

基于观测器的一类连续非线性系统的采样控制

张健¹ 徐红兵¹ 张洪斌²

摘要 首先使用反演方法分别设计了系统的连续时间状态反馈控制器、连续时间观测器和基于连续时间观测器的连续时间控制器。接下来,利用零阶保持法对连续时间状态反馈控制器进行离散化,获得了状态反馈采样控制器;利用零阶保持法对基于连续时间观测器的连续时间控制器离散化,获得了基于连续时间观测器的采样控制器;利用 Euler 法对连续时间观测器离散化,同时利用零阶保持法对控制器离散化,从而获得了采样观测器和基于采样观测器的采样控制器。本文论证了上述状态反馈采样控制器和基于连续时间观测器的采样控制器可以保证闭环系统渐近稳定,而基于采样观测器的采样控制器可以保证被控对象的状态是有界的,其最终边界依赖于设计参数与采样周期。最后,通过选择适当的采样周期,完成了闭环采样控制系统的设计。一个船舶航向控制的例子表明应用本文所提方法设计出的三种采样控制器具有良好的控制效果。

关键词 非线性系统, 采样控制, 观测器, 输出反馈, 离散化

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.01780

Observer-based Sampled-data Control for a Class of Continuous Nonlinear Systems

ZHANG Jian¹ XU Hong-Bing¹ ZHANG Hong-Bin²

Abstract In this paper, we firstly use the backstepping method to design the continuous-time state feedback controller, continuous-time observer and continuous-time observer-based controller for a class of nonlinear systems. Then, we obtain the state feedback sampled-data controller and the sampled-data controller based on the continuous-time observer, respectively by discretizing the continuous-time state feedback controller and the continuous-time observer-based controller using zero-hold method. Correspondingly, we employ the Euler method to discretize the continuous-time observer and use the zero-hold method to discretize the continuous-time observer-based controller, then we obtain the sampled-data observer and the sampled-data controller based on the sampled-data observer. This paper proves that the state feedback sampled-data controller and the sampled-data controller based on continuous-time observer can guarantee the asymptotic stability of the closed-loop system. The paper also proves that the sampled-data controller based on sampled-data observer can guarantee that the states of plant are bound, and the boundaries are dependent on the designed parameters and sampling period. Finally, we complete the design of sampled closed-loop system after choosing an appropriate sampling period. An example applied to ship course-keeping control shows that the three types of sampled-data controllers can achieve favorable performance.

Key words Nonlinear system, sampled-data control, observer, output feedback, discretization

收稿日期 2009-07-21 录用日期 2010-06-08
Manuscript received July 21, 2009; accepted June 8, 2010
国家自然科学基金(60972107, 61004048) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60972107, 61004048)
1. 电子科技大学自动化工程学院 成都 610054 2. 电子科技大学电子工程学院 成都 610054
1. School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054 2. School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054

随着计算机技术的飞速发展,越来越多的控制系统利用计算机来实现具有复杂控制算法的控制器^[1],这种利用离散控制器来控制连续对象的系统称为采样控制系统。

当前,对于非线性系统采样控制的研究主要可分为以下两类研究方法:1) 给定连续时间被控对象模型 \Rightarrow 设计连续时间控制器 \Rightarrow 连续时间控制器离散化 \Rightarrow 控制器实现;2) 给定连续时间被控对象模型 \Rightarrow 被控对象模型离散化 \Rightarrow 利用被控对象离散化模型设计离散时间控制器 \Rightarrow 控制器实现。对于线性系统而言,其精确离散化显式模型总是可以找到的^[1]。但对于非线性系统而言,一个精确的被控对象的离散化模型是很难获得的。

在第 1 类方法中,已有的连续时间控制器设计方法仍然可以在第一步中应用。此时,可以暂不考虑采样的影响。该类方法的第二步是连续时间控制器离散化,离散化实际上是一种逼近。总的来讲,这需要一个快速的采样,因为仅仅对于一个很小的采样时间,离散化控制器才可能成为一个连续时间控制器的好的逼近结果。在最后一步中,最重要的问题是确定采样周期,以至于闭环采样控制系统满足预设要求。这类方法充分利用了已有的连续时间非线性系统控制器的设计方法,将控制器设计与采样周期的选取分开。因为大多数被控对象都是连续的,因此这种方法能够较广泛地应用于工程实践中。在该类方法框架下的研究文献可以参见文献 [2-7] 等。

与第 1 类方法相对应的是,第 2 类方法从控制器设计开始便将采样周期考虑在内。总的来说,该类方法的基础是被控对象的离散化模型,当离散模型已知时,控制器的设计便可以在离散时间域内直接进行。然而,如前所述,非线性被控对象的精确离散时间模型是很难获得的,因为它需要取非线性微分方程的显式解析解,这一般是很困难的。在该类方法框架下的研究文献可以参见文献 [8-13] 等,一个近期的关于非线性系统采样控制的综述参见文献 [14]。

基于第 1 类方法,文献 [3-4] 考虑了一类非线性系统(与本文所讨论的系统结构形式不同)的基于采样观测器的采样输出反馈控制问题,证明了在采样周期充分小的条件下,一个连续状态反馈控制器的性能可以由一个基于采样观测器的采样控制器来替代实现。文献 [3] 中的采样观测器是通过离散化高增益连续时间观测器得到的,文献 [4] 中的采样观测器是通过利用被控对象的离散化模型求得的,而两者的采样输出反馈控制器都是通过离散化连续时间控制律来求得的。

本文讨论了基于观测器的一类非线性连续时间系统的采样控制问题。首先给出了用于重构系统状态的两种观测器,即连续时间观测器和采样观测器的设计。接下来,基于这两种观测器的重构信号分别设计了采样控制器,并论证了基于连续时间观测器的采样控制器可以保证闭环采样系统渐近稳定,而基于采样观测器的采样控制器可以保证闭环采样控制系统状态有界。本文在总体思路属于第 1 类方法的范畴。

1 问题描述与预备知识

考虑具有下述形式的一类非线性连续系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_1 x_2 + f_1(x_1) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = \alpha_{n-1} x_n + f_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) \\ \dot{x}_n = f_n(\mathbf{x}) + \alpha_n u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

上式中, $\mathbf{x} \in \mathbf{U}$, \mathbf{U} 为 \mathbf{R}^n 中包含原点的一个开集, $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

为已知常数, f_1, \dots, f_n 是光滑函数且满足 $f_i(0) = 0, i = 1, \dots, n$, 这里光滑函数的含义是具有任意阶连续偏导数. 上述系统是一类具有下三角结构形式的非线性控制系统, 许多非线性系统都可以化为这种结构形式, 例如喷气发动机压缩系统模型、电磁浮动系统模型、气垫船航迹模型、电液伺服系统模型、锅炉液位控制模型等. 特别地, n 阶微分方程 $y^{(n)} + \phi(y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}) = bu$ 总可以写为式 (1) 的形式, 此时 $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1} = 1, \alpha_n = b, f_1, \dots, f_{n-1} = 0, f_n = -\phi$.

系统 (1) 也是对于任意输入一致可观的 (Uniformly observable), 也就是说对于任意输出, 系统的状态可以由输入与输出唯一确定.

