

双算子形态学滤波器

雷涛¹ 樊养余¹

摘要 传统的形态学滤波算子交替性差、耗时长且抑制噪声能力弱. 基于中心互补结构元素与交替对偶算子, 提出了双算子形态学滤波器. 该滤波器继承了经典形态学滤波器的递增性、对偶性和幂等性, 但不满足扩展性和非扩展性. 双算子形态学滤波器具有离散的邻域运算特性, 采用交替小结构元素能去除较结构元素大的噪声块, 且在抑制噪声的同时有效保留了图像细节. 实验结果表明, 与基本的形态学滤波器及目前已改进的形态学滤波器相比, 双算子形态学滤波器具有更强的噪声抑制性能, 且在同等滤波效果下, 其计算量更小, 最终滤波后的图像具有较高的峰值信噪比和较小的均方根误差.

关键词 形态学滤波器, 交替对偶算子, 噪声块, 峰值信噪比

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00449

Double Operator Morphological Filters

LEI Tao¹ FAN Yang-Yu¹

Abstract The traditional morphological filtering operators are time consuming and have poor alternative ability to suppress noise. Based on the structure elements of central complementary and alternating dual operators, double operator morphological filters are proposed in this paper. The filters inherit the important properties of the classic morphological filters, such as increasingness, duality and idempotence, but they lack the extensibility and anti-extensibility. With discrete neighborhood property, the double operator morphological filters can remove the block noise whose size is bigger than the structure elements by using the alternating small structure elements. And also they can suppress the noise while preserving the image details. Experimental results show that the double operator morphological filters have better noise suppression performance than the basic and popular morphological filters. Moreover, having the same filtering effect, the computation of the double operator morphological filters is smaller than others, and the final filtered image has a higher peak signal to noise ratio and a smaller root mean square error.

Key words Morphological filters, alternating dual operators, block noise, peak signal to ratio (PSNR)

形态学滤波器是一类基于数学形态学的非线性信号滤波器, 其基本思想是有选择地抑制图像结构或目标而保留其他部分, 这种选择是基于图像目标的几何和局部对比度进行的. 近年来, 形态学滤波器在图像分析与处理、计算机视觉和模式识别等领域得到了广泛的应用^[1-5]. 因此, 对形态学滤波器的研究一直是一个热点问题, 为了改善形态学滤波器的性能, 出现了多结构形态学滤波器^[6-7], 该类滤波器在一定程度上提高了经典形态学滤波器的性能, 但去噪效果仍然较差^[8-9]. Gasteratos 于 1989 年提出了柔性形态学滤波器, 该滤波器基于加权排序统计去除噪声, 能够在抑制噪声的同时有效保留图像细节, 但是由于该类滤波器计算复杂, 因此实时性较差^[10-14]. Heijmans 于 1997 年提出了组合广义形态

学滤波器, 该滤波器通过交替不同尺寸的结构元素, 从而可以有效补偿经典形态学滤波器引起的图像灰度值偏移, 且在提高滤波器性能的同时耗时较短, 是一类性能较优的形态学滤波器^[15-18]. 然而, 在大噪声环境下, 由于噪声密度较大, 导致图像中出现大的噪声块, 利用经典的形态学滤波器和改进后的形态学滤波器均难以去除图像中较结构元素大的噪声结构^[6-18], 从而滤波效果较差. 交变序列滤波器通过逐渐增大结构元素可以有效抑制强噪声, 但同时图像细节被平滑, 因此滤波后的图像较为模糊^[19-21].

基于以上问题, 本文提出了一类双算子形态学滤波器, 基于标准形态学滤波算子和结构元素的双重交替, 构造出了具有经典形态学滤波器主要性质(幂等性、对偶性、递增性)的双算子形态学滤波器. 文中分析并证明了该类算子的性质和性能, 表明双算子形态学滤波器突破了经典形态学理论中利用小结构元素不能去除大噪声结构的形态学滤波技术, 且滤波后的图像保留了图像细节. 实验结果证明, 本文提出的双算子形态学滤波器在有效抑制噪声的同时保留了图像细节, 最终滤波后的图像具有较高的

收稿日期 2010-05-25 录用日期 2010-09-10
Manuscript received May 25, 2010; accepted September 10, 2010
国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2007AA01Z324), 国家自然科学基金 (60872159) 资助

Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2007AA01Z324) and National Natural Science Foundation of China (60872159)

1. 西北工业大学电子信息学院 西安 710129
1. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129

峰值信噪比和较小的均方根误差。

1 相关概念

在形态学变换中,有一些重要的形态学变换性质,这些性质保证了不同形态学算子可以组合成新的形态学滤波器^[22-24]。下面给出形态学变换的一些相关的概念 (id 表示等价变换)。

1) 幂等性: 对任意图像 f 进行 ψ 变换,如果连续变换后的图像与变换一次后的图像相同, $\psi[\psi(f)] = \psi(f)$, 则称变换 ψ 是幂等的。

2) 扩展性: 对任意图像 f 进行 ψ 变换,如果变换后的图像大于等于原图像 $\psi(f) \geq f$, 则称变换 ψ 是扩展的, 即 $\psi \geq id$ 。

3) 非扩展性: 对任意图像 f 进行 ψ 变换,如果变换后的图像小于等于原图像 $\psi(f) \leq f$, 则称变换 ψ 是非扩展的, 即 $\psi \leq id$ 。

4) 递增性: 对任意图像 f 和 g 存在顺序关系 $f \leq g$, 如果 ψ 变换能保证该顺序关系 $\psi(f) \leq \psi(g)$, 则称变换 ψ 是递增的。

5) 对偶性: 对任意图像 f 进行 ψ 变换,其结果等价于对 f 的补集图像 f^c 进行 ψ^d 变换后的补集图像, 则称变换 ψ 与 ψ^d 是对偶变换。

2 双算子形态学滤波器

2.1 双算子腐蚀和膨胀

在形态学滤波器中,腐蚀和膨胀是最基本的两个算子,也是构成所有形态学算子的基础,形态学腐蚀和膨胀定义为

$$[\varepsilon_B(f)](x) = \min_{b \in B} f\{(x+b)\} \quad (1)$$

$$[\delta_B(f)](x) = \max_{b \in B} f\{(x-b)\} \quad (2)$$

其中, B 为结构元素。基于形态学腐蚀和膨胀,给出双算子腐蚀和膨胀的定义:

$$\varepsilon_{(B,B^c)}(f) = \varepsilon_B[\delta_{B^c}(f)] \quad (3)$$

$$\delta_{(B,B^c)}(f) = \delta_B[\varepsilon_{B^c}(f)] \quad (4)$$

其中, (B, B^c) 为一对中心互补的结构元素,即结构元素 B 包含中心点,而结构元素 B^c 不包含中心点。已知标准的形态学腐蚀和膨胀为非扩展和扩展运算,即 $\varepsilon_B \leq f \leq \delta_B$ 。而 $\varepsilon_{(B,B^c)}$ 和 $\delta_{(B,B^c)}$ 与 f 之间并不存在顺序关系,但满足 $\delta_{(B,B^c)} \geq \varepsilon_{(B,B^c)}$ 。根据式(3)和式(4),双算子腐蚀和膨胀较经典的形态学腐蚀和膨胀增加了一次形态学运算,但其具有最佳的邻域特性。

2.2 双算子开、闭滤波器

经典形态学开、闭算子的定义为

$$\gamma_B(f) = \delta_B[\varepsilon_B(f)] \quad (5)$$

$$\varphi_B(f) = \varepsilon_B[\delta_B(f)] \quad (6)$$

已知开、闭算子:

1) 开算子是一种非扩展的形态学滤波器。即 $\gamma_B(f) \leq f$, 若定义 $f = f^s + f^d$, 其中, f^s 为平滑区域, f^d 为细节区域, 则: $\gamma_B(f^s) = f^s$ 且 $\gamma_B(f^d) < f^d$ 。同理, 闭算子是一种扩展的形态学滤波器, $\varphi_B(f) \geq f$, 且 $\varphi_B(f^s) = f^s$, $\varphi_B(f^d) > f^d$ 。

2) 满足幂等性。 $\gamma_B[\gamma_B(f)] = \gamma_B(f)$, $\varphi_B[\varphi_B(f)] = \varphi_B(f)$ 。

3) 满足递增性。 $\forall f, \forall g, f \leq g \Leftrightarrow \gamma_B(f) \leq \gamma_B(g)$, $\varphi_B(f) \leq \varphi_B(g)$ 。

4) 满足对偶性。 $\varphi(f) = (\gamma(f^c))^c$ 。

基于开运算后的图像整体变暗,这是由于开运算消除了比结构元素小的图像亮结构;相反,闭运算消除了比结构元素小的图像暗结构,因此,图像整体变亮。开、闭滤波器是基本的形态学滤波器,基于腐蚀、膨胀、开和闭能组合出多类性能较优的形态学滤波器^[25-26]。

基于开、闭滤波器以及双算子腐蚀和膨胀的定义,可以定义双算子开、闭滤波器为

$$\gamma_{(B,B^c)}(f) = \delta_{(B,B^c)}[\varepsilon_{(B,B^c)}(f)] \quad (7)$$

$$\varphi_{(B,B^c)}(f) = \varepsilon_{(B,B^c)}[\delta_{(B,B^c)}(f)] \quad (8)$$

由于 $\delta_{(B,B^c)}[\varepsilon_{(B,B^c)}] = \delta_B \varepsilon_{B^c} \varepsilon_B \delta_{B^c} = \delta_B \varepsilon_B \varepsilon_{B^c} \delta_{B^c} = \gamma_B \varphi_{B^c}$, $\varepsilon_{(B,B^c)}[\delta_{(B,B^c)}] = \varepsilon_B \delta_{B^c} \delta_B \varepsilon_{B^c} = \varepsilon_B \delta_B \delta_{B^c} \varepsilon_{B^c} = \varphi_B \gamma_{B^c}$, 因此,双算子开、闭可以表示为: $\gamma_{(B,B^c)} = \gamma_B \varphi_{B^c}$, $\varphi_{(B,B^c)} = \varphi_B \gamma_{B^c}$ 。可见,双算子开、闭与双算子腐蚀和膨胀具有同样的形式。

