第 36 卷 第 7 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 36, No. 7
2010 年 7 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　July, 2010

随机中断环境下的库存控制研究

娄山佐 [1]　吴耀华 [1]　吕 文 [2]

摘 要 考虑一需求为复合 Poisson 分布、提前期为指数分布和短缺损失的连续检查库存系统. 在假设供应商和零售商工作和中断的持续时间服从独立指数分布条件下, 利用水平穿越法, 确定零售商库存水平的平稳分布函数, 在此基础上, 构建长程平均费用率模型, 并利用交叉熵法得到最优库存控制策略. 最后, 通过仿真实验, 分析了中断强度和系统参数对最优库存策略和平均费用率的影响.

关键词 库存控制, 随机中断, 水平穿越, 交叉熵

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00999

Study on Inventory Control under Stochastic Disruptions

LOU Shan-Zuo[1]　WU Yao-Hua[1]　LV Wen[2]

Abstract A continuous-review inventory system with compound Poisson demand, exponential lead time and lost sale are considered in this paper. Assuming that the durations of the available and unavailable periods at both the supplier and the retailer follow independently exponential distributions, the stationary distribution of the retailer′s inventory level is derived by utilizing level crossing method. This distribution is then used to formulate the long-run average cost rate model and the cross-entropy approach is adopted to determine the optimal inventory control policy. Numerical results are provided to illustrate the effects of disruption intensity and system parameters on the optimal inventory policy and the average cost rate.

Key words Inventory control, stochastic disruption, level crossing, cross-entropy

人们研究库存问题时, 通常假设供应是可靠的, 即供应量等于订货量, 然而, 现实中受多种风险因素影响, 如设备故障、价格变动和暴风雪灾等, 有时供应是不可靠的. 一般对应两种情况: 一是随机供应量问题, 常表示为订货量的随机函数[1−2]; 二是随机中断问题, 即供应量或等于订货量或为 0. 尽管它是第一种情况的特例, 但由于随机中断环境下的库存水平与时间相关性更强, 故它更难分析和解决. 到目前为止, 中断环境下库存问题的研究成果并不多, 概括有以下几种解决方法: 1) 基于经典报童模型法[3−5]. 在将规划期分为多个时段、中断过程采用离散时间 Markov 链描述、其状态对应连续中断时段数条件下, 根据不同时段数连续中断的概率, 构建期望总费用最小模型, 通过求解该模型, 得到最优库存策略. 当提前期的时段数和中断持续的时段数均为随机时, 模型构建非常困难, 故该方法主要适用于提前期为 0 或为固定时段数情况. 2) 利用报酬更新理论法[6−7]. 在假设中断发生和持续时间均为随机的、规划期由工作和中断交替更新随机过程构成条件下, 通过确定一次循环的期望费用和时间, 构建系统的长程平均费用模型, 进而确定使费用最小的最优库存策略. 因提前期和需求均为随机时, 很难精确地确定循环的期望费用和时间, 故该方法主要针对需求为随机的提前期为确定的, 或提前期为随机的需求为确定情况. 3) 基于仿真模拟法[8−9]. 针对中断环境下库存模型的构建和求解比较复杂, 通过仿真实验, 分析库存对系统性能的影响. 但该方法不能确定最优的库存策略. 4) 利用水平穿越法[10−11]. 通过构建速率平衡方程, 得到库存水平的分布函数, 并利用该函数确定使系统费用最小的最优库存策略. 由于仅考虑引起系统点发生转移的速率, 故该方法可用于解决提前期和需求均为随机的库存问题. 尽管解决方法不同, 但它们都是针对供应商随机中断情况. 然而, 在现实中, 除供应商中断外, 零售商也可能发生中断. 如受当前经济危机影响, 零售商可能因暂时缺少流动资金无法订货而发生中断. 但迄今为止, 还没有发现供应商和零售商均为随机中断环境下库存问题的研究成果.

基于此, 本文在假设供应商和零售商工作和中断时间服从独立指数分布条件下, 研究需求和提前期均为随机时零售商库存控制策略问题. 在描述问题后, 构建库存水平平稳分布函数和长程平均总费用率模型, 并利用交叉熵法得到最优解, 最后, 通过仿真实验, 对影响库存和费用的因素进行了分析.

收稿日期 2009-05-25　录用日期 2009-10-13
Manuscript received May 25, 2009; accepted October 13, 2009
国家自然科学基金 (50175064) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (50175064)
1. 山东大学现代物流研究中心 济南 250061　2. 山东大学数学与系统科学学院 济南 250100
1. Logistics Research Center, Shandong University, Jinan 250061　2. School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100

1 问题的描述

设某零售商采用连续检查的 (r,Q) 库存策略, 从一供应商处订货来满足用户要求. 用户需求服从到达率为 λ 的复合 Poisson 分布, 其需求大小服从参数为 μ 的指数分布. 已知供应商工作和中断持续时间分别服从参数为 η 和 υ 的指数分布, 零售商工作和中断持续时间分别服从参数为 α 和 β 的指数分布, 且相互间均独立. 当需求用户到达时, 若零售商处入工作状态且库存水平大于其需求量, 则满足该用户要求, 如果服务后库存水平等于或小于 r , 则向供应商订取批量为 Q 的产品, 若此时供应商处入工作状态, 则接受订单; 若供应商处入中断状态, 则挂起订单, 一旦供应商恢复工作状态马上接收订单. 为简化问题, 假设提前期服从参数为 σ 的指数分布, 订货到达前, 零售商最多提出一次订货, 即 $r<Q$. 另外, 假设提前期由供应商和零售商合作完成, 执行过程中, 供应商或零售商发生中断, 均将中止提前期的执行, 中断结束后, 提前期恢复执行. 零售商处入工作状态时, 超过在手库存的需求或零售商处入中断时的需求均丢失, 单位产品损失费为 C_S, 每年单位产品库存费为 C_P, 每次订货费为 C_D. 试确定订货量 Q 和订货点 r, 使零售商单位时间的长程平均总费用率最小.

