

基于激光束匹配和图模型的移动机器人 相对运动估计误差分析

孙作雷¹ 茅旭初²

摘要 提出激光束匹配问题中移动机器人相对运动估计误差的分析方法. 以概率图模型建模激光点几何特征, 构建链式成双条件随机场推理激光点关联的边缘概率. 通过对关联配置空间的节点和状态限定, 紧凑采样激光束匹配不确定性概率分布, 并映射于相对运动估计空间, 推理相对运动估计误差. 实验验证了算法的有效性.

关键词 激光束匹配, 不确定性估计, 条件随机场, 图模型

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00205

Quantification of Relative Movement Uncertainty Based on Laser Scan Matching and Graphical Model for Mobile Robot

SUN Zuo-Lei¹ MAO Xu-Chu²

Abstract The paper proposes an algorithm to quantify the relative movement uncertainty for mobile robot in laser scan matching. A number of geometry features are modeled with the probabilistic graphical model. A chain pairwise conditional random fields are employed to infer the marginal probability of the laser point associations. Furthermore, the uncertainty distribution is sampled compactly based on the node and state bounding. Then, the sampled uncertainty is mapped into the relative movement estimation space. Finally, the uncertainty of relative movement is inferred. Experiments demonstrate the validity of the proposed algorithm.

Key words Laser scan matching, uncertainty quantification, conditional random fields (CRFs), graphical model

近年来, 激光传感器因较高的精度和较强的适用性被广泛应用于移动机器人导航领域^[1-2]. 通过寻找相邻激光束中激光点关联关系估计当前采样时刻移动机器人相对上一采样时刻的相对运动, 是基于激光传感器的机器人定位的主要方案, 称为激光束匹配 (Scan matching)^[1,3]、激光束配准 (Scan alignment) 或激光束相关 (Scan correlation)^[2]. 但将上述相对运动估计集成于滤波框架时, 例如, 应用于同时定位和地图构建 (Simultaneous localization and mapping, SLAM) 问题, 对激光束匹配问题中相对运动估计误差的定量分析是必需的. 即, 在通过激光束匹配估计相对运动之后, 再对该估计的不确定性 (Uncertainty) 作出估计. 自从 Lu 等^[1] 首次提出后, 该问题在移动机器人导航领域引起广泛关注. 前人的研究将激光束匹配问题中相对运动估计

的误差源归为四类: 1) 传感器测量噪声, 通常使用各向同性 (Isotropic) 或各向非同性 (Non-isotropic) 的似然函数 (Likelihood function) 建模该误差源^[4]; 2) 缺少空间约束的 (Under-constrained) 环境, 在某一方向缺乏空间约束的情况下运行激光束匹配会导致特定方向的大误差, 长廊和圆环是典型的缺少空间约束的环境^[5-6]; 3) 算法设计缺陷, 比如, 激光束匹配的经典算法 — 迭代最近点法 (Iterative closest point, ICP) 优化过程中的局部最小 (Local minima) 引起相对运动估计误差; 4) 激光点错误关联, 用错误的激光点对应关系估计相对运动, 会引入估计误差.

估计由激光点错误关联引起的误差是领域内公认的重点和难点. 前人的研究具有两个特点: 首先, 对机器人相对运动误差的估计大多基于迭代最近点算法; 其次, 仅以拉普拉斯法及其变种分析由传感器测量噪声引起的估计误差, 但拉普拉斯法天生就没有考虑激光点误关联似然, 比如, Bengtsson 等^[5] 提出的 Hessian 矩阵法, Pfister 等^[4] 提出的加权法过于依赖系统参数的选择, 以及基于粒子采样的离线法 (Offline) 缺乏严密的理论基础^[5] 等.

旨在改进传统激光束匹配中相对运动估计误差推理算法的缺点, 本文基于 Ramos 等^[3] 提出的基

收稿日期 2010-03-31 录用日期 2010-07-12
Manuscript received March 31, 2010; accepted July 12, 2010
上海海事大学科研基金 (20110025) 资助
Supported by Science and Technology Program of Shanghai Maritime University (20110025)
1. 上海海事大学信息工程学院 上海 200135 2. 上海交通大学电子信息与电气工程学院导航与控制实验室 上海 200240
1. College of Information Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135 2. Navigation and Control Laboratory, School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

于条件随机场 (Conditional random fields, CRF) 的激光束匹配技术, 采用机器学习的方法构建图模型 (Graphical model) 概率推理 (Probabilistic inference) 过程, 求取参考激光点与新激光点相关联的边缘概率分布. 并基于此提出限定激光点关联配置采样空间, 归纳移动机器人相对运动估计的协方差矩阵, 进而定量分析估计误差. 本文所提出的算法是对文献 [3] 算法的延伸, 为基于条件随机场的激光束匹配算法提出了决策质量评价部件.

1 问题描述

激光传感器在移动机器人导航领域的应用通常基于激光测距原理. 它在时刻 t 的测量值由若干距离读数构成, 每个读数表征从传感器当前方位到环境景物表面一个点的距离. 通过极坐标到笛卡尔坐标的转换, 每一个距离读数都可等效成机器人中心坐标系下的一个二维点, 即本文所指的激光点. 时刻 t 测量得到的激光束指若干二维激光点序列. 如图 1 所示, 假设机器人相继途经参考方位 P_{ref} 和新方位 P_{new} 时, 测得两激光束: 参考激光束 L_{ref} 和新激光束 L_{new} . P_{new} 和 P_{ref} 间的相对运动 RT 表现为两方面: 旋转 (Rotation) R 和平移 (Translation) $[T_x, T_y]$. 而且, $P_{new} = P_{ref} \oplus RT$, 其中, \oplus 表示坐标系合成.