根据形态学变换的性质,可以证明,双算子开、闭运算满足:对偶性、递增性和幂等性,但不满足扩展性和非扩展性。

证明。

1) 对偶性

根据形态学腐蚀、膨胀的性质可知, ε 和 δ 是对偶的, f^c 是 f 的补集: $\varepsilon(f) = (\delta(f^c))^c$, 则

$$\begin{aligned} \gamma_{(B,B^c)}(f) &= \delta_B(\varepsilon_{B^c}[\varepsilon_B(\delta_{B^c}(f))]) = \\ &= \delta_B(\varepsilon_{B^c}[\varepsilon_B(\varepsilon_{B^c}((f^c))^c]) = \\ &= \delta_B(\varepsilon_{B^c}[\delta_B((\varepsilon_{B^c}(f^c))^c)^c]) = \\ &= \delta_B(\varepsilon_{B^c}[\delta_B(\varepsilon_{B^c}(f^c))]^c) = \\ &= \delta_B([\delta_{B^c}([\delta_B(\varepsilon_{B^c}(f^c))]^c)^c]) = \\ &= \delta_B([\delta_{B^c}[\delta_B(\varepsilon_{B^c}(f^c))]^c]) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [\varepsilon_B([\delta_{B^c}[\delta_B(\varepsilon_{B^c}(f^c))]]^c)^c = \\ & [\varepsilon_B[\delta_{B^c}[\delta_B(\varepsilon_{B^c}(f^c))]]^c = \\ & (\varphi_{(B,B^c)}(f^c))^c \end{aligned}$$

2) 递增性

假设 $f \leq g$, 根据 ε 和 δ 的递增性, 则 $\delta_{B^c}(f) \leq \delta_{B^c}(g)$, $\delta_B(f) \leq \delta_B(g)$, $\varepsilon_{B^c}(f) \leq \varepsilon_{B^c}(g)$, $\varepsilon_B(f) \leq \varepsilon_B(g)$, 由于 $\gamma_{(B,B^c)}(f) = \delta_B[\varepsilon_{B^c}(\varepsilon_B[\delta_{B^c}(f)])] \leq \delta_B[\varepsilon_{B^c}(\varepsilon_B[\delta_{B^c}(g)])] = \gamma_{(B,B^c)}(g)$, 根据对偶性, $\varphi_{(B,B^c)}(f) = \varepsilon_{B^c}[\delta_B(\delta_{B^c}[\varepsilon_B(f)])] \leq \varepsilon_{B^c}[\delta_B(\delta_{B^c}[\varepsilon_B(g)])] = \varphi_{(B,B^c)}(g)$.

3) 幂等性

已知: $\gamma^2 = \gamma$, $\varphi^2 = \varphi$, 则:

$$\begin{aligned} \delta_{B^c}(\gamma_{(B,B^c)})^2 &= \\ \delta_{B^c}(\delta_B[\varepsilon_{B^c}(\varepsilon_B[\delta_{B^c}(\delta_B[\varepsilon_{B^c}(\varepsilon_B[\delta_{B^c}(f)])])])]) &= \\ \delta_{B^c \oplus B}(\varepsilon_{B^c \oplus B}[\delta_{B^c \oplus B}(\varepsilon_{B^c \oplus B}[\delta_{B^c}(f)])]) &= \\ \gamma_{B^c \oplus B}[\gamma_{B^c \oplus B}[\delta_{B^c}(f)]] &= \\ \gamma_{B^c \oplus B}[\delta_{B^c}(f)] = \delta_{B^c \oplus B}(\varepsilon_{B^c \oplus B}[\delta_{B^c}(f)]) &= \\ \delta_{B^c}(\delta_B[\varepsilon_{B^c}(\varepsilon_B[\delta_{B^c}(f)])]) &= \\ \delta_{B^c}(\gamma_{(B,B^c)}) \end{aligned}$$

由此, $(\gamma_{(B,B^c)})^2 = \gamma_{(B,B^c)}$, 根据对偶性, $(\varphi_{(B,B^c)})^2 = \varphi_{(B,B^c)}$.

4) 扩展性和非扩展性

已知: $\varepsilon(f) \leq f \leq \delta(f)$, 且 $\gamma(f) \leq f \leq \varphi(f)$. 即 $\varepsilon \leq id \leq \delta$, $\gamma \leq id \leq \varphi$. 显然, 形态学开滤波器是非扩展的, 而闭滤波器是扩展的.

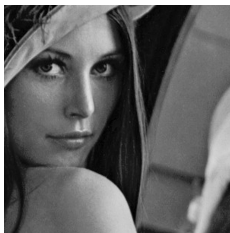
由于 B^c 是不含原点的结构元素 (假设 B^c 为一圆盘型结构元素, $B^c = \{(i, j-1), (i-1, j), (i, j+1), (i+1, j)\}$), 则:

$$\varepsilon_{B^c}(f) = \min \{f(i, j-1), f(i-1, j), f(i, j+1), f(i+1, j)\} \quad (9)$$

$$\delta_{B^c}(f) = \max \{f(i, j-1), f(i-1, j), f(i, j+1), f(i+1, j)\} \quad (10)$$

显然, $\varepsilon_{B^c}(f) \leq \delta_{B^c}(f)$, f 与 $\varepsilon_{B^c}(f)$ 和 $\delta_{B^c}(f)$ 之间无顺序关系. 而已知 $\varepsilon_{(B,B^c)}(f) = \varepsilon_B[\delta_{B^c}(f)]$, $\delta_{(B,B^c)}(f) = \delta_B[\varepsilon_{B^c}(f)]$, 则 $\varepsilon_{(B,B^c)}(f) \leq \delta_{B^c}(f)$, $\delta_{(B,B^c)}(f) \geq \varepsilon_{B^c}(f)$, 而 f 与 $\varepsilon_{(B,B^c)}(f)$ 和 $\delta_{(B,B^c)}(f)$ 之间也不存在顺序关系. 同理可得: $\gamma_{(B,B^c)}$ 和 $\varphi_{(B,B^c)}$ 与 f 不存在顺序关系, 即 $\gamma_{(B,B^c)}$ 和 $\varphi_{(B,B^c)}$ 均不满足形态学扩展性或非扩展性. \square

由上述分析可知, 双算子形态学开、闭运算满足幂等性、递增性和对偶性, 但不满足扩展性或非扩展性. 与基本形态学开、闭运算的滤波特性相比, 双算子形态学开、闭运算具有相反的特性. 双算子开运算去除了较结构元素小以及部分较结构元素大的暗噪声, 滤波后的图像整体变亮, 但比基本的形态学闭运算结果暗; 相反, 双算子闭运算去除了较结构元素小以及部分较结构元素大的亮噪声, 滤波后的图像整体变暗, 但比基本的形态学开运算结果亮 (即更接近原无噪声图像). 由此可见, 经双算子形态学开、闭运算后的图像灰度值偏移较小, 如图 1 所示.



(a) 原图

(a) Original image



(b) 噪声图像 (椒盐噪声密度 40%)

(b) The image corrupted by 40% salt-pepper noise

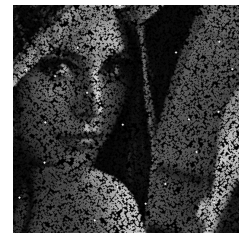
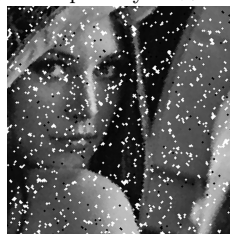
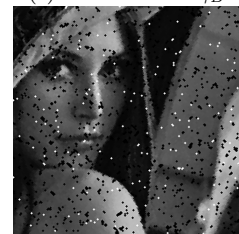
(c) γ_B 结果(c) The result of γ_B (d) φ_B 结果(d) The result of φ_B (e) $\gamma_{(B,B^c)}$ 结果(e) The result of $\gamma_{(B,B^c)}$ (f) $\varphi_{(B,B^c)}$ 结果(f) The result of $\varphi_{(B,B^c)}$

图 1 开、闭滤波与双算子开、闭滤波结果 (结构元素 B 是半径为 1 的圆盘, B^c 是半径为 1 且不含中心点的圆盘)

Fig. 1 The filtered results of opening, closing, double operator opening, and double operator closing (the structure element B is a disk of radius 1, and B^c is also a disk of radius 1 without central point)

2.3 双算子序列滤波器

将基本的形态学开、闭运算进行顺序组合, 可以组成抑制噪声能力更强的组合形态学滤波器, 常见的有开闭、闭开、开闭开和闭开闭 4 类滤波器. 然而, 在大噪声环境下, 基本的序列滤波器仍然难以有效地抑制噪声, 且滤波后的图像灰度值偏移较为严重. 交变序列滤波器 (Alternating sequential filter, ASF) 解决了该问题, 即利用序列滤波器的迭代运算, 从小结构元素开始, 逐渐增大结构元素的尺寸直至给定的尺寸为止^[20-21]. 下面给出 4 类基本的 ASF:

$$\psi_{\varphi\gamma}^i = \varphi_i\gamma_i \cdots \varphi_2\gamma_2\varphi_1\gamma_1 \quad (11)$$

$$\psi_{\gamma\varphi}^i = \gamma_i\varphi_i \cdots \gamma_2\varphi_2\gamma_1\varphi_1 \quad (12)$$

$$\psi_{\gamma\varphi\gamma}^i = \gamma_i\varphi_i\gamma_i \cdots \gamma_2\varphi_2\gamma_2\gamma_1\varphi_1\gamma_1 \quad (13)$$

$$\psi_{\varphi\gamma\varphi}^i = \varphi_i\gamma_i\varphi_i \cdots \varphi_2\gamma_2\varphi_2\varphi_1\gamma_1\varphi_1 \quad (14)$$

已知 $\psi_{\varphi\gamma}^i$, $\psi_{\gamma\varphi}^i$ 与 $\psi_{\gamma\varphi\gamma}^i$, $\psi_{\varphi\gamma\varphi}^i$ 的滤波性能接近, 而后的计算量较大, 因此常用的交变序列滤波器为 $\psi_{\varphi\gamma}^i$ 和 $\psi_{\gamma\varphi}^i$. 尽管交变序列滤波器是一种性能较优的形态学滤波器, 然而, 随着噪声强度的增加, i 逐渐增大, 结构元素的尺寸 i 逐渐增大意味着滤波器在有效抑制噪声的同时, 更多的图像细节被平滑, 且计算量较大. 如图 2(a)~(d) 所示, 利用交变序列滤波器对噪声图像滤波, 显然, 增大结构元素能够更为

有效地抑制噪声, 同时, 图像变得更模糊了. 为了解决该问题, 给出了双算子开闭、闭开滤波器:

$$(\varphi\gamma)_{(B, B^c)}(f) = \varphi_{(B, B^c)}[\gamma_{(B, B^c)}(f)] \quad (15)$$

$$(\gamma\varphi)_{(B, B^c)}(f) = \gamma_{(B, B^c)}[\varphi_{(B, B^c)}(f)] \quad (16)$$

基于双算子开闭、闭开滤波器, 可以得到双算子交变序列滤波器 (Double operator-alternating sequential filter, DO-ASF) 为

$$\psi_{(\varphi\gamma)_{(B, B^c)}}^i = \varphi_{(B_i, B_i^c)}\gamma_{(B_i, B_i^c)} \cdots \varphi_{(B_2, B_2^c)}\gamma_{(B_2, B_2^c)}\varphi_{(B_1, B_1^c)}\gamma_{(B_1, B_1^c)} \quad (17)$$

$$\psi_{(\gamma\varphi)_{(B, B^c)}}^i = \gamma_{(B_i, B_i^c)}\varphi_{(B_i, B_i^c)} \cdots \gamma_{(B_2, B_2^c)}\varphi_{(B_2, B_2^c)}\gamma_{(B_1, B_1^c)}\varphi_{(B_1, B_1^c)} \quad (18)$$

双算子序列滤波器满足幂等性、对偶性和递增性, 证明同第 2.2 节.