2 模型的建立和求解

2.1 库存水平平稳分布函数模型的建立

若令 $\{W(t),t\geq 0\}$ 表示 t 时刻零售商的库存水平, 则 $W(t)\in U=[0,r+Q]$. 根据上面描述可知, $W(t)$ 是一个再生过程, 当系统处入稳态时, 它可以用平稳分布 $W=\lim_{t\to\infty}W(t)$ 描述. 另外, 据假设知, 零售商状态和供应商状态均满足 Markov 性, 为便于用水平穿越的系统点法准确刻划库存水平的稳态分布, 我们将任何时间库存系统的状态用库存水平、零售商状态和供应商状态三维随机过程描述, 因此, 库存的状态空间 U 可以分解为下列八个互不相交的子空间,

$$U_{0ij}=\{\omega\in(r,r+Q]\}\cap\{\text{供应商状态}\,i\}\cap\{\text{零售商状态}\,j\}$$

$$U_{1ij}=\{\omega\in[0,r]\}\cap\{\text{供应商状态}\,i\}\cap\{\text{零售商状态}\,j\}$$

$i,j=\{1,0\}$, 其中, 1 表示工作状态; 0 表示中断状态.

若 W_{0ij} 和 W_{1ij} 分别表示在子空间 U_{0ij} 和 U_{1ij} 上的平稳库存水平过程, 则库存水平 W 在 U 上的变化轨迹可表示为 W_{0ij} 和 W_{1ij} 轨迹的合成. 设 $f(\cdot)$ 和 $F(\cdot)$ 分别表示 W 的概率密度和分布函数, 相应的, $f_{0ij}(\cdot)$ 和 $F_{0ij}(\cdot)$ 以及 $f_{1ij}(\cdot)$ 和 $F_{1ij}(\cdot)$ 分别表示 W_{0ij} 和 W_{1ij} 的概率密度和分布函数.

根据排队论中的 PASTA 原则及水平穿越理论, 通过使库存水平的系统点 (简称系统点, 下同) 轨迹进入和离开在各子空间上选择的状态区域速率相等, 可构建一系列平衡方程. 下面针对 U 的八个子空间, 分别建立方程如下:

对 U_{011}, 即 $W_{011}\in(r,r+Q]$, 有

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r+Q}[\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}-\mathrm{e}^{-\mu(x-Q)}]f_{011}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad\beta\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{010}(x)+\upsilon\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{001}(x)+\\&\quad\sigma F_{111}(\omega-Q)=\lambda\int_{Q}^{\omega}\mathrm{e}^{-\mu(x-Q)}\mathrm{d}F_{011}(x)+\\&\quad(\eta+\alpha)\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{011}(x),\ \ \omega\in(Q,r+Q]\end{aligned}\tag{1}$$

$$\sigma f_{111}^{0}+\upsilon f_{001}^{Q}+\beta f_{010}^{Q}=(\lambda+\eta+\alpha)f_{011}^{Q}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r+Q}[\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}-\mathrm{e}^{-\mu(x-r)}]\mathrm{d}F_{011}(x)+\\&\quad\beta F_{010}(\omega)+\upsilon F_{001}(\omega)=\\&\quad\lambda\int_{r}^{\omega}\mathrm{e}^{-\mu(x-r)}f_{011}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad(\eta+\alpha)F_{011}(\omega),\ \ \omega\in(r,Q)\end{aligned}\tag{3}$$

这里, $f_{111}^{0}=\mathrm{d}F_{111}(0)$, $f_{001}^{Q}=\mathrm{d}F_{001}(Q)$, $f_{010}^{Q}=\mathrm{d}F_{010}(Q)$ 和 $f_{011}^{Q}=\mathrm{d}F_{011}(Q)$, 分别表示 $W_{111}=0$, $W_{001}=Q$, $W_{010}=Q$ 和 $W_{011}=Q$ 时的概率. 式 (1) 左边表示系统点进入 U_{011} 中 $[Q,\omega)$ 的速率, 这里 $\omega\in(Q,r+Q]$. 下列 4 种事件发生均可引发系统点进入, 其中, 第 1 项表示当库存水平位于 $[\omega,r+Q]$ 时, 到达的用户需求满足后, 库存水平恰好位于 $[Q,\omega)$; 第 2 (3) 项表示因零售商 (供应商) 状态从中断转移到工作, 引发 U_{010} (U_{001}) 与 U_{011} 对应区域系统点的转移; 第 4 项表示因订货到达, 使位于 U_{111} 中 $[0,\omega-Q)$ 的系统点进入 U_{011} 中 $[Q,\omega)$. 式 (1) 的右边表示系统点离开 U_{011} 中 $[Q,\omega)$ 的速率. 下列 3 种事件发生均可引发系统点离开, 第 1 项表示位于 U_{011} 中 $[Q,\omega)$ 的系统点, 满足需求较大的用户后离开该区域; 第 2 (3) 项表示因零售商 (供应商) 状态从工作转移到中断, 引发系统点从 U_{011} 中 $[Q,\omega)$ 转出. 式 (2) 左边表示当 $W_{111}=0$ 时订货到达、$W_{001}=Q$ ($W_{010}=Q$) 时供应商 (零售商) 状态从中断转移到工作, 3 种事件发生引发系统点进入 $W_{011}=Q$ 的速率; 式 (2) 右边表示当 $W_{011}=Q$ 时需求到达、供应商 (零售商) 状态从工作转移到中断, 3 种事件发生引发系统点从 $W_{011}=Q$ 离开的速

率. 同理, 式 (3) 表示系统点进入和离开 U_{011} 中区域 (r,ω) 的速率相等.

对 U_{001}, 即 $W_{001}\in(r,r+Q]$. 方程构建与 U_{011} 类似, 不同的是因供应商处入中断状态, 提前期中止执行, 故订货不会到达, 得到的平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r+Q}[\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}-\mathrm{e}^{-\mu(x-Q)}]f_{001}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad\beta\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{000}(x)+\eta\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{011}(x)=\\&\quad\lambda\int_{Q}^{\omega}\mathrm{e}^{-\mu(x-Q)}\mathrm{d}F_{001}(x)+(\upsilon+\alpha)\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{001}(x),\\&\qquad\qquad\omega\in(Q,r+Q]\end{aligned}\tag{4}$$

$$\eta f_{011}^{Q}+\beta f_{000}^{Q}=(\lambda+\upsilon+\alpha)f_{001}^{Q}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r+Q}[\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}-\mathrm{e}^{-\mu(x-r)}]\mathrm{d}F_{001}(x)+\\&\quad\beta F_{000}(\omega)+\eta F_{011}(\omega)=\\&\quad\lambda\int_{r}^{\omega}\mathrm{e}^{-\mu(x-r)}f_{001}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad(\upsilon+\alpha)F_{001}(\omega),\ \ \omega\in(r,Q)\end{aligned}\tag{6}$$

这里, $f_{000}^{Q}=\mathrm{d}F_{000}(Q)$ 表示 $W_{000}=Q$ 时的概率.

