

欠驱动三维桥式吊车系统自适应跟踪控制器设计

孙宁¹ 方勇纯¹ 王鹏程¹ 张雪波¹

摘要 针对三维桥式吊车系统的欠驱动特性,设计了一种目标轨迹自适应跟踪控制器.相比其他常规的三维桥式吊车控制器,它不需要对吊车模型进行任何近似解耦或线性化处理,并且考虑了系统所受的摩擦力与空气阻力等干扰.在负载质量和吊绳绳长等发生变化或存在不确定因素的情况下,它依然能实现对台车的精确定位与负载摆动的有效抑制.对于闭环系统的稳定性,文中通过 Lyapunov 方法和芭芭拉定理对其进行了理论分析,随后的实验结果也表明了这种自适应跟踪控制器良好的控制性能和对不确定性因素的适应性.

关键词 桥式吊车, 自适应跟踪控制, 不确定性, 摆动抑制

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.01287

Adaptive Trajectory Tracking Control of Underactuated 3-dimensional Overhead Crane Systems

SUN Ning¹ FANG Yong-Chun¹ WANG Peng-Cheng¹ ZHANG Xue-Bo¹

Abstract In this paper, an adaptive trajectory tracking controller is proposed for 3-dimensional (3D) underactuated overhead cranes. Considering system frictions and air resistances, this controller is put forward without approximately decoupling or linearizing the complicated nonlinear model of 3D overhead cranes. The proposed controller can accurately position the trolley as well as suppress the payload swing even in the presence of uncertainties of system parameters. The stability of the closed-loop system is proved by Lyapunov techniques and Barbalat's lemma. Subsequent experiment results also demonstrate that the designed controller can achieve a superior performance for underactuated 3D overhead cranes.

Key words Overhead crane, adaptive tracking control, uncertainties, suppression of swing

欠驱动系统是一类独立控制量数目少于系统自由度的系统.由于省去了部分驱动器,欠驱动系统有着结构简单、能耗小、造价低、重量轻和系统灵活度大等优势;但是,由于系统的高度非线性和控制量少等原因,给其控制带来了极大的挑战.桥式吊车系统是一种典型的欠驱动系统,由于它具有负载能力强、操作方便、运送效率高及占地资源少等优点,已被广泛地应用在港口、仓库、码头、建筑工地以及重工业车间等场合.长期以来,桥式吊车一般是靠有经验的工作人员进行操作,工人的疲劳与疏忽很可能引发安全事故.为了提高桥式吊车系统的工作效率与安全性能,国内外许多学者对其进行了大量的研究:Fang 等^[1]利用基于能量的方法来增强台车与负载之间的动态耦合关系,实现了良好的吊车系统控制性能;王伟^[2]和刘殿通等^[3]分别采用分级滑模控

制方法和自适应模糊控制方法实现了台车的快速定位与负载摆动的有效抑制,同时也提高了系统的鲁棒性;马博军等^[4]设计了一种基于耗散理论的自适应控制器,实现了对整个吊车系统的快速镇定控制;Khalid 等^[5]通过大量实验证实了输入整形是一种简单有效的减小负载摆动的方法.

上述研究都是针对二维桥式吊车系统进行的,相比之下,三维桥式吊车系统包含更多的状态量,且各个状态之间相互耦合,非线性更强,因此其研究具有更大的挑战性. Moustafa 等^[6]使用拉格朗日法建立了三维桥式吊车系统的动力学模型,然后利用摄动原理将系统特性在平衡点附近展开,最终得到了系统的状态空间模型,并为其设计了线性反馈控制器;Cho 等^[7]把三维吊车模型进行线性化后,解耦成为 X, Y 方向上两个独立的二维吊车,并设计了一种模糊逻辑控制器实现了对负载摆动的快速抑制;Fang 等^[8]针对定绳长的三维桥式吊车系统模型设计了几种非线性反馈控制器,实现了对系统的“微摆”控制.遗憾的是,这些方法都需要采用近似、解耦的吊车模型来描述吊车系统的动态特性,同时要求负载与小车的质量及吊绳的长度完全已知,而在实际中要准确地获得这些系统参数是非常困难的;并且它们大都忽略了摩擦力及空气阻力等外界干扰

收稿日期 2010-02-01 录用日期 2010-04-14
Manuscript received February 1, 2010; accepted April 14, 2010
国家自然科学基金(60875055), 新世纪优秀人才支持计划(NCET-06-0210), 天津市自然科学基金(08JCZDJC21800) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60875055), Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-06-0210), and Natural Science Foundation of Tianjin (08JCZDJC21800)

1. 南开大学机器人与信息自动化研究所 天津 300071
1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300071

对系统的影响,而这些影响恰恰在实际吊车系统工作环境中不可避免.实际上,当系统受到较大的外界干扰,使得负载实际摆角超过近似线性化所允许的摆角范围时,控制器的性能就会大打折扣,严重时甚至导致系统闭环不稳定.

基于上述分析,本文在三维桥式吊车系统精确动力学模型的基础上,利用目标轨迹自适应跟踪的方法实现了对系统的良好控制.具体而言,首先为三维桥式吊车系统设计了目标轨迹,然后构造了相应的自适应控制器对其进行跟踪控制,它可以对台车、桥架和负载质量以及吊绳绳长等进行在线估计,当这些参数发生变化时,控制器依然能够保持良好的控制性能.同时,由于设计时考虑了摩擦力和空气阻力等干扰,且控制器中含有非线性耦合项,因此控制系统对这些干扰有着较强的鲁棒性.文中使用 Lyapunov 方法和芭芭拉定理对控制器的性能进行了理论分析,并在三维桥式吊车平台上进行了实验验证,理论分析与实验结果皆表明本文设计的自适应跟踪控制器具有良好的性能.

