

基于奇异值分解的内模控制方法及在非方系统中的应用

靳其兵^{1,2} 刘斯文² 权玲^{1,2} 曹丽婷^{1,2}

摘要 针对复杂工业生产过程中常常出现的输入与输出变量数目不相等的非方系统,首次提出一种基于奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)的内模控制(Internal model control, IMC)新方法.该方法通过添加补偿项实现对非方系统的解耦并消除不可实现因素,并应用 SVD 矩阵理论设计一种非对角型滤波器,使控制系统不仅具备良好的高维解耦能力和响应速度快的优点,而且因设置新型滤波结构而具备极强的鲁棒性.仿真结果表明了这种方法的有效性和可靠性.

关键词 非方系统, 内模控制, 解耦, 奇异值分解

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00354

Internal Model Control Based on Singular Value Decomposition and Its Application to Non-square Processes

JIN Qi-Bing^{1,2} LIU Si-Wen² QUAN Ling^{1,2} CAO Li-Ting^{1,2}

Abstract A novel internal model control (IMC) method based on singular value decomposition (SVD) is proposed for the non-square processes of which the input numbers do not equal the output numbers in complicated industrial manufacturing processes. The method can realize decoupling of non-square processes and eradicating unrealizable factors by inserting compensated terms. Meanwhile, a non diagonal filter is designed on the basis of SVD matrix theory, which makes control system not only bear the capacity of high-dimensional decoupling and fast response, but also have strong robustness due to the novel filtering structure. Simulation results have proved the effectiveness and reliability of the proposed method.

Key words Non-square processes, internal model control (IMC), decoupling, singular value decomposition (SVD)

当前多变量系统内模控制理论已经相当成熟^[1].但在有些大规模工业生产过程中,往往存在输入变量与输出变量数目不相等的情况,即非方系统,例如三阶分裂蒸馏塔模型^[2]和某些化学反应器.一段时间以来,非方系统的控制方法主要是在系统矩阵中增加或者删除适当数目的输入或输出变量使其转化为方形系统而实现的.文献 [3] 指出,通过增加或移除变量使非方系统变为方形系统会使系统因信息缺失而表现出很差的性能.而且,对于大多数非方系统,其对于模型失配极为敏感,此时,运用传统的调节滤波器参数的方法很难获得令人满意的鲁棒稳定性^[4].本文针对复杂工业生产过程中常常出现的非方系统,首次提出一种基于奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)的内模控制(Internal

model control, IMC) 新方法,该方法通过添加补偿项实现对非方系统的解耦并消除不可实现因素,并应用 SVD 矩阵理论设计一种非对角型滤波器,使控制系统不仅具备良好的高维解耦能力和响应速度快的优点,而且因设置新型滤波结构而具备极强的鲁棒性.仿真结果显示了这种方法的有效性和可靠性.

1 预备理论

1.1 基于奇异值分解的内模控制结构

一般用 $m \times n$ ($m \leq n$) 阶矩阵来描述非方系统的传递函数并表示为 $G_p(s)$, 其结构如下:

$$G_p(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \cdots & g_{mn}(s) \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $g_{ij}(s) = g_{ij0}(s)e^{-\theta_{ij0}s}$ 为 $G_p(s)$ 的第 i 个输入与第 j 个输出之间的传递函数, $g_{ij0}(s)e^{-\theta_{ij0}s}$ 严格真且稳定; $\theta_{ij0} \geq 0$ 为该通道的传输时滞.本文采用多变量系统的内模控制结构,如图 1 所示.图中 Y_p 、 Y_m 和 U 分别为被控对象的输出、内部模型输出和控制量, R 为设定值, d 为外部扰动, $G_p(s)$ 、 $G_m(s)$ 为被控对象和内部模型, $G_F(s)$ 为反

收稿日期 2010-07-09 录用日期 2010-09-15
Manuscript received July 9, 2010; accepted September 15, 2010
国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2007CB714300), 国家高技术
研究发展计划(863 计划)(2008AA042131) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973
Program) (2007CB714300) and National High Technology Re-
search and Development Program of China (863 Program)
(2008AA042131)
1. 北京化工大学自动化研究所 北京 100029 2. 北京化工大学信息
科学与技术学院 北京 100029
1. Institute of Automation, Beijing University of Chemical
Technology, Beijing 100029 2. College of Information Science
and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Bei-
jing 100029

馈滤波器, $C_{\text{SVD-IMC}}(s)$ 为基于奇异值分解的内模控制器.