对 U_{010}, 即 $W_{010}\in(r,r+Q]$. 因零售商处入中断状态时, 不但提前期中止执行, 而且用户需求丢失, 此时, 实际库存水平保持不变. 通过使零售商和供应商状态转移引发系统点进入和离开 U_{010} 对应区域的速率相等, 可构建平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\alpha\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{011}(x)+\upsilon\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{000}(x)=\\&\qquad(\eta+\beta)\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{010}(x),\ \ \omega\in(Q,r+Q]\end{aligned}\tag{7}$$

$$\alpha f_{011}^{Q}+\upsilon f_{000}^{Q}=(\eta+\beta)f_{010}^{Q}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\alpha F_{011}(\omega)+\upsilon F_{000}(\omega)=\\&\qquad(\eta+\beta)F_{010}(\omega),\ \ \omega\in(r,Q)\end{aligned}\tag{9}$$

同理, 对 U_{000}, 即 $W_{000}\in(r,r+Q]$, 得平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\eta\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{010}(x)+\alpha\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{001}(x)=\\&\qquad(\upsilon+\beta)\int_{Q}^{\omega}\mathrm{d}F_{000}(x),\ \ \omega\in(Q,r+Q]\end{aligned}\tag{10}$$

$$\eta f_{010}^{Q}+\alpha f_{001}^{Q}=(\upsilon+\beta)f_{000}^{Q}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}&\eta F_{010}(\omega)+\alpha F_{001}(\omega)=\\&\qquad(\upsilon+\beta)F_{000}(\omega),\ \ \omega\in(r,Q)\end{aligned}\tag{12}$$

对 U_{111}, 即 $W_{111}\in[0,r]$, 构建平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r}\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}f_{111}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad\lambda\int_{r}^{r+Q}\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}\mathrm{d}F_{011}(x)+\\&\quad\upsilon F_{101}(\omega)+\beta F_{110}(\omega)=\\&\quad(\sigma+\eta+\alpha)F_{111}(\omega),\ \ \omega\in(0,r]\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{0}^{r}\mathrm{e}^{-\mu x}f_{111}(x)\mathrm{d}x+\lambda\int_{r}^{r+Q}\mathrm{e}^{-\mu x}\mathrm{d}F_{011}(x)+\\&\qquad\upsilon f_{101}^{0}+\beta f_{110}^{0}=(\sigma+\eta+\alpha)f_{111}^{0}\end{aligned}\tag{14}$$

这里, $f_{101}^{0}=\mathrm{d}F_{101}(0)$, $f_{110}^{0}=\mathrm{d}F_{110}(0)$ 分别表示 $W_{101}=0$ 和 $W_{110}=0$ 时的概率. 式 (13) 左边表示系统点进入 U_{111} 中 $[0,\omega)$ 的速率, 这里 $\omega\in(0,r]$. 需求超过 $x-\omega$ 的用户得到满足、位于 U_{101} (U_{110}) 对应区域中供应商 (零售商) 状态从中断转移到工作, 这 3 个事件发生均可引发系统点进入; 式 (13) 右边表示系统点离开 U_{111} 中 $[0,\omega)$ 的速率. 当订货到达、供应商 (零售商) 状态从工作转移到中断, 这 3 个事件发生均可引发系统点离开. 同理, 式 (14) 表示系统点进入和离开 $W_{111}=0$ 的速率相等.

对 U_{101}, 即 $W_{101}\in[0,r]$. 平衡方程构建与 U_{111} 类似, 不同的是因供应商处入中断状态, 提前期中止执行, 故订货不会到达, 平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{\omega}^{r}\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}f_{101}(x)\mathrm{d}x+\\&\quad\lambda\int_{r}^{r+Q}\mathrm{e}^{-\mu(x-\omega)}\mathrm{d}F_{001}(x)+\\&\quad\eta F_{111}(\omega)+\beta F_{100}(\omega)=\\&\quad(\upsilon+\alpha)F_{101}(\omega),\ \ \omega\in(0,r]\end{aligned}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\lambda\int_{0}^{r}\mathrm{e}^{-\mu x}f_{101}(x)\mathrm{d}x+\lambda\int_{r}^{r+Q}\mathrm{e}^{-\mu x}\mathrm{d}F_{001}(x)+\\&\qquad\eta f_{111}^{0}+\beta f_{100}^{0}=(\upsilon+\alpha)f_{101}^{0}\end{aligned}\tag{16}$$

这里, $f_{100}^{0}=\mathrm{d}F_{100}(0)$, 表示 $W_{100}=0$ 时的概率.

与 U_{010} 相似, 对 U_{110}, 即 $W_{110}\in[0,r]$, 得平衡方程如下:

$$\begin{aligned}&\alpha F_{111}(\omega)+\upsilon F_{100}(\omega)=\\&\qquad(\eta+\beta)F_{110}(\omega),\ \ \omega\in(0,r]\end{aligned}\tag{17}$$

$$\alpha f_{111}^0+\upsilon f_{100}^0=(\eta+\beta)f_{110}^0 \tag{18}$$

同理, 对 U_{100}, 即 $W_{100}\in[0,r]$, 可得平衡方程如下:

$$\eta F_{110}(\omega)+\alpha F_{101}(\omega)=(\upsilon+\beta)F_{100}(\omega),\ \ \omega\in(0,r] \tag{19}$$

$$\eta f_{110}^0+\alpha f_{101}^0=(\upsilon+\beta)f_{100}^0 \tag{20}$$

最后, 除上述平衡方程外, 库存水平在各子空间上的概率分布还要满足下列标准条件:

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}[F_{1ij}(r)+F_{0ij}(r+Q)]=1 \tag{21}$$

2.2 库存水平平稳分布函数模型的求解

为了得到库存水平的平稳分布函数,需将上述积分方程化为微分方程, 为此, 定义微分算子 $\langle D\rangle=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}$.

