligned}$$

令 $V(t, \mathbf{y}) = \frac{1}{2} \rho^2(\bar{\mathbf{y}})$, 则:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \rho(\bar{\mathbf{y}}) \cdot \dot{\rho}(\bar{\mathbf{y}}) = \\ &\frac{1}{\rho^{c-2}(\bar{\mathbf{y}})} \cdot \{ (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot (1 - \mathbf{p}_0^T h(t)) \cdot \tilde{u}_0 + \\ &[(y_0^1)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^1)^{\frac{c}{2}-1} \cdot (y_0^0) - (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{p}_1^T h(t)] \times \\ &\tilde{u}_1 + \cdots + [(y_0^{m+1})^{c-1} + \frac{1}{2} \cdot (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}-1} \cdot (y_0^0) - \\ &(\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{p}_{m+1}^T h(t)] \cdot \tilde{u}_{m+1} - (\bar{y}_0^0)^{c-1} \cdot \mathbf{z}^T \cdot g(t) \} \end{aligned}$$

将式 (14) 代入上式得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{\left\{ \sum_{j=1}^{m+1} k_j \left[(y_0^j)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^j)^{\frac{c}{2}-1} (y_0^0) \right]^2 \right\}}{\rho^{2(c-2)}(\bar{\mathbf{y}})} \\ &\frac{k_0}{\rho^{c-2}(\bar{\mathbf{y}})} \cdot (\bar{y}_0^0)^c \leq 0 \end{aligned}$$

其不变集 $M = \{ \exists t \geq 0, (y_0^j)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^j)^{c/2-1} (y_0^0) = 0, j = 1, 2, \dots, m+1; y_0^0 = \mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot h(t) \}$, 下面证明若 $\mathbf{y} \in M$, 则 $\mathbf{y} = 0$. $\forall \mathbf{y} \in M, \tilde{u}_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, m+1$), 则 $y_0^1, y_1^1; y_0^2, y_1^2; \dots; y_0^{m+1}, y_1^{m+1}$ 为常数. 若 $\mathbf{z} \neq 0$, 则 $y_0^0 = \mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{h}(t) = k \cdot \sum_{i=1}^{m+1} z_i \cdot \sin(it)$ 为时变的, 又 y_0^j, y_1^j ($j = 1, 2, \dots, m+1$) 为常数, 且 $(y_0^j)^{c-1} + \frac{1}{2} (y_1^j)^{c/2-1} (y_0^0) = 0$, 所以 $y_0^j = y_1^j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, m$), 得到 $\mathbf{z} = 0$, 矛盾. 因此 $\mathbf{z} = 0$, 即 $y_1^j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, m+1$), 则 $y_0^0 = 0$. 又因为当 $\mathbf{y} \in M$ 时, $(y_0^j)^{c-1} = -\frac{1}{2} (y_1^j)^{c/2-1} (y_0^0) = 0$, 所以 $y_0^j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, m+1$). 至此可得, 若 $\mathbf{y} \in M$, 则 $\mathbf{y} = 0$, 即不变集 M 中只有零解.

因为 $V(t, \mathbf{y}) = \frac{1}{2} \rho^2(\bar{\mathbf{y}})$, 则:

$$\begin{aligned}
[2V(t, \mathbf{y})]^{\frac{c}{2}} &= (\tilde{y}_0^0)^c + (y_0^1)^c + \cdots + (y_0^{m+1})^c + \\
& (y_1^1)^{\frac{c}{2}} + (y_1^2)^{\frac{c}{2}} + \cdots + (y_1^{m+1})^{\frac{c}{2}} = \\
\rho^c(\mathbf{y}) - (y_0^0)^c + [y_0^0 - \mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot h(t)] &\leq \\
\rho^c(\mathbf{y}) + [y_0^0 - \mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot h(t)]^c &\leq \\
\rho^c(\mathbf{y}) + [|y_0^0| + |\mathbf{z}^T(\mathbf{y}) \cdot h(t)|]^c &\leq \\
\rho^c(\mathbf{y}) + \left[|y_0^0| + k \cdot \frac{|y_1^1| + |y_1^2| + |y_1^{m+1}|}{\rho(\mathbf{y})} \right]^c &\leq \\
\rho^c(\mathbf{y}) + \left[|y_0^0| + k \cdot \frac{(m+1) \cdot \rho^2(\mathbf{y})}{\rho(\mathbf{y})} \right]^c &
\end{aligned}$$