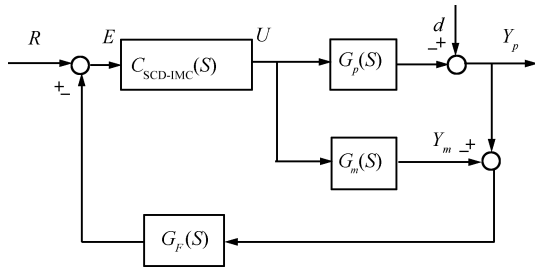


图 1 基于奇异值分解的内模控制结构
Fig. 1 Structure of IMC based on SVD

1.2 传递函数矩阵的奇异值分解

考虑系统的传递函数矩阵 $G_p(s)$, 对于每一个频率因子 s , 可以求得奇异值分解:

$$G_p(s) = U \cdot \Sigma \cdot V^H \quad (2)$$

其中, U 、 V 分别为 $m \times m$ 、 $n \times n$ 的正交矩阵, Σ 是包含 $G_p(s)$ 奇异值的对角阵, H 代表共轭转置. 该奇异值矩阵反映了传递函数 $G_p(s)$ 在某一频率因子 s 下的增益的上下界, 其中, $\bar{\sigma}$ 为上界, $\underline{\sigma}$ 为下界.

定义传递函数 $G_p(s)$ 在某一频率因子 s 下的条件数为 $\text{cond}(G(s))$, 可用式 (3) 求得.

$$\text{cond}(G(s)) = \frac{\bar{\sigma}(G(s))}{\underline{\sigma}(G(s))} \quad (3)$$

系统传递函数矩阵条件数的大小是衡量系统鲁棒性的标志. 如果过程在某一频率因子 s 下的条件数 $\text{cond}(G(s))$ 大, 则系统在较小的扰动下可以产生较大的偏差, 如果按一般方法设计系统的内模控制器, 则鲁棒性很难满足要求.

2 控制器的设计

对图 1 所示系统进行分析可知, 其闭环传递函数矩阵为

$$H = G_p(s)C_{\text{SVD-IMC}}(s) \times [I + (G_p - G_m)C_{\text{SVD-IMC}}]^{-1} \quad (4)$$

当模型匹配即 $G_p = G_m$ 时,

$$H = G_p(s)C_{\text{SVD-IMC}}(s) = G_m(s)C_{\text{SVD-IMC}}(s) \quad (5)$$

其中, $C_{\text{SVD-IMC}}$ 为基于奇异值分解的非方系统解耦内模控制器, 其主要有两个作用: 1) 在对系统进行补偿解耦的同时进行内模控制, 以减少各通道之间的耦合; 2) 满足系统的鲁棒性要求. 下面给出非方内模控制器 $C_{\text{SVD-IMC}}$ 的设计方法.

2.1 解耦环节的设计

传统内模控制理论指出^[4], 系统实现输入输出解耦的前提条件是闭环传递函数 H 为对角阵, 即

$$H = G_m C_{\text{IMC}} = \text{diag}\{h_i\}, h_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

因此, 一般解耦内模控制器形式应为

$$C_{\text{IMC}} = G_m^{-1} H \quad (7)$$

2.1.1 求取 G_m^{-1}

在非方系统中, 由于对象模型为非方矩阵, 传统意义上的 G_m^{-1} 并不存在, 因此考虑用 G_m 的广义逆^[5] 替代. 广义逆是指在矩阵为奇异 (含非方情况) 时, 同样存在一些矩阵, 类似于非奇异矩阵的逆矩阵, 能够和奇异矩阵相乘, 相乘结果为单位阵. 这里将 G_m 的广义逆矩阵记为 G_m^* , 由式 (8) 计算得出^[6].