在本文中, 假设采样序列是周期的, 并假设采样周期为 T . 为了符号的方便, 将 $\mathbf{x}(kT)$ 简写为 $\mathbf{x}(k)$. 本文将根据不同的已知条件, 设计采样控制器.

1) 当系统状态可用时, 设计状态反馈采样控制器

$$u_{\mathcal{F}}(k) = \mathcal{L}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}(k)) \quad (2)$$

使得闭环系统渐近稳定;

2) 当系统状态不可用时, 设计基于连续时间状态观测器的采样控制器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}, y, u) \\ u_{co}(k) = \mathcal{L}_{co}(\hat{\mathbf{x}}(k)) \end{cases} \quad (3)$$

使得闭环系统渐近稳定;

3) 当系统状态不可用时, 设计基于采样观测器的采样控制器

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}(k+1) = \mathbf{G}_T(\boldsymbol{\chi}(k), y(k), u(k)) \\ u_{so}(k) = \mathcal{L}_{so}(\boldsymbol{\chi}(k)) \end{cases} \quad (4)$$

使得整个闭环采样控制系统的状态是有界的. 上式中, 为了符号的简便, 将 $\boldsymbol{\chi}(kT)$ 简写为 $\boldsymbol{\chi}(k)$. 需要注意的是, 一般来说, 这里的 $\boldsymbol{\chi}(k)$ 并不等于式 (3) 中连续时间观测器的状态在 kT 时刻的采样值 $\hat{\mathbf{x}}(kT)$, 这是因为式 (4) 并不是系统 (1) 的连续时间观测器 (3) 的精确离散表达式. 正如上节所述, 要获得动态系统 (3) 的精确离散化表达式一般来说是非常困难的.

接下来, 给出下面的两个引理, 它们将在本文后面的证明中起到重要的作用.

引理 1. 考虑闭环系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u(\mathbf{x})) \quad (5)$$

这里 $\mathbf{f}(0, 0) = \mathbf{0}$. 令 $V = \mathbf{x}^T P \mathbf{x} (P = P^T > 0)$, 定义 $\Lambda = \{\mathbf{x} : V(\mathbf{x}) \leq d\}$, 如果 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 在 Λ 中连续, 且在该区域内系统 (5) 存在唯一解并满足 $\dot{V} \leq -\varsigma V (\varsigma > 0)$, 那么总存在一个常数 $T^* > 0$ 使得对于任意采样周期 $T \in (0, T^*)$, $\mathbf{x}(0) \in \Lambda$, 闭环采样控制系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u(\mathbf{x}(kT))) \quad (6)$$

是渐近稳定的.

证明. 由文献 [15–16] 中定理 2.1~定理 2.5 经过简单推导, 上述结果容易推得. \square

引理 2. 给定下面的非线性连续时间系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (7)$$

其连续时间控制器为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, u) \\ u = \kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \end{cases} \quad (8)$$

这里, $\mathbf{f}, \mathbf{g}, h, \kappa$ 为局部 Lipschitz 函数, 并且满足 $\mathbf{f}(0, 0) = \mathbf{0}, h(0) = 0, \mathbf{g}(0, 0, 0) = \mathbf{0}, \kappa(0, 0) = 0$.

如果以下三个条件成立:

1) 存在一个连续可微函数 $V(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 和一个连续函数 $w(\mathbf{x}, \mathbf{z})$, 使得下面不等式成立

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z})) + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z})) \leq w(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \quad (9)$$

2) 给定任意正实数 $\Delta_{\mathbf{x}}, \Delta_{\mathbf{z}}$, 总存在一个 K_{∞} 类函数 μ_1 及 $T^* > 0$, 对于所有 $T \in (0, T^*)$ 及 $|\mathbf{x}| \leq \Delta_{\mathbf{x}}, |\mathbf{z}| \leq \Delta_{\mathbf{z}}$, 使得下面不等式成立

$$\left| \mathbf{G}_T^{\alpha} - \mathbf{G}_T^{\text{Euler}} \right| \leq T \mu_1(T) \quad (10)$$

3) 给定任意正实数 $\Delta_{\mathbf{x}}, \Delta_{\mathbf{z}}$, 对于所有 $T \in (0, T^*)$ 及 $|\mathbf{x}| \leq \Delta_{\mathbf{x}}, |\mathbf{z}| \leq \Delta_{\mathbf{z}}$, 下面不等式成立:

$$\begin{cases} |\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z})| \leq Q \\ |\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}_2) - \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{z}_1)| \leq \mu_2(|\mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_1|) \end{cases} \quad (11)$$

这里 \mathbf{G}_T^{α} 为式 (8) 中动态系统的近似离散时间模型, $\mathbf{G}_T^{\text{Euler}}$ 为该系统的 Euler 离散化模型 (即使用 Euler 法对式 (8) 离散化), μ_2 为 K_{∞} 类函数, Q 为一正实数.

那么, 对于 $T \in (0, T^*)$, $|\mathbf{x}| \leq \Delta_{\mathbf{x}}, |\mathbf{z}| \leq \Delta_{\mathbf{z}}$ 以及一个任意给定的正实数 v , 在离散时间控制器

$$\begin{cases} u(k) = \kappa(\mathbf{x}(k), \mathbf{Z}(k)) \\ \mathbf{Z}(k+1) = \mathbf{G}_T^{\alpha}(\mathbf{x}(k), \mathbf{Z}(k)) \end{cases} \quad (12)$$

的作用下, 对于式 (7) 与式 (12) 联立的闭环系统, 下述不等式成立

$$\frac{V(\mathbf{x}(k+1), \mathbf{Z}(k+1)) - V(\mathbf{x}(k), \mathbf{Z}(k))}{T} \leq w(\mathbf{x}(k), \mathbf{Z}(k)) + v \quad (13)$$

证明. 由文献 [2] 中的定理 3.1 可以直接推得. \square

2 主要结果

如前所述, 本文总体上属于采样控制研究的第一类方法. 作为采样控制器设计的第一步, 本文将首先利用反演 (Backstepping) 方法^[17–18] 设计系统 (1) 的连续时间观测器和基于观测器状态的连续时间控制器.

步骤 1. 基于反演方法的连续时间观测器与控制器设计.

假设基于观测器状态的反馈控制输入 (它将在后面被设计) 为 $u = \kappa(\hat{\mathbf{x}})$, 这里 $\hat{\mathbf{x}}$ 为观测器状态. 取观测器形式为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \alpha_1 \hat{x}_2 + f_1(\hat{x}_1) + \varphi_1(\hat{\mathbf{x}})(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \alpha_2 \hat{x}_3 + f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + \varphi_2(\hat{\mathbf{x}})(x_1 - \hat{x}_1) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \alpha_{n-1} \hat{x}_n + f_{n-1}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n-1}) + \varphi_{n-1}(\hat{\mathbf{x}})(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(\hat{\mathbf{x}}) + \alpha_n \kappa(\hat{\mathbf{x}}) + \varphi_n(\hat{\mathbf{x}})(x_1 - \hat{x}_1) \end{cases} \quad (14)$$

这里 $\varphi_1(\hat{\mathbf{x}}), \dots, \varphi_n(\hat{\mathbf{x}})$ 为待求的观测器增益函数. 将式 (1) 与式 (14) 相减, 可以获得观测器误差动态方程, 即有

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \alpha_1 e_2 + f_1(x_1) - f_1(\hat{x}_1) - \varphi_1(\hat{\mathbf{x}}) e_1 \\ \dot{e}_2 = \alpha_2 e_3 + f_2(x_1, x_2) - f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - \varphi_2(\hat{\mathbf{x}}) e_1 \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = \alpha_{n-1} e_n + f_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) - \\ f_{n-1}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{n-1}) - \varphi_{n-1}(\hat{\mathbf{x}}) e_1 \\ \dot{e}_n = f_n(\mathbf{x}) - f_n(\hat{\mathbf{x}}) - \varphi_n(\hat{\mathbf{x}}) e_1 \end{cases} \quad (15)$$

这里 $e_i = x_i - \hat{x}_i$. 接下来, 利用反演方法求解增益函数 $\varphi_1(\hat{\mathbf{x}}), \dots, \varphi_n(\hat{\mathbf{x}})$.