当机器人的行进速度不太快或传感器采样频率足够高时, 新激光束中的一些激光点分别与参考激光束中的一些激光点两两对应于一些相同的物理点. 这种对应关系称为关联. 例如, 图 1 中 L_{ref}^2 和 L_{new}^1 相关联. 在参考激光束中找不到相关联对象的新激光点称为孤立点 (Outlier), 如图 1 中的 L_{ref}^1 . 两激光束所有激光点关联关系的集合称为激光点关联配置 (Association configuration). 图 1 中所示的激光点关联配置可表示为

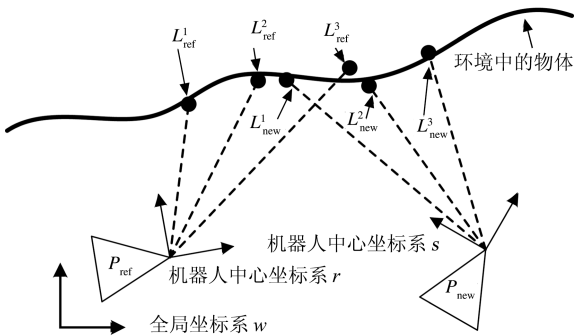


图 1 基于激光束匹配的移动机器人相对运动估计示意图
Fig. 1 The illustration of relative movement estimating for mobile robot with laser scan matching

$$C(L_{ref}, L_{new}) = \{L_{ref}^1 \leftrightarrow O, L_{ref}^2 \leftrightarrow L_{new}^1, L_{ref}^3 \leftrightarrow L_{new}^2\} \quad (1)$$

其中, O 表示孤立点状态. Lu 等^[1] 提出基于相邻激光束间的激光点关联配置估计机器人的相对运动 RT , 奠定了激光束匹配研究的基础.

错误判断两帧激光束中任一激光点的关联关系而维持其余激光点关联不变, 都将生成一种新的且区别于理想真值的激光点关联配置. 错误的激光点关联配置对应错误的相对运动解, 相对运动估计误差随之产生. 图 2 描述了不恰当激光点关联引起相对运动估计不确定性的原理. 实际应用中, 基于所推断出的一种激光点关联配置而估计的一组相对运动解通常并不是真值, 但它来自于一个表征决策质量的概率分布. 所有可能的激光点关联配置解出的相对运动解可在三维空间中近似为高斯分布. 使用机器学习的方法推理该估计不确定性概率分布的协方差矩阵是本文要解决的问题.¹

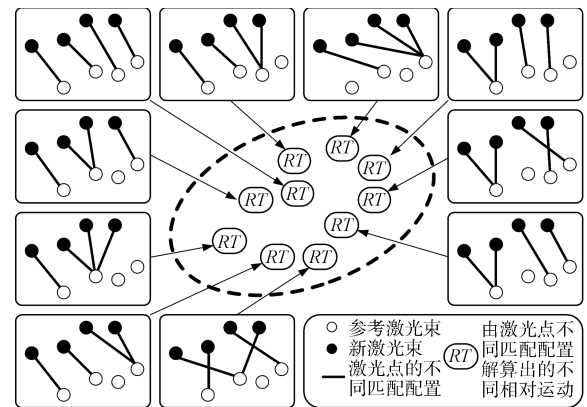


图 2 激光点误匹配引起相对运动估计误差示意图

Fig. 2 The illustration of relative movement estimating uncertainty caused by improper laser point association

2 系统建模

2.1 条件随机场建模

条件随机场是差别 (Discriminative) 概率框架, 通常以无向图模型 (Undirected graphical model) 构建. 近年来, 它在语音、文字识别等序列数据分类领域得到广泛的应用^[7]. 在条件随机场中, 待推理的对象向量 x 全局条件于观测量 z . 这避免了建模观测量间关系的复杂性, 更适于数据在空间和时间上具有较大相关性的应用.

本文使用成对条件随机场 (Pairwise CRF). 它只包含两种势函数: 局部势 (Local potential) 和配

¹ 为便于可视化, 图 2 将不确定性分布描述为二维, 且仅呈现了 5⁴ 种激光点关联配置中的 10 种.

对势 (Pairwise potential). 激光束为时间与空间上彼此相邻的若干激光点的序列, 激光点之间基于几何特性相关. 据此, 使用链式图 (Chain graph) 构建条件随机场. 如图 3 所示, 将参考激光束和新激光束所包含激光点作为观测量 \mathbf{z} . $\{L_{\text{ref}}^1, L_{\text{ref}}^2, L_{\text{ref}}^3, \dots, L_{\text{ref}}^N\}$ 表示参考激光束中的 N 个激光点. 它们各自可能的关联状态映射为条件随机场节点的隐状态. $\{L_{\text{new}}^1, L_{\text{new}}^2, L_{\text{new}}^3, \dots, L_{\text{new}}^M\}$ 表示新激光束中的 M 个激光点. 条件随机场图中的任一节点 x_i 都对应了 $M+1$ 种状态的似然. 例如, x_i 的状态 1 表示 x_i 所对应的参考激光点 L_{ref}^i 与新激光点 L_{new}^1 关联的似然. x_i 状态 2 表示 L_{ref}^i 与新激光点 L_{new}^2 关联的似然, 依次类推, 状态 $M+1$ 表示 L_{ref}^i 在新激光束中找不到关联激光点的似然, 即, L_{ref}^i 是孤立点的似然.

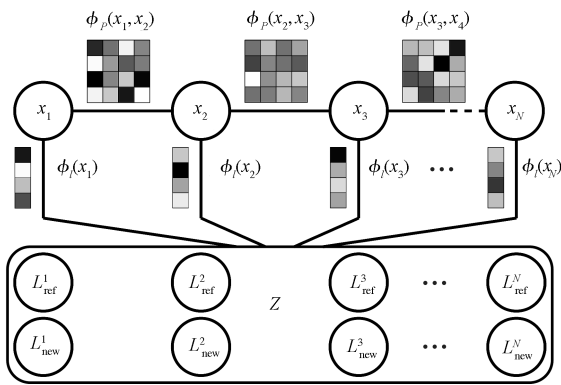


图 3 本文所构建的链式成双条件随机场图

Fig. 3 The chain pairwise CRF graph constructed in this paper

求取两相邻激光束激光点关联配置的问题等效为推理条件概率 $p(\mathbf{x}|\mathbf{z})$. 即, 条件于两相邻激光束的激光点, 条件随机场中的每个节点所对应的参考激光点隶属不同状态的概率. 这里的状态指示它与新激光点的关联关系. 本文的成双条件随机场可表述为

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = \frac{1}{Z(\mathbf{z})} \prod_{i \in V} \phi_l(x_i) \prod_{(i,j) \in E} \phi_p(x_i, x_j) \quad (2)$$