所以, $V(t, \mathbf{y}) \leq V_1(\mathbf{y}) = 1/2 [1 + k^c(m+1)^c]^{2/c} \times \rho^2(\mathbf{y})$, 因此 $V(t, \mathbf{y})$ 是正定递减的, 又 $V(t, \mathbf{y})$ 是径向无界的, 根据不变性原理可知, 闭环系统 (13) 是一致渐近稳定的. 又因为 $\tilde{u}_i(t, \mathbf{y})$ ($i = 1, 2, \dots, m+1$) 的齐次阶为 1, 由定义 4 可得闭环系统 $\dot{\mathbf{y}} = [\dot{y}_0^0, \dot{y}_1^1 \cdots \dot{y}_1^{m+1}; \dot{y}_1^1, \dot{y}_1^2 \cdots \dot{y}_1^{m+1}]^T$ 中向量场 $[\tilde{u}_0, \tilde{u}_1 \cdots \tilde{u}_{m+1}; y_0^0 \tilde{u}_1, y_0^0 \tilde{u}_2 \cdots y_0^0 \tilde{u}_{m+1}]^T$ 相对于膨胀 Δ, \mathbf{y} 的齐次阶为 0, 根据引理 1 知, 闭环系统 (13) ρ 指数级收敛到原点. \square

对于原系统 (2)~(6), 直接通过求解式 (12) 和 (14) 即可得到其控制输入. 由定理 1 和定理 2 可知, 本文实现了对系统 (2)~(6) 的 ρ 指数级闭环镇定. 相比于文献 [4] 中的开环镇定, 上述控制器是闭环的, 且具有 ρ 指数级收敛速度, 因此可以得到更好的控制效果.

控制器中的参数 k, c (或 N) 对控制器的稳定性没有影响, k 只体现了在镇定过程中系统动态行为随时间“类周期”变化的剧烈程度, 但不会影响运动趋势, 而 c 的取值只需满足范数的定义, 一般情况下 k 和 N 都取 1 即可.

本文设计的控制器虽然只具有局部稳定性, 但导致控制器失效的初始位形仅存在于运动学模型无定义和 $\theta_m = \pi/2$ 的情况, 考虑到现实应用中拖车节数不会太多, 因此控制器在绝大多数情况下是有效的. 若在实际应用中出现不满足要求的初始位姿, 则可先简单地执行某一控制输入以避免奇异, 然后再执行本文的控制输入.

4 仿真

本节针对两车体多转向驱动系统的镇定控制进行仿真. 首先, 通过式 (10) 和 (11) 将两车体系统的运动学模型转化为如下三输入、两层幂式形式:

$$\begin{aligned}
\dot{y}_0^0 &= \tilde{u}_0, & \dot{y}_0^1 &= \tilde{u}_1, & \dot{y}_0^2 &= \tilde{u}_2 \\
\dot{y}_1^1 &= y_0^0 \tilde{u}_1, & \dot{y}_1^2 &= y_0^0 \tilde{u}_2
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_0^0 \\ y_0^1 \\ y_0^2 \\ y_1^1 \\ y_1^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{\sin(\theta_0 - \theta_1)}{l_1 \cos(\theta_0 - \varphi_1)} \cdot \sec \theta_1 \\ \tan \theta_1 \\ -\varphi_1 + x_1 \cdot \frac{\sin(\theta_0 - \theta_1)}{l_1 \cos(\theta_0 - \varphi_1)} \cdot \sec \theta_1 \\ -y_1 + x_1 \tan \theta_1 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \tilde{u}_0 \\ \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta_0 - \varphi_1)}{\cos(\theta_1 - \varphi_1)} \cdot \cos \theta_1 \\ -\frac{\sin^2(\theta_0 - \theta_1) \sin(\theta_0 - \varphi_1)}{l_1^2 \cos \theta_1 \cos^2(\theta_0 - \varphi_1) \cos(\theta_1 - \varphi_1)} \\ 0 \end{bmatrix} u_0 + \\
\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\cos(\theta_1 - \varphi_1)}{l_1 \cos \theta_1 \cos^2(\theta_0 - \varphi_1)} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\cos \theta_0}{l_1 \cos^2 \theta_1 \cos(\theta_0 - \varphi_1)} \\ \sec^2 \theta_1 \end{bmatrix} u_2
\end{aligned}$$