定义 $\eta_1 = e_1$, 取 $V_1 = \eta_1^2/2 = e_1^2/2$, 求得

$$\dot{V}_1 = \eta_1 \dot{\eta}_1 = e_1 \dot{e}_1 = -c_1 \eta_1^2 + \eta_1 \eta_2 + O(\mathbf{e})^3$$

这里 $c_1 > 0$ 为设计参数. 如果使得上式成立, 那么相应的有

$$\eta_2 = c_1 \eta_1 + \dot{\eta}_1 = (\beta_{2,1} - \gamma_{2,1} \varphi_1) e_1 + \beta_{2,2} e_2$$

其中, $\beta_{2,1} = c_1 + f_{1,1}$, $\beta_{2,2} = \alpha_1 \beta_{1,1}$, $\gamma_{2,1} = \beta_{1,1}$, $\beta_{1,1} = 1$, 这里 $f_{1,1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{\mathbf{x}})$.

接下来, 定义 $V_2 = V_1 + \eta_2^2/2$, 求得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \eta_2 \dot{\eta}_2 = -c_1 \eta_1^2 - c_2 \eta_2^2 + \eta_2 \eta_3 + O(\mathbf{e})^3$$

这里 $c_2 > 0$ 为设计参数. 如果使上式成立, 那么有

$$\begin{aligned} \eta_3 = \eta_1 + c_2 \eta_2 + \dot{\eta}_2 = & (\beta_{3,1} - \gamma_{3,1} \varphi_2) e_1 + \\ & (\beta_{3,2} - \gamma_{3,2} \varphi_1) e_2 + \beta_{3,3} e_3 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \beta_{3,1} = & \beta_{1,1} + c_2 (\beta_{2,1} - \gamma_{2,1} \varphi_1) + (\beta_{2,1} - \gamma_{2,1} \varphi_1)' + \\ & (\beta_{2,1} - \gamma_{2,1} \varphi_1) (f_{1,1} - \varphi_1) + \beta_{2,2} f_{2,1} \\ \beta_{3,2} = & c_2 \beta_{2,2} + \alpha_1 \beta_{2,1} + \beta_{2,2} f_{2,2} \\ \beta_{3,3} = & \alpha_2 \beta_{2,2}, \quad \gamma_{3,1} = \beta_{2,2}, \quad \gamma_{3,2} = \alpha_1 \gamma_{2,1} \end{aligned}$$

类似的, 继续上述类似步骤, 对于第 i ($4 \leq i \leq n-1$) 步, 取 $V_i = V_{i-1} + \eta_i^2/2$, 求得

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + \eta_i \dot{\eta}_i = -\sum_{k=1}^i c_k \eta_k^2 + \eta_i \eta_{i+1} + O(\mathbf{e})^3$$

这里 $c_k > 0$ ($1 \leq k \leq i$) 为设计参数. 如果上式成立, 那么有

$$\begin{aligned} \eta_i = \eta_{i-2} + c_{i-1} \eta_{i-1} + \dot{\eta}_{i-1} = \\ \sum_{j=1}^{i-1} (\beta_{i,j} - \gamma_{i,j} \varphi_{i-j}) e_j + \beta_{i,i} e_i \end{aligned} \quad (16)$$

这里

$$\begin{aligned} \beta_{i,1} = & \beta_{i-2,1} - \varphi_{i-3} + c_{i-1} (\beta_{i-1,1} - \beta_{i-2,i-2} \varphi_{i-2})' + \\ & \sum_{j=1}^{i-2} (\beta_{i-1,j} - \beta_{i-2,i-2} \varphi_{i-j-1}) (f_{j,1} - \varphi_j) + \\ & \beta_{i-1,i-1} f_{i-1,1} \\ \beta_{i,j} = & \beta_{i-2,j} + c_{i-1} (\beta_{i-1,j} - \beta_{i-2,i-2} \varphi_{i-j-1}) - \\ & \beta_{j,j} \varphi_{i-j-2} + (\beta_{i-1,j} - \varphi_{i-1-j})' + \\ & \sum_{k=j}^{i-2} (\beta_{i-1,k} - \varphi_{i-k-1}) f_{k,j} + \beta_{i-1,i-1} f_{i-1,j} \\ \beta_{i,i-2} = & \beta_{i-2,i-2} + c_{i-1} (\beta_{i-1,i-2} - \beta_{i-2,i-2} \varphi_1) + \\ & (\beta_{i-1,i-2} - \varphi_1)' + (\beta_{i-1,i-2} - \varphi_1)' f_{i-2,i-2} + \\ & \beta_{i-1,i-1} f_{i-1,i-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{i,i-1} = & c_{i-1} \beta_{i-1,i-1} + \alpha_{i-2} \beta_{i-1,i-2} + \beta_{i-1,i-1} f_{i-1,i-1} \\ \gamma_{i,1} = & \beta_{i-1,i-1}, \quad \gamma_{i,j} = \alpha_{j-1} \gamma_{i-1,j-1} \\ \gamma_{i,i-2} = & \alpha_{i-3} \gamma_{i-1,i-3}, \quad \gamma_{i,i-1} = \alpha_{i-2} \gamma_{i-1,i-2} \\ \beta_{i,i} = & \alpha_{i-1} \beta_{i-1,i-1}, \quad \gamma_{1,1} = 0, \quad \gamma_{2,1} = 1, \quad \gamma_{2,2} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $f_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{\mathbf{x}})$. 将上述推导继续到第 n 步, 那么有

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + \eta_n \dot{\eta}_n = \sum_{k=1}^n -c_k \eta_k^2 + \eta_n \eta_{n+1} + O(\mathbf{e})^3$$

如果使得上式成立, 那么应有

$$\eta_{n+1} = \sum_{j=1}^n (\beta_{n+1,j} + f_{n,j} - \gamma_{n+1,j} \varphi_{n+1-j}) e_j \quad (18)$$

这里 $\beta_{n+1,j}, \gamma_{n+1,j}$ 可以由式 (17) 解出. 由上式易知, 如果选择

$$\varphi_{n+1-j} = \frac{\beta_{n+1,j}}{\gamma_{n+1,j}} + f_{n,j} \quad (19)$$

那么有

$$\dot{V}_n = -\sum_{i=1}^n c_i \eta_i^2 + O(\mathbf{e})^3 \quad (20)$$

需要注意的是, 正如大多数对于非线性控制系统的讨论一样, 上述讨论是建立在一个子集上的, 结果是局部的而不是全局的. 进一步, 对于本文所讨论的基于观测器的控制问题, 同很多非线性控制领域的论著类似, 以下的讨论分析是建立在一个紧不变子集上的.