本文的其他部分组织如下:第 1 节描述了包含空气阻力和系统摩擦力的三维桥式吊车系统精确动力学模型;第 2 节设计了目标轨迹自适应跟踪控制器,并对其有效性进行了理论分析;第 3 节在吊车平台上进行了实验,以验证该控制器的性能和实际应用性;第 4 节是对本文主要工作的总结和展望.

1 三维桥式吊车系统动力学模型

对于固定绳长的三维桥式吊车系统而言,其动力学模型可描述如下^[9]:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{U} + \mathbf{F}_d \quad (1)$$

其中, $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^4$ 表示吊车系统的状态量; $M(\mathbf{q})$, $V_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 和 $\mathbf{G}(\mathbf{q}), \mathbf{F}_d, \mathbf{U} \in \mathbf{R}^4$ 分别为惯量矩阵、向心-柯氏力矩阵、重力因子、含有未知参数的系统干扰向量以及控制量.它们的具体定义如下:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & y & \theta_x & \theta_y \end{bmatrix}^T$$

$$M = \begin{bmatrix} m + m_x & 0 & mlC_xC_y & -mlS_xS_y \\ 0 & m + m_y & 0 & mlC_y \\ mlC_xC_y & 0 & ml^2C_y^2 & 0 \\ -mlS_xS_y & mlC_y & 0 & ml^2 \end{bmatrix}$$

$$V_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mlS_xC_y\dot{\theta}_x & -mlC_xS_y\dot{\theta}_x \\ 0 & 0 & -mlC_xS_y\dot{\theta}_y & -mlS_xC_y\dot{\theta}_y \\ 0 & 0 & 0 & -mlS_y\dot{\theta}_y \\ 0 & 0 & -ml^2S_yC_y\dot{\theta}_y & -ml^2S_yC_y\dot{\theta}_x \\ 0 & 0 & ml^2S_yC_y\dot{\theta}_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & mglS_xC_y & mglC_xS_y \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} F_x^* & F_y^* & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} F_{ax} - F_{rx} & F_{ay} - F_{ry} & F_{\theta_x} & F_{\theta_y} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

其中, l 为吊绳绳长, m 为负载质量, m_x 表示台车质量, m_y 为台车和桥架的质量之和; S_x, S_y, C_x, C_y 分别是 $\sin \theta_x, \sin \theta_y, \cos \theta_x$ 和 $\cos \theta_y$ 的简写(下同); F_x^*, F_y^* 分别为 X, Y 方向的控制量; $F_{ax}, F_{ay}, F_{\theta_x}, F_{\theta_y}$ 为空气阻力,具体定义如下:

$$F_{ax} = -d_x\dot{x} - d_f(\dot{x} + l\dot{\theta}_xC_xC_y - l\dot{\theta}_yS_xS_y)$$

$$F_{ay} = -d_y\dot{y} - d_f(\dot{y} + l\dot{\theta}_yC_y)$$

$$F_{\theta_x} = -d_f l(\dot{x}C_xC_y + l\dot{\theta}_xC_y^2)$$

$$F_{\theta_y} = -d_f l(l\dot{\theta}_y + \dot{y}C_y - \dot{x}S_xS_y)$$

其中, d_f, d_x, d_y 分别表示负载在摆动时的空气阻力系数和台车在 X, Y 方向上运动时的空气阻力系数.在式(2)中, F_{rx}, F_{ry} 分别为台车与桥架之间以及桥架与轨道之间的机械摩擦力,根据摩擦力的性质,本文选取如下摩擦力模型^[10]:

$$F_{r\lambda} = F_{r0\lambda} \tanh\left(\frac{\dot{\lambda}}{\epsilon_\lambda}\right) - k_{r\lambda}|\dot{\lambda}|\lambda \quad (3)$$

其中, $F_{r0\lambda}, \epsilon_\lambda, k_{r\lambda} \in \mathbf{R}^+$ ($\lambda = x, y$) 为相应的摩擦力参数.

为方便接下来的控制器设计与稳定性分析,将式(1)改写如下:

$$(m + m_x)\ddot{x} + mlC_xC_y\ddot{\theta}_x - mlS_xS_y\ddot{\theta}_y - mlS_xC_y\dot{\theta}_x^2 - 2mlC_xS_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - mlS_xC_y\dot{\theta}_y^2 = F_x^* + F_{ax} - F_{rx} \quad (4)$$

$$(m + m_y)\ddot{y} + mlC_y\ddot{\theta}_y - mlS_y\dot{\theta}_y^2 = F_y^* + F_{ay} - F_{ry} \quad (5)$$

$$mlC_xC_y\ddot{x} + ml^2C_y^2\ddot{\theta}_x - 2ml^2S_yC_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y = F_{\theta_x} - mglS_xC_y \quad (6)$$

$$mlS_xS_y\ddot{x} - mlC_y\ddot{y} - ml^2\ddot{\theta}_y - ml^2S_yC_y\dot{\theta}_x^2 = -F_{\theta_y} + mglC_xS_y \quad (7)$$

根据实际桥式吊车的工作情况, 我们对负载摆角作如下合理假设.

假设 1. 在桥式吊车工作时, 负载摆角始终满足

$$-\frac{\pi}{2} + \varepsilon \leq \theta_x(t), \theta_y(t) \leq \frac{\pi}{2} - \varepsilon, \quad \forall t \geq 0$$

其中, $\varepsilon \in \mathbf{R}^+$ 为一正无穷小量.

注 1. 本文所选取的摩擦力模型 (3) 是非线性摩擦力分析中的一个经典模型, 在桥式吊车实验平台上进行的大量实验表明它能较好地反映真实摩擦力的特性.