$$G_m^* = G_m^H (G_m G_m^H)^{-1} \quad (8)$$

综合式 (7) 和 (8) 可得

$$C_{\text{IMC}} = G_m^* H = G_m^H (G_m G_m^H)^{-1} H \quad (9)$$

2.1.2 求取 H

考虑对象模型 G_m 由最小相位部分 G_{m-} 和包含非最小相位部分及时滞项的 G_{m+} 组成, 即

$$G_m = G_{m-} G_{m+} \quad (10)$$

在传统的内模控制器设计方法中, 采用添加滤波器的方法, 用来补充模型不匹配和忽略非最小相位部分所带来的误差, 如式 (11) 所示.

$$C_{\text{IMC}} = G_{m-}^{-1} F \quad (11)$$

所以

$$H = G_p C_{\text{IMC}} = G_m C_{\text{IMC}} = G_{m+} G_{m-} G_{m-}^{-1} F = G_{m+} F \quad (12)$$

其中

$$F = \text{diag}\left\{ \frac{1}{\lambda_i s + 1}, i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (13)$$

为 m 阶滤波器矩阵, 用来保证控制器物理可实现. G_{m+} 是过程模型 G_m 的非最小相位部分, 包含了 G_m 的时滞部分和右半平面 (Right half plane, RHP) 零点, 其一般形式^[7] 为

$$G_{m+} = \text{diag}\left\{ e^{-\theta_{\kappa_i} s} \prod_1^{D_i} \left(\frac{-s + z_p}{s + z_p^*} \right)^{w_i}, i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (14)$$

其中, θ_{Ki} 为矩阵 G_m^* 中第 i 列元素含有的最大时滞. z_p 为 G_m^* 第 i 列元素中存在的 RHP 极点; z_p^* 为 z_p 的共轭, W_i 表示同一 RHP 极点 z_p 的最大个数; D_i 表示 G_m^* 第 i 列元素存在 D_i 个不同的 RHP 极点. 式 (14) 的实质是一个补偿器, 用来补偿计算 G_m 的广义逆 G_m^* 时所引入的 RHP 极点和超前项, 因为 RHP 极点和超前项会造成控制器不稳定且不能实现. 综上所述, 在不考虑鲁棒性的情况下, 具有对非方系统解耦功能的内模控制器为

$$C_{\text{IMC}} = G_m^* G_{m+} F \quad (15)$$

2.2 滤波器 \tilde{F} 的设计

如果仅仅按照第 2.1 节所述步骤设计出非方多变量解耦内模控制器 C_{IMC} , 当遇到对象 $G_p(s)$ 为条件数很大的病态系统时, C_{IMC} 的鲁棒性往往不能达到要求. 因为当 $G_p(s)$ 的条件数很大时, 所设计出的控制器 C_{IMC} 的条件数同样会很大. 当存在模型失配时, 控制系统将会出现问题, 在某一特定的频率因子 s^* 下, 系统输出 Y_p 会产生很大的偏差. 对于非方系统, 可以通过设计滤波器来进一步满足系统的鲁棒性. 如果在某一频率因子 s^* 下 $G_p^*(s^*)$ 的条件数最高, 那么可以通过设计基于奇异值分解的非对角滤波器, 使其直接作用在 $G_p^*(s^*)$ 的奇异值上, 从而克服模型失配对系统的影响.