然后, 由上式可解出原系统的控制输入:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta_1 - \varphi_1)}{\cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_0 - \varphi_1)} \\ \frac{\sin^2(\theta_0 - \theta_1) \cdot \sin(\theta_0 - \varphi_1)}{l_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_0 - \varphi_1) \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_1)} \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}_0 + \\
\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l_1 \cos \theta_1 \cos^2(\theta_0 - \varphi_1)}{\cos(\theta_1 - \varphi_1)} \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\cos \theta_0 \cos \theta_1 \cos^2(\theta_0 - \varphi_1)}{\cos(\theta_1 - \varphi_1)} \\ \cos^2 \theta_1 \end{bmatrix} \tilde{u}_2 \quad (15)
\end{aligned}$$

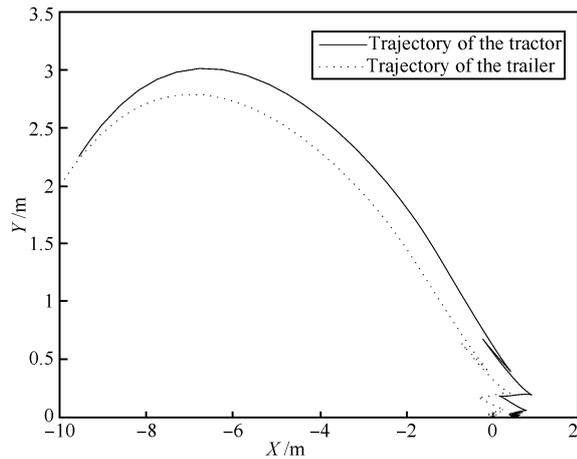
首先, 进行一般的镇定控制仿真, 假设系统连接参数为 $l_0 = l_1 = 0.5 \text{ m}$, 初始位形为 $[x_1, y_1, \theta_0, \theta_1, \varphi_1]^T = [-10, 2, \pi/6, \pi/6, \pi/6]^T$, 执行式 (14) 和 (15) 的控制律, 其中控制器参数取为 $k_0 = k_1 = k_2 = 2$, 得到图 2 所示的仿真结果.

从上述仿真结果中可以看出, 系统两车体先向前运动, 当接近目标点后, 连续地交替执行倒车和前进运动, 直至收敛到目标点.

其次, 进行平行停车 (Parallel parking) 控制的仿真, 平行停车控制是一类典型的点镇定控制问题, 即将系统镇定到与机器人原始状态平行的某一状态. 假设系统的初始位形为 $[x_1, y_1, \theta_0, \theta_1, \varphi_1]^T = [0, 1, 0, 0, 0]^T$, 显然位于初始状态的系统车体排列成一条直线, 且与目标状态平行, 执行式 (14) 和 (15) 的控制律, 得到图 3 所示的仿真结果.

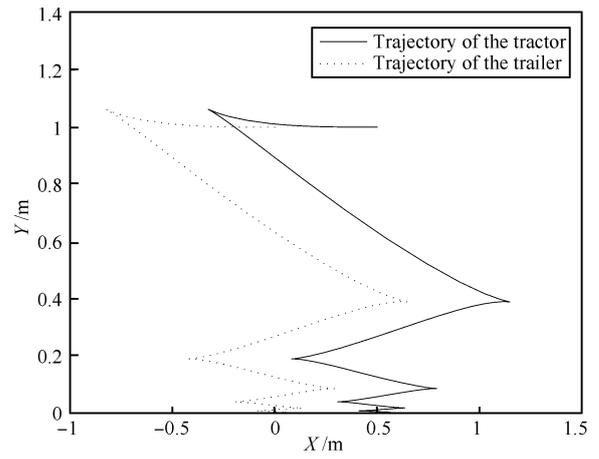
从上述仿真结果中可以看出, 系统两车体均交替执行倒车和前进运动, 直至收敛到目标点, 并且运动过程中系统不会违反非完整性约束, 因此得到了理想的控制效果.

在上述仿真实验中 k 和 N 都取为 1, 实验表明 k 值只对控制输入的大小略有影响, 而对镇定过程中系统的运动趋势影响不大, 而 N 值对控制输入以及系统运动行为的影响都不明显.



