

## 一个具有完备性和鲁棒性的模糊规则提取算法

王永富<sup>1,2</sup> 王殿辉<sup>2,3</sup> 柴天佑<sup>2</sup>

**摘要** 从实际检测数据中提取模糊规则进而建立有效的模糊模型对实现复杂系统的智能建模与控制具有重要意义. 在一些文献中对该问题进行了较深入的研究, 并提出了有效的从数值数据中提取模糊规则的算法(简称为 WM 和 iWM 算法). 对 WM 和 iWM 算法的进一步分析研究表明, 该算法在完备性和鲁棒性方面还有进一步改进的可能. 本文采用数据挖掘技术提出一个改进的提取模糊规则的算法(简称 DM 算法), 并在完备性和鲁棒性方面与 WM 和 iWM 算法进行了比较研究. 模糊建模实例表明, 本文提出的 DM 算法具有更好的逼近能力和对不确定数据干扰的鲁棒性.

**关键词** 模糊规则, 完备性, 鲁棒性, 数据挖掘, 模糊建模

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2010.01337

## Extraction of Fuzzy Rules with Completeness and Robustness

WANG Yong-Fu<sup>1,2</sup> WANG Dian-Hui<sup>2,3</sup> CHAI Tian-You<sup>2</sup>

**Abstract** Extraction of fuzzy rules from numerical data for fuzzy modeling and control is significant. Such a problem has received considerable attention in the past and some algorithms, termed as the WM algorithm and the iWM algorithm, have been proposed in the literature. Research on the WM algorithm and the iWM algorithm showed that some improvements on robustness and completeness of these algorithms could be done. This paper aims to develop an improved fuzzy rule extraction algorithm (termed as the DM algorithm) using data mining techniques, and the completeness and the robustness of rule-base for fuzzy modeling with noisy data are addressed. Some illustrative examples are given. Results demonstrate that our proposed rule extraction algorithm outperforms the WM algorithm and iWM algorithm in terms of both modeling accuracy and robustness with respect to noisy data.

**Key words** Fuzzy rules, completeness, robustness, data mining, fuzzy modeling

复杂工业过程常常具有强非线性、不确定性、多变量、强耦合以及工况变化频繁等特点, 动态特性难以用精确的数学模型描述. 实际应用中, 人们发现利用 IF-THEN 规则建立系统的模糊描述模型是一种行之有效的办法. 众所周知, 模糊规则的获取是模糊建模的成功关键, 通常模糊规则的产生

有以下三种方法: 1) 基于专家经验和知识产生规则; 2) 从样本数据中自动产生规则; 3) 样本数据结合专家知识产生混合规则. 近年来, 从样本数据中自动产生规则引起了人们的极大关注, 其主要原因在于简单系统可以基于专家知识产生规则, 但是当变量增多及变量的模糊集分割过多时, 单纯依靠专家知识获取模糊规则是十分困难的. 因此, 遗传算法、模糊聚类神经网络等方法相继被提出用于从样本数据中自动产生规则<sup>[1-5]</sup>. 然而, 这些方法要求不断地反复学习或是产生规则的机理过于复杂使得工程上难以实施.

文献 [6] 提出从样本数据中获取模糊规则的 WM 算法, 此算法的特点是简单实用, 现已成为该领域的经典方法并被广泛引用. 但 WM 算法的主要缺点是产生的模糊规则库缺乏良好的完备性和鲁棒性. 文献 [7] 针对 WM 算法的缺陷, 采用数据挖掘技术做了进一步改进工作. 但我们认为这两种算法产生的模糊规则库仍然存在可改进、可完善的空间. 本文将采用如下思路研究模糊规则库的完备性和鲁棒性问题: 1) 给出一种新的数据挖掘技术产生模糊规则的算法; 2) 分析 WM 算法产生模糊规则库缺乏良好完备性和鲁棒性的根源, 并与本文所提出的算法进行仿真对比研究; 3) 进一步分析 WM 改进算法 (iWM 算法) 存在的问题, 并与本文所提出的算法进行仿真对比研究.

### 1 用数据挖掘提取模糊规则与建模

近年来, 随着计算机和数据库技术的发展, 数据挖掘已成为一个逐渐兴起的研究领域. 它是一种基于数据库的自动信息提取技术. 大型关系数据库中的数据挖掘是数据库研究的一个新课题, 作为数据挖掘的一部分, 关联规则的挖掘近年来受到许多人的重视. 下面将针对在文献 [8-11] 中使用的一类多输入单输出模糊逻辑系统, 采用数据挖掘方法产生模糊规则. 这种方法与 WM 算法及 iWM 算法相比, 产生的规则库具有良好的完备性和鲁棒性, 从而提高了模糊模型的精度.