对式 (13) 和式 (15) 运用 $\langle D\rangle\langle D-\mu\rangle$, 对式 (17) 和式 (19) 运用 $\langle D\rangle$, 得结果如下:

$$(\lambda+\alpha+\sigma+\eta)Df_{111}(\omega)-\upsilon Df_{101}(\omega)-\beta Df_{110}(\omega)=\mu(\sigma+\eta+\alpha)f_{111}(\omega)-\mu\upsilon f_{101}(\omega)-\mu\beta f_{110}(\omega) \tag{22}$$

$$\eta Df_{111}(\omega)-(\lambda+\upsilon+\alpha)Df_{101}(\omega)+\beta Df_{100}(\omega)=\mu\eta f_{111}(\omega)-\mu(\upsilon+\alpha)f_{101}(\omega)+\mu\beta f_{100}(\omega) \tag{23}$$

$$\alpha f_{111}(\omega)+\upsilon f_{100}(\omega)=(\eta+\beta)f_{110}(\omega) \tag{24}$$

$$\eta f_{110}(\omega)+\alpha f_{101}(\omega)=(\upsilon+\beta)f_{100}(\omega) \tag{25}$$

根据式 (24) 和式 (25) 解出 $f_{110}(\omega)$ 和 $f_{100}(\omega)$ 后, 将其代入式 (22) 和式 (23), 得到 $f_{111}(\omega)$ 和 $f_{101}(\omega)$ 的一阶线性齐次微分方程组, 求解得如下通解:

$$f_{111}(\omega)=c_1^1\mathrm{e}^{\gamma_1\mu\omega}+c_2^1\mathrm{e}^{\gamma_2\mu\omega},\quad \omega\in(0,r] \tag{26}$$

$$f_{101}(\omega)=c_1^1k_1\mathrm{e}^{\gamma_1\mu\omega}+c_2^1k_2\mathrm{e}^{\gamma_2\mu\omega},\ \omega\in(0,r] \tag{27}$$

$$f_{100}(\omega)=\theta_1f_{111}(\omega)+\theta_2f_{101}(\omega) \tag{28}$$

$$f_{110}(\omega)=\theta_3f_{111}(\omega)+\theta_4f_{101}(\omega) \tag{29}$$

这里, c_1^1 和 c_2^1 为待定的常数; γ_1 和 γ_2 为对应 $f_{111}(\omega)$ 和 $f_{101}(\omega)$ 的一阶线性齐次微分方程组系数矩阵的特征根, 其值为

$$\gamma_1=\frac{\lambda\eta+\sigma(\xi+\upsilon)+\upsilon(\lambda+\sigma)+\sqrt{\Delta}}{\psi}$$

$$\gamma_2=\frac{\lambda\eta+\sigma(\xi+\upsilon)+\upsilon(\lambda+\sigma)-\sqrt{\Delta}}{\psi}$$

其中,

$$\xi=\frac{\lambda(\beta+\eta+\upsilon)}{\alpha+\beta+\eta+\upsilon}$$
$$\Delta=(\sigma\xi-\lambda\upsilon)^2+\lambda^2\eta^2+2\sigma\xi\lambda\eta+2\lambda^2\eta\upsilon$$
$$\psi=2\lambda\eta+2(\xi+\upsilon)(\lambda+\sigma)$$

参数 $k_1,k_2,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4$ 的值分别为

$$k_1=\frac{\sigma\xi+\lambda\eta-\upsilon\lambda-\sqrt{\Delta}}{2\upsilon\lambda}$$
$$k_2=\frac{\sigma\xi+\lambda\eta-\upsilon\lambda+\sqrt{\Delta}}{2\upsilon\lambda}$$
$$\theta_1=\frac{\alpha\eta}{\beta(\eta+\upsilon+\beta)}$$
$$\theta_2=\frac{\alpha(\eta+\beta)}{\beta(\eta+\upsilon+\beta)}$$
$$\theta_3=\frac{\alpha(\upsilon+\beta)}{\beta(\eta+\upsilon+\beta)}$$
$$\theta_4=\frac{\alpha\upsilon}{\beta(\eta+\upsilon+\beta)}$$

对式 (3) 和式 (6) 应用 $\langle D\rangle\langle D-\mu\rangle$, 得结果如下:

$$(\eta+\alpha+\lambda)Df_{011}(\omega)-\upsilon Df_{001}(\omega)-\beta Df_{010}(\omega)=\mu(\eta+\alpha)f_{011}(\omega)-\mu\upsilon f_{001}(\omega)-\mu\beta f_{010}(\omega) \tag{30}$$

$$\eta Df_{011}(\omega)-(\lambda+\upsilon+\alpha)Df_{001}(\omega)+\beta Df_{000}(\omega)=\mu\eta f_{011}(\omega)-\mu(\upsilon+\alpha)f_{001}(\omega)+\mu\beta f_{000}(\omega) \tag{31}$$

对式 (1) 和式 (4) 应用 $\langle D\rangle\langle D-\mu\rangle$, 对式 (7), (9), (10) 和 (12) 应用 $\langle D\rangle$, 得结果如下:

$$(\eta+\alpha+\lambda)Df_{011}(\omega)-\upsilon Df_{001}(\omega)-\beta Df_{010}(\omega)-\sigma Df_{111}(\omega-Q)=\mu(\eta+\alpha)f_{011}(\omega)-\mu\upsilon f_{001}(\omega)-\mu\beta f_{010}(\omega)-\sigma\mu f_{111}(\omega-Q) \tag{32}$$

$$\eta Df_{011}(\omega)-(\lambda+\upsilon+\alpha)Df_{001}(\omega)+\beta Df_{000}(\omega)=\mu\eta f_{011}(\omega)-\mu(\upsilon+\alpha)f_{001}(\omega)+\mu\beta f_{000}(\omega) \tag{33}$$

$$\alpha f_{011}(\omega)+\upsilon f_{000}(\omega)=(\eta+\beta)f_{010}(\omega) \tag{34}$$

$$\eta f_{010}(\omega)+\alpha f_{001}(\omega)=(\upsilon+\beta)f_{000}(\omega) \tag{35}$$