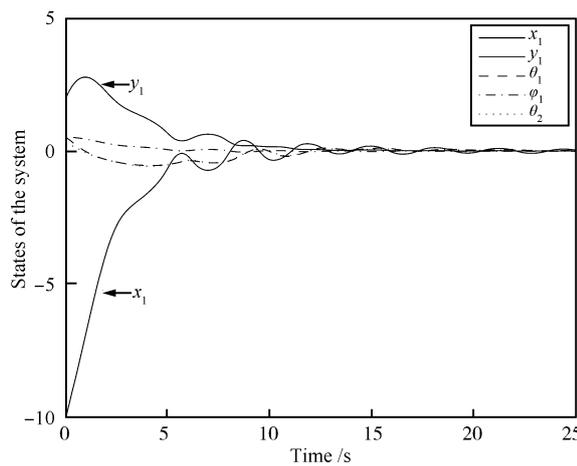
(a) 笛卡尔坐标系下的系统运动轨迹

(a) Motion trajectory in Cartesian coordinate system



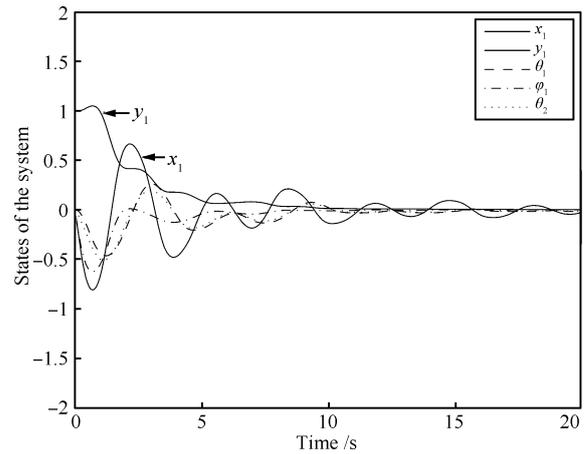
(a) 笛卡尔坐标系下的系统运动轨迹

(a) Motion trajectory in Cartesian coordinate system



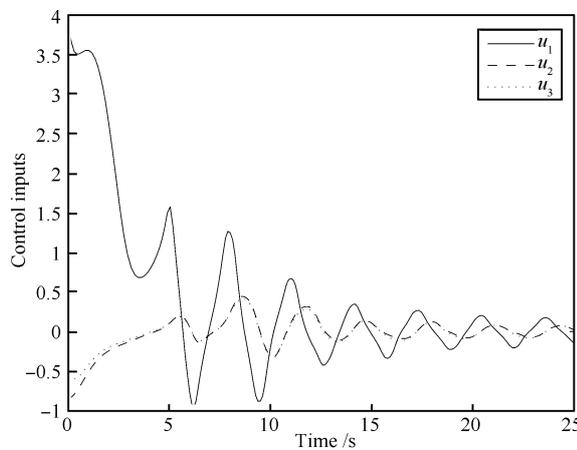
(b) 系统状态的变化曲线

(b) Curves of system states



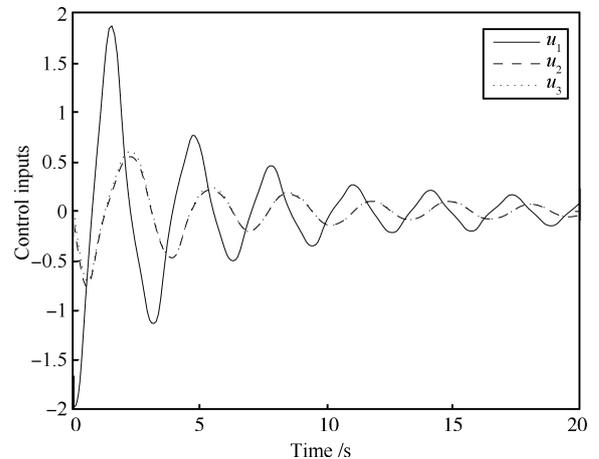
(b) 系统状态的变化曲线

(b) Curves of system states



(c) 系统的控制输入

(c) Control inputs of the system



(c) 系统的控制输入

(c) Control inputs of the system

图 2 一般的镇定控制仿真结果

Fig. 2 Simulation result of the general stabilization

图 3 平行停车控制的仿真结果

Fig. 3 Simulation result of parallel parking

为证明多转向驱动系统的运动比单转向驱动系统具有更强的机动性, 给出单转向驱动系统镇定控制的仿真实验, 使用式 (14) 中的 $\tilde{u}_0(t, \mathbf{y})$ 和 $\tilde{u}_1(t, \mathbf{y})$ 对两车体单转向驱动系统对应的幂式形式进行一般镇定控制和平行停车控制. 