首先将 $G_p^*(s)$ 在频率因子 s^* 下进行奇异值分解:

$$G_p^*(s^*) = USV^H \quad (16)$$

再令实向量 W_V 满足式 (17),

$$V^H W_V = I \quad (17)$$

那么, 改进后的内模控制器为如下形式:

$$C_{\text{SVD-IMC}}(s) = G_m^* G_{m+} W_V F(s) W_V^{-1} \quad (18)$$

其中, $F(s)$ 是滤波器, 满足初始条件 $F(0) = I$. $C_{\text{SVD-IMC}}(s)$ 的成功实现依靠式 (18). 按以上方法设计出的内模控制器, 可以实现对非方系统的解耦内模控制并大大增强系统的鲁棒性. 将

$$\tilde{F}(s) = W_V F(s) W_V^{-1} \quad (19)$$

定义为基于奇异值分解的非对角型滤波器, 则式 (18) 可表示为

$$C_{\text{SVD-IMC}}(s) = G_m^* G_{m+} \tilde{F}(s) \quad (20)$$

为了克服工业过程中广泛存在的模型不确定性, 还需在反馈回路中添加滤波器 G_F , 使系统在存在不

确定性时依然保持原有的标称性能. 其中, 滤波器时间常数可设定为该回路最大时滞时间的一半^[8].

3 仿真实例

以三输入二输出的 Shell 标准控制问题为例, 其系统传递函数为

$$G_p(s) = \begin{pmatrix} \frac{4.05e^{-81s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-84s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-81s}}{50s+1} \\ \frac{5.39e^{-54s}}{50s+1} & \frac{5.72e^{-42s}}{60s+1} & \frac{6.9e^{-45s}}{40s+1} \end{pmatrix}$$

按上节所述方法求得:

$$G_{m+}(s) = \text{diag} \left\{ \frac{(50s-1)^2(60s-1)^2(40s-1)e^{-84s}}{(50s+1)^2(60s+1)^2(40s+1)}, \frac{(50s-1)^2(60s-1)^2(40s-1)e^{-54s}}{(50s+1)^2(60s+1)^2(40s+1)} \right\}$$

在 $s^* = 0$ 时, 对 $G_p^*(s^*)$ 进行奇异值分解, 令 $G_p^*(0) = USV^H$, 得:

$$V = \begin{pmatrix} -0.8234 & -0.5675 \\ 0.5675 & -0.8234 \end{pmatrix}$$

$$W_V = (V^H)^{-1} \begin{pmatrix} -0.8234 & -0.5675 \\ 0.5675 & -0.8234 \end{pmatrix}$$

综合考虑鲁棒性和响应时间, 取滤波器为

$$F(s) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{25s+1}, \frac{1}{8s+1} \right\}$$

应用式 (19) 所描述的非对角型滤波器 $W_V F(s) W_V^{-1}$, 可以求得基于奇异值分解的非方内模控制器 $C_{\text{SVD-IMC}}(s) = G_m^* G_{m+} \tilde{F}(s)$, 采用随机数直接搜索 (New Luus-Jaakola, NLJ) 方法进行降阶后^[9], 可得控制器 $C_{\text{SVD-IMC}}(s)$ 见式 (21).

反馈滤波器取为

$$G_F(s) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{40.5s+1}, \frac{1}{21s+1} \right\}$$

利用 Simulink 进行仿真, 系统给定值响应如图 2 所示. 其中, 实线为本文方法, 点划线为文献 [7] 中 Chen 所使用的方法, 虚线为文献 [10] 中 Sarma 所使用的方法. 图 3 所示为系统的干扰响应, 给第一、二通道在第 500s 分别加入幅值为 -0.5 和 0.5 的阶跃扰动.

$$C_{\text{SVD-IMC}}(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.9733s + 0.0791}{5.7412s^2 + 7.0541s + 1} e^{-0.4878s} & \frac{7.8791s - 0.0032}{1.5885s^2 + 17.4078s + 1} e^{-7.8553s} \\ \frac{-1.2497s - 0.336}{0.3524s^2 + 15.0875s + 1} e^{-11.7690s} & \frac{-2.4715s + 0.2751}{1.1188s^2 + 11.1794s + 1} e^{-12.3746s} \\ \frac{-0.9954s + 0.2167}{1.2501s^2 + 3.2418s + 1} e^{-5.4051s} & \frac{-0.5132s - 0.0806}{5.3295s^2 + 2.2549s + 1} e^{-4.1735s} \end{pmatrix} \quad (21)$$