其中, $Z(\mathbf{z})$ 是分割函数 (Partition function), 局部势 $\phi_l(x_i)$ 的含义是节点 x_i 基于观测量判断自身隶属不同状态的概率. 本文中, 由于每个节点对应 $(M+1)$ 个状态, $\phi_l(x_i)$ 表现为具有 $(M+1)$ 个元素的向量, 它的第 j 个元素在推理 L_{ref}^i 与 L_{new}^j 关联概率中发挥作用; 配对势保证节点推理间的全局一致性. 每个配对势 $\phi_p(x_i, x_j)$ 对应连接节点 x_i 和 x_j 的边, 它将 x_i 对自身隶属不同状态的推理转换为 x_i 对此的理解, 反之亦然. 因此, 本文中的配对势为 $(M+1) \times (M+1)$ 的矩阵^[8]. 局部势和配对势可表示为

$$\phi_l(x_i) = \exp(\mathbf{w}_l \cdot \mathbf{f}_l(\mathbf{z}, x_i)) \quad (3)$$

$$\phi_p(x_i, x_j) = \exp(\mathbf{w}_p \cdot \mathbf{f}_p(\mathbf{z}, x_i, x_j)) \quad (4)$$

其中, \mathbf{f}_l 和 \mathbf{f}_p 分别为局部特征函数和配对特征函数. 相应地, \mathbf{w}_l 和 \mathbf{w}_p 为最大伪似然 (Maximum pseudo-likelihood, MPL)^[3] 学习得到的这两种特征函数的权重.

2.2 特征建模

2.2.1 局部特征

局部特征建模为式 (3) 中的 \mathbf{f}_l . 本文的局部特征包含两类: Boosting 特征和 ICP 关联特征.

Boosting 特征包含数据 Boosting 和孤立点 Boosting. 本文使用文献 [3] 中的方法建模. 首先, 遍历计算参考激光束中每个点与新激光束中所有激光点的四种基础几何特征: 距离、角、测地线和辐射; 然后, 将这些基础几何特征输入分类器 AdaBoost; 最后, 将 AdaBoost 输出值作为局部特征输入条件随机场图模型.

ICP 关联特征结合了迭代最近点法在机器人相对运动不特别大时的优势, 而且, 当机器人装配了里程计 (Odometry) 时, 它能有效地结合行尾推算数据. 该特征实质上是先对两激光束运行迭代最近点法, 然后将求得的激光点关联配置标量投影为局部特征.

2.2.2 配对特征

配对特征建模为式 (4) 中的 \mathbf{f}_p . 本文使用三种配对特征:

1) 配对序列: 它是一系列主对角线向上偏移的单位矩阵 (大小均为 $M \times M$), 例如, 当非零的对角线向上偏移 1 时, 表征了如下关系: 如果 $L_{\text{ref}}^i \rightarrow L_{\text{new}}^j$, 那么 $L_{\text{ref}}^{i+1} \rightarrow L_{\text{new}}^{j+1}$.

2) 配对孤立点: 该特征描述了孤立点在关联状态转换中的变换. 分三种情况: 当 $L_{\text{ref}}^i \rightarrow O$ 时, $L_{\text{ref}}^{i+1} \rightarrow O$, 使用一个 $M \times 1$ 的向量建模, 称为孤立点列特征 (Outlier column); 当 $L_{\text{ref}}^i \rightarrow O$ 时, $L_{\text{ref}}^{i+1} \rightarrow O$, 使用一个 $1 \times M$ 的向量建模, 称为孤立点行特征 (Outlier row); 当 $L_{\text{ref}}^i \rightarrow O$ 时, $L_{\text{ref}}^{i+1} \rightarrow O$, 使用一个标量建模, 称为孤立点角特征 (Outlier corner). 这里, 符号 \rightarrow 代表不关联. 配对序列特征、孤立点列特征、孤立点行特征和孤立点角特征可拼接为 $(M+1) \times (M+1)$ 的向量.

3) 配对距离: x_i 与 x_{i+1} 间的该类配对特征计算如下: 将 L_{ref}^i 和 L_{ref}^{i+1} 之间的欧氏距离与新激光束中通过遍历求得的所有两两激光点间的欧氏距离相比较, 差值组成 $(M+1) \times (M+1)$ 的向量.

3 激光点关联边缘概率推理

3.1 和积推理

本文使用基于置信传播 (Belief propagation, BP) 的和积 (Sum-product) 算法^[8] 推理单个节点 x_i 的边缘概率, 为定量分析相对运动估计误差提供概率依据. 置信传播算法用图模型节点相互传递概率消息 (Message) 实现概率边缘化. 节点 x_i 传递给相邻节点 x_j 的消息 m_{ij} 表征了 x_i 基于自身状态推理出的 x_j 的状态:

$$m_{ij}(x_j) = \sum_{x_i} (\phi_l(x_i) \phi_p(x_i, x_j) m_{ki}(x_i)) \quad (5)$$

其中, 节点 x_i 在链式条件随机场中具有两个相邻节点, 分别为 x_j 和 x_k . 和积算法中消息的构建利用了累加操作的分布法则, 将累加与相乘操作交换, 从而提高了算法效率^[8]. 选定处于链式条件随机场一端的节点为根节点 (Root), 处于另一端的节点为叶节点 (Leave). 依据式 (5), 先按从叶节点到根节点的顺序, 依次传递消息至根节点, 再逆向传递消息至叶节点. 节点 x_i 对于整个观测量集 \mathbf{z} 的条件概率通过下式求得:

$$p(x_i|\mathbf{z}) \propto \phi_i(x_i) \prod_{j \in \mathcal{N}(i)} m_{ji}(x_i) \quad (6)$$

即, 一个节点的边缘概率是该节点的局部势及所有相邻节点传向该节点的消息的乘积.

3.2 推理概率表

和积推理求得的每个节点的边缘条件概率对应参考激光束 (包含 N 个激光点) 中每个激光点 L_{ref}^i 与新激光束中所有 M 个激光点及孤立点状态相关联的概率. 它表征为一个 $N \times (M+1)$ 的矩阵 \mathbb{P} , 称为推理概率表 (Inference probability table, IPT). 图 4 是推理概率表的示例². \mathbb{P} 的一列表征了参考激光束中一个点的所有可能关联状态的概率. 例如, \mathbb{P} 的第 1 列的前四个元素分别表征参考激光束的第一个激光点与新激光束中第 1、2、3、4 个激光点关联的概率; 第 5 个元素代表它为孤立点的概率. 此外, 推理概率表的列对应条件随机场中的节点, 行对应不同节点的状态. 图 5 是两个真实激光束通过条件随机场推理而得的推理概率表的三维可视化实例³.