2 目标轨迹自适应跟踪控制器设计

对于桥式吊车系统的控制而言, 主要考虑如下三条要求: 1) 要实现台车的快速精确定位; 2) 要有效地抑制负载的摆动, 特别是台车到达目标位置停止运行后的残余摆动; 3) 要保证系统对于各种干扰具有很强的鲁棒性, 使得系统在不同工作环境下能够正常工作. 本文接下来所设计的自适应跟踪控制器把三维桥式吊车系统的镇定问题转化为目标轨迹的跟踪控制问题. 具体而言, 首先给三维桥式吊车系统的 4 个状态量分别选取了目标轨迹来引导各个状态量的变化; 然后设计了自适应跟踪控制器来使系统状态跟踪目标轨迹, 并借助 Lyapunov 方法和芭芭拉定理对其有效性进行了理论分析.

2.1 目标轨迹选取

要实现对吊车的平稳控制, 台车在水平方向上的运行轨迹应该是一条光滑连续的 S 形曲线或是由一系列整形过的脉冲组成^[11]. 综合考虑安全因素、实际物理系统限制以及运送效率等因素, 目标轨迹应满足如下约束.

约束条件. 台车水平方向目标轨迹 $\lambda_d(t)$ (以正向运行为例) 应满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_d(t) = p_{d\lambda}$$

$$0 \leq \dot{\lambda}_d(t) \leq k_{v\lambda}, |\ddot{\lambda}_d(t)| \leq k_{a\lambda}, |\lambda_d^{(3)}(t)| \leq k_{j\lambda}$$

其中, $p_{d\lambda} \in \mathbf{R}^+$, $\lambda = x, y$ 表示台车的目标位置, $k_{v\lambda}, k_{a\lambda}, k_{j\lambda} \in \mathbf{R}^+$ 则分别为台车速度、加速度和加速度导数的上限.

基于以上约束条件, 为方便参数设置, 在此选用文献 [12] 中所提出的 S 形轨迹:

$$\lambda_d(t) = \frac{p_{d\lambda}}{2} + \frac{1}{2k_{2\lambda}} \ln \left[\frac{\cosh(k_{1\lambda}t - \xi_\lambda)}{\cosh(k_{1\lambda}t - \xi_\lambda - k_{2\lambda}p_{d\lambda})} \right]$$

其中, $\lambda = x, y$ 分别表示台车沿 X 和 Y 方向运行; ξ_λ 为调整、优化初始加速度的参数; $k_{1\lambda} = 2k_{a\lambda}/k_{v\lambda}$, $k_{2\lambda} = 2k_{a\lambda}/k_{v\lambda}^2$ 为两个辅助变量.

在吊车的操作过程中, 由于桥式吊车系统的欠驱动特性, 不能对负载直接进行控制, 只能通过台车与负载之间的耦合来抑制负载的摆动, 因此不能给负载的摆动规划一个类似台车水平方向运动的具体轨迹. 为此, 设定负载摆动的目标轨迹为

$$\theta_x(t) = \theta_y(t) \equiv 0$$

因此, 三维桥式吊车系统的目标状态 $\mathbf{q}_d \in \mathbf{R}^4$ 可表示为

$$\mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} x_d(t) & y_d(t) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

注 2. 根据约束条件选取的水平方向目标轨迹 $\lambda_d(t)$ 比较平滑, 当台车沿其运行时负载摆角能被保持在一个较小的范围内. 实际桥式吊车系统中的控制器不可能完全跟踪目标轨迹 (由噪声干扰信号、驱动电机响应速度等因素导致), 目标轨迹的作用是引导控制器的控制方向, 保证系统正确地运行, 当系统状态偏离目标轨迹时, 能在控制器的作用下逐渐回到目标轨迹上, 从而实现系统的最终镇定.

2.2 自适应跟踪控制器设计

本文的控制目标是为三维桥式吊车系统设计一种自适应跟踪控制器, 在系统参数存在不确定因素和外界干扰的情况下, 能够保证系统状态渐近跟踪目标轨迹.

为了方便接下来的控制器设计与稳定性分析, 定义如下跟踪误差:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} e_x & e_y & e_{\theta_x} & e_{\theta_y} \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

基于以上跟踪误差与控制目标, 构造正定函数 $V_1(t) \in \mathbf{R}^+$:

$$V_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \mathbf{e}^T K \mathbf{e} + mgl(1 - C_x C_y) \quad (9)$$

其中, $K = \text{diag} \{ k_{px}, k_{py}, 0, 0 \}$ 为控制增益矩阵, k_{px}, k_{py} 则为随后引入的控制增益.

对式 (9) 两边关于时间求导数并进行整理, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & F_x^* \dot{e}_x + F_y^* \dot{e}_y - \mathbf{Y}_x^T \boldsymbol{\omega}_x \dot{e}_x - \mathbf{Y}_y^T \boldsymbol{\omega}_y \dot{e}_y + \\ & k_{px} e_x \dot{e}_x + k_{py} e_y \dot{e}_y - d_f l^2 (C_y^2 \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + \\ & l (S_x S_y \dot{\theta}_y - C_x C_y \dot{\theta}_x) (m \ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d) - \\ & l C_y \dot{\theta}_y (m \ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d) \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) 中可测回归向量 $\mathbf{Y}_x, \mathbf{Y}_y$ 和系统参数向量

ω_x, ω_y 分别定义如下:

$$\begin{aligned} Y_x &= \begin{bmatrix} \ddot{x}_d & \dot{x} & C(\theta_x, \theta_y) \tanh\left(\frac{\dot{x}}{\epsilon_x}\right) & -|\dot{x}|\dot{x} \end{bmatrix}^T \\ \omega_x &= \begin{bmatrix} m_x + m & d_x + d_f & d_f l & F_{r0x} & k_{rx} \end{bmatrix}^T \\ Y_y &= \begin{bmatrix} \ddot{y}_d & \dot{y} & 2\dot{\theta}_y C_y \tanh\left(\frac{\dot{y}}{\epsilon_y}\right) & -|\dot{y}|\dot{y} \end{bmatrix}^T \\ \omega_y &= \begin{bmatrix} m_y + m & d_y + d_f & d_f l & F_{r0y} & k_{ry} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

其中, $C(\theta_x, \theta_y) = 2\dot{\theta}_x C_x C_y - 2\dot{\theta}_y S_x S_y$.