假设 Ω 为联立系统 (1) 和 (14) ($u = \kappa(\hat{\mathbf{x}})$) 在 \mathbf{x} 空间上的一个正不变紧子集 (本文后面将给出整个闭环系统的正不变紧子集的构造), U_r ($r > 0$) 为 Ω 的一个邻域, 那么其闭包 \bar{U}_r 是一个紧子集. 考虑到 f_1, \dots, f_n 为光滑函数, 那么存在常数 $N > 0, \rho > 0$, 对于所有 $\hat{\mathbf{x}} \in \bar{U}_r, |\mathbf{e}| < \rho$, 使得 $|O(\mathbf{e})|^3 \leq N |\mathbf{e}|^3$ 成立. 由式 (16) 知, 存在常数 M_1, M_2 , 对于所有 $\hat{\mathbf{x}} \in \bar{U}_r, \mathbf{e}, \boldsymbol{\eta}$ 有

$$M_1 |\mathbf{e}| \leq |\boldsymbol{\eta}| \leq M_2 |\mathbf{e}| \quad (21)$$

取 $c = \min_{1 \leq i \leq n} \{c_i\}$, 那么有 $c |\boldsymbol{\eta}|^2 \leq \sum_{i=1}^n c_i \eta_i^2$. 由上述分析可以得到, 总是可以选择一个 $\rho > 0$ 使得对于 $|\mathbf{e}| < \rho$, 有 $O(\mathbf{e})^3 \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n c_i \eta_i^2$. 因此可以推得

$$\dot{V}_n \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n c_i \eta_i^2 \leq -\frac{c}{2} V_n \quad (22)$$

因而, 集合 $D = \{\mathbf{x}, \mathbf{e} : \mathbf{x} \in \Omega, V(\mathbf{e}) \leq M_1^2 \rho^2/2\}$ 为观测器的不变集, 那么在集合 D 中, 观测器误差是收敛的.

下面将利用反演方法设计系统 (1) 的控制器.

定义 $\xi_1 = x_1$, 令 $\Gamma_1 = \xi_1^2/2 = x_1^2/2$, 对时间 t 求得 $\dot{\Gamma}_1 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = -d_1 \xi_1^2 + \xi_1 \xi_2$, 这里 $d_1 > 0$ 为设计参数. 如果使上式成立, 有 $\xi_2 = d_1 \xi_1 + \dot{\xi}_1$. 接下来, 定义 $\Gamma_2 = \Gamma_1 + \xi_2^2/2$, 求得 $\dot{\Gamma}_2 = -d_1 \xi_1^2 - d_2 \xi_2^2 + \xi_2 \xi_3$, 这里 d_2 为设计参数. 为了使上式成立, 应有

$$\xi_3 = \xi_1 + d_2 \xi_2 + \dot{\xi}_2$$

类似的, 继续以上步骤, 对于第 i ($3 \leq i \leq n-1$) 步, 取 $\Gamma_i = \Gamma_{i-1} + \frac{1}{2} \xi_i^2$, 求得

$$\dot{\Gamma}_i = \dot{\Gamma}_{i-1} + \dot{\xi}_i \xi_i = -\sum_{j=1}^i d_j \xi_j^2 + \xi_i \xi_{i+1} \quad (23)$$

这里, d_j 为设计参数. 如果上式成立, 应有

$$\xi_{i+1} = \xi_{i-1} + d_i \xi_i + \dot{\xi}_i \quad (24)$$

回顾系统 (1) 的下三角形式的结构特点, 由式 (24) 可以推出

$$\begin{aligned} \xi_1 &= x_1 \\ \xi_2 &= \alpha_1 x_2 + \gamma_1(x_1) \\ &\vdots \\ \xi_i &= \alpha_{i-1} x_i + \gamma_{i-1}(x_1, \dots, x_{i-1}) \\ &\vdots \\ \xi_n &= \alpha_{n-1} x_n + \gamma_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) \end{aligned} \quad (25)$$

这里 $\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}$ 是由 f_1, \dots, f_{n-1} 决定的光滑函数, 因而式 (25) 定义了一个 \mathbf{x} 到 $\boldsymbol{\xi}$ 之间的微分同胚. 综合式 (16) 和 (25), 它们定义了 $(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ 到 $(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ 的一个微分同胚.

将上述推导延伸至第 n 步, 此时有

$$\dot{\Gamma}_n = \dot{\Gamma}_{n-1} + \xi_n \dot{\xi}_n = - \sum_{j=1}^n d_j \xi_j^2 + \xi_n \xi_{n+1} \quad (26)$$

如果使上式成立, 应有

$$\xi_{n+1} = \xi_{n-1} + d_n \xi_n + \dot{\xi}_n = \xi_{n-1} + d_n \xi_n + f_n(\mathbf{x}) + \alpha_n u \quad (27)$$

由上式易知, 如果选择

$$u(\mathbf{x}) = - \frac{\xi_{n-1}(\mathbf{x}) + d_n \xi_n(\mathbf{x}) + f_n(\mathbf{x})}{\alpha_n} \quad (28)$$

那么有 $\xi_{n+1} = 0$, 从而得到

$$\dot{\Gamma}_n \leq - \sum_{j=1}^n d_j \xi_j^2 \leq -2d\Gamma_n \quad (29)$$

这里 $d = \min_{1 \leq j \leq n} (d_j)$.

上述控制输入式 (28) 属于状态反馈, 但很多情况下系统内部的状态往往是不能直接获取的. 因此, 下面讨论基于观测器的控制器设计问题.

首先将控制律 (28) 中的系统状态替换为观测器 (14) 的状态, 即有

$$u(\hat{\mathbf{x}}) = - \frac{\xi_{n-1}(\hat{\mathbf{x}}) + d_n \xi_n(\hat{\mathbf{x}}) + f_n(\hat{\mathbf{x}})}{\alpha_n} \quad (30)$$

将上述控制律代入式 (1), 连接被控系统 (1), 观测器 (14) 和控制律 (30), 即可获得基于观测器的闭环连续控制系统的表达式. 下面将说明该闭环连续系统是渐近稳定的.