与多转向驱动系统控制仿真相同, 将系统初始位形分别设为 $[x_1, y_1, \theta_0, \theta_1, \varphi_1]^T = [-10, 2, \pi/6, \pi/6, \pi/6]^T$ 和 $[x_1, y_1, \theta_0, \theta_1, \varphi_1]^T = [0, 1, 0, 0, 0]^T$, 得到图 4 和图 5 的仿真结果, 其中系统运行 70 秒后停止. 对比图 2(a) 和图 3(a) 可知, 由于多转向驱动系统的拖车具有转向控制功能, 通过拖车与牵引车的协调运动, 使得系统状态以更快的收敛速度趋于 0, 从而证明了多转向驱动系统较单转向驱动系统具有更强的灵活性与机动性, 更加适合于实际应用.

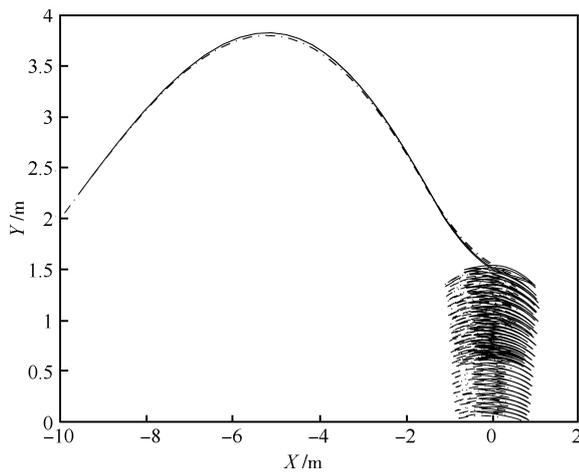


图 4 单转向驱动系统的一般镇定控制仿真结果

Fig. 4 Simulation result of the general stabilization for single-steering system

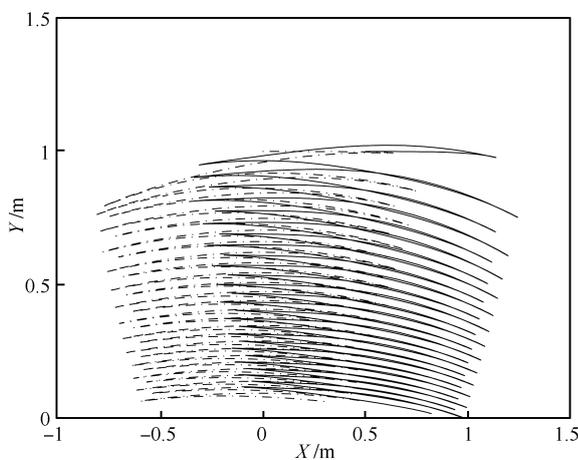


图 5 单转向驱动系统的平行停车控制仿真结果

Fig. 5 Simulation result of parallel parking for single-steering system

5 结论

本文系统地研究了完全多转向驱动拖挂式移动机器人的镇定控制问题, 建立了该类系统的运动学递推模型, 并通过状态坐标变换和控制输入变换将其转化为多输入、两层幂式系统, 基于此提出了具有 ρ 指数级收敛特性的镇定控制方法, 从而有效地解决了这类复杂系统的镇定问题. 与原有的基于多链式系统的开环控制相比, 本文的控制器是基于系统的时变状态反馈设计的, 并且具有指数级收敛性, 因此可以达到更好的控制效果和更快的收敛速度.

另外, 本文中的幂式系统变换和镇定控制方法同样适用于非完全多转向驱动系统 (对应于多输入、多层幂式形式), 因此具有较大的推广价值.