#### 1.1 模糊规则库的数据挖掘

**问题描述:** 假定通过实验或其他手段得到与文献 [7] 相同的输入和输出数据对集合

$$(\mathbf{X}^{(p)}; \mathbf{y}^{(p)}), \quad p = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}$ . 我们的问题是如何从这些输入输出数据对中提取模糊规则并用该规则库建立模糊模型. 下面给出用数据挖掘方法产生模糊规则库的主要步骤:

##### 步骤 1. 输入和输出变量的模糊区间划分

首先, 设前提输入变量  $x_i$  与结论输出变量  $y$  的域值区间分别为  $[x_i^-, x_i^+]$  和  $[y^-, y^+]$ ,  $i = 1, \dots, n$ . 然后, 在每一个变量区间上定义  $c_i$  个模糊集, 用  $A(x_i) = \{A_1^{x_i}, \dots, A_{c_i}^{x_i}\}$  和  $B(y) = \{B_1^y, \dots, B_{c_0}^y\}$  表示对应的模糊集合. 最后, 给每个模糊集合分配隶属度函数.

##### 步骤 2. 普通记录转化成模糊记录

将式 (1) 的输入输出数据对存放到普通型关系数据库表中. 简单地讲, 输入输出数据对在关系数据库中以表的形式被保存, 其中行代表一条记录, 列代表一条记录的一个属性. 如果用  $L = \{x_1, \dots, x_n, y\}$  表示属性集合, 任一记录 (行)  $t_p$  表示属性集合  $L$  对应的记录值. 用下面的  $T_L$  定义记录集合

$$T_L = \{t_1, \dots, t_N\} \quad (2)$$

收稿日期 2009-09-24 录用日期 2010-03-24  
Manuscript received September 24, 2009; accepted March 24, 2010  
国家自然科学基金 (50875042, 60821063, 50875039), 高档数控机床与基础制造装备 (科技重大专项课题) (2010ZX04014-014) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (50875042, 60821063, 50875039), and High-Grade CNC Machine Tools and Basic Manufacturing Equipments (Key National Science and Technology Special Project) (2010ZX04014-014)  
1. 东北大学机械能与自动化学院 沈阳 110004 2. 东北大学流程工业综合自动化教育部重点实验室 沈阳 110004 3. 澳大利亚拉筹伯大学计算机科学与计算机工程系 墨尔本, VIC 3086  
1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, P.R. China 2. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110004, P.R. China 3. Department of Computer Science and Computer Engineering, La Trobe University, Melbourne, Victoria 3086, Australia

如果用  $A(x_i) = \{A_{1_i}^{x_i}, \dots, A_{c_i}^{x_i}\}$  表示前提属性  $x_i$  的模糊集合,  $B(y) = \{B_{1_0}^y, \dots, B_{c_0}^y\}$  表示结论属性  $y$  的模糊集合, 可得到集合  $A = \{\cup_{i \in 1, \dots, n} A(x_i)\}$  和  $B = \{B(y)\}$ . 对于属性  $F = \{A \cup B\}$ , 用下面的  $T_F$  定义记录在该属性上的集合

$$T_F = \{\mu_F(t_1), \dots, \mu_F(t_N)\} \quad (3)$$

通过上面的定义, 我们可以将模糊记录保存在另一关系表中. 列表示属性  $F$ , 行表示取值在  $[0, 1]$  之间的记录. 至此, 完成了普通记录转化为模糊记录的工作.

**步骤 3.** 计算模糊规则的支持度

从数据挖掘的角度看, 如果一条模糊规则有实际意义, 它必须具有足够的支持度. 支持度反映了样本记录对该条规则的支持程度, 现定义支持度如下:

$$\text{Sup}(\mathbf{X} \Rightarrow y) = \frac{\sum_{p=1}^N \mu_{(B_{l_0}^y)^p}(y) \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^p}(x_i)}{\sum_{p=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^p}(x_i)} \quad (4)$$

其中,  $\mu_{(A_{l_i}^{x_i})^p}(x_i)$  和  $\mu_{(B_{l_0}^y)^p}(y)$  分别表示记录  $p$  的隶属度函数值,  $N$  是在  $T_F$  中的记录总数,  $l_i = 1, \dots, c_i$ .

为方便计算, 也可采用下面的形式定义支持度

$$\text{Sup}(\mathbf{X} \Rightarrow y) = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \mu_{(B_{l_0}^y)^p}(y) \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^p}(x_i) \quad (5)$$

**步骤 4.** 创建完备的模糊规则库

算法具体描述如下: 首先, 要保证由前提变量构成的每个模糊子空间都能被遍历; 其次, 结论变量在模糊子空间选用的最佳模糊集, 由规则的最大支持度决定. 该算法的实施是比较容易、有规律的, 只需多个循环语句就可以完成.

输入. 1) 样本数据; 2) 用户指定  $c_i$ ; 3)  $n$  和  $N$ .

输出. 产生一个具有完备性的模糊规则库.

**步骤 4.1.** 初始化

定义全局变量  $j$ , Max-sup 和 Max-num.