取李亚普诺夫函数为 $E = V_n^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{\eta}) + \Gamma_n(\boldsymbol{\xi})$, 对时间 t 求导得到

$$\dot{E} = \frac{1}{2} V_n^{-\frac{1}{2}} \dot{V}_n + \dot{\Gamma}_n \quad (31)$$

由式 (21) 和 (22) 可以推得

$$\frac{1}{2} V_n^{-\frac{1}{2}} \dot{V}_n \leq - \frac{\sqrt{2}}{4} c M_1 |\mathbf{e}| \quad (32)$$

因为 f_1, \dots, f_n 为光滑函数, 由式 (28) 和 (30) 知, 存在一个 Lipschitz 常数 L_1 , 使得

$$|u(\mathbf{x}) - u(\hat{\mathbf{x}})| \leq L_1 |\mathbf{e}| \quad (33)$$

且对于 $\mathbf{x} \in \Omega$, 存在一个常数 L_2 , 使得

$$|\xi_n| < L_2 \quad (34)$$

那么, 综合上述式 (26), (28), (30), (33) 和 (34), 可以得到

$$\left| \frac{\partial \Gamma_n}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}, u(\mathbf{x})) - \frac{\partial \Gamma_n}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}, u(\hat{\mathbf{x}})) \right| = |\alpha_n| |\xi_n| |u(\mathbf{x}) - u(\hat{\mathbf{x}})| \leq L_1 L_2 |\alpha_n| |\mathbf{e}| \quad (35)$$

这里, \mathbf{F} 表示系统 (1) 右端的向量场. 那么结合式 (29), 进一步可以获得

$$\left| \frac{\partial \Gamma_n}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}, u(\hat{\mathbf{x}})) \right| \leq \left| \frac{\partial \Gamma_n}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}, u(\mathbf{x})) \right| + L_1 L_2 |\alpha_n| |\mathbf{e}| \leq -2d\Gamma_n + L_1 L_2 |\alpha_n| |\mathbf{e}| \quad (36)$$

接下来, 将式 (32) 和 (36) 代入式 (31), 可以得到

$$\dot{E} \leq -2d\Gamma_n + L_1 L_2 |\alpha_n| |\mathbf{e}| - \frac{\sqrt{2}}{4} c M_1 |\mathbf{e}| \quad (37)$$

通过选择适当的设计参数 c , 使得

$$\delta = \frac{\sqrt{2}}{4} c M_1 - L_1 L_2 |\alpha_n| > 0 \quad (38)$$

这样, 将式 (38) 代入式 (37) 中将获得

$$\dot{E} \leq -2d\Gamma_n - \delta |\mathbf{e}| \leq -\lambda E \quad (39)$$

这里 $\lambda = \min\{2d, \sqrt{2}\delta\}$. 这样, 设计得到了观测器 (14) 以及基于观测器的控制器 (30). 下面, 构造正不变紧子集. 取 $\Omega_c = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : \Gamma_n(\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x})) \leq \tau\}$, 且在 Ω_c 中满足 $\dot{\Gamma}_n(\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x})) \leq 0$, 这里 τ 为一正常数. 定义 $\Omega_{co} = \{(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) : \mathbf{x} \in \Omega_c, V_n(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq M_1^2 \rho^2 / 2\}$, 那么由上述分析知在 Ω_{co} 中, 闭环系统 (1), (14) 和 (30) 是正不变的, 且总可以选择适当的设计参数 c 使得连续闭环系统是渐近稳定的.

步骤 2. 对连续时间观测器和控制器进行离散化.

1) 设计采样状态反馈控制器.

利用零阶保持方法对状态反馈控制器 (28) 进行离散化, 获得

$$u_{\mathcal{F}}(k) = - \frac{1}{\alpha_n} (\xi_{n-1}(\mathbf{x}(k)) + d_n \xi_n(\mathbf{x}(k)) + f_n(\mathbf{x}(k))) \quad (40)$$

由式 (29) 及引理 1 可知, 采样控制器 (40) 可以保证闭环控制系统 (1) 和 (40) 渐近稳定.

2) 设计基于连续时间观测器的采样控制器.

利用零阶保持方法对状态反馈控制器 (30) 进行离散化, 得到

$$u_{co}(k) = - \frac{1}{\alpha_n} (\xi_{n-1}(\hat{\mathbf{x}}(k)) + d_n \xi_n(\hat{\mathbf{x}}(k)) + f_n(\hat{\mathbf{x}}(k))) \quad (41)$$

同理, 由式 (39) 及引理 1 可知, 闭环控制系统 (1), (14) 和 (41) 是渐近稳定的.

3) 设计基于采样观测器的采样控制器.

将观测器表达式 (14) 简写为

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}, y) \quad (42)$$

这里, \mathbf{G} 表示式 (14) 右端的向量场. 使用 Euler 法对观测器进行离散化将给出如下采样观测器

$$\boldsymbol{\chi}(k+1) = \boldsymbol{\chi}(k) + T\mathbf{G}(\boldsymbol{\chi}(k), y(k)) \quad (43)$$

这里, T 为采样周期. 注意上式中, $\chi(k) \neq \hat{x}(k)$, 因为观测器 (14) 的精确离散化表达式是很难获得的, 所以一般来说精确的 $\hat{x}(k)$ 是得不到的.

接下来, 使用零阶保持法对控制器 (30) 进行离散化, 并使用 $\chi(k)$ 取代其中的 $\hat{x}(k)$, 得到

$$u_{so}(k) = -\frac{1}{\alpha_n}(\xi_{n-1}(\chi(k)) + d_n \xi_n(\chi(k)) + f_n(\chi(k))) \quad (44)$$

将式 (1), (43) 和 (44) 联立, 将获得反馈回路由采样观测器和采样控制器构成的闭环系统, 即观测器和控制器基于的都是采样信号. 接下来将证明的命题表明基于采样观测器的采样控制器 (44) 能够使得闭环采样控制系统的状态是有界的.

定理 1. 假设 $(x_0, \hat{x}_0) \in \Omega_{co}$, 对于一个给定的正实数 σ , 存在 $T^* > 0$, 使得对于任意 $T \in (0, T^*)$, 基于采样观测器的闭环采样控制系统 (1), (43) 和 (44) 的所有状态变量是有界的, 其最终边界是由 σ , 设计参数以及采样周期 T 决定的.

证明. 考虑式 (39), 显然, 闭环采样控制系统满足引理 2 中的条件 1).

又由于观测器离散化采用的是 Euler 法, 而 Euler 法显然满足引理 2 中的条件 2).

考虑观测器 (14), 由于 f_1, \dots, f_n 及 $\varphi_1, \dots, \varphi_n, u$ 为光滑函数, 且 Ω_{co} 为闭环控制系统的正不变集, 因此引理 2 中的条件 3) 也是满足的. 同时, 回顾式 (16) 和 (25), 存在正常数 Δ_1, Δ_2 , 使得对于 $(x_0, \hat{x}_0) \in \Omega_{co}$, 有 $|\xi| \leq \Delta_1, |\eta| \leq \Delta_2$.