与经典的 ASF 相比, 双算子形态学滤波器利用较低的等级和较小的结构元素即可达到理想的滤波效果, 且保持了图像细节. 如图 2(e)~(h) 所示 (噪声图像为图 1(b), 结构元素 B_1 是半径为 1 的圆盘, B_1^c 是不含中心点的圆盘, B_2 是半径为 2 的圆盘, $B_2^c = B_2 - B_1$).

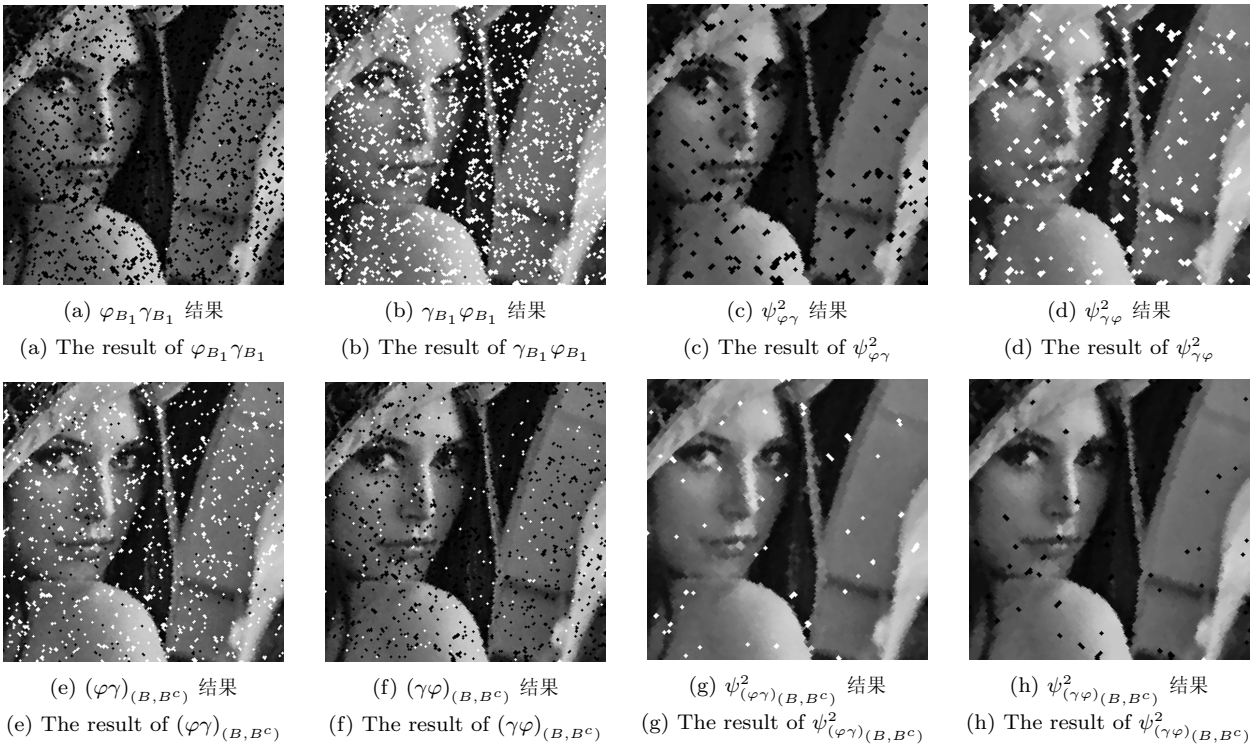
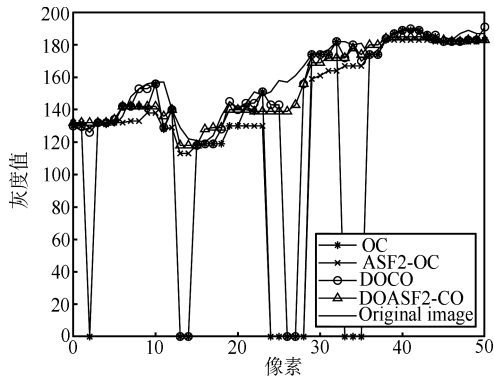


图 2 序列滤波器与双算子序列滤波器结果

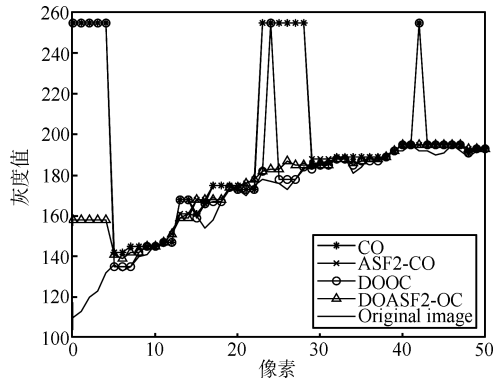
Fig. 2 The filtered results of sequential filters and double operators sequential filters

图 2 表明, 双算子开、闭滤波性能优于基本的形态学开、闭滤波器; 同样, 基于双算子开、闭的组合得到的双算子序列滤波器亦优于基本的序列滤波器. 图 3 给出了图 2 第 39 行, 第 85~135 列的一维信号对比结果 (图中, OC 表示开闭运算, CO 表示闭开运算, ASF2 表示二级交变序列滤波器 $\psi_{\varphi\gamma}^2$ 和 $\psi_{\gamma\varphi}^2$, DOASF2 表示二级的双算子交变序列滤波器 $\psi_{(\varphi\gamma)(B,B^c)}^2$ 和 $\psi_{(\gamma\varphi)(B,B^c)}^2$).



(a) $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$, $\psi_{(\varphi\gamma)(B,B^c)}^2$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$ 的滤波结果对比

(a) Comparison results of $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$, $\psi_{(\varphi\gamma)(B,B^c)}^2$, and $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$



(b) $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$, $\psi_{(\gamma\varphi)(B,B^c)}^2$ 和 $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$ 的滤波结果对比

(b) Comparison results of $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$, $\psi_{(\gamma\varphi)(B,B^c)}^2$, and $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$

图 3 不同滤波器的滤波结果对比 (像素取图 2 的第 39 行, 第 85~135 列)

Fig. 3 Comparison results of various filters (the pixels are from row 39 and columns 85~135 in Fig. 2.)

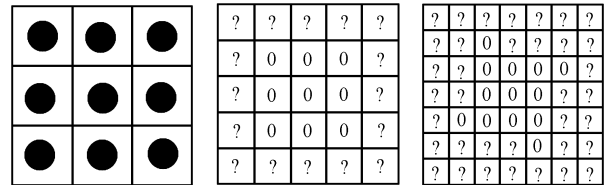
由图可以看出, $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)} \leq \gamma\varphi$, $\varphi\gamma \leq (\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$, $\psi_{(\varphi\gamma)(B,B^c)}^2 \leq \psi_{\gamma\varphi}^2$, $\psi_{\varphi\gamma}^2 \leq \psi_{(\gamma\varphi)(B,B^c)}^2$, 显然, 基于双算子的序列滤波器滤波后的图像更接近原图像. 且该算子在有效提高滤波效果的同时, 并未平滑图像细节.

3 双算子形态学滤波器性能分析

在第 2 节证明了双算子形态学滤波器具有经典形态学滤波器的一些重要性质, 且与经典形态学滤波器相比, 具有以下几个方面的优点:

1) 双算子形态学滤波器对噪声具有离散作用, 能够去除噪声块.

已知开闭、闭开等形态学序列滤波器可以去除较结构元素小的图像结构, 而保留大于或等于结构元素的图像结构. 由此, 在大噪声环境下, 常存在噪声块 (结构元素如图 4 (a) 所示, 噪声结构大于或等于结构元素, 以暗噪声为例, 见图 4 (b)~(c)), 此时, 对于小结构元素而言 (尺寸小于或等于 3×3 的方形结构元素), 利用经典的开闭、闭开则无法去除噪声块. 如图 5 (a)~(d) 所示. 双算子形态学滤波器解决了该问题, 该滤波器能去除与结构元素尺寸相同的噪声块, 且保留了图像细节, 如图 5 (e)~(l) 所示 (结构元素 B 是半径为 1 的圆盘, $B^c = B^s - B$, B^s 是宽度为 3 的方形结构元素, “?” 表示大于 0 的像素灰度值).



(a) 结构元素 (b) 等于结构元素的噪声块 (c) 大于结构元素的噪声块
(a) Structure element (b) Noise block is equal to the structure element (c) Noise block is bigger than the structure element

图 4 结构元素和噪声块

Fig. 4 Structure element and noise blocks

图 5 表明, 双算子形态学滤波器可以去除与结构元素尺寸相同的噪声结构, 实际上, 该滤波器亦能去除部分较结构元素尺寸大的结构元素. 如图 6 (a)~(h) 所示. 可见, 双算子形态学滤波器实现了形态学滤波技术的新突破: 利用小结构元素去除大于结构元素的噪声结构.

2) 双算子形态学滤波器在去除噪声的同时能保留更多的图像细节.

由于双算子形态学滤波器在去除较结构元素大的亮结构和暗结构时, 并未增大结构元素的尺寸, 因此图像的细节得以保留. 如图 7 和图 8 所示 (结构元素 B_1 是半径为 1 的圆盘, $B_1^c = B_1^s - B_1$, B_1^s 是宽度为 3 的方形结构元素, B_2 是半径为 2 的圆盘).