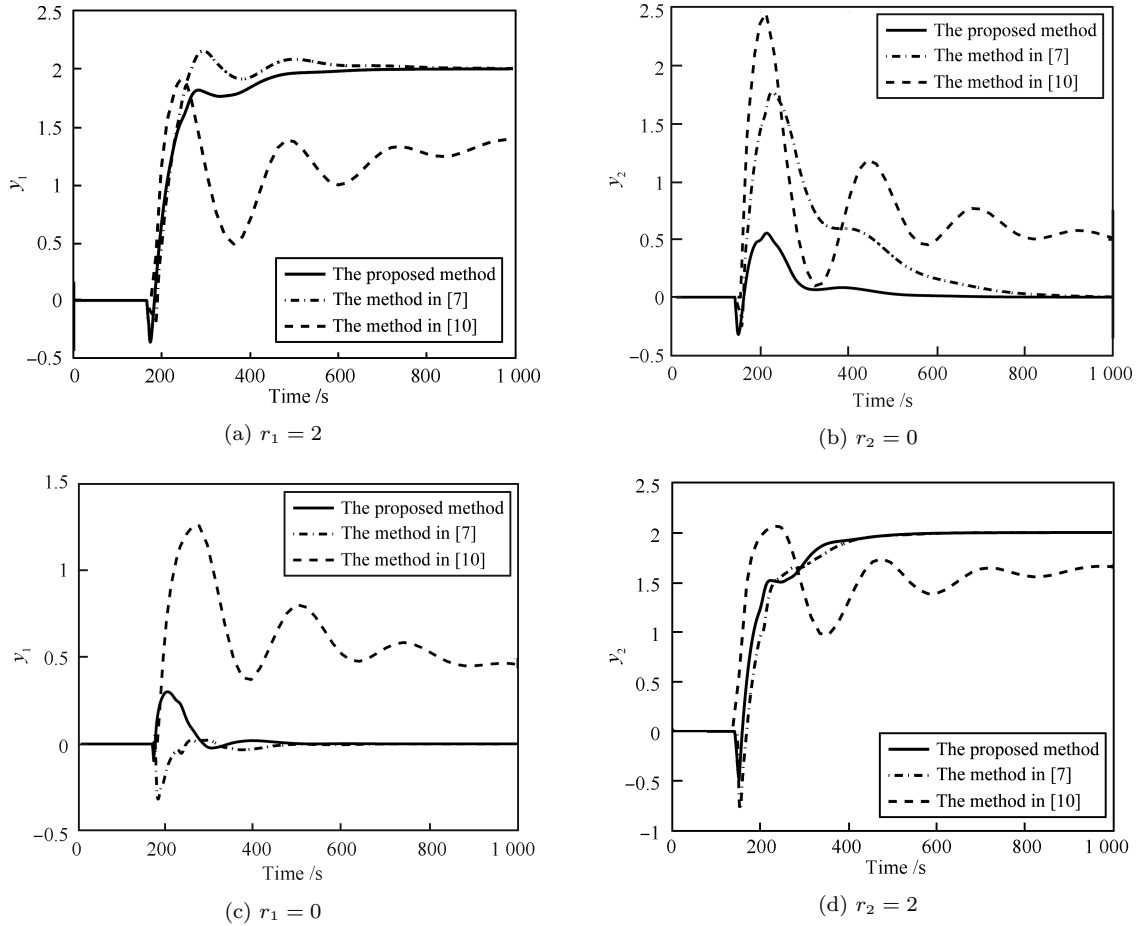
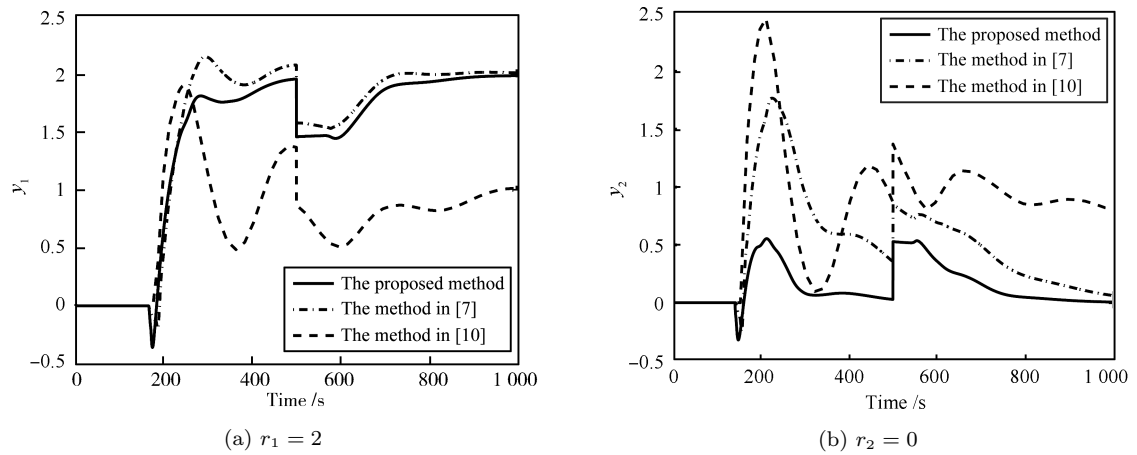