那么, 由引理 2 可以推出对于 $T \in (0, T^*)$ 及 $|\xi| \leq \Delta_1, |\eta| \leq \Delta_2$, 闭环采样系统满足

$$\frac{E_{k+1} - E_k}{T} \leq -\lambda E_k + \sigma \quad (45)$$

这里 $E_k = E(\eta(x(k), \chi(k)), \xi(x(k)))$. 注意这里使用 $\chi(k)$ 取代了 $\eta(x(k), \hat{x}(k))$ 中的 $\hat{x}(k)$. 将上式简单变换得

$$E_{k+1} \leq (1 - \lambda T) E_k + \sigma T \quad (46)$$

反复利用上式可以获得下面的不等式

$$\begin{aligned} E_k &\leq (1 - \lambda T) E_{k-1} + \sigma T \\ (1 - \lambda T) E_{k-1} &\leq (1 - \lambda T)^2 E_{k-2} + \sigma T (1 - \lambda T) \\ &\vdots \\ (1 - \lambda T)^{k-1} E_1 &\leq (1 - \lambda T)^k E_0 + \sigma T (1 - \lambda T)^{k-1} \end{aligned} \quad (47)$$

那么, 由上述这些不等式可以推得

$$E_k \leq (1 - \lambda T)^k E_0 + \sigma T \frac{1 - (1 - \lambda T)^k}{\lambda T} \quad (48)$$

选择 T^* 使得 $0 < \lambda T^* < 1$, 选择 σ 使得 $0 < \sigma/\lambda < \Delta_1^2/2 + \sqrt{2}\Delta_2/2$. 回顾式 (46), 当 $0 \leq E_{k_0} \leq \sigma/\lambda$ 时, 那么对于 $k \geq k_0$, 有

$$0 \leq E_k \leq \frac{\sigma}{\lambda} \quad (49)$$

因此 $\Theta = \{(x, \hat{x}) : |\xi|^2/2 + \sqrt{2}|\eta|/2 \leq \sigma/2\lambda\}$ 是 Ω_{co} 中的一个不变子集. 当 $E_{k_0} > \sigma/\lambda$ 时, 对于 $k \geq k_0$, 由式 (46) 可以推得

$$E_{k+1} - E_k \leq -\lambda T E_k + \sigma T < 0 \quad (50)$$

此时, E_k 是单调递减的直至 $E_k \in \Theta$. 因此, E_k 是有界的, 其最终边界为 σ/λ . 通过选择 σ, λ 可以使得最终边界变小.

回顾式 (16) 和 (25), 由于 (x, \hat{x}) 到 (ξ, η) 是一个局部微分同胚, 因此 $x(k), \chi(k)$ 也是有界的. 同时, 由引理 2 知, T^* 的选择与 σ 相关, 因此由式 (49) 知闭环控制系统 (1), (43) 和 (44) 中状态变量的最后边界是由 σ, λ 以及 T^* 决定的.

由于 f_1, \dots, f_n 为光滑函数, 由 Gronwall-Bellman 不等式, 那么有

$$|x(t) - x(k)| \leq \frac{1}{L} [e^{L(t-kT)} - 1] |F(x(k), u(k))|$$

这里 L 为 F 的 Lipchitz 常数. 因此命题得证. \square

注 1. 一般的, 采样周期 T 的选取与 σ 的取值成正比, 即 σ 的取值越小, 所需的采样周期也越小 (可参考文献 [2] 中定理 3.1 的证明). 但是在实际应用中, 对于采样周期取值范围的精确定量分析是比较繁琐和困难的.

注 2. 本文给出了基于观测器的非线性系统采样控制的一种设计方案, 但由于非线性系统自身是非常复杂的, 因此在实际例子中, 正不变紧子集以及状态变量最终边界的精确定量分析一般来说是较难获得的.

注 3. 本文提出的基于采样观测器的采样控制器设计结果虽然只获得了有关状态最终边界的结果, 但正如在下面例子中将要看到的那样, 应用本文所提出的设计方法, 仍然可以得到较好的结果.

注 4. 本文所讨论的三种采样控制器是有所不同的. 对于控制器 (40), 其前提条件是受控对象状态的采样信号必须是已知的; 而对于控制器 (41), 虽然仅仅需要已知受控对象的输出, 但观测器需要是连续的; 对于第三种采样控制器 (44), 即基于采样观测器的采样控制器, 其观测器与基于观测器的采样控制器都仅仅需要已知受控对象输出的采样信号.

步骤 3. 选择合适的采样周期.

在这一步中, 可以根据硬件及具体的被控对象的情况, 通过仿真、实验等确定采样周期.

下面本文将通过一个船舶航向保持的例子来具体描述本文所提的三种采样控制器的应用.

3 例子

在船舶航向自动舵设计时, 船舶航向控制系统一般采用 Norrbinn 模型. 该模型描述了船舶操纵的非线性运动, 它是一个以舵角为系统输入, 首向角或首摇角速度为系统输出的动态系统.

Norrbinn 模型的微分方程表达式为

$$T_0 \dot{y} + \dot{y} + \alpha \dot{y}^3 = Ky \quad (51)$$

式中, y 为舵角, u 为控制舵角, T_0 为时间常数, K 为增益, α 为 Norrbinn 系数, 其值可由螺旋桨试验确定. 将上式改写为状态方程的形式

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \theta_1 x_2 + \theta_2 x_2^3 + bu \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (52)$$

式中, $\theta_1 = -1/T_0, \theta_2 = -\alpha/T_0, b = K/T_0$.

本文以下将以大连海事大学远洋实习船“育龙”号^[19]为例进行仿真研究. 该船的船长为 126 米, 船宽为 20.8 米, 满载吃水为 8.0 米, 方形系数为 0.681, 船速为 7.7 米/秒时, 通过计算得到船舶非线性运动模型的参数为 $K = 0.4963, T_0 = 208.91, \alpha = 30$, 因此可以求得 $\theta_1 = -0.005, \theta_2 = -0.144, b = 0.002$. 下面将利用第 2 节中的方法给出采样观测器以及采样控制器的设计结果.

步骤 1. 设计连续时间观测器以及基于观测器的连续时间控制器.

取设计参数为 $c_1 = c_2 = d_1 = d_2 = 2$. 利用式 (16)~(19) 设计获得连续时间观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + (3.995 - 0.432\hat{x}_2^2)(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -2\hat{x}_1 - 2\hat{x}_2 + (4.98 - 1.728\hat{x}_1\hat{x}_2 - 3.4517\hat{x}_2^2 + 0.1866\hat{x}_2^4)(x_1 - \hat{x}_1) \end{cases} \quad (53)$$

另一方面, 由式 (24)~(28) 以及式 (30), 可以获得基于系统状态的连续时间控制器

$$u = \frac{-1.995x_2 - 2x_1 + 0.114x_2^3}{b} \quad (54)$$

以及基于连续时间观测器 (53) 状态的连续时间控制器

$$u = \frac{-1.995\hat{x}_2 - 2\hat{x}_1 + 0.114\hat{x}_2^3}{b} \quad (55)$$

步骤 2. 将上述连续时间观测器及控制器离散化, 获得三种不同的采样控制器.

1) 对连续时间控制器 (54) 进行离散化, 得到基于系统状态的采样控制器

$$u_{\mathcal{F}}(k) = \frac{1}{b} (-1.995x_2(k) - 2x_1(k) + 0.114x_2^3(k)) \quad (56)$$

2) 对控制器 (55) 进行离散化, 得到基于连续时间观测器的采样控制器

$$u_{co}(k) = \frac{1}{b} (-1.995\hat{x}_2(k) - 2\hat{x}_1(k) + 0.114\hat{x}_2^3(k)) \quad (57)$$

3) 首先, 利用式 (43) 对连续时间观测器 (53) 进行离散化, 得到采样观测器

$$\begin{cases} \chi_1(k+1) = \chi_1(k) + T_e [\chi_2(k) + (3.995 - 0.432\chi_2^2(k))(x_1(k) - \chi_1(k))] \\ \chi_2(k+1) = \chi_2(k) + T_e [-2\chi_1(k) - 2\chi_2(k) + (4.98 - 1.728\chi_1(k)\chi_2(k) - 3.4517\chi_2^2(k) + 0.1866\chi_2^4(k))(x_1(k) - \chi_1(k))] \end{cases} \quad (58)$$

上式中, T_e 为采样周期.