对于实际桥式吊车系统而言, 吊绳的绳长、负载、台车与桥架的质量以及空气阻力系数等存在着不确定性或不可测性. 为实现控制目标, 在此基于式 (10) 的形式, 设计如下自适应跟踪控制器:

$$\begin{aligned} F_x^* &= -k_{dx}\dot{e}_x - k_{px}e_x + Y_x^T \hat{\omega}_x \\ F_y^* &= -k_{dy}\dot{e}_y - k_{py}e_y + Y_y^T \hat{\omega}_y \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $k_{px}, k_{dx}, k_{py}, k_{dy} \in \mathbf{R}^+$ 为控制增益; $\hat{\omega}_x$ 和 $\hat{\omega}_y$ 分别为 ω_x 和 ω_y 的在线估计, 其更新律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_x &= -\Gamma_x Y_x \dot{e}_x \\ \dot{\hat{\omega}}_y &= -\Gamma_y Y_y \dot{e}_y \end{aligned}$$

其中, Γ_x, Γ_y 为正定的对角更新增益矩阵. 那么自适应跟踪控制器 (11) 能在存在上述不确定因素的情况下实现对台车的精确定位和负载摆动的有效抑制, 如定理 1 所述.

注 3. 摩擦力模型 (3) 中的参数 $\epsilon_i, i = x, y$ 并不满足线性参数化条件, 但是它的大小取决于摩擦接触面的材料, 受负载的质量等参数变化影响不大, 可以通过离线实验利用非线性最小二乘拟合方法事先得到.

2.3 闭环系统稳定性分析

定理 1. 自适应跟踪控制器 (11) 能保证台车的位置、速度渐近跟踪上目标轨迹, 并且负载的摆角、角速度渐近收敛到零, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} x & \dot{x} & y & \dot{y} & \theta_x & \dot{\theta}_x & \theta_y & \dot{\theta}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & \dot{x}_d & y_d & \dot{y}_d & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

证明. 选取如下的 Lyapunov 候选函数:

$$V = V_1 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}_x^T \Gamma_x^{-1} \tilde{\omega}_x + \frac{1}{2} \tilde{\omega}_y^T \Gamma_y^{-1} \tilde{\omega}_y \quad (12)$$

其中, $\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y$ 表示参数估计误差:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x &= \omega_x - \hat{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y &= \omega_y - \hat{\omega}_y \end{aligned} \quad (13)$$

对式 (12) 两边关于时间求导数, 将式 (11) 代入并整理得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dy}\dot{e}_y^2 - d_f l^2 C_y^2 \dot{\theta}_x^2 - d_f l^2 \dot{\theta}_y^2 + \\ & \quad l(S_x S_y \dot{\theta}_y - C_x C_y \dot{\theta}_x)(m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d) - \\ & \quad l C_y \dot{\theta}_y (m\ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d) \end{aligned} \quad (14)$$

根据不等式的性质, 易知

$$\begin{aligned} -l C_x C_y \dot{\theta}_x (m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d) &\leq \\ \frac{d_f l^2 C_x^2 C_y^2 \dot{\theta}_x^2}{4} + \frac{(m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d)^2}{d_f} &\leq \\ \frac{d_f l^2 C_y^2 \dot{\theta}_x^2}{4} + \frac{(m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d)^2}{d_f} &\leq \end{aligned} \quad (15)$$

同理, 可得

$$\begin{aligned} -l C_y \dot{\theta}_y (m\ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d) + l S_x S_y \dot{\theta}_y (m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d) &\leq \\ \frac{d_f l^2 \dot{\theta}_y^2}{2} + \frac{(m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d)^2 + (m\ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d)^2}{d_f} &\leq \end{aligned} \quad (16)$$

相应地, 将式 (14) 改写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_{dx}\dot{e}_x^2 - k_{dy}\dot{e}_y^2 - \frac{3}{4} d_f l^2 C_y^2 \dot{\theta}_x^2 - \frac{1}{2} d_f l^2 \dot{\theta}_y^2 + \\ & \quad \frac{2(m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d)^2 + (m\ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d)^2}{d_f} \end{aligned} \quad (17)$$

对其两边关于时间求积分后得

$$\begin{aligned} V(t) &\leq V(0) - \frac{1}{2} d_f l^2 \int_0^t \dot{\theta}_y^2 dt - \frac{3}{4} d_f l^2 \int_0^t C_y^2 \dot{\theta}_x^2 dt - \\ & \quad k_{dx} \int_0^t \dot{e}_x^2 dt + \frac{2}{d_f} \int_0^t (m\ddot{x}_d + d_f \dot{x}_d)^2 dt - \\ & \quad k_{dy} \int_0^t \dot{e}_y^2 dt + \frac{1}{d_f} \int_0^t (m\ddot{y}_d + d_f \dot{y}_d)^2 dt \end{aligned} \quad (18)$$

根据约束条件, 可得

$$\int_0^\infty \dot{x}_d^2(t) dt \leq \int_0^\infty k_{vx} \dot{x}_d(t) dt = k_{vx}(p_{dx} - x_d(0)) \quad (19)$$

经过类似的分析, 可以得到如下结论:

$$\dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t), \dot{y}_d(t), \ddot{y}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2 \quad (20)$$