理想状况下, 推理概率表中对应参考激光点 L_{ref}^i 的一列仅有一个元素值为 1, 其他元素均为 0, 这表征条件随机场对 L_{ref}^i 关联状态的推理有百分之百的确定性. 当两个激光束的采样方位很接近, 测量噪声很小, 激光点的几何特征很明确时, 推理概率表的元

素值分布无限接近理想状况. 实际应用中理想假设难以具备, 但具有最大值的元素的索引仍指示新激光束中最有可能与 L_{ref}^i 相关联的激光点索引. 这可构成激光束匹配中可能性最大的一种激光点关联配置, 而其他非零元素源自条件随机场对 L_{ref}^i 关联状态推理过程的不确定性. 本文基于推理概率表, 映射推理的不确定性到机器人相对运动估计空间.

	L_{ref}^1	L_{ref}^2	L_{ref}^3	L_{ref}^4
L_{new}^1	$P(L_{\text{ref}}^1 \leftrightarrow L_{\text{new}}^1)$	$P(L_{\text{ref}}^2 \leftrightarrow L_{\text{new}}^1)$	$P(L_{\text{ref}}^3 \leftrightarrow L_{\text{new}}^1)$	$P(L_{\text{ref}}^4 \leftrightarrow L_{\text{new}}^1)$
L_{new}^2	$P(L_{\text{ref}}^1 \leftrightarrow L_{\text{new}}^2)$	$P(L_{\text{ref}}^2 \leftrightarrow L_{\text{new}}^2)$	$P(L_{\text{ref}}^3 \leftrightarrow L_{\text{new}}^2)$	$P(L_{\text{ref}}^4 \leftrightarrow L_{\text{new}}^2)$
L_{new}^3	$P(L_{\text{ref}}^1 \leftrightarrow L_{\text{new}}^3)$	$P(L_{\text{ref}}^2 \leftrightarrow L_{\text{new}}^3)$	$P(L_{\text{ref}}^3 \leftrightarrow L_{\text{new}}^3)$	$P(L_{\text{ref}}^4 \leftrightarrow L_{\text{new}}^3)$
L_{new}^4	$P(L_{\text{ref}}^1 \leftrightarrow L_{\text{new}}^4)$	$P(L_{\text{ref}}^2 \leftrightarrow L_{\text{new}}^4)$	$P(L_{\text{ref}}^3 \leftrightarrow L_{\text{new}}^4)$	$P(L_{\text{ref}}^4 \leftrightarrow L_{\text{new}}^4)$
Outlier	$P(L_{\text{ref}}^1 \leftrightarrow O)$	$P(L_{\text{ref}}^2 \leftrightarrow O)$	$P(L_{\text{ref}}^3 \leftrightarrow O)$	$P(L_{\text{ref}}^4 \leftrightarrow O)$

图 4 推理概率表示例

Fig. 4 An example of inference probability table

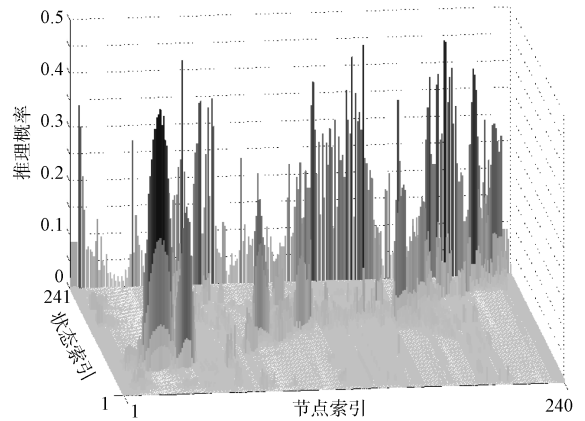


图 5 推理概率表的三维可视化实例

Fig. 5 A visualization of inference probability table in 3D view

4 相对运动估计误差分析

推理概率表为从概率层面探求动作估计误差提供了可能, 但它同样面临 $O(N^{(M+1)})$ 的计算复杂度问题. 本文提出限定激光点关联配置空间, 从以下两方面实现激光点关联配置的紧凑采样: 有选择地采样推理概率表的部分列, 即限定条件随机场的节点空间; 有选择地采样推理概率表部分列中的部分元素, 即限定条件随机场的状态空间. 观察图 5 可知:

²假设参考激光束和新激光束中均包含 4 个激光点.

³两激光束均包含 240 个激光点.

1) 每个条件随机场节点的可能状态中, 仅少量具有与最可能状态可比较的推理概率, 其余大多数状态的推理概率可近似忽略不计. 如图 5 所示, 对应每个条件随机场节点的一列中, 仅有几个“高峰”. 2) 不同节点的最可能状态的推理概率也不相同. 如图 5 所示, 不同节点列中的“最高峰”的高度都不同. 3) 不同节点的各自可能状态的推理概率间的差距也各不相同. 如图 5 中第一个节点列的“最高峰”和“次高峰”间的差值与第 240 个节点列中“最高峰”和“次高峰”间的差值不同.

1) 说明仅基于条件随机场节点的部分状态采样是可行的; 2) 和 3) 说明条件随机场对于不同节点各可能状态的推理不确定性是不同的, 这指示各节点在相对运动估计的不确定性中贡献不同. 使用合适的尺度, 可采样部分节点来拟合整个节点空间的不确定性分布. 本文提出的相对运动误差估计算法示于算法 1. 算法的输入为条件随机场推理得到的推理概率表 \mathbb{P} , 输出为移动机器人相对运动估计的协方差 Σ_{RT} .