**步骤 4.2.** 基于最大支持度获取模糊规则

For ( $j = 1; c_1 \times \dots \times c_n; j++$ ) {

    转到步骤 4.3;

    基于最大 Max-num 得到 rule[j];

}

End

**步骤 4.3.** 遍历  $\mathbf{X}$  的所有模糊集并计算隶属度值

For ( $l_1 = 1; c_1; l_1++$ ) {

    计算  $\mu_{A_{l_1}^{x_1}}(x_1)$ ;

    :

    For ( $l_n = 1; c_n; l_n++$ ) {

        计算  $\mu_{A_{l_n}^{x_n}}(x_n)$ ;

        转到步骤 4.4;

    }

    :

}

}

Return

**步骤 4.4.** 遍历  $y$  的所有模糊集并计算支持度

For ( $l_0 = 1; c_0; l_0++$ ) {

    计算  $\mu_{B_{l_0}^y}(y)$ ;

用方程 (4) 或 (5) 进行计算:

$E[l_0] = \text{Sup}(\mathbf{X} \Rightarrow y)$ ;

If ( $E[l_0] > E[0]$ ) {

    Max-sup= $E[l_0]$ ;

    Max-num= $l_0$ ;

$E[0] = E[l_0]$ ;

}

}

Return

**步骤 5.** 计算模糊规则的信任度

一个模糊系统就是一个从输入映射到输出 IF-THEN 规则的集合, 一般规则越多逼近效果越好. 但随着输入变量个数和变量的模糊集分割数增多, 模糊规则的数目也呈指数增长, 那么无疑会产生规则爆炸. 上面挖掘方法产生的规则是完备的, 当前提变量的个数和变量的模糊集分割数不是过多时, 完全可以采用这些完备规则. 但当前提变量的个数和变量的模糊集分割数过多时, 可以通过下面的规则信任度来约简规则

$$\text{Conf}(\mathbf{X} \Rightarrow y) = \frac{\text{Sup}(\mathbf{X} \Rightarrow y)}{\frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^p}(x_i)} \quad (6)$$

这种约简所产生的规则库不完备性是在规则库完备性的基础上, 为了便于系统实施人为约简那些信任度较低的规则, 它与 WM 算法所产生规则库的不完备性具有本质的不同.

**1.2 建立模糊模型**

由上面最大支持度决定的模糊规则子空间构成如下模糊语句

$$R^{(j)} : \text{if } x_1 \text{ is } A_{l_1}^{x_1}, \dots, x_n \text{ is } A_{l_n}^{x_n}, \text{ then } y \text{ is } B_{l_0}^y \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$  和  $y \in \mathbf{R}$  是模糊系统的输入与输出,  $A_{l_i}^{x_i}$  与  $B_{l_0}^y$  分别表示前提变量  $x_i$  与结论变量  $y$  的模糊集,  $l_i = 1, \dots, c_i, j = 1, \dots, M$  并且  $M = c_1 \times \dots \times c_n$ .

在建立了上面的模糊规则后, 采用单值模糊化、乘积运算、加权平均反模糊化可得到下面的模糊模型<sup>[8]</sup>

$$y(\mathbf{X}) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{(A_{l_i}^{x_i})^j}(x_i)} \quad (8)$$

其中,  $\bar{y}^j$  是第  $j$  条规则在模糊隶属度函数  $\mu_{B_{l_0}^y}(y)$  取得最大值时所对应的点, 也就是  $\mu_{B_{l_0}^y}(y) = 1$  时所对应的点.

**2 WM 算法需改进的问题**

模糊系统已被证明能以任意精度逼近紧集上的任意连续函数. 下面简要回顾用 WM 算法设计模糊系统的主要步骤及需要改进的问题.

**2.1 WM 算法的主要步骤**

WM 算法由下面几个步骤构成<sup>[6]</sup>: 1) 将输入与输出空间划分为模糊区间; 2) 由一个输入输出数据对产生一条模糊规则; 3) 对步骤 2 中的每条规则赋予一个强度; 4) 创建模糊规则库; 5) 基于模糊规则库构建模糊逻辑系统.

2.2 WM 算法需改进的问题

**完备性.** 如果在前提输入变量定义的模糊子空间  $\{A_{i_1}^{x_1}, \dots, A_{i_m}^{x_m}\}$  上至少对应一个结论输出变量的模糊子空间  $B_{i_0}^y$ , 则称由式 (7) 组成的模糊规则库是完备的.

**例 1.** 为了解释 WM 算法产生规则库的不完备性问题, 下面给出一个两输入单输出的例子. 假定采样本数据集如下

$$\left( (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}; y^{(1)}), \dots, (x_1^{(10)}, x_2^{(10)}; y^{(10)}) \right) \quad (9)$$

设输入变量  $x_1, x_2$  和输出变量  $y$  都被划分五个模糊集, 如图 1 所示. 从图 1 中可以看出,  $x_1^{(1)}$  在  $A_4^{x_1}$  模糊集上的隶属度值最大,  $x_2^{(1)}$  在  $A_2^{x_2}$  模糊集上的隶属度值最大,  $y^{(1)}$  在  $B_3^y$  模糊集上的隶属度值最大. 由 WM 算法可以得到下面的 IF-THEN 模糊规则

$$\text{Rule}^{(1)}: \text{ if } x_1 \text{ is } A_4^{x_1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^{x_2}, \text{ then } y \text{ is } B_3^y \quad (10)$$

以此类推, 可获得其他数据对产生的规则. 但是, 模糊规则库最多有 10 个规则被填充, 其他模糊子空间没有规则.