结合约束条件, 由芭芭拉定理^[13] 可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_d(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y}_d(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{x}_d(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{y}_d(t) = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

结合式 (20), 对式 (18) 进行分析, 可知

$$V(t) \in \mathcal{L}_\infty, \dot{e}_x(t), \dot{e}_y(t), \dot{\theta}_x(t), \dot{\theta}_y(t) \in \mathcal{L}_2 \quad (22)$$

由式 (9) 和式 (12), 可知

$$\dot{e}_x(t), \dot{e}_y(t), e_x(t), e_y(t), \dot{\theta}_x(t), \dot{\theta}_y(t), \tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y \in \mathcal{L}_\infty \quad (23)$$

结合式 (2)、(3)、(11)、(13) 和 (20), 易得

$$\begin{aligned} \dot{x}(t), \dot{y}(t), \hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, F_x^*, F_y^* &\in \mathcal{L}_\infty \\ F_{ax}, F_{ay}, F_{\theta_x}, F_{\theta_y}, F_{rx}, F_{ry} &\in \mathcal{L}_\infty \end{aligned} \quad (24)$$

再根据式 (4) ~ (7), 可得如下结论:

$$\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{\theta}_x(t), \ddot{\theta}_y(t), \ddot{e}_x(t), \ddot{e}_y(t) \in \mathcal{L}_\infty \quad (25)$$

由式 (22)、(23) 和 (25), 结合扩展的芭芭拉定理^[13], 可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_y(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}_y(t) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

将式 (26) 代入式 (21) 和 (3), 可求得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} F_{rx}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_{ry}(t) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

将式 (21)、(26) 和 (27) 代入 $\mathbf{Y}_x(t)$ 和 $\mathbf{Y}_y(t)$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{Y}_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{Y}_y(t) = 0 \quad (28)$$

将式 (11) 代入式 (4) 和 (5), 并整理可得

$$\begin{aligned} (m + m_x)\ddot{x} + mlC_xC_y\ddot{\theta}_x - mlS_xC_y(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) - \\ mlS_xS_y\ddot{\theta}_y - 2mlC_xS_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - (m + m_x)\dot{x}_d = \\ -k_{px}e_x - k_{dx}\dot{e}_x - \mathbf{Y}_x^T\tilde{\omega}_x + d_f l\dot{\theta}_xC_xC_y - \\ d_f l\dot{\theta}_yS_xS_y \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} (m + m_y)\ddot{y} + mlC_y\ddot{\theta}_y - mlS_y\dot{\theta}_y^2 - (m + m_y)\dot{y}_d = \\ -k_{py}e_y - k_{dy}\dot{e}_y - \mathbf{Y}_y^T\tilde{\omega}_y + d_f l\dot{\theta}_yC_y \end{aligned} \quad (30)$$

由假设 1 知: $C_y > 0$, 对式 (6) 两边同除以 lC_y , 并整理得

$$\begin{aligned} mlC_y\ddot{\theta}_x = -mC_x\ddot{x} + 2mlS_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - mgS_x - \\ d_f(\dot{x}C_x + l\dot{\theta}_xC_y) \end{aligned} \quad (31)$$

同理, 对式 (7) 进行化简可得

$$\begin{aligned} ml\ddot{\theta}_y = mS_xS_y\ddot{x} - mC_y\ddot{y} - mlS_yC_y\dot{\theta}_x^2 - \\ mgC_xS_y + d_f(\dot{x}S_xS_y - l\dot{\theta}_y - \dot{y}C_y) \end{aligned} \quad (32)$$

将式 (31) 和 (32) 分别代入式 (29) 和 (30), 经过整理后, 有

$$(m_x + mS_x^2C_y^2)\ddot{x} + mS_xS_yC_y\ddot{y} = Z_x + B_x \quad (33)$$

$$(m_y + mS_y^2)\ddot{y} + mS_xS_yC_y\ddot{x} = Z_y + B_y \quad (34)$$

其中, Z_x, B_x, Z_y, B_y 分别定义如下:

$$\begin{aligned} Z_x = d_f(C_x^2\dot{x} + 2l\dot{\theta}_xC_xC_y + \dot{x}S_x^2S_y^2 - 2lS_xS_y\dot{\theta}_y - \\ \dot{y}S_xS_yC_y) + mlS_xC_y(C_y^2\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) - k_{dx}\dot{e}_x + \\ (m + m_x)\ddot{x}_d - \mathbf{Y}_x^T\tilde{\omega}_x \end{aligned}$$

$$B_x = mgS_xC_xC_y^2 - k_{px}e_x$$

$$\begin{aligned} Z_y = -d_fC_y(\dot{x}S_xS_y - 2l\dot{\theta}_y - \dot{y}C_y) - k_{dy}\dot{e}_y + \\ mlS_y(C_y^2\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + (m_y + m)\dot{y}_d - \mathbf{Y}_y^T\tilde{\omega}_y \end{aligned}$$

$$B_y = mgC_xS_yC_y - k_{py}e_y$$

由式 (34) 可得

$$\ddot{y} = \frac{Z_y + B_y}{m_y + mS_y^2} - \frac{mS_xS_yC_y}{m_y + mS_y^2}\ddot{x} \quad (35)$$

将式 (35) 代入式 (33), 并整理可得

$$\ddot{x} = \frac{A_{x1}}{A_{x2}} + \frac{A_{x3}}{A_{x4}} \quad (36)$$

其中

$$A_{x1} = Z_x - \frac{mS_xS_yC_y}{m_y + mS_y^2}Z_y$$

$$A_{x2} = \frac{m_xm_y + mm_xS_y^2 + mm_yS_x^2C_y^2}{m_y + mS_y^2}$$

$$\begin{aligned} A_{x3} = mm_ygS_xC_xC_y^2 - (m_y + mS_y^2)k_{px}e_x + \\ mS_xS_yC_yk_{py}e_y \end{aligned}$$

$$A_{x4} = m_xm_y + mm_xS_y^2 + mm_yS_x^2C_y^2$$

由式 (21)、(26) ~ (28), 易知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{A_{x1}}{A_{x2}} \right) (t) = 0 \quad (37)$$