算法 1. 基于推理概率表的相对运动误差估计

- 1) **Input:** \mathbb{P}
- 2) $(\mathbb{P}_I, \mathbf{N}_{in}) \leftarrow \text{RemoveOutlier}(\mathbb{P})$
- 3) **For** all N_{in}^i **do**
- 4) $H_{in}^i \leftarrow \text{ComputeEntropy}(\mathbb{P}_I[:, N_{in}^i])$
- 5) **End for**
- 6) $(\mathbb{P}_{II}, \mathbf{B}) \leftarrow \text{RankEntropy}(\mathbb{P}_I, \mathbf{H}_{in})$
- 7) $(\mathbb{P}_{III}, \mathbf{N}_{com}) \leftarrow \text{SelectNodes}(\mathbb{P}_{II}, \mathbf{B})$
- 8) **For** all N_{com}^i **do**
- 9) $(\mathbb{P}_{IV}[:, N_{com}^i], \mathbf{T}) \leftarrow \text{RankProbability}(\mathbb{P}_{III}[:, N_{com}^i])$
- 10) $(\mathbb{P}_V[:, N_{com}^i], \mathbf{S}_{com}[:, N_{com}^i]) \leftarrow \text{SelectStates}(\mathbb{P}_{IV}[:, N_{com}^i], \mathbf{T})$
- 11) **End for**
- 12) $(RT, \mathbf{W}) \leftarrow \text{SampleLaserPointCorrespondences}(\mathbb{P}_V, \mathbf{N}_{com}, \mathbf{S}_{com})$
- 13) $\Sigma_{RT} \leftarrow \text{ComputeWeightedCovariance}(RT, \mathbf{W})$
- 14) **Return** Σ_{RT}

4.1 节点空间限定

如图 5 所示, 一些节点的列中的最大值元素对应孤立点 (Outlier) 状态, 它们在求解相对运动时并不发挥作用, 也并不直接引起全局估计的不确定性^[1]. 因此, 将孤立点的列从初始推理概率表 \mathbb{P} 移除, 仅保留可找到关联对象的激光点 (Inlier) 对应的节点集, 并记作 \mathbf{N}_{in} . 如算法 1 的第 2 行所示, 通过执行 `RemoveOutlier`, 还可得到整合后的推理概率表 \mathbb{P}_I .

熵 (Entropy) 常用于测量一个给定概率分布的信息量. 本质上, 熵表征了一个变量 x 的状态空间分布的紧度 (Compactness). 当 x 的所有状态的概率都相同时, 它的熵具有极小值 0; 相反, 当 x 的状态

完全随机时, 它的熵具有最大值. 将推理概率表的每一列看作一个概率分布并计算相应的熵, 则最小值在第 3.2 节所述的理想状态下获得, 即节点 x_i 与一个可能状态相关联的概率为 1, 与其余可能状态相关联的概率全为 0, 此时, 对该节点的推理具有百分之百的确定性; 相反地, 当一个节点的状态具有相似的推理概率, 即条件随机场对该节点的概率推理具有很高的不确定性, 熵具有最大值. 因此, 熵可用于评估条件随机场对每个节点推理决策的质量. 算法 1 的第 4 行依据下式计算推理概率表中每个节点的熵:

$$\begin{aligned} H_{N_i} = \mathbb{E} \left[\log \frac{1}{P(\mathbf{S}_{N_i})} \right] = -\mathbb{E} [\log P(\mathbf{S}_{N_i})] = \\ - \sum_{s_j \in \mathbf{S}_{N_i}} P(s_j) \log P(s_j) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, \mathbf{S}_{N_i} 表示条件随机场节点 N_i 的关联状态空间, 即推理概率表中 N_i 对应的列. s_j 为包含于 \mathbf{S}_{N_i} 中的状态.

节点空间限定的核心是以采样部分节点表征整个节点集的推理不确定性趋势, 这通过算法 1 中的第 6 行和第 7 行实现, 其中 `RankEntropy` 的步骤如下:

步骤 1. 将推理概率表 \mathbb{P}_I 中的列依据节点集 $\{N_{in}\}$ 中节点的熵从大到小排列. 相应地, \mathbb{P}_I 演变为 \mathbb{P}_{II} .

步骤 2. 计算所有节点熵的全局熵均值和局部熵均值, 并找到熵值最接近这些熵均值的节点, 将这些节点连同具有最大熵和最小熵的节点作为 n 个基准点 $\mathbf{B} = \{B_i\}_{i=1}^n$. 这里全局熵均值指用全部节点的熵求得的均值. 局部熵均值指基于降序排列的节点的熵, 在一个区间内求得的熵均值. 图 6 显示了多种局部熵均值, 比如, 接近全局熵均值的节点将全局区间分为两个子区间: 1) 从最大熵的节点到全局熵均值节点的区间; 2) 从全局熵均值节点到最小熵节点的区间. 在这两个区间内可分别计算 1/2 局部熵均值. 依次类推, 可计算 1/4 局部熵均值, 1/8 局部熵均值.

算法 1 第 7 行所示的 `SelectNodes` 围绕每个基准点 B_i 选取 m 个节点. 最终, 所选取的 $m \times n$ 个节点组成紧凑的节点集, 它们可记为

$$\mathbf{N}_{com} = [\{N_{B_1}^k\}_{k=1}^m, \{N_{B_2}^k\}_{k=1}^m, \dots, \{N_{B_n}^k\}_{k=1}^m] \quad (8)$$

对应 \mathbf{N}_{com} 提取 \mathbb{P}_{II} 中的 $m \times n$ 个列组成新的推理概率表 \mathbb{P}_{III} . \mathbf{N}_{com} 可映射与完整的节点空间相当的推理不确定性.

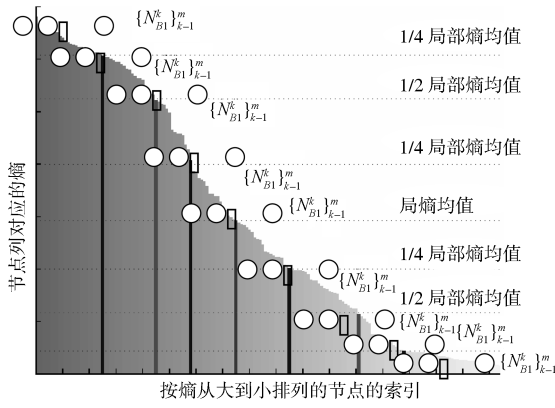


图 6 节点空间限定示意图

Fig. 6 An illustration of the node space bounding

4.2 状态空间限定

如第 3.2 节所述, 推理概率表中的元素表征了所在列对应节点与每种可能状态相关联的概率. 从每列任选一个状态, 可组成一种激光点关联配置, 由每种激光点关联配置可计算一组相对运动解, 将该配置的所有状态的推理概率相乘可得该配置及其相对运动解的似然. 选取每个节点的具有最大推理概率的状态可得到最逼近真值的相对运动估计, 并得到最大似然:

$$\Lambda_{\max} = \prod_{N_i \in \mathbf{N}} P(S_{N_i}^{\max}) \quad (9)$$

其中, $S_{N_i}^{\max}$ 表示节点 N_i 关联状态空间中具有最大推理概率的状态, $P(S_{N_i}^{\max})$ 指 $S_{N_i}^{\max}$ 的推理概率, 即, 推理概率表中节点 N_i 对应列的最大值元素, \mathbf{N} 代表完整的节点空间. 式 (9) 是求解最可能激光点关联配置的依据, 通过改进式 (9) 可求得其他若干可能的激光点关联配置. 例如, 选取全部节点的概率最小的关联状态 $S_{N_i}^{\min}$, 能够构建似然最小的激光点关联配置, 据此可计算最小似然相对运动解. 本文的状态空间限定旨在包含每个节点处于不同概率等级的状态, 以构建处于不同似然等级的激光点关联配置 (见算法 1 的第 11 行).