通过此例, 可以给出 WM 算法产生不完备性的一般性结论:

1) 如果  $N < \prod_{i=1}^n (c_i)$ , 将使规则库产生第一类不完备性, 即样本数据过少造成的不完备性, 其中  $N$  是输入输出数据对的总数量,  $c_i$  是输入变量  $x_i$  的模糊区间数.

2) 如果  $N \geq \prod_{i=1}^n (c_i)$  并且样本数据不是均匀分布的, WM 算法也有可能使规则库产生另一类不完备性, 即某些样本数据分布在同一模糊子空间, 从而产生了矛盾规则. 由 WM 算法的步骤 3 可知, 强度最大的规则被选择.

**鲁棒性.** 如果在样本数据集中存在干扰数据 (坏数据), 由规则 (7) 构建的模糊模型仍具有好的逼近性能, 则称由式 (7) 组成的模糊规则库是鲁棒的.

对于上面的例子来说, 假定在原有十对理想输入输出数据对中增加一个干扰数据对  $(x_1^{(11)}, x_2^{(11)}; y^{(11)})$ , 并假定  $x_1^{(11)} = x_1^{(1)}, x_2^{(11)} = x_2^{(1)}, y^{(11)} \neq y^{(1)}$ . 由于  $y^{(11)}$  在  $B_4^y$  模糊集上的隶属度值最大, 由后增加的数据对产生下面的 IF-

THEN 模糊规则

$$\text{Rule}^{(11)}: \text{ if } x_1 \text{ is } A_4^{x_1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^{x_2}, \text{ then } y \text{ is } B_4^y \quad (11)$$

在相同输入点的情况下, 由于  $y^{(1)}$  和  $y^{(11)}$  的不同从而导致了两条矛盾规则. 按照 WM 法的步骤 3 的强度定义, 后一条规则被采纳, 从而导致了坏数据产生坏规则的现象. 所以说, 仅由一个数据对就产生一条模糊规则是不可靠的, 产生这种现象的原因在于产生规则的支持度不够. WM 算法也考虑了样本数据中可能有干扰数据问题, 该文解决的办法是给每对数据一个可靠度. 但是该方法很难实施. 首先, 人为地判断数据的好坏是很难的; 其次, 如果样本集过大对每个样本数据都人为地进行判断也是不现实的.

**评论 1.** 1) 无论  $N < \prod_{i=1}^n (c_i)$  还是  $N \geq \prod_{i=1}^n (c_i)$ , 由于 DM 算法采用了遍历技术, 从而使得 DM 算法产生的模糊规则库一定是完备的. 对于 WM 算法来说, 只有当样本数据是均匀分布的并且满足  $N \geq \prod_{i=1}^n (c_i)$  时, WM 算法产生的模糊规则库才是完备的; 2) DM 算法所产生的某条规则是所有样本数据选举出的结果, 而用 WM 算法所产生的某条规则仅是某一个数据选举出的结果. 我们有理由相信, DM 算法所选举出的规则比 WM 法所选举出的规则更可靠、更鲁棒. 即使在样本数据中存在个别坏数据的情况下, 也会被众多好数据进行有效的屏蔽, 因此坏数据选举出坏规则的现象将在一定程度上得到抑制.

2.3 仿真对比

下面通过一个例子来说明 DM 算法优于 WM 算法. 首先, 分别用 WM 算法和 DM 算法产生各自的模糊规则库; 然后用各自的模糊规则库形成相应的模糊系统逼近下面非线性函数

$$y(x) = 0.6 \sin(\pi x) + 0.3 \sin(3\pi x) + 0.1 \sin(5\pi x) \quad (12)$$

该例子的详细描述见文献 [12]. 基于完备性的仿真结果见图 2(a) 和 2(b), 基于鲁棒性的仿真结果见图 2(c) 和 2(d).