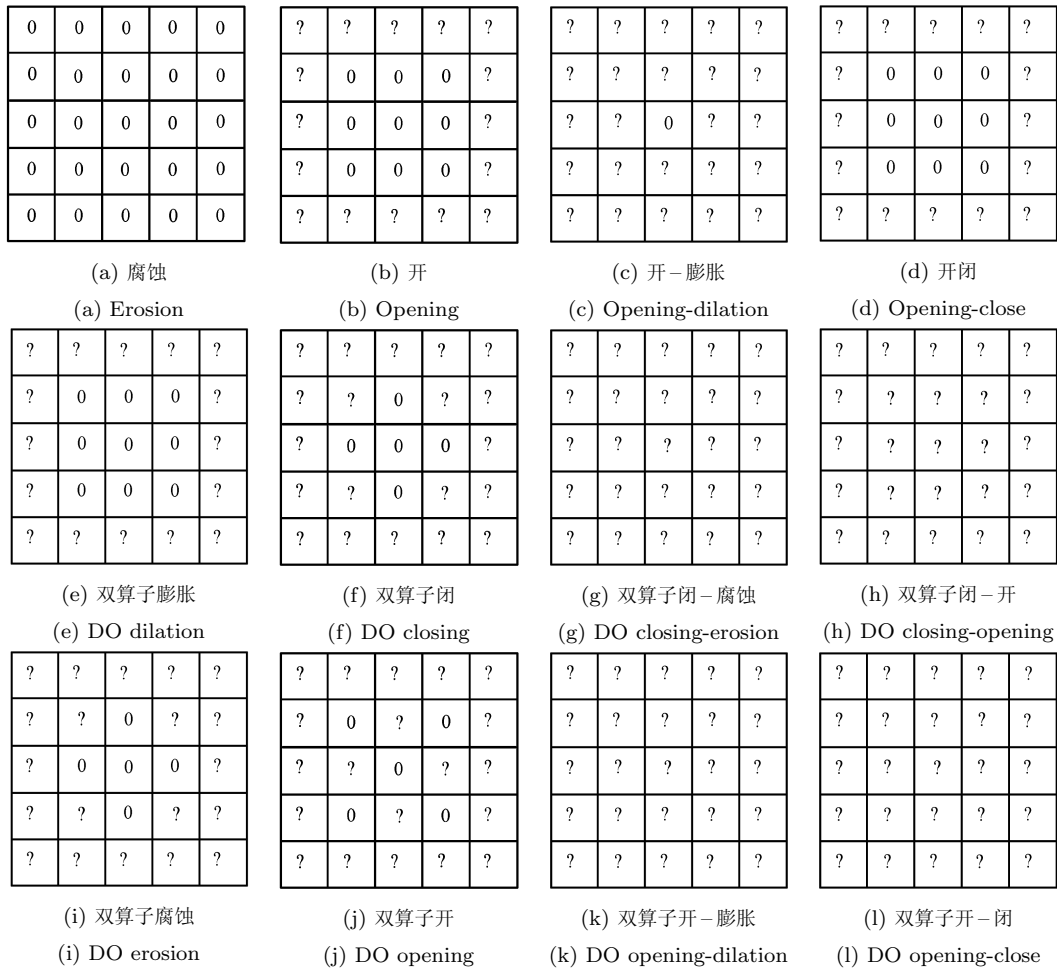


图 5 结构元素与噪声块相同

Fig. 5 Noise block is equal to structure element

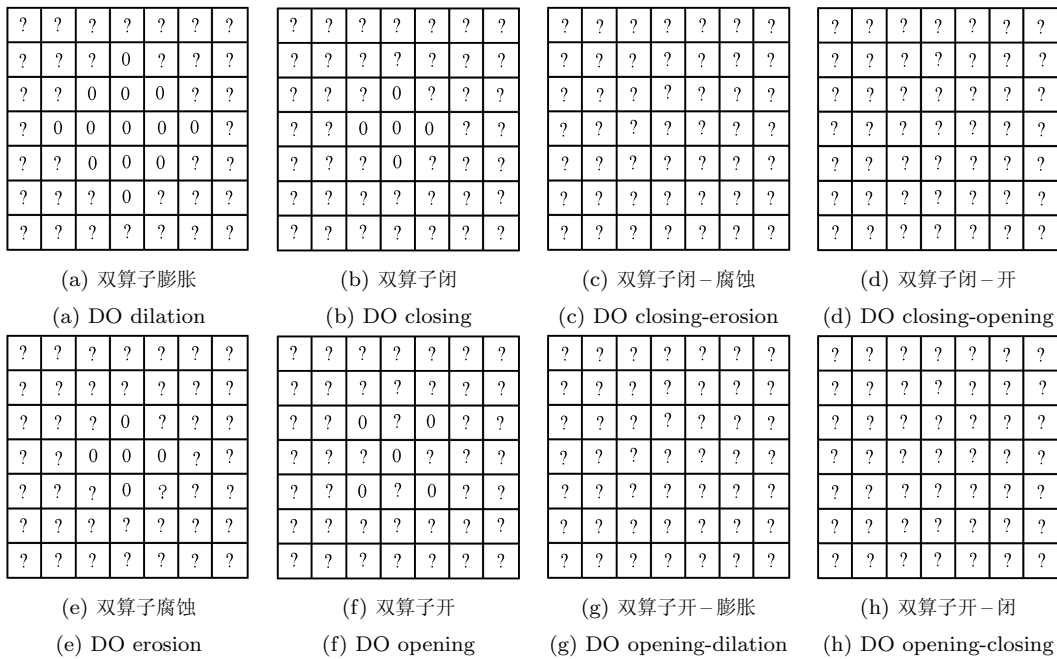


图 6 结构元素小于噪声块

Fig. 6 The structure element is smaller than noise block

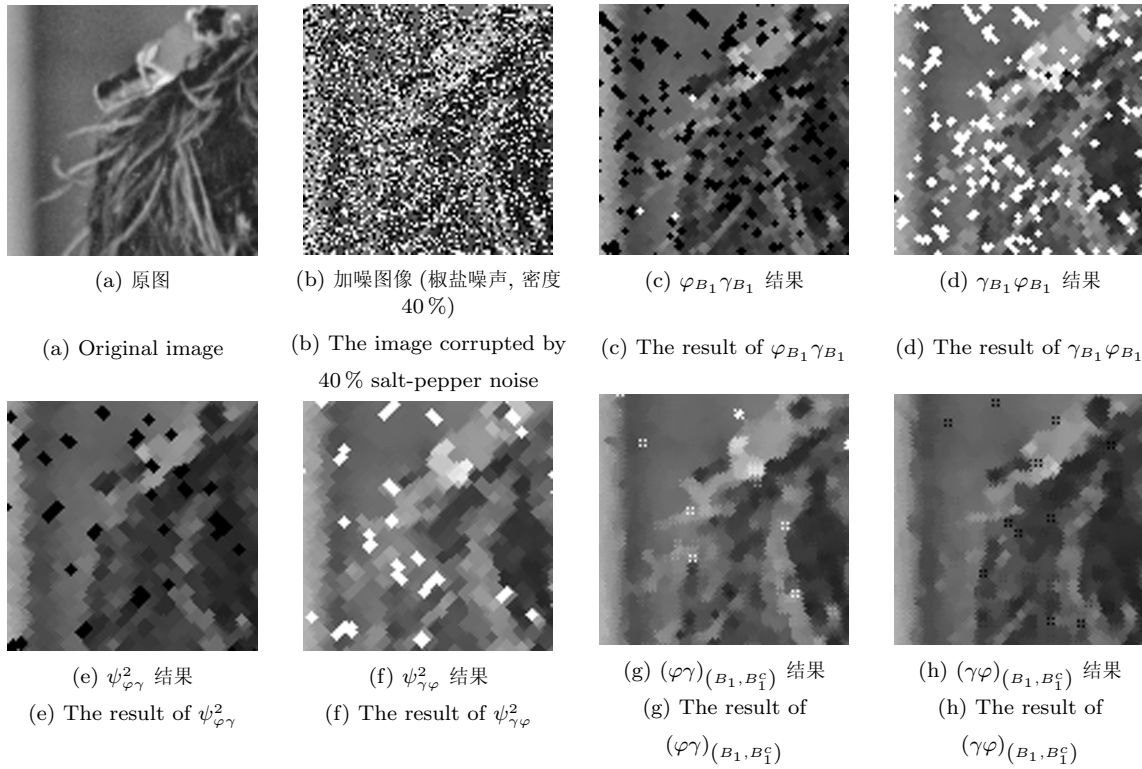


图 7 对细节图像的滤波结果

Fig. 7 The filtered results of detail images

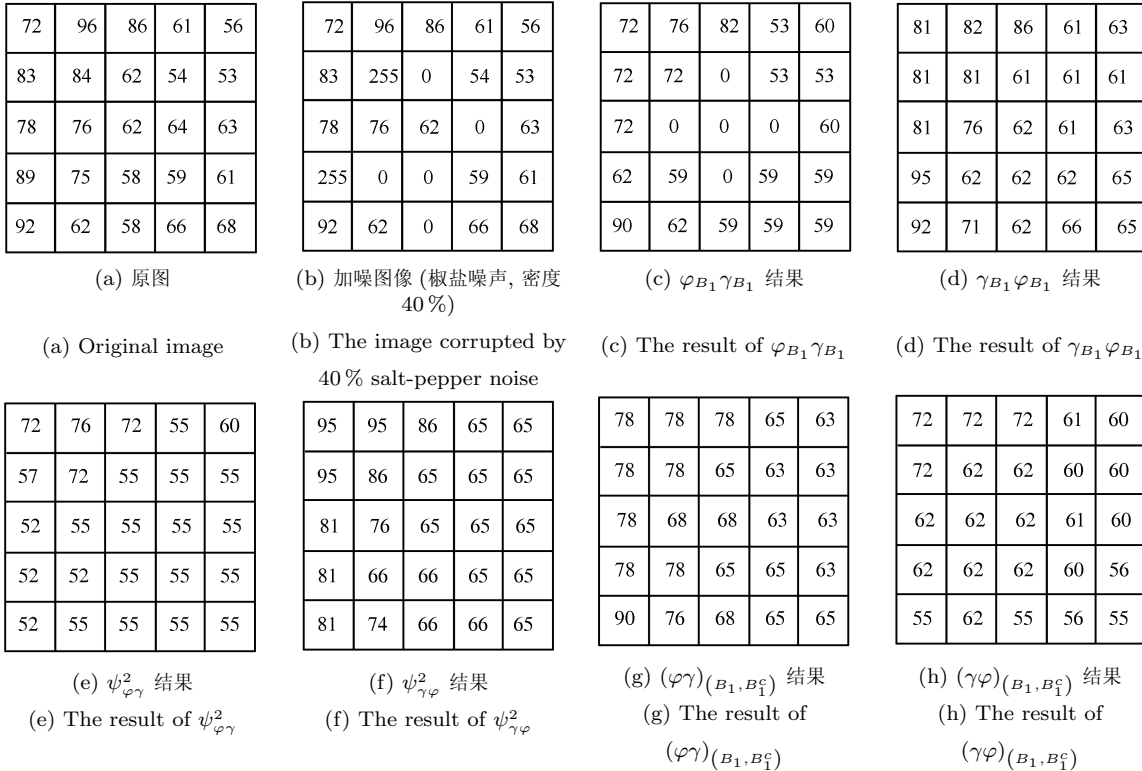


图 8 在图 7 中取一 5×5 的方块 (行和列均为: 第 49~53)

Fig. 8 A 5×5 block in Fig. 7 (the rows and columns are all from 49 to 53)

由图 7 和图 8 可以看出, 与经典的开闭、闭开相比, 双算子开闭、闭开具有更强的噪声抑制性能, 图 7(g)~(h) 与图 8(g)~(h) 明显优于图 7(c)~(d) 与图 8(c)~(d). 而与经典的交变序列滤波器相比 ($i = 2$), 双算子开闭、闭开滤波器能保留更多的图像细节, 在图 7(e)~(f) 与图 8(e)~(f) 中, 显然存在较大面积平滑图像块, 图 7(g)~(h) 与图 8(g)~(h) 明显优于 7(e)~(f) 与图 8(e)~(f). 而双算子形态学滤波器之所以能够在有效去除噪声的同时保留更多的图像细节, 主要原因是双算子形态学滤波器具有更佳的邻域选择特性, 如图 9 所示 (邻域选择特性的具体分析见附录).