根据式 (34) 和式 (35) 解出 $f_{000}(\omega)$ 和 $f_{010}(\omega)$ 后, 将其代入式 (30) 和式 (31), 得到 $f_{011}(\omega)$ 和 $f_{001}(\omega)$ 在 $\omega\in(r,Q)$ 上的一阶线性齐次微分方程组; 将其代入式 (32) 和式 (33), 得到 $f_{011}(\omega)$ 和 $f_{001}(\omega)$ 在 $\omega\in(Q,r+Q]$ 上的一阶线性非齐次微分方程组, 求解这两个微分方程组, 分别得到如下通解:

$$f_{011}(\omega)=c_1^2+c_2^2\mathrm{e}^{\tau\mu\omega},\quad \omega\in(r,Q) \tag{36}$$

$$f_{001}(\omega)=\frac{c_1^2\eta}{\upsilon}-c_2^2\mathrm{e}^{\tau\mu\omega},\ \omega\in(r,Q) \tag{37}$$

$$f_{011}(\omega)=c_1^3-c_2^3\mathrm{e}^{\tau\mu\omega}+c_1^1p_1\mathrm{e}^{\gamma_1\mu(\omega-Q)}+ c_2^1p_2\mathrm{e}^{\gamma_2\mu(\omega-Q)},\ \omega\in(Q,r+Q] \tag{38}$$

$$f_{001}(\omega)=\frac{c_1^3\eta}{\upsilon}+c_2^3\mathrm{e}^{\tau\mu\omega}+c_1^1d_1\mathrm{e}^{\gamma_1\mu(\omega-Q)}+ c_2^1d_2\mathrm{e}^{\gamma_2\mu(\omega-Q)},\ \omega\in(Q,r+Q] \tag{39}$$

$$f_{000}(\omega)=\theta_1f_{011}(\omega)+\theta_2f_{001}(\omega) \tag{40}$$

$$f_{010}(\omega)=\theta_3f_{011}(\omega)+\theta_4f_{001}(\omega) \tag{41}$$

这里, $c_1^2, c_2^2, c_1^3, c_2^3$ 为待定常数, τ 为 $f_{011}(\omega)$ 和 $f_{001}(\omega)$ 在 $\omega\in(r,Q)$ 上的一阶线性齐次微分方程组系数矩阵的特征根, 其值为

$$\tau=\frac{\eta+\upsilon}{\eta+\upsilon+\xi}$$

$\gamma_1,\gamma_2,\xi,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4$ 的值与前面定义相同. p_1,p_2,d_1,d_2 的值为

$$p_1=\frac{\sigma\bar{\gamma}_1}{(\eta+\upsilon)\lambda}\left[\frac{\upsilon}{\gamma_1}-\frac{\eta\bar{\tau}}{\gamma_1-\tau}\right]$$

$$p_2=\frac{\sigma\bar{\gamma}_2}{(\eta+\upsilon)\lambda}\left[\frac{\upsilon}{\gamma_2}-\frac{\eta\bar{\tau}}{\gamma_2-\tau}\right]$$

$$d_1=\frac{\sigma\bar{\gamma}_1}{(\eta+\upsilon)\lambda}\left[\frac{\eta}{\gamma_1}+\frac{\eta\bar{\tau}}{\gamma_1-\tau}\right]$$

$$d_2=\frac{\sigma\bar{\gamma}_2}{(\eta+\upsilon)\lambda}\left[\frac{\eta}{\gamma_2}+\frac{\eta\bar{\tau}}{\gamma_2-\tau}\right]$$

其中, $\bar{\tau}=\tau-1$; $\bar{\gamma}_i=\gamma_i-1\ (i=1,2)$.

上述通解中包含 6 个待定常数 $c_1^1, c_2^1, c_1^2, c_2^2, c_1^3, c_2^3$. 另外, 要完全得到库存水平平稳分布函数, 还要确定 8 个点概率 f_{1ij}^0, f_{0ij}^Q, $i,j=\{0,1\}$. 将式 (26) $\sim$(29) 和式 (36)$\sim$(41) 代入式 (1), (3), (4), (6) 和 (15), 通过比较项 $\mathrm{e}^{\mu\omega}$ 的系数, 可得到下列方程:

$$\frac{c_1^1p_1}{\bar{\gamma}_1}\mathrm{e}^{\gamma_1\mu r}+\frac{c_2^1p_2}{\bar{\gamma}_2}\mathrm{e}^{\gamma_2\mu r}-c_1^3-\frac{c_2^3}{\bar{\tau}}\mathrm{e}^{\tau\mu(r+Q)}=0$$

$$\frac{c_1^1p_1}{\bar{\gamma}_1}(1-\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_1\mu r})+\frac{c_2^1p_2}{\bar{\gamma}_2}(1-\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_2\mu r})+ c_1^2-\frac{1}{\bar{\tau}}\mathrm{e}^{\tau\mu Q}\times[c_2^2+(1-\mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu r})c_2^3]- c_1^3(1-\mathrm{e}^{-\mu r})-\mu f_{011}^Q=0$$

$$\frac{c_1^1d_1}{\bar{\gamma}_1}\mathrm{e}^{\gamma_1\mu r}+\frac{c_2^1d_2}{\bar{\gamma}_2}\mathrm{e}^{\gamma_2\mu r}-\frac{c_1^3\eta}{\upsilon}+\frac{c_2^3}{\bar{\tau}}\mathrm{e}^{\tau\mu(r+Q)}=0$$

$$\frac{c_1^1d_1}{\bar{\gamma}_1}(1-\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_1\mu r})+\frac{c_2^1d_2}{\bar{\gamma}_2}(1-\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_2\mu r})+ \frac{c_1^2\eta}{\upsilon}+\frac{1}{\bar{\tau}}\mathrm{e}^{\tau\mu Q}\times[c_2^2+(1-\mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu r})c_2^3]- \frac{c_1^3\eta}{\upsilon}(1-\mathrm{e}^{-\mu r})-\mu f_{001}^Q=0$$