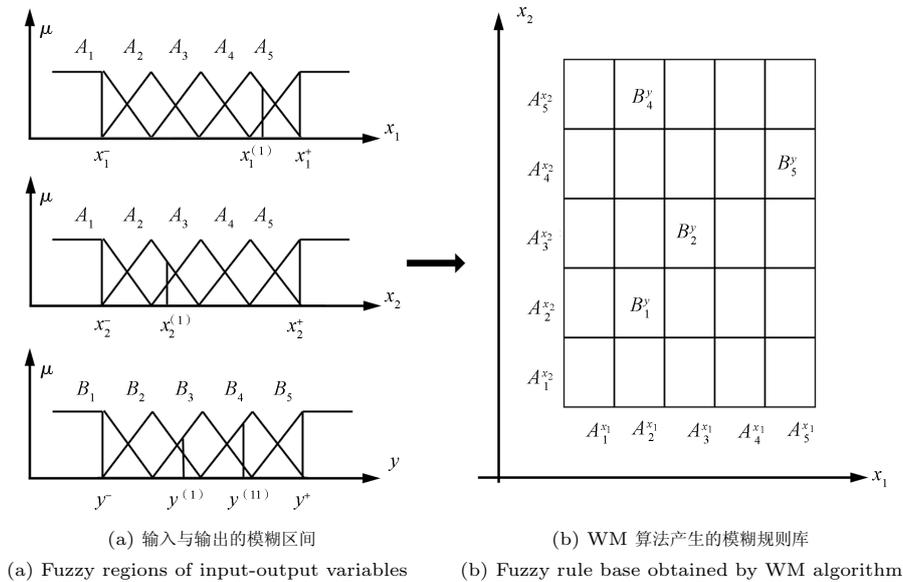


图 1 输入与输出变量的模糊区间划分和模糊规则库  
 Fig. 1 Division of the input-output spaces into fuzzy regions and fuzzy rule base

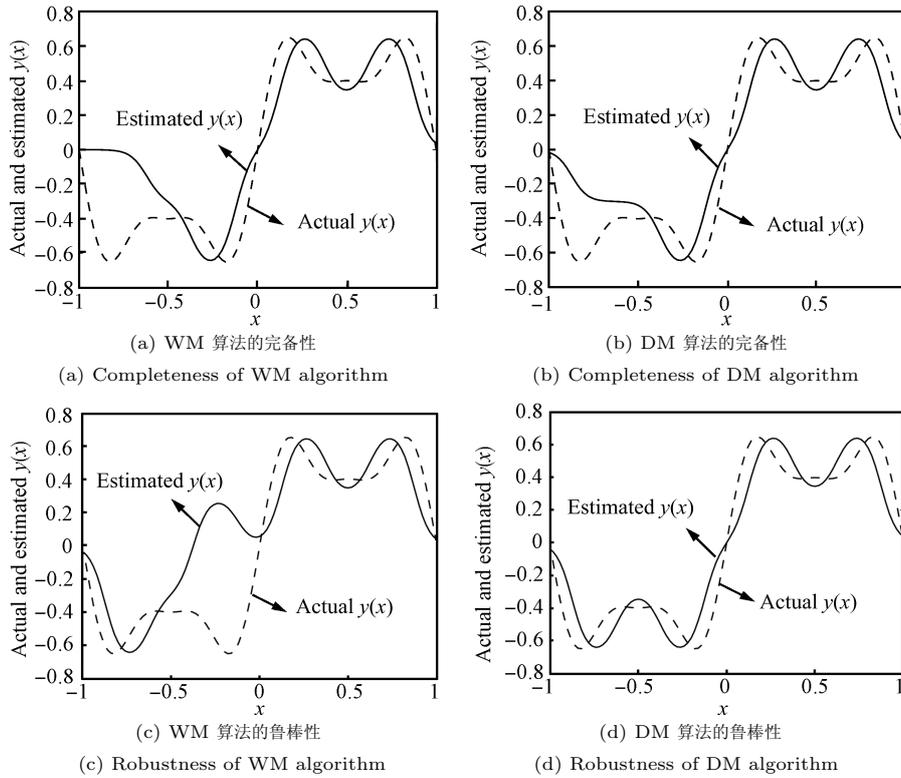


图 2 用 WM 与 DM 方法产生的估计模型和实际模型  
Fig. 2 The estimated model using WM and DM algorithms and actual model

### 3 iWM 算法存在的问题

文献 [7] 针对 WM 算法所存在的问题进行了改进与完善. 该文提出了三类问题, 并给出相应的解决方法. 从文中可以看出, 解决问题的核心思想是相同的. 下面以该文的第一类问题和解决方法为例进行分析.

#### 3.1 iWM 算法的主要思想

对于输入输出数据对  $(x^{(p)}; y^{(p)})$ , 文献 [7] 首先用下式计算了权值

$$w^{(p)} = \prod_{j=1}^m \mu_{A_{ij}}(x_{ij}^{(p)}) \quad (13)$$

其中, 若  $\sum_{p=1}^N w^{(p)} = 0$ , 那么将无规则产生; 否则将  $w^{(p)}$  作为  $y^{(p)}$  的权值, 然后用下式计算输出的加权平均值

$$av = \frac{\sum_{p=1}^N y^{(p)} w^{(p)}}{\sum_{p=1}^N w^{(p)}} \quad (14)$$

接下来, 可以用下面的两种形式之一选择输出变量的模糊集. 第一种形式, 设输出变量在输出空间有  $K$  个模糊集, 也就是  $B = \{B^1, \dots, B^K\}$ , 那么输出变量由下式决定最终选择哪个模糊集

$$\mu_{B^{j^*}}(av) \geq \mu_{B^j}(av) \quad (15)$$

第二种形式, 首先计算加权的方差

$$\sigma = \frac{\sum_{p=1}^N |y^{(p)} - av| w^{(p)}}{\sum_{p=1}^N w^{(p)}} \quad (16)$$