接下来, 利用式 (44) 获得基于采样观测器 (58) 的采样控制器

$$u_{so}(k) = \frac{-1.995\chi_2(k) - 2\chi_1(k) + 0.114\chi_2^3(k)}{b} \quad (59)$$

将式 (58) 与 (59) 联立, 并将式 (59) 取代式 (52) 中的 u , 即可获得闭环采样控制系统的表达式, 显然该系统是一个混合系统 (Hybrid systems).

步骤 3. 选择采样周期 $T_e = 0.2$ 秒, 即每秒采样 5 次. 并且假设在反馈回路中, 第三种采样控制器中的观测器的采样与控制器的采样是同步的, 且是没有时延的.

综合上述设计结果, 下面将利用 Matlab 软件进行仿真研究. 被控对象及观测器的初始状态分别取为 $x_1(0) = 5, x_2(0) = -5, \hat{x}_1(0) = \chi_1(0) = 0, \hat{x}_2(0) = \chi_2(0) = 0$, 分别对采样控制器 (56)~(59) 的控制效果进行仿真, 所获得仿真结果分别如图 1~9 所示.

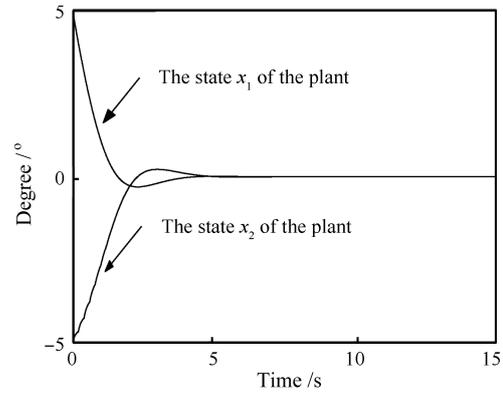


图 1 状态反馈采样控制器作用下的系统状态曲线
Fig. 1 The trajectories of the states under the state feedback sampled-data controller

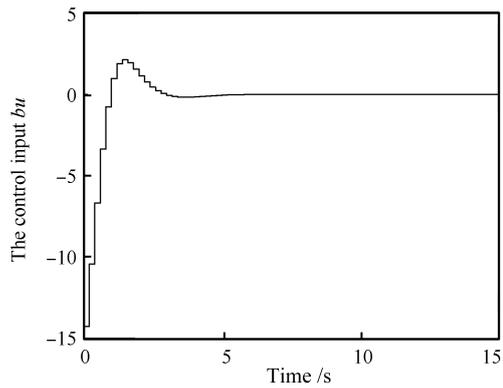


图 2 状态反馈采样控制器的控制输入
Fig. 2 The control input of the state feedback sampled-data controller

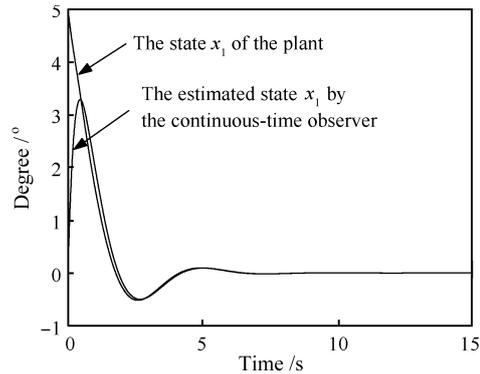


图 3 状态 x_1 与连续时间观测器估计曲线
Fig. 3 The trajectories of the state x_1 and the estimated one by the continuous-time observer

在上述仿真结果中, 图 1 和图 2 分别为状态反馈采样控制器 (56) 作用下系统的状态曲线及控制输入. 由于在本例中, 输入 u 的增益 b 比较小, 因此将 bu 作为图 2 的纵轴. 由图 1 易见闭环系统是渐近稳定的. 当系统的状态未知且观测器为连续时, 取控制器 (57) 作为采样控制器, 此时闭环控制系统的状态曲线及控制输入如图 3~5 所示. 由图 3 和图 4 可知, 观测器状态估计与实际状态之间的误差将收敛于零. 在控制输入 (图 5) 的作用下, 由图 3 和图 4 可知被控系统的

状态将收敛于零. 当系统的状态不可用且观测器与基于观测器的控制器都为采样系统时, 闭环系统的状态曲线、采样观测器误差及控制输入如图 6~9 所示. 由图 8 可知, 采样观测器将收敛于系统的实际状态, 由图 6~7 所示, 在采样控制输入 (图 9) 的作用下, 闭环控制系统是渐近稳定的. 从该例的结果可以看到, 虽然本文在理论上没有给出基于采样观测器的采样控制器的渐近稳定性或者稳定性的结果, 但通过应用本文的设计方法得到的采样观测器和基于采样观测器的采样控制器仍然能够获得较为满意的控制效果.

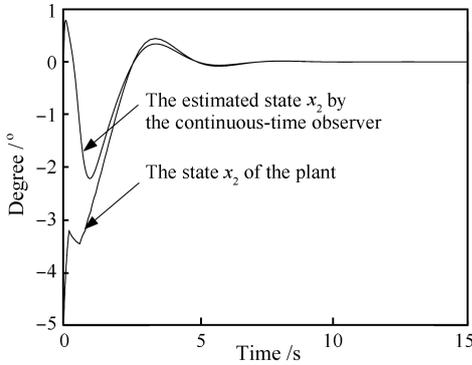


图 4 状态 x_2 与连续时间观测器估计曲线

Fig. 4 The trajectories of the state x_2 and the estimated one by the continuous-time observer

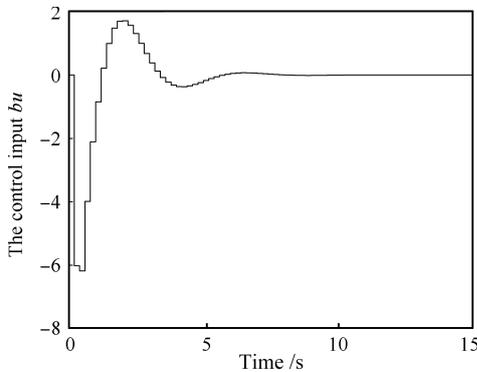


图 5 基于连续时间观测器的采样控制器的控制输入

Fig. 5 The control input of the sampled-data controller based on the continuous-time observer

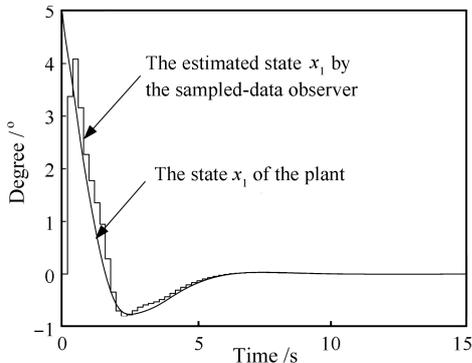


图 6 状态 x_1 与采样观测器估计曲线

Fig. 6 The trajectories of the state x_1 and the estimated one by the sampled-data observer