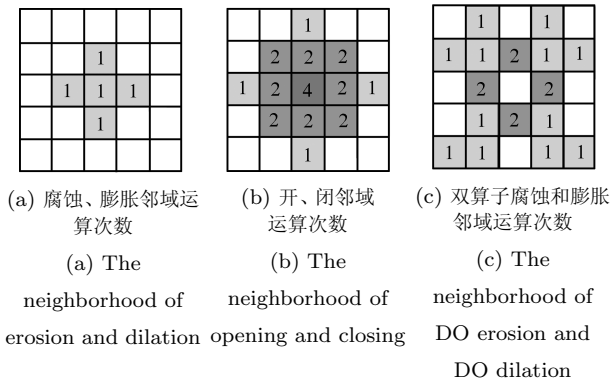


图 9 经典形态学算子与双算子形态学腐蚀和膨胀的邻域选择特性

Fig. 9 The neighborhood selection of the classic morphological operators and DO morphology

图 9 表明, 双算子腐蚀、膨胀具有更佳的邻域选择及运算方式, 它克服了经典形态学算子根据像素到中心点的距离决定邻域参与运算的次数. 图 9(b) 表明, 在大噪声情况下, 利用经典开、闭运算对噪声块的处理过程中, 噪声块像素在运算中占有绝对的运算次数优势, 从而必然导致噪声难以去除. 而双算子腐蚀、膨胀具有更为离散的邻域特性, 对噪声块不敏感, 如图 9(c) 所示.

3) 双算子形态学滤波器具有更为交替的算子特性.

根据式 $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}(f) = \varphi_{(B,B^c)}[\gamma_{(B,B^c)}(f)]$, $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}(f) = \gamma_{(B,B^c)}[\varphi_{(B,B^c)}(f)]$, $\gamma_{(B,B^c)} = \gamma_B\varphi_{B^c}$, $\varphi_{(B,B^c)} = \varphi_B\gamma_{B^c}$, 则 $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}(f) = \varphi_B\gamma_{B^c}\gamma_B\varphi_{B^c} = \varphi_B\gamma_B\gamma_{B^c}\varphi_{B^c}$, $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}(f) = \gamma_B\varphi_{B^c}\varphi_B\gamma_{B^c} = \gamma_B\varphi_B\varphi_{B^c}\gamma_{B^c}$. 而已知 $\varphi_B\gamma_B$ 与 $\gamma_B\varphi_B\gamma_B$, $\gamma_B\varphi_B$ 与 $\varphi_B\gamma_B\varphi_B$ 性能相近, 且 $\gamma_B\varphi_B\gamma_B = \gamma_B\varphi_B\varphi_B\gamma_B$, $\varphi_B\gamma_B\varphi_B = \varphi_B\gamma_B\gamma_B\varphi_B$, 由此表明: $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$ 与 $\varphi_B\gamma_B\varphi_B$ 和 $\gamma_B\varphi_B\gamma_B$ 的运算方式相同, 不同的是前者的结构元素具有交替性. 正是由于这种结构元素的交替, 使得双算子开闭、闭开运算更具对称性, 其抑制噪声性能

更强, 且保留细节能力更好.

4) 双算子形态学滤波器具有更低的计算复杂度. 由前面的分析已经知道, 双算子序列滤波器要优于经典的序列滤波器, 由图 7 可知, $(\varphi\gamma)_{(B,B^c)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B,B^c)}$ 的性能明显优于二级交变序列滤波器 $\varphi_{B_2}\gamma_{B_2}\varphi_{B_1}\gamma_{B_1}$ 和 $\gamma_{B_2}\varphi_{B_2}\gamma_{B_1}\varphi_{B_1}$. 根据 $(\varphi\gamma)_{(B_1,B_1^c)} = \varphi_{B_1}\gamma_{B_1^c}\gamma_{B_1}\varphi_{B_1^c}$, $(\gamma\varphi)_{(B_1,B_1^c)} = \gamma_{B_1}\varphi_{B_1^c}\varphi_{B_1}\gamma_{B_1^c}$ 可见, 双算子开闭 (DO-OC)、闭开 (DO-CO) 滤波器与二级交变序列滤波器 (ASF2) 的运算次数是相同的, 基本的腐蚀和膨胀算子运算次数均为 8 次, 然而 $B_1^c < B_1 < B_2$, 由此得到各自的计算复杂度.

已知 B_1^c , B_1 , B_2 和 B_2^c 的样本个数分别为 4、5、12 和 13, 一个像素需要进行 8 次极值运算. 由于极值运算主要是对样本进行排序, 这里以冒泡法排序为例, 则对 n 个数进行排序时, 样本的比较次数为: $n(n+1)/2$, 则 $C_{ASF2} = 4 \times (13 \times 14/2 + 5 \times 6/2) = 424$, $C_{DO-OC/CO} = 4 \times (12 \times 13/2 + 4 \times 5/2) = 352$. 其中, C_{ASF2} 和 $C_{DO-OC/CO}$ 分别表示 ASF2 和 DO-OC (DO-CO) 的像素比较次数, 显然, $C_{ASF2} > C_{DO-OC/CO}$. 由此表明, 双算子序列滤波器在改善图像滤波效果的同时, 还降低了计算复杂度.

4 实验结果

在实验中, 为了证明本文提出的双算子形态学滤波器的高性能, 基于经典的形态学滤波器和目前的主流形态学滤波器, 给出了多类形态学滤波器的实验结果作为对比, 以表明本文提出的滤波器的优越性. 实验选用了标准测试图像 “House” 和 “Peppers”, 大小为 512 像素 \times 512 像素, 灰度级为 256, 如图 11 所示, 图 11(a) 和 (b) 为原图, 图 11(c) 和 (d) 为噪声图像 (加入密度为 30% 的椒盐噪声). 计算机采用 Pentium Dual 处理器 2.2GHz, 2GB 内存. 图 12 和 13 为采用不同的滤波方法对噪声图像的滤波结果, 子图 (a)~(d) 依次为利用经典形态学开、闭、开闭和闭开滤波器的滤波结果, 用 γ_{B_1} , φ_{B_1} , $\varphi_{B_1}\gamma_{B_1}$ 和 $\gamma_{B_1}\varphi_{B_1}$ 表示; 子图 (e)~(h) 依次为利用广义形态学开、闭、开闭、闭开滤波器的滤波结果, 用 $\gamma_{(B_1,B_2)}$, $\varphi_{(B_1,B_2)}$, $\varphi_{B_2}\gamma_{B_1}$ 和 $\gamma_{B_2}\varphi_{B_1}$ 表示; 子图 (i)~(l) 依次为利用多结构形态学开、闭、开闭、闭开滤波器的滤波结果, 用 $\gamma_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$, $\varphi_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$, $(\varphi\gamma)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 表示; 子图 (m)~(p) 依次为利用柔性形态学开、闭、开闭、闭开滤波器的滤波结果, ($r = 2$) 用 $\gamma_{(B_1,A,2)}$, $\varphi_{(B_1,A,2)}$, $(\varphi\gamma)_{(B_1,A,2)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B_1,A,2)}$ 表示; 子图 (q)~(t) 依次为柔性形态学开、闭、开闭、闭开滤波器的滤波

结果, ($r = 3$) 用 $\gamma_{(B_1, A, 3)}$, $\varphi_{(B_1, A, 3)}$, $(\varphi\gamma)_{(B_1, A, 3)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B_1, A, 3)}$ 表示; 子图 (u) ~ (x) 依次为双算子形态学开、闭、开闭、闭开滤波器的滤波结果, 用 $\gamma_{(B_1, B_1^c)}$, $\varphi_{(B_1, B_1^c)}$, $(\varphi\gamma)_{(B_1, B_1^c)}$ 和 $(\gamma\varphi)_{(B_1, B_1^c)}$ 表示 (形态学运算中的结构元素 B_1 是半径为 1 的圆盘结构, $B_1^c = B_1^s - B_1$, B_1^s 是 3×3 的方形结构. B_2 是半径为 2 的圆盘结构, $B_2^c = B_2^s - B_2$, B_2^s 是 5×5 的方形结构. A 为中心点 $\{(0, 0)\}$, $r = 2, 3$. b_1, b_2, b_3, b_4 分别为线形结构元素, 尺寸为 3, 方向分别为 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$, 如图 10 所示).