然后输出变量的模糊集  $B$  可用下式来表示

$$\mu_B(y) = \mu(y; av, \sigma) \quad (17)$$

#### 3.2 对 iWM 算法的修改

从式 (13)~(15) 可以看出, iWM 算法为了提取某条规则使用了所有样本数据都参与选举的原理, 比早期的 WM 算法仅用一个样本数据选择一条规则有了改进, 这种遍历保证了模糊规则库空间的完备性. 但从鲁棒性角度看, 式 (14) 和式 (15) 改成下面的形式更合理

$$av_{B^j} = \frac{\sum_{p=1}^N \mu_{B^j}(y^{(p)}) w^{(p)}}{\sum_{p=1}^N w^{(p)}} \quad (18)$$

可用下式决定结论变量选择的最优模糊集

$$av_{B^{j^*}} \geq av_{B^j} \quad (19)$$

实际上, 式 (18) 和式 (19) 与前面提到的式 (4) 以及步骤 4 遍历所有的输出模糊集空间是完全一样的.

**评论 2.** 式 (14)、(15) 和式 (18)、(19) 都完成了结论变量最优模糊集的选择问题, 但后者比前者具有更好的鲁棒性. 原因在于式 (18) 是对输出变量  $y^{(p)}$  的隶属函数值进行了加权平均, 而式 (14) 是直接对输出变量  $y^{(p)}$  进行了加权平均.

下面结合实际数据说明这种改进的原因. 假设输出数据  $y^{(p)}$  在理想的情况下是在  $\{-3, 3\}$  之间, 由于某种原因使得  $y^{(p)}$  样本集中混入一个大的干扰数据 (如 30), 那么用式 (14) 很难加权平均掉这个大的干扰数据. 但用式 (18) 却能做得更好, 因为各个数据都被隶属化到  $[0, 1]$  之间同等地位, 即使样本集中混入少量干扰数据, 也能被其他好数据有效地屏蔽.

3.3 仿真对比

下面用一个例子来说明本文提出的 DM 算法比 iWM 算法具有更好的鲁棒性. 首先分别用 iWM 算法和 DM 算法产生各自的模糊规则库, 然后用各自的模糊规则库形成相应的模糊系统逼近下列非线性函数

$$y(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad (20)$$

设输入  $x$  的范围为  $[-1, 1]$ , 并将其分割成 5 个模糊集, 隶属度函数采用高斯函数; 输出  $y$  也分割成 5 个模糊集, 隶属度函数采用三角函数 (见图 3).

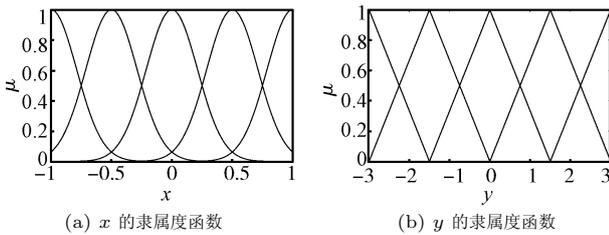


图 3 输入  $x$  和输出  $y$  的模糊隶属度函数

Fig. 3 Fuzzy membership functions for input  $x$  and output  $y$

在实际工程中, 得到全部理想数据是十分困难的. 我们得到的数据常常带有一些干扰数据, 因此算法具有一定的抗干扰性 (鲁棒性) 是十分重要的. 下面通过一个实验对比两

种方法的鲁棒性. 为此将理想数据对  $t_3$  换成干扰数据  $t_6$ , 见表 1 (G-1) 和 (G-2). 用 DM 算法计算的支持度见表 2, 采用该支持度获得的模糊规则库见表 4 (G-2). 用 iWM 算法计算的均值见表 3, 采用该均值获得的模糊规则库见表 4 (G-2). 表 4 (G-1) 是在理想数据情况下, DM 和 iWM 算法各自产生的模糊规则库.