对 A_{x3}, A_{x4} 两边关于时间求导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{A}_{x3}(t) = mm_ygC_y^2C_{2x}\dot{\theta}_x - m_yk_{px}\dot{e}_x - \\ 2mm_ygS_xC_xS_yC_y\dot{\theta}_y - mS_y^2k_{px}\dot{e}_x - \\ 2mS_yC_y\dot{\theta}_y k_{px}e_x + mS_xC_{2y}\dot{\theta}_y k_{py}e_y + \\ mS_yC_yk_{py}(C_x\dot{\theta}_xe_y + S_x\dot{e}_y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_{x4}(t) = 2mm_yS_xC_y(C_xC_y\dot{\theta}_x - S_xS_y\dot{\theta}_y) + \\ 2mm_xS_yC_y\dot{\theta}_y \end{aligned}$$

其中, C_{2x} 和 C_{2y} 分别表示 $\cos(2\theta_x)$ 和 $\cos(2\theta_y)$. 由式 (23) 可知

$$\left(\frac{A_{x3}}{A_{x4}}\right)'(t) = \frac{\dot{A}_{x3}A_{x4} - \dot{A}_{x4}A_{x3}}{A_{x4}^2} \in \mathcal{L}_\infty \quad (38)$$

结合式 (27)、(37) 和 (38), 由扩展的芭芭拉定理^[13] 可以得到如下结论:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{x}(t) = 0 \quad (39)$$

同理, 式 (34) 可以改写为如下形式:

$$\ddot{y} = -\frac{mS_x S_y C_y \ddot{x} - Z_y}{m_y + mS_y^2} + \frac{B_y}{m_y + mS_y^2} \quad (40)$$

对其进行与式 (35) 类似的分析可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{y}(t) = 0 \quad (41)$$

对式 (7) 进行整理, 可得

$$\ddot{\theta}_y = \frac{T_{x1}}{ml} + T_{x2} \quad (42)$$

其中, T_{x1} 和 T_{x2} 分别表示:

$$\begin{aligned} T_{x1} &= m(S_x S_y \ddot{x} - C_y \ddot{y} - lS_y C_y \dot{\theta}_x^2) + \\ &\quad d_f(\dot{x}S_x S_y - l\dot{\theta}_y - \dot{y}C_y) \\ T_{x2} &= -\frac{gC_x S_y}{l} \end{aligned}$$

对 T_{x2} 两边关于时间求导数, 根据式 (23), 易知

$$\dot{T}_{x2}(t) = \frac{g}{l}(S_x S_y \dot{\theta}_x - C_x C_y \dot{\theta}_y) \in \mathcal{L}_\infty \quad (43)$$

由式 (26)、(27)、(39) 和 (41), 结合扩展芭芭拉定理^[13], 易得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{\theta}_y(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} T_{x2}(t) = 0 \quad (44)$$

再结合假设 1, 可以得到如下结论:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_y(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_y(t) = 0 \quad (45)$$

同理对式 (6) 进行与式 (7) 类似的分析, 可以证明

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{\theta}_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} S_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_x(t) = 0 \quad (46)$$

将式 (26)~(28)、(39)、(41)、(44)~(46) 代入式 (4) 和 (5), 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_x^*(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_y^*(t) = 0 \quad (47)$$

再由式 (11)、(26) 和 (28), 可得如下结论:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) = 0 \quad (48)$$

□

3 实验结果与分析

为了测试自适应跟踪控制器 (11) 的性能, 我们在实验平台^[12] 上进行了验证实验. 实验由不确定性测试实验和鲁棒性测试实验两部分组成. 实验 1 将验证控制器 (11) 在负载质量和吊绳绳长存在不确定性因素时的控制性能与系统状态变化情况; 实验 2 将检验当负载质量和吊绳绳长发生变化时控制器 (11) 的控制效果, 方便与实验 1 进行对比.

实验 1. 不确定性测试实验. 已知实验平台上的系统参数如下:

$$m_x = 7 \text{ kg}, \quad m_y = 22 \text{ kg}, \quad m = 1.025 \text{ kg}, \quad l = 0.7 \text{ m}$$

其中, m_x , m_y , m 以及 l 的获取存在约 $\pm 1\%$ 的测量误差. 经过离线实验拟合得到的摩擦力模型参数为

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0.01$$

选择如下目标轨迹参数:

$$p_{dx} = 0.6 \text{ m}, \quad k_{vx} = 0.3 \text{ m/s}, \quad k_{ax} = 0.15 \text{ m/s}^2$$

$$\xi_x = 2.5, \quad p_{dy} = 0.4 \text{ m}, \quad k_{vy} = 0.2 \text{ m/s}$$

$$k_{ay} = 0.10 \text{ m/s}^2, \quad \xi_y = 2.5$$

系统的初始状态为

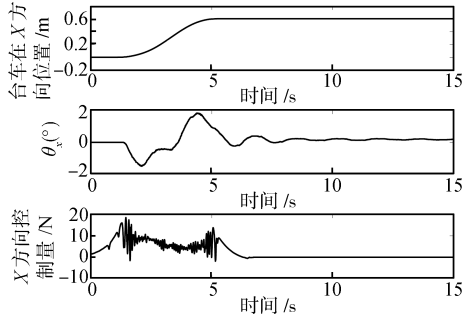
$$x(0) = y(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$$

$$\theta_x(0) = \theta_y(0) = 0$$

经过充分调试后, 控制增益选取如下:

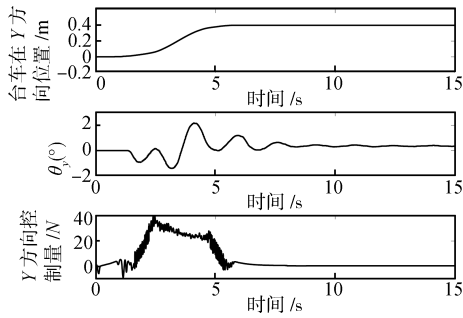
$$k_{px} = k_{py} = 100, \quad k_{dx} = k_{dy} = 50, \quad \Gamma_x = \Gamma_y = 5I_5$$

其中 I_5 为 5×5 单位矩阵. 运行实验, 得到如图 1 所示结果. 从图 1(a) 和 1(b) 中可以看出, 台车经过 6 秒左右便准确无超调地到达了目标位置 (0.6 m, 0.4 m). 在整个过程中, 负载摆角 θ_x 和 θ_y 幅值均为 2° 左右, 且在台车到达目标位置后很短的时间内便迅速向零收敛, 有效地抑制了负载的残余摆动. 根据吊绳绳长约为 0.7 m, 可以计算负载在 X 方向的最大摆动距离为 $0.7 \text{ m} \times \sin(2^\circ) \approx 0.024 \text{ m}$, 在 Y 方向的摆动距离不超过 $0.7 \text{ m} \times \cos(2^\circ) \times \sin(2^\circ) \approx 0.024 \text{ m}$. 另外, 观察图中两个方向上控制量的变化可以发现在 2 秒和 5 秒左右, 它们存在一定的抖振现象, 究其原因是在台车在低速运行时, 由于存在 Stribeck 效应, 摩擦力会突然变大, 不再与速度相对应, 并且轨道上摩擦力的分布也不均匀, 导致所选用的摩擦力模型在台车低速运行时与实际摩擦力模型有所差异. 在台车启动和快要到达目标位置时, 速度变得很小, 此时摩擦力的变化反映到控制器中便是控制量的切换 (抖振). 图 1(c) 为系统部分未知参数的估计结果.



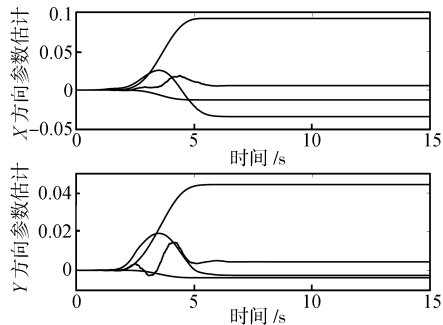
(a) X 方向系统状态及控制量 (实验 1)

(a) System state and control inputs in X direction (Experiment 1)



(b) Y 方向系统状态及控制量 (实验 1)

(b) System state and control inputs in Y direction (Experiment 1)



(c) 参数估计 (实验 1)

(c) Parameter estimation (Experiment 1)

图 1 控制器 (11) 控制效果 (实验 1)

Fig. 1 Control results of the proposed controller (Experiment 1)

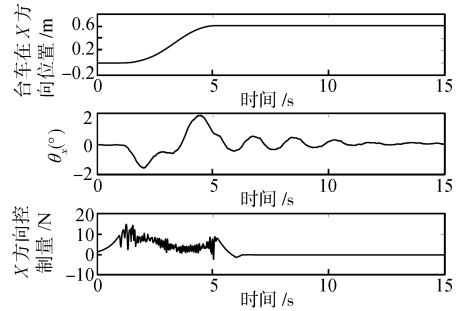
实验 2. 鲁棒性测试实验. 为了验证本文设计的自适应跟踪控制器对负载质量与吊绳长度变化有较强的鲁棒性, 对实验 1 中的系统参数进行如下修改后进行对比实验.

将负载质量和吊绳长度改变为:

$$m = 2.025 \text{ kg}, \quad l = 0.75 \text{ m}$$

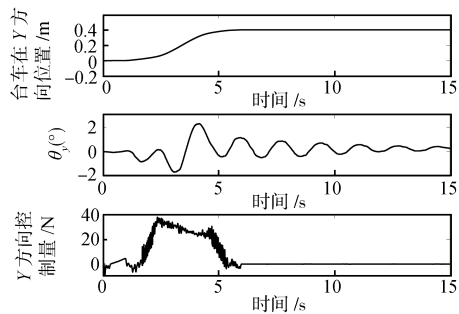
其他条件与实验 1 完全一致, 运行实验后, 得到运行结果如图 2 所示. 对比图 1 和图 2 可以看出: 在负载质量和吊绳绳长发生变化的情况下, 台车仍然能

在 6 秒内准确地到达目标位置, 且负载摆角 θ_x 和 θ_y 幅值也保持在 2° 左右, 即台车的运行效率、负载的摆动幅度以及收敛速度等性能基本保持不变.



(a) X 方向系统状态及控制量 (实验 2)

(a) System state and control inputs in X direction (Experiment 2)



(b) Y 方向系统状态及控制量 (实验 2)

(b) System state and control inputs in Y direction (Experiment 2)

图 2 改变参数后的控制器 (11) 控制效果 (实验 2)

Fig. 2 Control results of the proposed controller after parameters modification (Experiment 2)

实验结果表明本文所设计的自适应跟踪控制器在实现台车的精确定位与对负载摆动有效抑制的同时, 对系统中存在的不确定性因素和外界干扰有着较强的鲁棒性, 进而验证了其良好的控制性能.

注 4. F_{r0x} 和 F_{r0y} 在线估计的收敛值远大于其他参数估计收敛值, 为观察更多参数的在线估计, 在图 1(c) 中省去了它们的变化曲线. 另外, 限于篇幅, 并未在图 2 中画出参数估计变化曲线.