算法 1 第 9 行中的 RankProbability 将一个节点的状态按照各自的推理概率降序排列, 然后按照与 RankEntropy 类似的方法, 通过计算推理概率的全局均值和局部均值确定 g 个基准点 $\mathbf{T} = \{T_i\}_{i=1}^g$. 相应地, 推理概率表 \mathbb{P}_{III} 重构为 \mathbb{P}_{IV} , 然后, 围绕各基准点选取 h 个状态, 并最终确定该节点的紧凑状态集 (见算法 1 第 10 行). 因每个节点均有各自的关联状态空间, 状态空间限定需对紧凑节点集 \mathbf{N}_{com} 中的节点依次操作, 且所对应的紧凑的节点状态集 \mathbf{S}_{com} 也为 $(m \times n) \times (h \times g)$ 矩阵, 对于紧凑节点集

中的一个节点 N_{com}^i , 定义 $\mathbf{S}_{\text{com}}^{N_{\text{com}}^i} = \mathbf{S}_{\text{com}}[:, N_{\text{com}}^i]^4$, 即节点 N_{com}^i 的紧凑状态集对应了 \mathbf{S}_{com} 的一列, 并记为

$$\mathbf{S}_{\text{com}}^{N_{\text{com}}^i} = \left[\{S_{T_1}^j\}_{j=1}^h, \{S_{T_2}^j\}_{j=1}^h, \dots, \{S_{T_g}^j\}_{j=1}^h \right] \quad (10)$$

状态限定将推理概率表 \mathbb{P}_{IV} 演化为 \mathbb{P}_{V} .

4.3 激光点关联配置采样

基于紧凑节点集 \mathbf{N}_{com} 和状态集 \mathbf{S}_{com} 及相应演变出的推理概率表 \mathbb{P}_{V} , 算法 1 第 12 行的 SampleLaserPointCorrespondences 采样激光点关联配置并映射结果到相对运动的解空间. 具体实现步骤如下:

步骤 1. 重复如下操作 q 次.

步骤 2. 分别从围绕 n 个节点基准点的节点子集 $\{N_{B_i}^k\}_{k=1}^m$ 中选取 n 个节点. 即从每个 $\{N_{B_i}^k\}_{k=1}^m$ 子集中都随机地选取一个节点.

步骤 3. 对于选取的 n 个节点中的每一个节点, 分别从围绕 g 个状态基准点的状态子集 $\{S_{T_i}^j\}_{j=1}^h$ 中选取 g 个状态.

步骤 4. 基于该 n 个节点, 及其各自的 g 个状态, 构建 g^n 个激光点关联配置.

步骤 5. 依据该 n 个节点的索引, 从参考激光束中找出对应的 n 个激光点的笛卡尔坐标. 依据步骤 3 的结果, 对应每个节点, 从新激光束中找出 g 个激光点的笛卡尔坐标.

步骤 6. 基于步骤 4 和步骤 5 的结果, 计算 g^n 组相对运动解. 每组解 $RT = [R, T]$ 可通过优化下式求得:

$$RT \leftarrow \arg \min_{R, T} \sum_{i=1}^n \|RL_{\text{new}}^{S_i} + T - L_{\text{ref}}^i\| \quad (11)$$

其中, S_i 代表构建一条激光点关联配置时, 为 L_{ref}^i 所对应节点选取的状态, 也是新激光束中激光点的索引.

步骤 7. 计算每种激光点关联配置的似然, 同时也是每组相对运动解的似然. 类似于式 (9), 在构建每条激光点关联配置时, 记录推理概率表 \mathbb{P}_{V} 中每个对应元素的值, 然后将它们相乘便得到要求的似然.

算法 1 第 13 行的 ComputeWeightedCovariance 计算相对运动解的加权协方差^[9]. 每种激光点关联配置的似然作为每组相对运动解 RT 的权重. 加权协方差计算为

$$\Sigma_{RT} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{g^n} \Lambda_{C_i} (RT|_{C_i} - \mu_{RT})(RT|_{C_i} - \mu_{RT})^T \quad (12)$$

⁴本文中 $A[:, b]$ 表示矩阵 A 的第 b 列.

其中

$$\Lambda_{C_i} = \prod_{S_{N_j} \in C_i} P(S_{N_j}) \quad (13)$$

$$V = \sum_{i=1}^{g^n} \Lambda_{C_i} \quad (14)$$

这里, $RT|_{C_i}$ 表示基于激光点关联配置 C_i 计算出的相对运动解。

采样空间的紧凑度取决于参数 q , g 和 n , 相应的计算复杂度为 $O(q \cdot g^n)$. 参数的选取应参照实际问题中激光束的有效激光点数目. 本文实验中的激光束包含 150~361 个有效激光点, 选取 5 个基准点构建紧凑节点集, 即 $n = 5$, 选取 3 个基准点构建紧凑状态集, 即 $g = 3$, 采样次数 $q = 30$, 关联配置采样耗时 0.7s~0.8s. 通常地, 状态空间的推理概率分布比节点空间的熵分布更为紧凑, g 的变化比 n 的变化对不确定性估计结果的影响小. n 的选择对时间开销的影响最大, 保持实验中的其他参数不变, $n = 7$ 时, 关联配置采样耗时大于 6s. 对于本文实验中的有效激光点规模, $O(30 \cdot 3^5)$ 能最好地平衡开销与性能.

5 实验

5.1 缺少空间约束环境下的仿真

如本文引言所述, 在缺少空间约束的环境 (如长廊和圆环环境) 中, 激光束匹配在沿缺少空间约束的方向上会显现更大的相对运动估计误差. 该特性可验证激光束匹配误差估计算法的有效性^[5-6].