图 2 设定值响应

Fig.2 Set-point responses



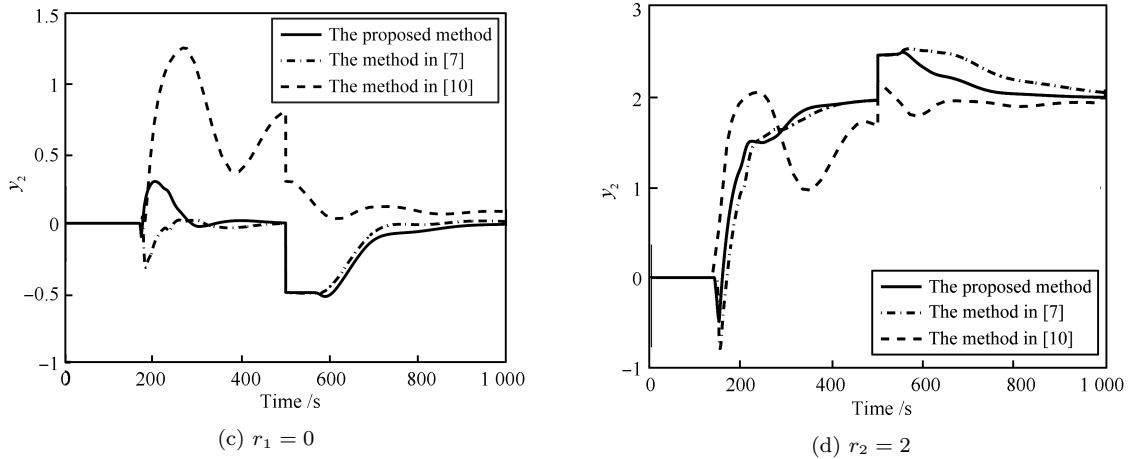


图 3 干扰响应

Fig. 3 Disturbance responses

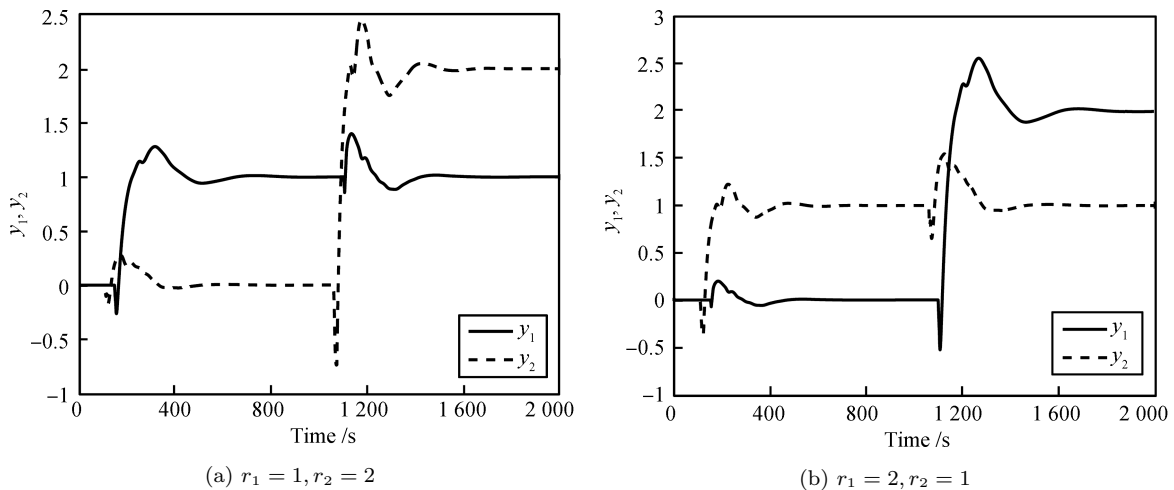


图 4 设定值响应 (模型摄动时)

Fig. 4 Set-point responses (Unmatched model)

如图 3 所示, 本文方法使系统的两个输出之间实现了解耦, 且可以无稳态误差地跟踪设定值, 与 Chen 和 Sarma 的方法相比, 具有更好的跟踪特性和抗干扰特性. 为了验证系统的鲁棒性, 令式 (19) 中各种元素的静态增益和纯滞后时间增加 20%, 时间常数减小 20%. 则对象传递函数为

$$\widetilde{G}_p(s) = \begin{pmatrix} \frac{4.86e^{-97.2s}}{40s + 1} & \frac{2.124e^{-100.8s}}{48s + 1} & \frac{7.056e^{-97.2s}}{40s + 1} \\ \frac{6.468e^{-64.8s}}{40s + 1} & \frac{6.864e^{-50.4s}}{48s + 1} & \frac{8.28e^{-54s}}{32s + 1} \end{pmatrix}$$

在输入条件及滤波器参数不变的情况下, 系统输出响应曲线, 如图 4 所示.

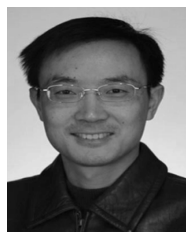
可以看到, 在模型摄动的情况下, 采用本文方法所设计的内模控制系统依然具有较好的跟踪性能和鲁棒性.

4 结论

本文针对工业过程中的非方系统提出了一种解耦内模控制设计方法, 这种方法从期望的对角形式无耦合系统传递函数矩阵出发, 依据内模控制器稳定可实现的原则, 设计补偿器, 得到最终的解耦控制器. 对于对象中含有的多个不同时滞, 不需对其近似, 避免了近似产生的误差. 同时对传统的滤波器结构加以改造, 将对角型滤波器改进为非对角型滤波器, 使控制系统具有良好的动态解耦效果和较强的鲁棒性. 仿真结果表明, 此方法较其他非方系统控制方法具有更好的控制性能和鲁棒性能.