表 1 二组样本数据  
Table 1 Two groups of sample data

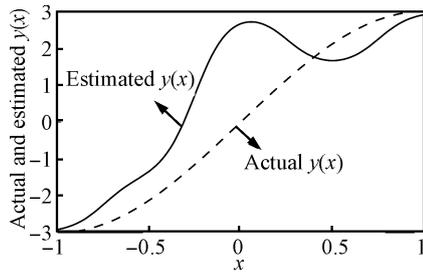
Group	Data	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6^*$
G-1	$x$	-1.0	-0.5	0	+0.5	+1	
	$y$	-3.00	-2.12	0	+2.12	+3.00	
G-2	$x$	-1.0	-0.5	0	+0.5	+1	0*
	$y$	-3.00	-2.12	0	+2.12	+3.00	3*

表 2 用 DM 算法计算支持度  
Table 2 Calculating degree of support using DM algorithm

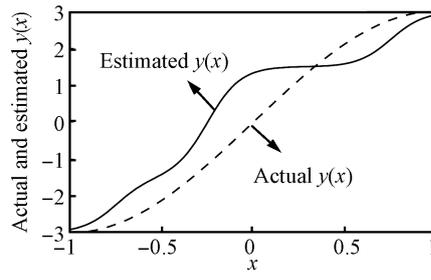
Sup	$y_{B_1}$	$y_{B_2}$	$y_{B_3}$	$y_{B_4}$	$y_{B_5}$
$x_{A_1}$	0.21	0.01	0.00	0.00	0.03
$x_{A_2}$	0.09	0.12	0.00	0.00	0.00
$x_{A_3}$	0.005	0.007	0.00	0.007	0.005
$x_{A_4}$	0.00	0.00	0.00	0.12	0.09
$x_{A_5}$	0.00	0.00	0.00	0.01	0.21

表 3 用 iWM 算法计算加权均值  
Table 3 Calculating weighted average using iWM algorithm

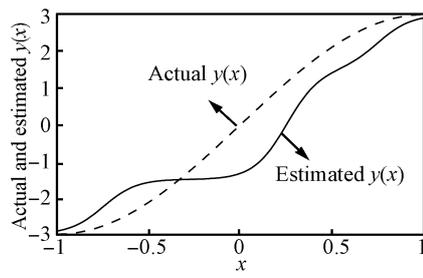
$av$	$x_{A_1}$	$x_{A_2}$	$x_{A_3}$	$x_{A_4}$	$x_{A_5}$
Normal	-2.95	-2.17	0.00	+2.17	+2.95
Outlier	-2.95	-1.89	2.67	+1.89	+2.95



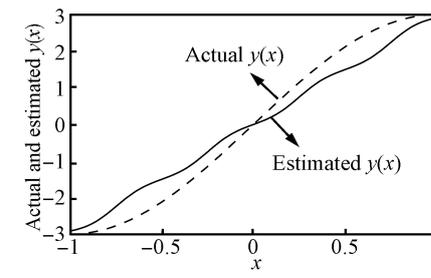
(a) iWM 算法的鲁棒性  
(a) Robustness of iWM algorithm



(b) DM 算法的鲁棒性 — 情况 1  
(b) Robustness of DM algorithm - Case 1



(c) DM 算法的鲁棒性 — 情况 2  
(c) Robustness of DM algorithm - Case 2



(d) DM 算法的鲁棒性 — 情况 3  
(d) Robustness of DM algorithm - Case 3

图 4 用 iWM 与 DM 方法产生的估计模型和实际模型

Fig. 4 The estimated model using iWM and DM algorithms and actual model

表 4 用 iWM 和 DM 算法得到的模糊规则

Table 4 Fuzzy rules generated by iWM and DM algorithms

Group	Method	$x \Rightarrow$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
G-1	iWM	$y \Rightarrow$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
	DM	$y \Rightarrow$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
G-2	iWM	$y \Rightarrow$	$B_1$	$B_2$	$B_5^*$	$B_4$	$B_5$
	DM	$y \Rightarrow$	$B_1$	$B_2$	$B_4^*/B_2^*$	$B_4$	$B_5$

在干扰数据作用下, iWM 算法在表 4 (G-2) 的加星号处产生了规则  $B_5$ 。DM 算法产生的规则库却一定程度上避免了这种现象, 即在表 4 (G-2) 的加星号处产生的规则是  $B_2$  或  $B_4$ 。从表 4 可以看到,  $x$  是  $A_3$  时, 基于最大支持度原则,  $y$  可取  $B_2$  或  $B_4$ 。也就是用式 (8) 建模时,  $\bar{y}$  可取  $-1.5$  或  $+1.5$ 。在这种情况下, 我们应该取它们的均值, 也就是  $y$  对应到模糊集合  $B_3$ 。即使我们取  $B_2$  或  $B_4$ , 它的逼近能力也比 iWM 算法要好。两种算法形成的模糊模型对实际模型的逼近能力见图 4(a)~4(d): 图 4(a) 是用 iWM 算法的逼近能力, 图 4(b) 是用 DM 算法的逼近能力 ( $y$  取  $B_2$ ), 图 4(c) 是用 DM 算法的逼近能力 ( $y$  取  $B_4$ ), 图 4(d) 是用 DM 算法的逼近能力 ( $y$  取  $B_3$ )。

#### 4 结论

针对 WM 算法和 iWM 算法产生模糊规则库缺乏良好的完备性和鲁棒性的弊端, 提出数据挖掘方法产生模糊规则库。数据挖掘方法可以有效地克服 WM 算法和 iWM 算法的不足, 并且将此方法产生的规则库用于模糊系统的建模。仿真对比实验说明, DM 算法产生的模糊规则库不但可以获得良好的完备性, 而且对干扰数据具有良好的建模鲁棒性。该算法建立的模糊模型逼近能力优于 WM 算法和 iWM 算法。最后, 对这三种方法给出以下总结:

- 1) WM 算法运用一个采样数据选举一条模糊规则的原理, 使得系统缺乏良好的完备性和鲁棒性。
- 2) iWM 算法运用所有采样数据选举一条模糊规则的原理, 但由于数据没有正则化, 使得系统缺乏良好的鲁棒性。
- 3) DM 算法运用所有采样数据选举一条模糊规则的原理且数据被正则化, 使得系统具有良好的完备性和鲁棒性。

#### References

- 1 Liao Long-Tao, Li Shao-Yuan, Huang Guang-Bin. T-S fuzzy model identification with growing and pruning rules for nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(10): 1097–1100  
(廖龙涛, 李少远, 黄广斌. 规则可生长与修剪的非线性系统 T-S 模糊模型辨识. *自动化学报*, 2007, **33**(10): 1097–1100)
- 2 Li Jia-Ning, Yi Jian-Qiang, Zhao Dong-Bin, Xi Guang-Cheng. A new fuzzy identification method for complex systems based on neural-fuzzy inference network. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(5): 695–703  
(李佳宁, 易建强, 赵冬斌, 西广成. 一种新的基于神经模糊推理网络的复杂系统模糊辨识方法. *自动化学报*, 2006, **32**(5): 695–703)
- 3 Wang X Z. Fuzzy rules generations from data for process operational decision support. *Computers and Chemical Engineering*, 1997, **21**(6): 661–666
- 4 Xiong Xiong, Wang De-Xin, Song Yi-Min. Effective data mining based fuzzy neural networks. *Journal of Systems Engineering*, 2000, **15**(1): 32–37

(熊熊, 汪德馨, 宋轶民. 利用模糊神经网络进行数据挖掘的一种算法. *系统工程学报*, 2000, **15**(1): 32–37)

- 5 Guillaume S. Designing fuzzy inference systems from data: an interpretability oriented review. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, **9**(3): 426–443
- 6 Wang L X, Mendel J M. Generating fuzzy rules by learning from examples. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1992, **22**(6): 1414–1427
- 7 Wang L X. The WM method completed: a flexible fuzzy system approach to data mining. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, **11**(6): 768–782
- 8 Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, **1**(2): 146–155
- 9 Su C Y, Stepanenko Y. Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1994, **2**(4): 285–294
- 10 Wang Y F, Wang D H, Chai T Y. Modeling and control compensation of nonlinear friction using adaptive fuzzy systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, **23**(8): 2445–2457
- 11 Wang L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1994
- 12 Wang Yong-Fu, Chai Tian-You. Mining fuzzy rules from data and its system implementation. *Journal of Systems Engineering*, 2005, **20**(5): 497–503  
(王永富, 柴天佑. 从数据中挖掘模糊规则及其系统实现. *系统工程学报*, 2005, **20**(5): 497–503)

王永富 东北大学机械工程与自动化学院副教授. 1998 年获得东北大学机械电子专业硕士学位, 2005 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为机电系统的模糊建模与控制、数据挖掘以及信号处理. 本文通信作者. E-mail: yfwang@mail.neu.edu.cn  
(WANG Yong-Fu Associate professor at the School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University. He received his master degree in mechanical engineering and Ph. D. degree in control theory and control engineering from Northeastern University in 1998 and 2005, respectively. His research interest covers fuzzy modeling and intelligent control of mechanical engineering, data mining, and signal processing. Corresponding author of this paper.)

王殿辉 澳大利亚拉筹伯大学副教授. 2001 年 7 月至今在澳大利亚拉筹伯大学计算机科学与工程系任教. 1995 年获得东北大学博士学位. 主要研究方向为数据挖掘技术在生物信息学领域、多媒体信息处理及智能控制系统中的应用. E-mail: dh.wang@latrobe.edu.au  
(WANG Dian-Hui Associate professor in the Department of Computer Science and Computer Engineering, La Trobe University, Australia. He received his Ph. D. degree from Northeastern University in 1995. His research interest covers data mining technique and its applications in bioinformatics, multimedia information processing, and intelligent control systems.)

柴天佑 中国工程院院士, 东北大学教授, IEEE Fellow, IFAC Fellow, 欧亚科学院院士. 1985 年获得东北大学博士学位. 主要研究方向为自适应控制、智能解耦控制和流程工业综合自动化. E-mail: tychai@mail.neu.edu.cn  
(CHAI Tian-You Academician of Chinese Academy of Engineering, professor at Northeastern University, IEEE Fellow, IFAC Fellow, and academician of the International Eurasian Academy of Sciences. He received his Ph. D. degree from Northeastern University in 1985. His research interest covers adaptive control, intelligent decoupling control, and integrated automation of industrial process.)