$$\sum_{l=1}^{2}\frac{c_l^1}{\bar{\gamma}_l}[k_l\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_l\mu r}-d_l(1-\mathrm{e}^{\bar{\gamma}_l\mu r})\mathrm{e}^{-\mu Q}]+ \frac{c_1^2\eta}{\upsilon}(\mathrm{e}^{-\mu r}-\mathrm{e}^{-\mu Q})+\frac{c_2^2}{\bar{\tau}}(\mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu r}-\mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu Q})+ \frac{c_1^3\eta}{\upsilon}(1-\mathrm{e}^{-\mu r})\mathrm{e}^{-\mu Q}-\frac{c_2^3}{\bar{\tau}}(1-\mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu r})\times \mathrm{e}^{\bar{\tau}\mu Q}+\mu\mathrm{e}^{-\mu Q}f_{001}^Q=0$$

将式 (26)$\sim$(29) 和式 (36)$\sim$(39) 代入式 (13) 和 (15), 并比较常数项, 分别得到下列方程:

$$\sum_{l=1}^{2}\frac{c_l^1}{\gamma_l\mu}[k_l(\beta\theta_4+\upsilon)+(\beta\theta_3-\sigma-\eta-\alpha)]- \upsilon f_{101}^0+(\sigma+\eta+\alpha)f_{111}^0-\beta f_{110}^0=0$$

$$\sum_{l=1}^{2}\frac{c_l^1}{\gamma_l\mu}[k_l(\beta\theta_2-\upsilon-\alpha)+(\beta\theta_1+\eta)]- \eta f_{111}^0-\beta f_{100}^0+(\upsilon+\alpha)f_{101}^0=0$$

另外, 通过将式 (26)$\sim$(29) 和式 (36)$\sim$(41) 代入式 (21), 并结合式 (2), (5), (8), (11), (18) 和 (20), 共可得 14 个线性独立方程, 求解这个方程组, 即可确定 6 个待定常数和 8 个点概率, 至此, 得到库存水平平稳分布函数.

2.3 费用函数模型的构建及求解

库存系统的总费用包括: 订货费、库存费和损失费, 借鉴文献 [11] 的费用表示形式. 构建长程平均总费用率模型为

$$TC(r,Q)=\lambda C_DP_{\rm ord}+C_PE(INV)+\lambda C_SE(LS)$$

这里, $P_{\rm ord}$ 为到达用户的订货概率; $E(INV)$ 为平

均库存; $E(LS)$ 为到达用户的平均损失量. 下面分别给出其表达式.

因仅当零售商处入工作状态且库存水平位于 $(r, r+Q]$ 时, 一个到达用户需求满足后才可能发生订货, 故订货概率

$$P_{\rm ord}=\sum_{i=0}^{1}\int_{r}^{r+Q}{\rm e}^{-\mu(\omega-r)}{\rm d}F_{0i1}(\omega)=$$
$$ {\rm e}^{\mu(r-Q)}\sum_{l=1}^{2}\left[\frac{(p_l+d_l)c_l^1}{\bar\gamma_l\mu}({\rm e}^{\bar\gamma_l\mu r}-1)+f_{0(l-1)1}^{Q}\right]+$$
$$\left(1+\frac{\eta}{\upsilon}\right)\left[(1-{\rm e}^{\mu(r-Q)})c_1^2+({\rm e}^{\mu(r-Q)}-{\rm e}^{-\mu Q})c_1^3\right]$$

由于库存费用的发生与供应商和零售商所处状态无关, 故平均库存

$$E(INV)=\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\Big[\int_0^r\omega{\rm d}F_{1ij}(\omega)\ +$$
$$\int_r^{r+Q}\omega{\rm d}F_{0ij}(\omega)\Big]=\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)\ \times$$
$$\sum_{l=1}^{2}\frac{c_l^1}{(\gamma_l\mu)^2}\Big\{(1+k_l)[1-(1-\gamma_l\mu r){\rm e}^{\gamma_l\mu r}]\ -$$
$$(p_l+d_l)[(1-(r+Q)\gamma_l\mu){\rm e}^{\gamma_l\mu r}\ -$$
$$(1-\gamma_l\mu r){\rm e}^{\gamma_l\mu(r-Q)}]\Big\}+\frac{(\alpha+\beta)(\eta+\upsilon)}{2\beta\upsilon}\ \times$$
$$[(Q^2-r^2)c_1^2+(Q^2+2rQ)c_1^3]\ +$$
$$Q\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}f_{0ij}^{Q}$$

需求损失量包括两部分: 零售商处入工作状态时超出在手库存的需求量及零售商处入中断状态时全部需求量. 故一个到达用户的平均损失量为

$$E(LS)=\frac{1}{\mu}\sum_{i=0}^{1}\Big[\int_0^r{\rm e}^{-\mu\omega}{\rm d}F_{1i1}(\omega)\ +$$
$$\int_r^{r+Q}{\rm e}^{-\mu\omega}{\rm d}F_{0i1}(\omega)\Big]\ +$$
$$\frac{1}{\mu}\sum_{i=0}^{1}\Big[\int_0^r{\rm d}F_{1i0}(\omega)+\int_r^{r+Q}{\rm d}F_{0i0}(\omega)\Big]=$$
$$\sum_{l=1}^{2}\Big\{\frac{[(1+k_l)+(p_l+d_l){\rm e}^{-\mu Q}]}{\bar\gamma_l\mu^2}({\rm e}^{\bar\gamma_l\mu r}-1)\ +$$
$$\frac{[(1+k_l)+(p_l+d_l)]\alpha}{\beta\gamma_l\mu^2}({\rm e}^{\gamma_l\mu r}-1)\Big\}c_l^1\ +$$
$$\frac{\eta+\upsilon}{\upsilon\mu}\Big\{\Big[\frac{(Q-r)\alpha}{\beta}-\frac{({\rm e}^{-\mu Q}-{\rm e}^{-\mu r})}{\mu}\Big]c_1^2\ +$$
$$\Big[\frac{r\alpha}{\beta}-\frac{{\rm e}^{-\mu(r+Q)}}{\mu}+\frac{{\rm e}^{-\mu Q}}{\mu}\Big]c_1^3\Big\}\ +$$
$$\frac{1}{\mu}\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}f_{1ij}^{0}+\frac{1}{\mu}\sum_{i=0}^{1}\left[f_{0i0}^{Q}+{\rm e}^{-\mu Q}f_{0i1}^{Q}\right]$$