图 7(a) 是一个理想长廊的仿真环境. 激光传感器视角为 180° , 量程为 30 m, 每束激光束包含 200 个激光点. 假设长廊墙壁绝对光滑, 则测得的两相邻激光束在各自的机器人中心坐标系下都呈现为两条平行的激光点序列^[5-6]. 相似度极高的激光点局部和全局几何特征将使沿 X 方向的激光点关联配置推理因缺少空间限定而出现无边际 (Unbounded) 的误差, 进而导致 X 方向相对运动估计呈现较大的不确定性.

基于仿真生成的参考激光束和新激光束中激光点的笛卡尔坐标, 用本文算法求得相对运动估计的协方差 Σ_{RT} , 其标准差为 $\sigma_{T_x} = 0.0515$ m, $\sigma_{T_y} = 0.0026$ m, $\sigma_R = 0.0178^\circ$. X 方向的标准差约为 Y 方向的 20 倍. 比较图 7(b) 和图 7(c) 所示的不确定性椭圆沿不同方向的轴的长度可知, 沿长廊的 X 方向上的相对运动估计误差大于其他方向.

相似地, 在理想圆环环境中 (如图 8(a)), 参考激光束和新激光束在各自的传感器中心坐标系下呈现为形状相似的圆弧形激光点序列, 这种沿圆弧方

向的相似几何特征使激光束匹配算法在对相对旋转 R 估计中产生较大误差^[5-6]. 本文所提出的算法求得相对运动估计的标准差为 $\sigma_{T_x} = 0.0543$ m, $\sigma_{T_y} = 0.0335$ m, $\sigma_R = 0.2937^\circ$. X 方向的相对运动估计误差与长廊环境下的仿真相近, 但圆环环境下的旋转方向的相对运动估计误差约为长廊环境中的 17 倍, 旋转方向估计的大误差也导致圆环环境下较大的 Y 方向的相对运动估计误差. 相应地, 从图 8(b) 和图 8(c) 可观察到不确定性椭圆上旋转方向的轴长于其他方向.

由本组仿真可知, 本文提出的算法可捕捉机器人相对运动估计不确定性的基本特征.

5.2 实地实验

实地实验使用的机器人平台以先锋 (Pioneer) 机器人主体, 装配了施克 (SICK) 室内激光传感器 (如图 9(a) 所示), 有效量程设定为 3.5 m, 可视角为 180° . 实验地点为如图 9(b) 所示的办公室长廊. 如图 9(c) 所示, 实验中机器人平台沿 A 点至 E 点运动并采集激光束数据. 由本文提出算法推理的机器人处于五个方位时的相对运动估计的 $3\text{-}\sigma$ 不确定性椭圆分别以对应方位点为圆心绘于图 9(c). 相应的标准差和经典算法—离线法^[5]的结果列于表 1. 基于采样时刻机器人方位, 将每组激光束的测量值由机器人中心坐标系转换至全局坐标系, 绘制视野内景物的轮廓^[2], 示于图 9(c).

当机器人运动至 A 点处, 传感器视野内的空间限定完全来自长廊的两面墙壁, 近似为长廊环境, 如表 1 所示, 使用本文算法推理的 X 方向相对运动的标准差是 Y 方向的 2.5 倍, 而传统的离线法的估计结果却近似为等方的 (Isotropic), 即 X 方向上的估计误差近似与 Y 方向上相等. 图 9(c) 所示 A 点处本文方法估计误差的 $3\text{-}\sigma$ 不确定性椭圆 X 方向的轴明显长于 Y 方向的轴. 当机器人运动至 B 点处时, 传感器的视野内出现一扇打开的门, 为 X 方向的运动估计提供了一定的空间限定, 且缺少了少量 Y 方向的空间限定, 这引起相对运动沿 X 方向的估计标准差增大, 而 Y 方向的估计标准差减小, 但 X 方向的估计不确定性依然大于 Y 方向. 离线法此时的估计结果却与此相反. 当机器人运行至 C 点处时, 传感器的视野中又呈现为接近理想的长廊环境, X 方向估计的不确定性再次增大, 且仍大于 Y 方向估计的不确定性. 离线法同样捕捉到了这点. 当机器人运行至 D 点和 E 点处时, 长廊尽头墙壁为相对运动估计提供了 X 方向的空间约束, 因此, X 方向的估计误差持续变小, 当机器人处于 E 点时距提供空间约束的墙壁比处于 D 点时近, 所以 E 点处相对运动在 X 和 Y 方向的估计误差都小于 D 点, 但在这两点

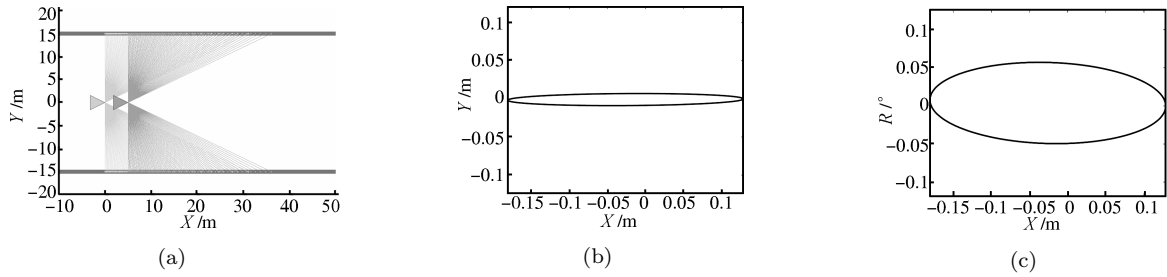


图 7 基于长廊环境的激光束匹配仿真 ((a) 仿真场景; (b) 相对运动估计在 X 和 Y 方向上的 $3-\sigma$ 不确定性椭圆; (c) 相对运动估计在 X 和旋转方向上的 $3-\sigma$ 不确定性椭圆)

Fig. 7 The scan matching simulation in corridor environment ((a) The simulation scenario; (b) $3-\sigma$ uncertainty ellipse of X - Y ; (c) $3-\sigma$ uncertainty ellipse of X -rotation)