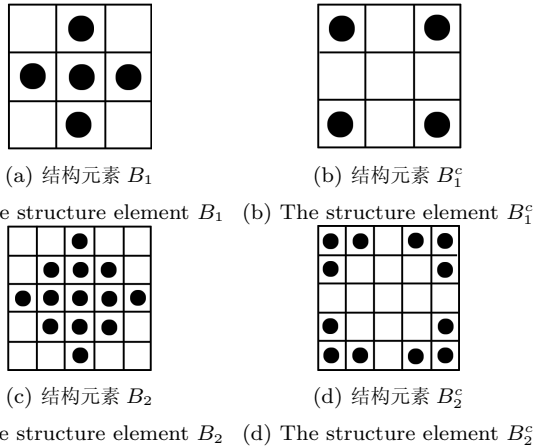


图 10 结构元素
Fig. 10 The structure elements

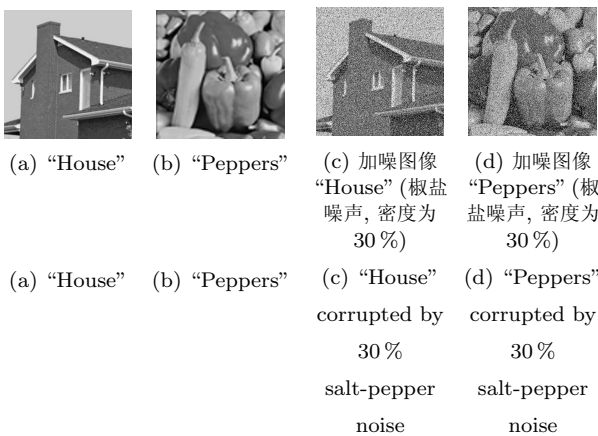


图 11 原图与噪声图像
Fig. 11 Original images and noise images

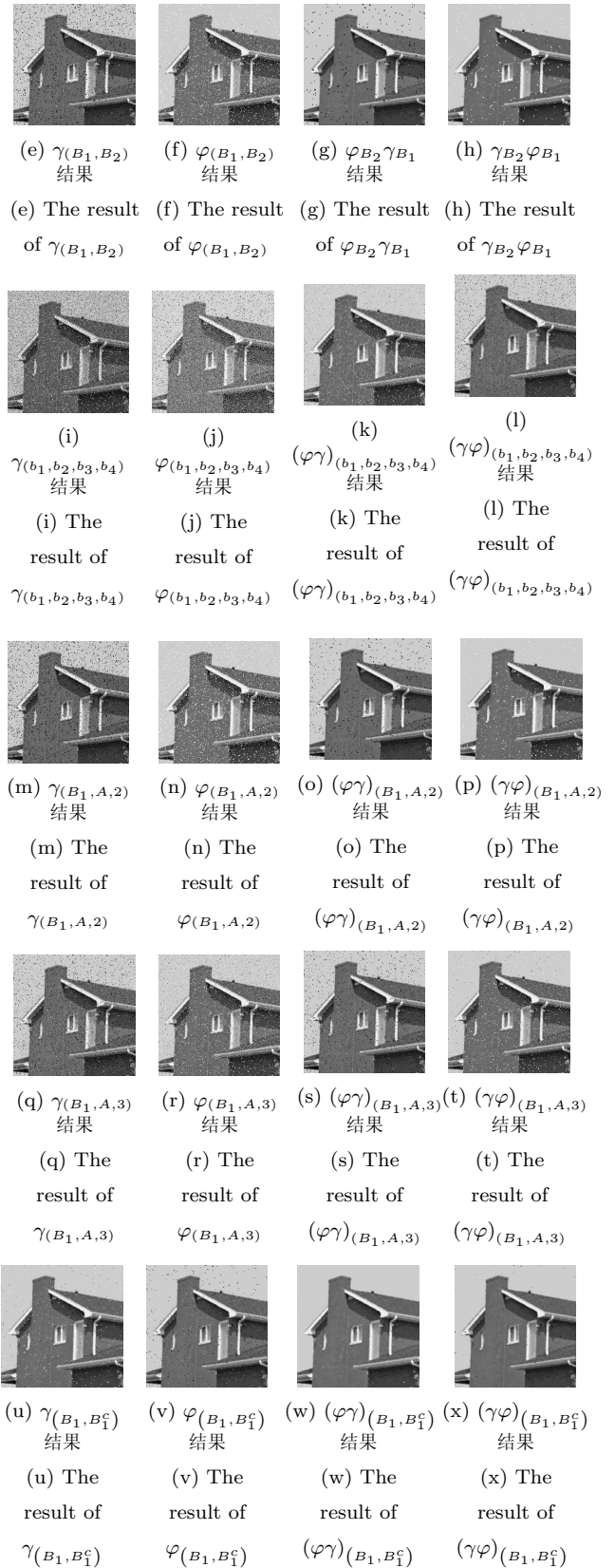
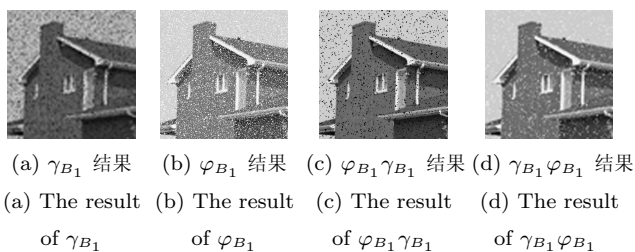
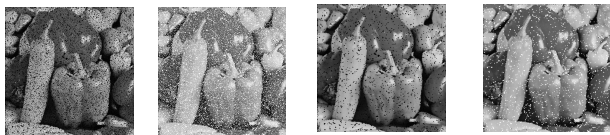
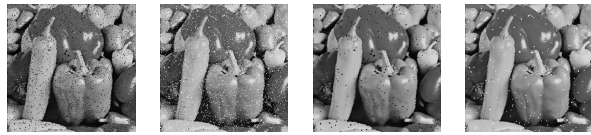


图 12 利用不同的形态学滤波器对图 11(c) 的滤波结果
Fig. 12 The filtered results of Fig. 11(c) using various morphological filters



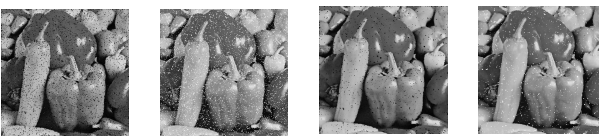
(a) γ_{B_1} 结果
(a) The result of γ_{B_1}
(b) φ_{B_1} 结果
(b) The result of φ_{B_1}
(c) $\varphi_{B_1}\gamma_{B_1}$ 结果
(c) The result of $\varphi_{B_1}\gamma_{B_1}$
(d) $\gamma_{B_1}\varphi_{B_1}$ 结果
(d) The result of $\gamma_{B_1}\varphi_{B_1}$



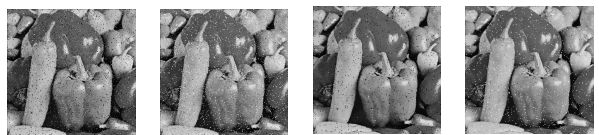
(e) $\gamma_{(B_1,B_2)}$ 结果
(e) The result of $\gamma_{(B_1,B_2)}$
(f) $\varphi_{(B_1,B_2)}$ 结果
(f) The result of $\varphi_{(B_1,B_2)}$
(g) $\varphi_{B_2}\gamma_{B_1}$ 结果
(g) The result of $\varphi_{B_2}\gamma_{B_1}$
(h) $\gamma_{B_2}\varphi_{B_1}$ 结果
(h) The result of $\gamma_{B_2}\varphi_{B_1}$



(i) $\gamma_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 结果
(i) The result of $\gamma_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$
(j) $\varphi_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 结果
(j) The result of $\varphi_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$
(k) $(\varphi\gamma)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 结果
(k) The result of $(\varphi\gamma)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$
(l) $(\gamma\varphi)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$ 结果
(l) The result of $(\gamma\varphi)_{(b_1,b_2,b_3,b_4)}$



(m) $\gamma_{(B_1,A,2)}$ 结果
(m) The result of $\gamma_{(B_1,A,2)}$
(n) $\varphi_{(B_1,A,2)}$ 结果
(n) The result of $\varphi_{(B_1,A,2)}$
(o) $(\varphi\gamma)_{(B_1,A,2)}$ 结果
(o) The result of $(\varphi\gamma)_{(B_1,A,2)}$
(p) $(\gamma\varphi)_{(B_1,A,2)}$ 结果
(p) The result of $(\gamma\varphi)_{(B_1,A,2)}$



(q) $\gamma_{(B_1,A,3)}$ 结果
(q) The result of $\gamma_{(B_1,A,3)}$
(r) $\varphi_{(B_1,A,3)}$ 结果
(r) The result of $\varphi_{(B_1,A,3)}$
(s) $(\varphi\gamma)_{(B_1,A,3)}$ 结果
(s) The result of $(\varphi\gamma)_{(B_1,A,3)}$
(t) $(\gamma\varphi)_{(B_1,A,3)}$ 结果
(t) The result of $(\gamma\varphi)_{(B_1,A,3)}$



(u) $\gamma_{(B_1,B_1^c)}$ 结果
(u) The result of $\gamma_{(B_1,B_1^c)}$
(v) $\varphi_{(B_1,B_1^c)}$ 结果
(v) The result of $\varphi_{(B_1,B_1^c)}$
(w) $(\varphi\gamma)_{(B_1,B_1^c)}$ 结果
(w) The result of $(\varphi\gamma)_{(B_1,B_1^c)}$
(x) $(\gamma\varphi)_{(B_1,B_1^c)}$ 结果
(x) The result of $(\gamma\varphi)_{(B_1,B_1^c)}$

图 13 利用不同的形态学滤波器对图 11 (d) 的滤波结果
Fig. 13 The filtered results of Fig. 11 (d) using various morphological filters

对滤波后的图像做客观评价, 常用的衡量标准有峰值信噪比和均方根误差, 它们反映了滤波后的图像与原始无噪声图像的接近程度. 一般来讲, 均方根误差越小, 且峰值信噪比越大, 则表明滤波效果越好, 采用的滤波器也就越有效. 设 f 为原图像, g 为滤波后的图像, M 和 N 分别表示图像的宽度和高度, 由此得到图像的均方根误差公式为

$$RMSE = \left[\frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [g(x,y) - f(x,y)]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

图像的峰值信噪比公式为

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N |g(x,y) - f(x,y)|^2} \quad (20)$$

表 1~5 分别给出了利用不同形态学滤波器对加入不同等级脉冲噪声 (椒盐噪声) 的图像滤波实验数据. 其中, CMF 表示经典形态学滤波器, GMF 表示广义形态学滤波器, MSMF 表示多结构形态学滤波器, SMF 表示柔性形态学滤波器, DOMF 表示双算子形态学滤波器 (O 表示开运算, C 表示闭运算, r 表示柔性形态学滤波器的阶数).