容易看出, 上述长程平均总费用率模型是 r 和 Q 高度的非线性复杂函数, 传统优化技术很难求解, 故采用随机搜索技术. 交叉熵法是一种解决连续多极值优化问题的有效方法, 它基于 Monte Carlo 和重要抽样技术, 从某一分布 $P_0\in\Psi$ (Ψ常为正态分布集) 开始, 通过迭代构建一系列分布 $P_m\in\Psi$, 使抽样生成最优解的概率增大. 下面给出计算步骤, 详细了解可参阅文献 [12−13].

步骤 1. 选取 r 和 Q 初始的均值和方差, 即 $u_{k,0}$ 和 $\delta_{k,0}^2$, 这里 $k=1,2$; 设置分位参数 ϑ 和平滑参数 ε 的大小, 并令 $t=1$.

步骤 2. 从 ${\rm N}(u_{k,t-1},\delta_{k,t-1}^2)$ 中随机抽取 N 个样本 $x_{k,1},x_{k,2},\cdots,x_{k,N}$, $k=1,2$. 利用 r 和 Q 的第 i 个样本 $x_{1,i}$ 和 $x_{2,i}$, 先确定库存水平平稳分布函数, 然后, 确定对应的长程平均总费用率 TC_i, $i=1,2,\cdots,N$.

步骤 3. 将长程平均总费用率 TC_i 从小到大排序: $TC'_{(1)}\le TC'_{(2)}\le\cdots\le TC'_{(N)}$, 则它的 ϑ 分位值为 $\chi_t=TC'_{([\vartheta\cdot N])}$.

步骤 4. 更新均值和方差:

$$\hat u_{k,t}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}I_{\{TC_i\le\chi_t\}}\cdot x_{k,i}}{\sum\limits_{i=1}^{N}I_{\{TC_i\le\chi_t\}}}$$
$$\hat\delta_{k,t}^2=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}I_{\{TC_i\le\chi_t\}}\cdot(x_{k,i}-\hat u_{k,t})^2}{\sum\limits_{i=1}^{N}I_{\{TC_i\le\chi_t\}}},\quad k=1,2$$

步骤 5. 修正均值和方差:

$$u_{k,t}=\varepsilon\hat u_{k,t}+(1-\varepsilon)u_{k,t-1}$$
$$\delta_{k,t}^2=\varepsilon\hat\delta_{k,t}^2+(1-\varepsilon)\delta_{k,t-1}^2,\quad k=1,2$$

步骤 6. 如最优解到目前为止连续 d 次迭代保持不变, 则停止计算. 否则, 令 $t=t+1$, 返回步骤 2, 继续执行. 这里 ϑ 取 0.01, ε 取 0.9, N 取 5 000, d 取 5.

这样从某一 $\{u_{1,0},u_{2,0}\}$ 开始, 通过多次抽样和更新, 构建了一系列 $\{u_{1,t},u_{2,t}\}$, 经过 T 次迭代,

$\{u_{1,T}, u_{2,T}\}$ 非常接近最优的 $\{r^*, Q^*\}$, 则 $u_{1,T}$ 和 $u_{2,T}$ 就可视为 r 和 Q 的最优解.

3　仿真实验及结果分析

实验目的是分析系统参数和中断变化对最优库存策略和总费用率的影响. 首先, 参考文献 [7, 10] 的仿真实验, 给出 5 组系统参数, 如表 1 所示.

表 1　参数的设定

Table 1　Parameters setting

N_O	λ	μ	σ	C_D	C_S	C_P
1	200	1	5	150	3	1
2	300	1	5	150	3	1
3	300	1	10	150	3	1
4	300	1	10	200	3	1
5	300	1	10	200	5	1

其次, 借鉴排队理论, 用平均中断时间和平均工作时间之比, 即 $\rho_1 = \alpha/\beta$ 和 $\rho_2 = \eta/\upsilon$, 分别表示零售商和供应商的中断强度. 考虑中断为小概率事件, 这里, 我们选取 ρ_1 和 ρ_2 的值均不大于 1. 另外, 为便于分析, 实验中, β 和 υ 均取固定值 1; α 和 η 的值, 根据中断强度的取值而定.

对应每组参数, 表 2 给出零售商和供应商 3 种中断强度下的实验结果.

由表 2 可知: 1) 在其他条件不变的情况下, λ 的增大, 引起 Q^* 和 r^* 增加. 说明随需求用户的增多, 为避免短缺造成更大损失, 应提高订货量和订货点; σ 的增大, 引起 Q^* 和 r^* 减小. 原因是随 σ 的增大, 即提前期缩短, 相应中断对订货的影响减小, 故订货量和订货点也随之降低; C_D (或 C_D/C_P) 的增大, 引起 Q^* 增大和 r^* 减小. 说明随 C_D 增大, 为减少订货次数, 应增大每次的订货量并降低订货点水平; C_S 的增加, 对 Q^* 影响不大, 但引起 r^* 较大增加. 说明随 C_S 增加, 为避免产品短缺引起较大损失且防止库存费用的增加, 应提高订货点水平. 另外, 与不发生中断情况下库存问题相似, 增大 λ、C_D 和 C_S, 均引起 TC^* 的增大; 而增大 σ, 引起 TC^* 的减小. 2) 对每组参数, ρ_1 的增大, 引起 Q^* 和 r^* 减小; 而 ρ_2 的增大, 引起 Q^* 和 r^* 的增大. 但针对不同参数, 中断强度的影响程度不同. 当 λ 或 C_S 较大时 (第 2 或第 5 组参数), 为防止产品短缺造成更大损失, r^* 需保持较高水平, 即使 ρ_1 为 1 时, r^* 也应保持一定水平; 当 C_D 较大时 (第 4 组参数), 为避免订货次数增加带来更大费用, r^* 需保持较低水平, 即使 ρ_2 为 1 时, 也不应较高. 另外, 针对每组参数, 尽管随 ρ_1 或 ρ_2 的增大, TC^* 均增大, 但除 ρ_1 和 ρ_2 均为 0.01 外, 相同强度的 ρ_1 比 ρ_2 带来更大的 TC^*, 原因是供应商中断仅影响订货, 而零售商中断除影响订货外, 还影响需求用户的服务.