References

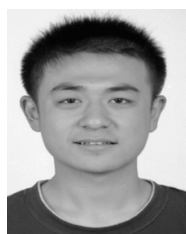
- 1 Li D Z, Zeng F Y, Jin Q B, Pan L D. Applications of an IMC based PID controller tuning strategy in atmospheric and vacuum distillation units. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2009, **10**(5): 2729–2739
- 2 Treiber S. Multivariable control of non-square systems. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1984, **23**(4): 854–857
- 3 Davison E J. Some properties of minimum phase systems and “squared-down” systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1983, **28**(2): 221–222
- 4 Zhou Ping, Chai Tian-You, Chen Tong-Wen. Decoupling internal model control method for operation of industrial process. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(10): 1362–1368 (周平, 柴天佑, 陈通文. 工业过程运行的解耦内模控制方法. 自动化学报, 2009, **35**(10): 1362–1368)
- 5 Yao Yan-Jing, Wang Jing, Pan Li-Deng. Decoupling internal model control for multi-variable non-square system with time delays. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)*, 2008, **59**(7): 1737–1742 (要艳静, 王晶, 潘立登. 多变量多时滞非方系统的解耦内模控制. 化工学报, 2008, **59**(7): 1737–1742)
- 6 Liu Hui, Yuan Wen-Yan, Jiang Dong-Qing. *Matrix Theory and Application*. Beijing: Chemical Industry Press, 2003. 200–205 (刘慧, 袁文燕, 姜冬青. 矩阵论及应用. 北京: 化学工业出版社, 2003. 200–205)
- 7 Chen Pei-Ying, Ou Lin-Lin, Sun Jing, Zhang Wei-Dong. Modified internal model control and its application in non-square processes. *Control and Design*, 2008, **23**(5): 581–584 (陈培颖, 欧林林, 孙敬, 张卫东. 改进的内模控制方法及其在非方系统中的应用. 控制与决策, 2008, **23**(5): 581–584)
- 8 Normey-Rico J E, Bordon C, Camacho E F. Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers. *Control Engineering Practice*, 1997, **5**(6): 801–810
- 9 Pan Li-Deng, Nie Xue-Yuan, Ma Jun-Ying. Monitoring, advanced process control and optimum control in an atmosphere and vacuum distillation plant. *Automation in Petro-Chemical Industry*, 2001, (6): 10–12 (潘立登, 聂雪媛, 马俊英. 常减压蒸馏装置监控先进控制和优化控制. 石油化工自动化, 2001, (6): 10–12)
- 10 Sarma K L N, Chidambaram M. Centralized PI/PID controllers for nonsquare systems with RHP zeros. *Indian Institute Science*, 2005, **85**(4): 201–214



靳其兵 北京化工大学信息科学与技术学院教授. 1999 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为先进控制及其在工业中的应用、建模方法研究与优化.

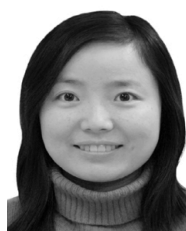
E-mail: Jinqb@buct.edu.cn

(**JIN Qi-Bing** Professor at the College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology. He received his Ph.D. degree from Northeastern University in 1999. His research interest covers advanced control and its industrial application, research and optimization of modeling method.)



刘斯文 北京化工大学信息科学与技术学院硕士研究生. 2007 年获得北京化工大学通信工程专业学士学位. 主要研究方向为多变量系统的内模控制. 本文通信作者. E-mail: lsw627@sina.com

(**LIU Si-Wen** Master student at the College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology. He received his bachelor degree from Beijing University of Chemical Technology in 2007. His main research interest is internal model control of multi-variable systems. Corresponding author of this paper.)



权玲 北京化工大学信息科学与技术学院博士研究生. 2007 年获得陕西科技大学控制理论与控制工程专业硕士学位. 主要研究方向为多变量内模控制.

E-mail: quanling00@qq.com

(**QUAN Ling** Ph.D. candidate at the College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology. She received her master degree from Shaanxi University of Science and Technology in 2007. Her main research interest is multi-variable internal model control.)



曹丽婷 北京联合大学讲师, 北京化工大学信息科学与技术学院博士研究生. 2005 年获得中国科学技术大学计算机应用技术专业硕士学位. 主要研究方向为先进控制及其在工业中的应用.

E-mail: caoliting0618@163.com

(**CAO Li-Ting** Lecturer at Beijing Union University and Ph.D. candidate at the College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology. She received her master degree from University of Science and Technology of China in 2005. Her research interest covers advanced control and its industrial application.)