References

- 1 Murray R M, Sastry S S. Nonholonomic motion planning: steering using sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, **38**(5): 700–716
- 2 Tilbury D, Murray R M, Sastry S S. Trajectory generation for the N -trailer problem using Goursat normal form. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(5): 802–819
- 3 Samson C. Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(1): 64–77
- 4 Yuan Jing, Huang Ya-Lou, Sun Feng-Chi. Path following control for tractor-trailer mobile robots with two kinds of connection forms. *Control Theory and Applications*, 2008, **25**(3): 398–406 (苑晶, 黄亚楼, 孙凤池, 两种连接形式的拖挂式移动机器人路径跟踪控制. *控制理论与应用*, 2008, **25**(3): 398–406)
- 5 Bolzern P, DeSantis R M, Locatelli A, Masciocchi D. Path-tracking for articulated vehicles with off-axle hitching. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1998, **6**(4): 515–523
- 6 Tilbury D, Sordalen O J, Bushnell L, Sastry S S. A multi-steering trailer system: conversion into chained form using dynamic feedback. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, **11**(6): 807–818
- 7 Bushnell L G, Tilbury D M, Sastry S S. Steering three-input nonholonomic system: the fire truck example. *International Journal of Robotics Research*, 1995, **14**(4): 366–381
- 8 Michalska H, Rehman F U. Discontinuous feedback stabilization using guiding functions: the fire truck example. In: *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan: IEEE, 1996. 1712–1713
- 9 Brockett R W. Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential Geometric Control Theory*. Boston: Birkhauser, 1983. 181–191
- 10 Michalska H. A min-max approach to set point stabilization for a class of drift free systems. In: *Proceedings of 36th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, USA: IEEE, 1997. 2897–2902

- 11 Aastolfi A. Discontinuous control of nonholonomic systems. *Systems and Control Letters*, 1996, **27**(1): 37–45
- 12 Lin W. Time-varying feedback control of nonaffine nonlinear systems without drift. *Systems and Control Letters*, 1996, **29**(2): 101–110
- 13 Lin W. Stabilization of driftless nonlinear systems via time-varying state feedback. In: Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Kobe, Japan: IEEE, 1996. 1803–1808
- 14 Moreau L, Aeyels D. A systematic design tool for asymptotic stabilization of driftless control affine systems. In: Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control. Phoenix, USA: IEEE, 1999. 861–862
- 15 Coron J M. Global asymptotic stabilization for controllable systems without drift. *Mathematics of Control Signals, and Systems*, 1992, **5**(3): 295–312
- 16 Teel A R, Murray R M, Walsh G. Nonholonomic control systems: from steering to stabilization with sinusoids. In: Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control. Tucson, USA: IEEE, 1992. 1603–1609
- 17 Luo J, Tsiotras P. Exponentially convergent control laws for nonholonomic systems in power form. *Systems and Control Letters*, 1998, **35**(2): 87–95
- 18 Godhavn J M, Egeland O. A Lyapunov approach to exponential stabilization of nonholonomic systems in power form. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(7): 1028–1032
- 19 Pomet J B, Samson C. Time-varying exponential stabilization of nonholonomic systems in power form. Technical Report No. 2126, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, France, 1993
- 20 Alamir M, Khennouf H. Discontinuous receding horizon based stabilizing feedback for nonholonomic systems in power form. In: Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 1995. 4300–4304
- 21 Kolmanovksy L V, Reyhanoglu M, Harris M N. Discontinuous feedback stabilization of nonholonomic systems in extended power form. In: Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, USA: IEEE, 1994. 3469–3474
- 22 Mcloskey R T, Murray R M. Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1997, **42**(5): 614–628
- 23 Mcloskey R T, Murray R M. Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems via time-varying, homogeneous feedback. In: Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control. Florida, USA: IEEE, 1994. 1317–1322



苑晶 南开大学自动化系副教授。主要研究方向为机器人控制, 移动机器人运动规划与导航。本文通信作者。

E-mail: nkyuanjing@gmail.com

(**YUAN Jing** Associate professor in the Department of Automation, Nankai University. His research interest covers robotic control, mobile robot motion

planning and navigation. Corresponding author of this paper.)



黄亚楼 南开大学软件学院教授。主要研究方向为智能机器人系统和智能信息处理。E-mail: huangyl@nankai.edu.cn

(**HUANG Ya-Lou** Professor at the College of Software, Nankai University. His research interest covers intelligent

robot system and intelligent information processing.)



孙凤池 南开大学软件学院副教授。主要研究方向为移动机器人导航与嵌入式系统。

E-mail: fengchisun@nankai.edu.cn

(**SUN Feng-Chi** Associate professor at the College of Software, Nankai University. His research interest covers mobile robot navigation and embedded

system.)