表 2　不同中断强度对应的最优结果

Table 2　Optimal results for different disruption intensifies

N_O	ρ_1	ρ_2	Q^*	r^*	TC^*
1	0.01	0.01	191.39	19.73	369.11
	0.01	0.1	197.44	22.79	379.23
	0.01	1	208.94	159.85	422.26
	0.1	0.01	184.47	15.31	400.04
	1	0.01	137.75	2.68	537.82
2	0.01	0.01	229.04	68.09	475.92
	0.01	0.1	234.75	75.03	497.35
	0.01	1	265.84	221.64	567.58
	0.1	0.01	221.71	61.17	527.28
	1	0.01	179.68	9.03	762.08
3	0.01	0.01	224.81	28.06	457.86
	0.01	0.1	232.67	31.58	480.16
	0.01	1	244.01	219.48	560.63
	0.1	0.01	216.19	25.25	510.59
	1	0.01	165.72	3.09	755.58
4	0.01	0.01	258.92	17.76	515.28
	0.01	0.1	267.38	18.46	532.68
	0.01	1	343.32	27.38	608.67
	0.1	0.01	248.87	14.69	564.98
	1	0.01	185.42	1.54	791.68
5	0.01	0.01	255.37	49.58	547.81
	0.01	0.1	267.78	55.56	594.06
	0.01	1	331.05	309.93	711.95
	0.1	0.01	245.18	47.43	646.53
	1	0.01	185.81	30.38	1 122.94

4　结论

本文研究了需求为复合 Poisson 分布、提前期为指数分布和需求短缺损失情况下, 连续检查 (r, Q) 库存系统的控制策略问题. 在假设供应商和零售商工作和中断持续时间分别服从独立指数分布条件下, 首先, 利用水平穿越的系统点方法, 确定了零售商库存水平的平稳分布函数, 并基于此分布函数, 构建了零售商的长程平均总费用率模型, 因它是订货量和订货点的高度非线性函数, 传统优化技术很难求解, 最后, 利用交叉熵法得到使总费用率最小的最优库存控制策略.

本文突破现有随机中断环境下的库存问题, 仅

针对供应商中断的局限, 研究了供应商和零售商均发生随机中断环境下的库存控制问题, 并通过仿真实验, 阐明了系统参数和中断强度对最优库存和平均费用率的影响, 揭示了同等强度的零售商中断比供应商中断带来更大的费用, 为随机中断环境下有效地控制库存, 提供了理论和方法支持.

References

1 Dada M, Petruzzi N C, Schwarz L B. A newsvendor's procurement problem when suppliers are unreliable. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2007, **9**(1): 9−32

2 Federgruen A, Yang N. Selecting a portfolio of suppliers under demand and supply risks. *Operations Research*, 2008, **56**(4): 916−936

3 Serel D A. Inventory and pricing decisions in a single-period problem involving risky supply. *International Journal of Production Economics*, 2008, **116**(1): 115−128

4 Yang Z, Aydin G, Babich V, Beil D R. Supply disruptions, asymmetric information, and a backup production option. *Management Science*, 2009, **55**(2): 192−209

5 Tomlin B. Impact of supply learning when suppliers are unreliable. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2009, **11**(2): 192−209

6 Parlar M. Continuous-review inventory problem with random supply interruptions. *European Journal of Operational Research*, 1997, **99**(2): 336−385

7 Gupta D. The (Q, r) inventory system with an unreliable supplier. *Information Systems and Operational Research*, 1996, **34**(2): 59−76

8 Ross A M, Ying R, Snyder L V. Supply disruptions with time-dependent parameters. *Computers and Operations Research*, 2008, **35**(11): 3504−3529

9 Kull T, Closs D. The risk of second-tier supplier failures in serial supply chains: implications for order policies and distributor autonomy. *European Journal of Operational Research*, 2008, **186**(3): 1158−1174

10 Mohebbi E, Hao D. When supplier's availability affects the replenishment lead time — an extension of the supply-interruption problem. *European Journal of Operational Research*, 2006, **175**(2): 992−1008

11 Mohebbi E, Hao D. An inventory model with non-resuming randomly interruptible lead time. *International Journal of Production Economics*, 2008, **114**(2): 755−768

12 Kroese D P, Porotsky S, Rubinstein R Y. The cross-entropy method for continuous multi-extremal optimization. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2006, **8**(3): 383−407

13 de Boer P T, Kroese D P, Mannor S, Rubinstein R Y. A tutorial on the cross-entropy method. *Annals of Operations Research*, 2005, **134**(1): 19−67

娄山佐 山东大学现代物流研究中心副教授. 主要研究方向为复杂系统建模与仿真、库存控制、优化算法. 本文通信作者. E-mail: lshanzuo@163.com
(**LOU Shan-Zuo** Associate professor at the Logistics Research Center, Shandong University. His research interest covers modeling simulation of complex systems, inventory control, and optimization algorithm. Corresponding author of this paper.)

吴耀华 山东大学现代物流研究中心教授. 主要研究方向为物流系统规划、车辆调度和仓储管理.
E-mail: mike.wu@263.net
(**WU Yao-Hua** Professor at the Logistics Research Center, Shandong University. His research interest covers logistics system planning, vehicle scheduling, and inventory management.)

吕 文 烟台大学数学学院讲师, 山东大学金融数学与金融工程专业博士研究生. 主要研究方向为随机过程、随机分析及在管理科学、金融等领域的应用.
E-mail: llcxw@163.com
(**LV Wen** Lecturer at the School of Mathematics, Yantai University. He is currently a Ph. D. candidate in financial mathematics and financial engineering at Shandong University. His research interest covers stochastic processes, stochastic analysis and their applications in management sciences and finance.)