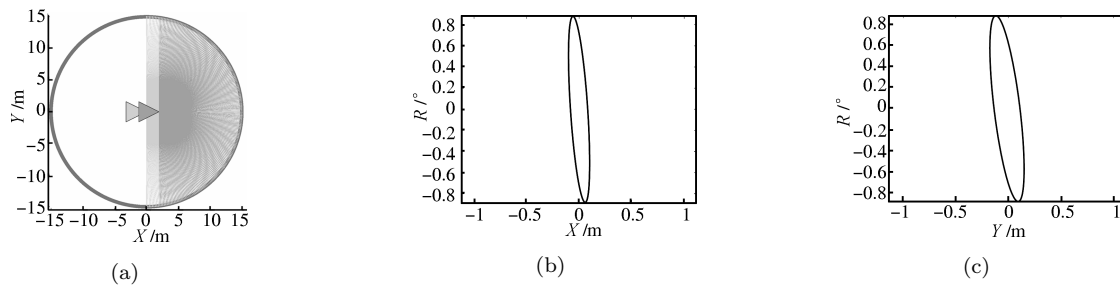


图 8 基于圆环环境的激光束匹配仿真 ((a) 仿真场景; (b) 相对运动估计在 X 和旋转方向上的 $3-\sigma$ 不确定性椭圆; (c) 相对运动估计在 Y 和旋转方向上的 $3-\sigma$ 不确定性椭圆)

Fig. 8 The scan matching simulation in circular environment ((a) The simulation scenario; (b) $3-\sigma$ uncertainty ellipse of X -rotation; (c) $3-\sigma$ uncertainty ellipse of Y -rotation)

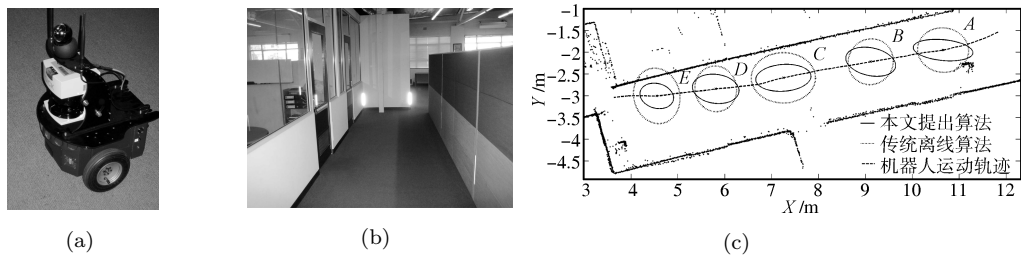


图 9 室内移动机器人激光束匹配实验 ((a) 采集数据的机器人平台; (b) 实验环境; (c) 相对运动估计 $3-\sigma$ 不确定性椭圆及激光粒子地图)

Fig. 9 The scan matching experiment with indoor robot ((a) The robot platform employed in the experiment; (b) Experiment environment; (c) The $3-\sigma$ uncertainty ellipses and the laser map)

表 1 室内实验中移动机器人相对运动估计的标准差

Table 1 The standard deviations of mobile robot's relative movement estimation in the indoor experiment

机器人方位点	本文方法的 σ_{T_x} (m)	本文方法的 σ_{T_y} (m)	离线法的 σ_{T_x} (m)	离线法的 σ_{T_y} (m)
A	0.213	0.083	0.182	0.171
B	0.178	0.112	0.161	0.176
C	0.197	0.104	0.229	0.193
D	0.166	0.113	0.149	0.175
E	0.120	0.098	0.166	0.213

上 Y 方向的估计误差依然大于 X 方向的估计误差. 如图 9 (c) 和表 1 所示, 本文提出的方法可以捕捉到这种变化趋势, 但离线法却得到了相反的结果.

实地实验进一步验证了本文所提出算法在真实室内环境下的有效性, 所推理得到的机器人相对运动估计误差较传统算法更合理.

6 结论

本文基于图模型推理激光束匹配中激光点误差引起的移动机器人相对运动估计误差. 以表征激光点关联边缘概率的推理概率表为依据, 通过评估推理概率及其熵, 紧凑地选取节点集和状态集, 在有限的计算复杂度内构建算法. 与传统方法相比, 本文算法有完善的概率基础, 并具有更好的性能.

致谢

感谢 Joop van de Ven, Fabio Ramos, Tim Bailey 和 Hugh Durrant-Whyte 对本文的指导、协助及许多重要的讨论.

References

- 1 Lu F, Milios E E. Robot pose estimation in unknown environments by matching 2D range scans. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 1997, **18**(3): 249–275
- 2 Bailey T. Mobile Robot Localization and Mapping in Extensive Outdoor Environments [Ph. D. dissertation], University of Sydney, Australia, 2002
- 3 Ramos F, Fox D, Durrant-Whyte H. CRF-matching: conditional random fields for feature-based scan matching. In: *Proceedings of Robotics: Science and Systems*. Atlanta, USA: The MIT Press, 2007
- 4 Pfister S T, Kriechbaum K L, Roumeliotis S I, Burdick J W. Weighted range sensor matching algorithms for mobile robot

displacement estimation. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Washington D. C., USA: IEEE, 2002. 1667–1674

- 5 Bengtsson O, Baerfeldt A J. Robot localization based on scan-matching — estimating the covariance matrix for the IDC algorithm. *Robotics and Autonomous Systems*, 2003, **44**(1): 29–40
- 6 Cense A. An accurate closed-form estimate of ICP's covariance. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma, Italy: IEEE, 2007. 3167–3172
- 7 Lafferty J, McCallum A, Pereira F. Conditional random fields: probabilistic models for segmenting and labeling sequence data. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Machine Learning*. Williamstown, USA: Morgan Kaufmann, 2001. 282–289
- 8 Bishop C M. *Pattern Recognition and Machine Learning*. Secaucus, USA: Springer-Verlag, 2006
- 9 Zhang N F. The uncertainty associated with the weighted mean of measurement data. *Metrologia*, 2006, **43**(3): 195–204



孙作雷 讲师, 博士. 主要研究方向为导航与控制. 本文通信作者.

E-mail: sunzuolei@gmail.com

(SUN Zuo-Lei Lecturer and Ph. D.. His research interest covers navigation and control. Corresponding author of this paper.)



茅旭初 副教授, 博士. 主要研究方向为全球导航卫星系统、组合导航及数据融合. E-mail: maoxc@sjtu.edu.cn

(MAO Xu-Chu Associate professor and Ph. D.. His research interest covers global navigation satellite system, integrated navigation, and data fusion.)