通过表 1~5 的数据可以看出, 广义形态学滤波器、多结构形态学滤波器、柔性形态学滤波器以及双算子形态学滤波器都不同程度地改善了经典形态学滤波器性能. 其中, 双算子形态学滤波器的改进最大, 其次是广义形态学滤波器、柔性形态学滤波器以及多结构形态学滤波器 (各种滤波器所用结构元素尺寸相同). 而且, 就滤波效果而言, 双算子形态学开、闭滤波器已经超越了其他各类开闭、闭开滤波

表 1 采用不同形态学滤波器对“House”滤波后的 RMSE 比较

Table 1 Comparison of various morphological filters in terms of RMSE for “House”

滤波方法		噪声密度						
		5 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
CMF	O	23.6985	33.883	51.3166	67.107	81.9982	95.3334	108.3031
	C	21.2827	30.5489	45.6884	59.5761	73.0047	85.8707	97.3213
	OC	3.2309	5.3145	16.7403	35.5696	56.9657	77.7911	97.1038
	CO	3.1749	5.5824	15.2281	31.5622	50.8404	70.4289	87.9931
GMF	GO	4.1698	7.0005	19.0098	34.984	52.1119	69.1991	87.223
	GC	3.9512	6.8413	17.1745	30.83	46.6423	63.1608	79.3151
	GOC	2.7444	3.5893	6.6082	17.5926	34.481	55.7227	79.1149
	GCO	2.7061	3.4405	6.6962	15.0686	31.2289	51.0823	72.5851
MSMF	MS-O	23.5119	33.3536	49.0614	62.5387	75.3129	87.698	99.586
	MS-C	21.1838	30.0248	44.6989	58.3066	71.4069	84.1913	96.7258
	MS-OC	3.6575	6.364	16.1739	29.5117	45.2623	62.3834	79.6474
	MS-CO	3.8968	6.4115	17.6347	31.4979	47.3429	64.1334	81.1511
SMF	SO	3.8711	8.3958	22.9085	39.888	57.3044	74.4893	90.4788
	SC	3.2202	7.8432	20.1823	35.6407	51.0645	67.3171	82.5456
	SOC	2.2572	3.191	9.7272	22.3596	39.8338	59.5937	79.8713
	SCO	2.2283	3.1661	7.9194	19.5255	34.9151	53.3371	72.3351
DOMF	SO	3.094	6.731	19.0005	34.7006	51.0522	67.5495	84.2581
	SC	2.8561	6.7022	18.1292	32.8551	48.3704	64.2554	80.8018
	SOC	1.6442	3.367	11.7981	25.6646	40.9906	57.8207	75.7079
	SCO	1.6023	3.4743	10.8546	22.9365	37.3344	53.5674	71.3871
DOMF	DO-O	2.9164	3.7158	7.4449	14.4027	27.8582	44.2024	64.3487
	DO-C	2.9907	3.6088	7.3468	16.0989	29.6709	47.6779	68.5023
	DO-OC	3.2492	3.6655	4.8841	7.1121	14.8782	27.7302	50.0443
	DO-CO	3.3108	3.759	4.9447	8.052	15.7657	31.2686	53.9997

表 2 采用不同形态学滤波器对“House”滤波后的 PSNR 比较 (dB)

Table 2 Comparison of various morphological filters in terms of PSNR for “House” (dB)

滤波方法		噪声密度						
		5 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
CMF	O	20.6364	17.5312	13.9257	11.5954	9.8547	8.5459	7.4380
	C	21.5703	18.4309	14.9347	12.6294	10.8638	9.4539	8.3666
	OC	37.9442	33.6216	23.6555	17.1092	13.0185	10.3122	8.3861
	CO	38.0962	33.1944	24.4779	18.1474	14.0066	11.1758	9.2418
GMF	GO	35.7285	31.2282	22.5513	17.2534	13.7921	11.3288	9.3182
	GC	36.1963	31.4281	23.4331	18.3513	14.7552	12.1219	10.1437
	GOC	39.3618	37.0307	31.7291	23.2242	17.3792	13.2102	10.1656
	GCO	39.4838	37.3985	31.6142	24.5693	18.2397	13.9654	10.9139
MSMF	MS-O	20.7051	17.6680	14.3160	12.2078	10.5934	9.2710	8.1668
	MS-C	21.6107	18.5812	15.1249	12.8165	11.0560	9.6255	8.4200
	MS-OC	36.8672	32.0562	23.9545	18.7309	15.0161	12.2294	10.1074
	MS-CO	36.3166	31.9916	23.2034	18.1652	14.6257	11.9891	9.9449
SMF	SO	36.3742	29.6496	20.9309	16.1140	12.9670	10.6889	8.9999
	SC	37.9731	30.2409	22.0314	17.0919	13.9684	11.5683	9.7969
	SOC	41.0592	38.0524	28.3711	21.1415	16.1258	12.6268	10.0830
	SCO	41.1714	38.1203	30.1569	22.3188	17.2705	13.5902	10.9438
DOMF	SO	38.3205	31.5692	22.5555	17.3241	13.9705	11.5384	9.6186
	SC	39.0154	31.6064	22.9632	17.7987	14.4392	11.9726	9.9824
	SOC	43.8116	37.5860	26.6946	19.9441	15.8771	12.8891	10.5480
	SCO	44.0357	37.3134	27.4185	20.9203	16.6886	13.5528	11.0584
DOMF	DO-O	38.8339	36.7297	30.6936	24.9619	19.2317	15.2219	11.9600
	DO-C	38.6154	36.9836	30.8088	23.9949	18.6842	14.5645	11.4167
	DO-OC	37.8953	36.8481	34.3550	31.0908	24.6798	19.2717	14.1437
	DO-CO	37.7323	36.6293	34.2480	30.0128	24.1766	18.2286	13.4830

表3 采用不同形态学滤波器对“Peppers”滤波后的RMSE比较
Table 3 Comparison of various morphological filters in terms of RMSE for “Peppers”

滤波方法		噪声密度						
		5 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
CMF	O	21.6984	31.047	45.7525	59.6472	72.9212	85.7051	97.1962
	C	24.2578	34.0877	50.5764	66.0269	80.6198	94.3466	106.0654
	OC	8.2077	9.7027	17.159	32.4136	51.3784	70.7276	87.8779
	CO	8.4617	10.0491	18.5177	35.6981	56.8221	77.6596	95.5664
GMF	GO	7.2752	9.6376	18.1181	31.4957	47.0059	63.1456	79.2527
	GC	9.5444	11.4698	20.6374	35.2261	51.8041	69.4642	85.7407
	GOC	8.5448	9.1304	11.1371	18.4052	32.5845	51.6569	72.1
	GCO	8.3609	8.8189	11.1048	19.2113	35.0952	56.7852	77.8908
MSMF	MS-O	21.162	30.3982	44.4258	57.8016	70.9728	83.646	96.0305
	MS-C	23.1398	32.9202	48.041	61.4418	74.2445	86.4826	98.2109
	MS-OC	8.7362	10.8945	19.1015	32.1401	47.4312	63.9851	80.7367
	MS-CO	5.7735	8.3957	16.9594	29.6958	45.4506	62.1656	79.0892
SMF	SO	8.2213	11.0673	21.1723	35.5868	51.4779	67.3468	82.6133
	SC	8.5764	11.8537	24.1746	39.7216	56.3318	73.2879	89.1762
	SOC	8.3118	8.8589	11.7325	20.5607	35.9225	53.646	72.5197
	SCO	8.55	9.0181	12.7589	23.2144	39.3503	58.9517	79.1671
DOMF	SO	5.0229	8.1459	18.3847	32.5805	48.3775	64.4224	80.583
	SC	5.0553	8.5079	19.1613	34.397	50.2967	66.8462	83.2693
	SOC	4.9099	6.355	12.3807	23.0832	37.9012	54.1324	71.5236
	SCO	4.8893	6.7533	13.223	25.4414	40.5055	57.1605	74.9747
DOMF	DO-O	8.7789	9.3003	11.3996	17.756	30.2298	48.1094	68.0028
	DO-C	8.3618	8.9461	10.9484	17.0865	28.3523	45.3112	64.2595
	DO-OC	9.1863	9.4823	10.4326	12.2694	17.6644	33.0102	53.5978
	DO-CO	9.1279	9.5157	10.3108	12.4354	17.8121	30.4467	50.2087

表4 采用不同形态学滤波器对“Peppers”滤波后的PSNR比较 (dB)
Table 4 Comparison of various morphological filters in terms of PSNR for “Peppers” (dB)

滤波方法		噪声密度						
		5 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
CMF	O	21.4022	18.2904	14.9225	12.6190	10.8737	9.4707	8.3778
	C	20.4338	17.4788	14.0519	11.7364	10.0020	8.6363	7.6193
	OC	29.8464	28.3929	23.4410	17.9163	13.9152	11.1390	9.2532
	CO	29.5817	28.0883	22.7790	17.0779	13.0405	10.3269	8.5247
GMF	GO	30.8939	28.4514	22.9685	18.1658	14.6878	12.1239	10.1505
	GC	28.5358	26.9397	21.8377	17.1935	13.8435	11.2956	9.4671
	GOC	29.4968	28.9210	27.1954	22.8320	17.8706	13.8682	10.9721
	GCO	29.6857	29.2225	27.2206	22.4597	17.2259	13.0461	10.3011
MSMF	MS-O	21.6197	18.4739	15.1781	12.8920	11.1090	9.6819	8.4826
	MS-C	20.8436	17.7815	14.4986	12.3615	10.7175	9.3922	8.2876
	MS-OC	29.3044	27.3867	22.5094	17.9899	14.6095	12.0092	9.9894
	MS-CO	32.9019	29.6497	23.5426	18.6769	14.9800	12.2598	10.1685
SMF	SO	29.8320	27.2500	21.6154	17.1050	13.8984	11.5645	9.7898
	SC	29.4647	26.6538	20.4636	16.1503	13.1157	10.8302	9.1258
	SOC	29.7369	29.1832	26.7430	21.8700	17.0235	13.5401	10.9217
	SCO	29.4915	29.0285	26.0146	20.8157	16.2318	12.7209	10.1599
DOMF	SO	34.1118	29.9120	22.8417	17.8717	14.4379	11.9501	10.0059
	SC	34.0558	29.5344	22.4823	17.4004	14.1000	11.6293	9.7211
	SOC	34.3093	32.0685	26.2759	20.8649	16.5577	13.4617	11.0418
	SCO	34.3459	31.5405	25.7042	20.0200	15.9805	12.9889	10.6325
DOMF	DO-O	29.2620	28.7609	26.9930	23.1439	18.5221	14.4862	11.4803
	DO-C	29.6848	29.0981	27.3438	23.4777	19.0790	15.0067	11.9721
	DO-OC	28.8679	28.5925	27.7629	26.3543	23.1888	17.7578	13.5479
	DO-CO	28.9234	28.5620	27.8649	26.2376	23.1165	18.4600	14.1152

器, 且耗时最短 (如表 5 所示). 由此, 在多种形态学滤波器中, 双算子形态学滤波器的滤波效果最好 (如图 13 和 14 所示), 耗时最短 (如表 5).