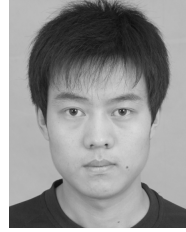
4 结论

针对三维桥式吊车这类复杂的欠驱动系统, 本文设计了一种目标轨迹自适应跟踪控制器. 该控制器不仅可以实现台车在二维空间的精确定位, 而且可以有效地抑制传送过程中负载的摆动, 尤其是负载停止运行后的残余摆动. 该控制器利用自适应策略, 可以根据系统响应来对吊绳绳长等参数进行在线估计, 并实时地调整控制输出, 从而提高了整个系统对外界环境的适应性. 理论分析和实验结果皆表

明了本文所提出的目标轨迹自适应跟踪控制器具有良好的控制性能. 后续研究将致力于分析三维桥式吊车工作时负载的升降运动对整个系统的影响.

References

- 1 Fang Y C, Zergeroglu E, Dixon W E, Dawson D M. Nonlinear coupling control laws for an overhead crane system. In: Proceedings of the 2001 IEEE Conference on Control Applications. Mexico City, Mexico: IEEE, 2001. 639–644
- 2 Wang Wei, Yi Jian-Qiang, Zhao Dong-Bin, Liu Dian-Tong. Hierarchical sliding-mode control method for overhead cranes. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(5): 784–788 (王伟, 易建强, 赵冬斌, 刘殿通. 桥式吊车系统的分级滑模控制方法. *自动化学报*, 2004, **30**(5): 784–788)
- 3 Liu Dian-Tong, Yi Jian-Qiang, Tan Min. Adaptive sliding mode fuzzy control for a class of nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(1): 143–150 (刘殿通, 易建强, 谭民. 一类非线性系统的自适应滑模模糊控制. *自动化学报*, 2004, **30**(1): 143–150)
- 4 Ma Bo-Jun, Fang Yong-Chun, Wang Yu-Tao, Jiang Zhong-Ping. Adaptive control for an underactuated overhead crane system. *Control Theory and Applications*, 2008, **25**(6): 1105–1109 (马博军, 方勇纯, 王宇韬, 姜钟平. 欠驱动桥式吊车系统自适应控制. *控制理论与应用*, 2008, **25**(6): 1105–1109)
- 5 Khalid A, Singhose W, Huey J, Lawrence J, Frakes D. Study of operator behavior, learning, and performance using an input-shaped bridge crane. In: Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Control Applications. Taipei, China: IEEE, 2004. 759–764
- 6 Moustafa K A F, Ebeid A M. Nonlinear modeling and control of overhead crane load sway. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1988, **110**(3): 266–271
- 7 Cho S K, Lee H H. An anti-swing control of a 3-dimensional overhead crane. In: Proceedings of the American Control Conference. Illinois, USA: IEEE, 2000. 1037–1041
- 8 Fang Y C, Dixon W E, Dawson D M, Zergeroglu E. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2003, **8**(3): 418–423
- 9 Ma B J, Fang Y C, Zhang X, Wang X. Modeling and simulation for a 3D overhead crane. In: Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing, China: IEEE, 2008. 2564–2569
- 10 Aschemann H, Sawodny O, Lahres S, Hofer E. Disturbance estimation and compensation for trajectory control of an overhead crane. In: Proceedings of the American Control Conference. Illinois, USA: IEEE, 2000. 1027–1031
- 11 Lee H H. Motion planning for three-dimensional overhead cranes with high-speed load hoisting. *International Journal of Control*, 2005, **78**(12): 875–886
- 12 Ma Bo-Jun. Research on Automatic Control of an Underactuated Nonlinear Overhead Crane System [Ph.D. dissertation], Nankai University, China, 2009 (马博军. 欠驱动非线性桥式吊车自动控制系统研究 [博士学位论文], 南开大学, 中国, 2009)
- 13 Khalil H. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice-Hall, 2002



孙宁 南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 2009 年获得武汉大学工学和管理学双学士学位. 主要研究方向为欠驱动桥式吊车系统控制, 自适应控制, 学习控制和模糊控制.

E-mail: sunn@robot.nankai.edu.cn

(SUN Ning Ph.D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information System (IRAIS), Nankai University. He received his double bachelor degrees in engineering and management from Wuhan University in 2009. His research interest covers underactuated overhead cranes, adaptive control, learning control, and fuzzy control.)



方勇纯 南开大学机器人与信息自动化研究所教授. 主要研究方向为非线性控制, 机器人视觉伺服和桥式吊车等欠驱动系统控制. 本文通信作者.

E-mail: yfang@robot.nankai.edu.cn

(FANG Yong-Chun Professor at the Institute of Robotics and Automatic Information System (IRAIS), Nankai University. His research interest covers nonlinear control, robot visual servoing, and control of underactuated systems including overhead cranes. Corresponding author of this paper.)



王鹏程 南开大学机器人与信息自动化研究所硕士研究生. 2009 年获得南开大学自动化专业学士学位. 主要研究方向为桥式吊车控制系统.

E-mail: wangpc@robot.nankai.edu.cn

(WANG Peng-Cheng Master student at the Institute of Robotics and Automatic Information System (IRAIS), Nankai University. He received his bachelor degree in automation from Nankai University in 2009. His main research interest is overhead crane control system.)



张雪波 南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 2006 年获得天津大学工学学士学位. 主要研究方向为视觉伺服控制, 移动机器人与计算机视觉.

E-mail: zhangxb@robot.nankai.edu.cn

(ZHANG Xue-Bo Ph.D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information System (IRAIS), Nankai University. He received his bachelor degree from Tianjin University in 2006. His research interest covers visual servo control, mobile robot, and computer vision.)