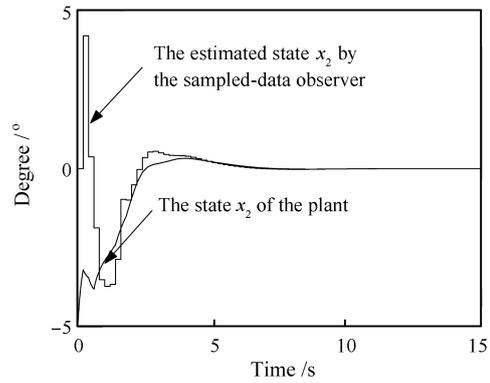


图 7 状态 x_2 与采样观测器估计曲线

Fig. 7 The trajectories of the state x_2 and the estimated one by the sampled-data observer

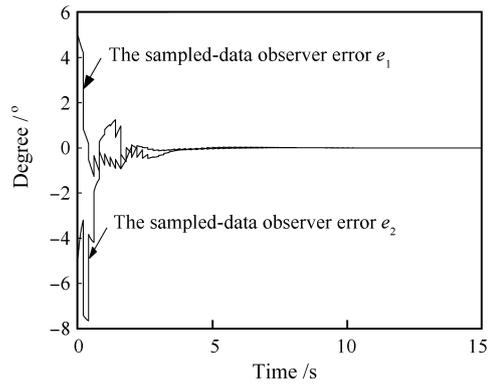


图 8 采样观测器误差曲线

Fig. 8 The trajectories of the sampled-data observer errors

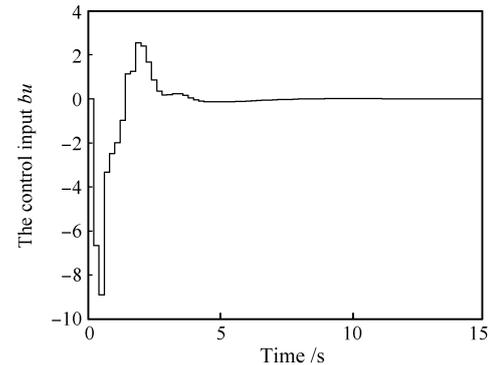


图 9 基于采样观测器的采样控制器的控制输入 bu

Fig. 9 The control input bu of sampled-data controller based on sampled-data observer

4 结论

本文针对一类具有下三角结构形式的非线性系统的控制问题, 提出了基于观测器的采样控制器的设计方法. 给出了状态反馈采样控制器、基于连续时间观测器的采样控制器以及基于采样观测器的采样控制器的设计步骤. 并论证了在前两种采样控制器的作用下, 采样闭环控制系统的状态是渐近稳定的. 在基于采样观测器的采样控制器的作用下, 采样闭

环控制系统的状态将是有界的, 其最终边界取决于设计参数以及采样周期. 最后, 一个例子表明应用上述方法设计出的采样控制器能够取得满意的控制效果.

在本文中, 对连续时间观测器离散化使用的是 Euler 法, 这里其他的离散化方法也是可以利用的, 例如, 龙格-库塔法等. 这些方法可能会获得更好的效果, 因为总的来说, 它们对微分方程的解的逼近效果更好. 所以, 在今后的工作中, 可以使用一些精度更高的数值方法对本文所提方法进行改进.

References

- Astrom K J, Wittenmark B. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. New Jersey: Prentice Hall, 1997. 1-76
- Laila D S, Netic D, Teel A R. Open and closed loop dissipation inequalities under sampling and controller emulation. *European Journal of Control*, 2002, **8**(2): 109-125
- Dabroom A M, Khalil H K. Output feedback sampled-data control of nonlinear systems using high-gain observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, **46**(11): 1712-1725
- Khalil H K. Performance recovery under output feedback sampled-data stabilization of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(12): 2173-2184
- Ahren J H, Tan X B, Khalil H K. Multirate sampled-data output feedback control with application to smart-material actuated systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(11): 2518-2529
- Netic D, Teel A R, Carnevale D. Explicit computation of the sampling period in emulation of controllers for nonlinear sampled-data systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(3): 619-624
- Grsune L, Worthmann K, Netic D. Continuous-time controller redesign for digital implementation: a trajectory based approach. *Automatica*, 2008, **44**(1): 225-232
- Netic D, Teel A R. A framework for stabilization of nonlinear sampled-data systems based on their approximate discrete-time models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(7): 1103-1122
- Netic D, Loria A, Panteley E, Teel A R. On stability of sets for sampled-data nonlinear inclusions via their approximate discrete-time models and summability criteria. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2009, **48**(3): 1888-1913
- Abbaszadeh M, Marquez H J. Robust H_∞ observer design for sampled-data Lipschitz nonlinear systems with exact and Euler approximate models. *Automatica*, 2008, **44**(3): 799-806
- Liu X, Marquez H J, Lin Y P. Input-to-state stabilization for nonlinear dual-rate sampled-data systems via approximate discrete-time model. *Automatica*, 2008, **44**(12): 3157-3161
- Postoyan R, Ahmed-Ali T, Lamnabhi-Lagarrigue F. Robust backstepping for the Euler approximate model of sampled-data strict-feedback systems. *Automatica*, 2009, **45**(9): 2164-2168
- Grune L, Netic D. Optimization-based stabilization of sampled-data nonlinear systems via their approximate discrete-time models. *SIAM Journal on Control Optimization*, 2003, **42**(1): 98-122
- Lorsa A, Lamnabhi-Lagarrigue F, Panteley E. Advanced topics in control systems theory. *Lecture Notes from FAP 2005*. Berlin: Springer, 2006. 91-139
- Owens D H, Zheng Y, Billings S A. Fast sampling and stability of nonlinear sampled-data systems, part I: existence theorems. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 1990, **7**(1): 1-11
- Zheng Y, Owens D H, Billings S A. Fast sampling and stability of nonlinear sampled-data systems, part II: sampling rate estimations. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 1990, **7**(1): 13-33
- Krener A J, Kang W. Locally convergent nonlinear observers. *SIAM Journal on Control Optimization*, 2003, **42**(1): 155-177
- Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P V. *Constructive Nonlinear Control*. New York: Springer, 1995. 230-248
- Zheng Yun-Feng, Yang Yan-Sheng, Li Tie-Shan. Input-state linearization based ship's course-keeping controller design. *Journal of Dalian Maritime University*, 2004, **30**(3): 14-17 (郑云峰, 杨盐生, 李铁山. 带有执行器的船舶航向控制反馈线性化设计. *大连海事大学学报*, 2004, **30**(3): 14-17)

张健 电子科技大学自动化工程学院讲师. 主要研究方向为非线性系统的采样控制理论, 混杂系统控制. 本文通信作者.

E-mail: zhangj@uestc.edu.cn

(ZHANG Jian Lecturer at the School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China. His research interest covers sampled-data control for nonlinear systems and hybrid systems control. Corresponding author of this paper.)

徐红兵 电子科技大学自动化工程学院教授. 主要研究方向为智能信息处理与控制. E-mail: hbxu@uestc.edu.cn

(XU Hong-Bing Professor at the School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China. His research interest covers intelligent information processing and control.)

张洪斌 电子科技大学电子工程学院副教授. 主要研究方向为模糊系统控制与滤波. E-mail: zhanghb@uestc.edu.cn

(ZHANG Hong-Bin Associate professor at the School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China. His research interest covers fuzzy systems control and filter design.)