表 5 对“House”和“Peppers”采用不同形态学滤波器的平均耗时 (s)

Table 5 Average computation times of various morphological filters for “House” and “Peppers” (s)

滤波方法		平均耗时
CMF	O	0.082060
	C	0.082202
	OC	0.160353
	CO	0.157724
GMF	GO	0.114548
	GC	0.098684
	GOC	0.191730
	GCO	0.193835
MSMF	MS-O	0.255567
	MS-C	0.251553
	MS-OC	0.486092
	MS-CO	0.483039
SMF	SO	2.8596764
	SC	2.7687904
	SOC	2.758062
	SCO	2.7664436
DOMF	DO-O	0.157452
	DO-C	0.153231
	DO-OC	0.297445
	DO-CO	0.296805

5 结论

本文基于形态学滤波器的对偶特性, 提出了双算子形态学滤波器, 该滤波器基于标准形态学算子与结构元素的双重交替构成具有强交替性的双算子形态学滤波器. 文中证明了该滤波器继承了基本的形态学滤波器的重要性质, 并分析论证了该类滤波器较基本形态学滤波器具有更强的噪声抑制性能, 同时保留了图像细节. 利用形态学算子邻域像素参与运算的次数证明了该类滤波器能以小结构元素去除大噪声块的原理. 实验结果表明, 该滤波器优于经典的形态学滤波器、广义形态学滤波器、多结构形态学滤波器以及不同等级的柔性形态学滤波器.

附录

双算子形态学滤波器具有更佳的邻域选择特性分析.

对于尺寸小于等于 3 的结构元素, 已知半径为 1 的圆盘型结构元素滤波效果是最好的, 因此, 给出双算子滤波与经典的形态学滤波对参与运算的邻域特性分析. 若 W 为 5×5 的图像块, 输入图像为 p , 结构元素 B 是半径为 1 的圆盘, $B^c = B^s - B$, B^s 为尺寸 3×3 的方形结构元素, 如式 (A1) 和 (A2).

类似的, 可以得到 $\delta[p(k, l-1)]$, $\delta[p(k-1, l)]$, $\delta[p(k, l+1)]$, $\delta[p(k+1, l)]$, $\delta[p(k, l)]$ (表达式略). 从而有:

$$\gamma[p(k, l)] = \max \{ \varepsilon[p(k, l-1)], \varepsilon[p(k-1, l)], \varepsilon[p(k, l+1)], \varepsilon[p(k+1, l)], \varepsilon[p(k, l)] \} \quad (\text{A3})$$

$$\varphi[p(k, l)] = \min \{ \delta[p(k, l-1)], \delta[p(k-1, l)], \delta[p(k, l+1)], \delta[p(k+1, l)], \delta[p(k, l)] \} \quad (\text{A4})$$

$$W(k, l) = \begin{bmatrix} p(k-2, l-2) & p(k-2, l-1) & p(k-2, l) & p(k-2, l+1) & p(k-2, l+2) \\ p(k-1, l-2) & p(k-1, l-1) & p(k-1, l) & p(k-1, l+1) & p(k-1, l+2) \\ p(k, l-2) & p(k, l-1) & p(k, l) & p(k, l+1) & p(k, l+2) \\ p(k+1, l-2) & p(k+1, l-1) & p(k+1, l) & p(k+1, l+1) & p(k+1, l+2) \\ p(k+2, l-2) & p(k+2, l-1) & p(k+2, l) & p(k+2, l+1) & p(k+2, l+2) \end{bmatrix} \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \varepsilon[p(k, l)] &= \min \{ p(k, l-1), p(k-1, l), p(k, l+1), p(k+1, l), p(k, l) \} \\ \varepsilon[p(k-1, l)] &= \min \{ p(k-2, l), p(k-1, l-1), p(k-1, l), p(k-1, l+1), p(k, l) \} \\ \varepsilon[p(k, l-1)] &= \min \{ p(k-1, l-1), p(k, l-2), p(k, l-1), p(k, l), p(k+1, l-1) \} \\ \varepsilon[p(k+1, l)] &= \min \{ p(k, l), p(k+1, l-1), p(k+1, l), p(k+1, l+1), p(k+2, l) \} \\ \varepsilon[p(k, l+1)] &= \min \{ p(k-1, l+1), p(k, l), p(k, l+1), p(k, l+2), p(k+1, l+1) \} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

同理:

$$\begin{aligned}\delta_{B^c} [p(k, l-1)] &= \max \{p(k-1, l-2), p(k-1, l), p(k+1, l-2), p(k+1, l)\} \\ \delta_{B^c} [p(k-1, l)] &= \max \{p(k-2, l-1), p(k-2, l+1), p(k, l-1), p(k, l+1)\} \\ \delta_{B^c} [p(k, l+1)] &= \max \{p(k-1, l), p(k-1, l+2), p(k+1, l), p(k+1, l+2)\} \\ \delta_{B^c} [p(k+1, l)] &= \max \{p(k, l-1), p(k, l+1), p(k+2, l-1), p(k+2, l+1)\} \\ \delta_{B^c} [p(k, l)] &= \max \{p(k-1, l-1), p(k-1, l+1), p(k+1, l-1), p(k+1, l+1)\}\end{aligned}$$

同理可得:

$$\varepsilon_{B^c} [p(k, l-1)], \varepsilon_{B^c} [p(k-1, l)], \varepsilon_{B^c} [p(k, l+1)], \varepsilon_{B^c} [p(k+1, l)], \varepsilon_{B^c} [p(k, l)] \text{ (表达式略)}.$$

从而有:

$$\varepsilon_{(B, B^c)} [p(k, l)] = \varepsilon_B (\delta_{B^c} [p(k, l)]) = \min \{\delta_{B^c} [p(k, l-1)], \delta_{B^c} [p(k-1, l)], \delta_{B^c} [p(k, l+1)], \delta_{B^c} [p(k+1, l)], \delta_{B^c} [p(k, l)]\} \quad (\text{A5})$$

$$\delta_{(B, B^c)} [p(k, l)] = \delta_B (\varepsilon_{B^c} [p(k, l)]) = \max \{\varepsilon_{B^c} [p(k, l-1)], \varepsilon_{B^c} [p(k-1, l)], \varepsilon_{B^c} [p(k, l+1)], \varepsilon_{B^c} [p(k+1, l)], \varepsilon_{B^c} [p(k, l)]\} \quad (\text{A6})$$

根据式 (1)~(4) 可以得到经典的腐蚀、膨胀过程, 邻域像素参与运算的次数如图 9(a) 所示, 经典的开、闭过程中, 邻域像素的选择与参与运算的次数如图 9(b) 所示, 双算子形态学腐蚀、膨胀过程中, 邻域像素参与运算的次数如图 9(c) 所示.

References

- Angulo J. Geometric algebra colour image representations and derived total orderings for morphological operators — Part I: colour quaternions. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2010, **21**(1): 33–48
- Dalla M M, Benediktsson J A, Bovolo F, Bruzzone L. An unsupervised technique based on morphological filters for change detection in very high resolution images. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2008, **5**(3): 433–437
- Mak K L, Peng P, Yiu K F C. Fabric defect detection using morphological filters. *Image and Vision Computing*, 2009, **27**(10): 1585–1592
- Wang J, Xu G H, Zhang Q, Liang L. Application of improved morphological filter to the extraction of impulsive attenuation signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, **23**(1): 236–245
- Mahmoud T A. Enhancement of aerial images using threshold decomposition adaptive morphological filter. In: Proceedings of IEEE the 16th International Conference on Image Processing. Cairo, Egypt: IEEE, 2009. 3121–3124
- Song J S, Delp E J. The analysis of morphological filters with multiple structuring elements. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1990, **50**(3): 308–328
- Svalbe I, Jones R. The design of morphological filters using multiple structuring elements, Part I: openings and closings. *Pattern Recognition Letters*, 1992, **13**(2): 123–129
- Jones R, Svalbe I. The design of morphological filters using multiple structuring elements, Part II: open (close) and close (open). *Pattern Recognition Letters*, 1992, **13**(3): 175–181
- Lei T, Fan Y Y, Huang L B. Fast lane recognition based on morphological multi-structure element model. *Optoelectronics Letters*, 2009, **5**(4): 304–308
- Gasteratos A, Andreadis I, Tsalides P. Fuzzy soft mathematical morphology. *IEE Proceedings — Vision, Image and Signal Processing*, 1998, **145**(1): 41–49
- Ji T Y, Lu Z, Wu Q H. Optimal soft morphological filter for periodic noise removal using a particle swarm optimiser with passive congregation. *Signal Processing*, 2007, **87**(11): 2799–2809
- Zmuda M A, Tamburino L A. Efficient algorithms for the soft morphological operators. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, **18**(11): 1142–1147
- Shih F Y, Pu C C. Analysis of the properties of soft morphological filtering using threshold decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, **43**(2): 539–544
- Pei S C, Lei C L, Shih F Y. Recursive order-statistic soft morphological filters. *IEE Proceedings — Vision, Image and Signal Processing*, 1998, **145**(5): 333–342
- Heijmans H J A M. Composing morphological filters. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, **6**(5): 713–723

- 16 Song J S, Delp E J. A study of the generalized morphological filter. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 1992, **11**(1): 229–252
- 17 Chatzis V, Pitas I. A generalized fuzzy mathematical morphology and its application in robust 2-D and 3-D object representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **9**(10): 1798–1810
- 18 Xu J N. A generalized discrete morphological skeleton transform with multiple structuring elements for the extraction of structural shape components. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(12): 1677–1686
- 19 Morales A, Acharya R, Ko S J. Morphological pyramids with alternating sequential filters. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, **4**(7): 965–977
- 20 Pei S C, Lai C L, Shih F Y. An efficient class of alternating sequential filters in morphology. *Graphical Models and Image Processing*, 1997, **59**(2): 109–116
- 21 Soille P. *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*. New York: Springer-Verlag, 2003. 242–260
- 22 Serra J, Vincent L. An overview of morphological filtering. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 1992, **11**(1): 47–108
- 23 Heijmans H J A M, Boomgaard R V D. Algebraic framework for linear and morphological scale-spaces. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2002, **13**(1–2): 269–301
- 24 Salembier P, Wilkinson M H F. Connected operators. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, **26**(6): 136–157
- 25 Crespo J, Maojo V. The strong property of morphological connected alternated filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2008, **32**(3): 251–263
- 26 Heijmans H J A M. *Morphological Image Operators*. New York: Academic Press, 1994. 103–140



雷涛 西北工业大学电子信息学院博士研究生。主要研究方向为图像处理、人工智能。本文通信作者。

E-mail: leitaoly@163.com

(LEI Tao Ph.D. candidate at the School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University.

His research interest covers image processing and artificial intelligence. Corresponding author of this paper.)



樊养余 西北工业大学电子信息学院教授。主要研究方向为图像处理、虚拟现实、信号与信息处理、人工智能。

E-mail: fan_yangyu@sina.com

(FAN Yang-Yu Professor at the School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University.

His research interest covers image processing, virtual reality, signal and information processing, and artificial intelligence.)