

RBF 神经网络的结构动态优化设计

乔俊飞¹ 韩红桂¹

摘要 针对径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络的结构设计问题, 提出一种结构动态优化设计方法. 利用敏感度法 (Sensitivity analysis, SA) 分析隐含层神经元的输出加权值对神经网络输出的影响, 以此判断增加或删除 RBF 神经网络隐含层中的神经元, 解决了 RBF 神经网络结构过大或过小的问题, 并给出了神经网络结构动态变化过程中收敛性证明; 利用梯度下降的参数修正算法保证了最终 RBF 网络的精度, 实现了神经网络的结构和参数自校正. 通过对非线性函数的逼近与污水处理过程中关键参数的建模结果, 证明了该动态 RBF 具有良好的自适应能力和逼近能力, 尤其是在泛化能力、最终网络结构等方面较之最小资源神经网络 (Minimal resource allocation networks, MRAN) 与增长和修剪 RBF 神经网络 (Generalized growing and pruning radial basis function, GGAP-RBF) 有较大提高.

关键词 径向基函数神经网络, 动态设计, 动态结构 RBF, 化学需氧量建模

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00865

Optimal Structure Design for RBFNN Structure

QIAO Jun-Fei¹ HAN Hong-Gui¹

Abstract Due to the fact that the conventional radial basis function (RBF) neural network cannot change the structure on-line, a new dynamic structure RBF (D-RBF) neural network is designed in this paper. D-RBF is based on the sensitivity analysis (SA) method to analyze the output values of the hidden nodes for the network output, then the hidden nodes in the RBF neural network can be inserted or pruned. The final structure of D-RBF is not too large or small for the objectives, and the convergence of the dynamic process is investigated in this paper. The grad-descend method for the parameter adjusting ensures the convergence of D-RBF neural network. The structure of the RBF neural network is self-organizing, and the parameters are self-adaptive. In the end, D-RBF is used for the non-linear functions approximation and the non-linear systems modelling. The results show that this proposed D-RBF obtains favorable self-adaptive and approximating ability. Especially, comparisons with the minimal resource allocation networks (MRAN) and the generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) reveal that the proposed algorithm is more effective in generalization and finally neural network structure.

Key words Radial basis function (RBF) neural network, dynamic design, dynamic structure RBF (D-RBF), chemical oxygen demand (COD) modelling

径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络由于其简单的拓扑结构和全局逼近能力, 在模式识别^[1]、信号处理^[2]、非线性系统的建模和控制等方面^[3-4]得到了广泛的应用. 目前, 高斯径向基神经网络最为常见.

RBF 神经网络应用的关键问题是其结构设计问题. 近年来, 相继提出一些 RBF 神经网络结构优

化方法: 1) 进化算法^[5-6], 该算法是基于生物进化原理的搜索算法, 具有很好的鲁棒性和全局搜索能力, 但需要较大的计算代价. 2) 凑试法^[7-8], 该方法主要通过训练和比较不同 RBF 神经网络结构的途径来实现, 因此同样存在计算成本高的问题. 3) 增长删减法, 文献 [9] 提出了一种增长型 RBF 神经网络算法, 该方法能够通过训练底层网络的方法对神经网络隐含层的神经元进行改变. 该方法受初始值的影响较大, 有时最终 RBF 神经网络的性能不稳定, 会遗漏最佳神经网络, 陷入局部最优; 文献 [10] 提出一种删减型 RBF 神经网络算法, 其删减原理是当训练完所有的样本后对神经网络隐含层进行删减, 删减是在训练结束时进行而不是在学习过程中进行的. 因此, 在应用时将受到很大的限制, 不适合实时系统. 近年来, 增长法和修剪法已成为神经网络结构动态设计的主流方向. Lu 等提出了一种最小资源神经网络 (Minimal resource allocation networks, MRAN)^[11], MRAN 利用增长和删

收稿日期 2009-08-27 录用日期 2009-10-23
Manuscript received August 27, 2009; accepted October 23, 2009

国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2007AA04Z160, 2009AA04Z155), 国家自然科学基金 (60674066, 60873043), 教育部博士点基金 (200800050004), 北京市自然科学基金 (4092010) 资助

Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2007AA04Z160, 2009AA04Z155), National Natural Science Foundation of China (60674066, 60873043), the Ph.D. Program Foundation of Ministry of Education of China (20080050004), and Natural Science Foundation of Beijing (4092010)

1. 北京工业大学电子信息与控制工程学院 北京 100124
1. College of Electronic and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124

减策略对 RBF 神经网络拓扑结构进行调整, 最终获得适用于研究对象的最小 RBF 结构, 该方法曾一度成为 RBF 结构动态设计的通用方法^[12]. Huang 等提出了一种增长和修剪 RBF 神经网络 (Generalized growing and pruning radial basis function, GGAP-RBF)^[13], GGAP-RBF 通过顺序学习的方法判断隐含层神经元的重要性, 从而增减神经网络结构, 但是, GGAP-RBF 需要根据全局样本数据设定初始值, 而在实际应用中, 有时并不可能预先获得全局样本数据. 文献 [14] 提出一种基于粒子群优化 (Particle swarm optimization, PSO) 的 RBF 神经网络优化算法, 该方法利用 PSO 同时对 RBF 神经网络的隐含层神经元数和连接权值进行调整, 从而提高整个神经网络的性能. 但是由于 PSO 是一种全局优化算法, 在整个算法训练过程中需要时间较长. Huang 等^[15] 提出一种基于递归正交最小二乘算法 (Recursive orthogonal least square algorithm, ROLSA) 和 PSO 的混杂前向 RBF 神经网络结构优化算法 (Minimum volume covering hyperspheres-recursive orthogonal least square-particle swarm optimization, MVHC-ROLS-PSO), 该方法在学习速度和泛化能力方面较文献 [14] 有一定的提高, 但是该方法参数设置较复杂. Chen 等^[16] 提出一种基于前向正交选择 (Orthogonal forward selection, OFS) 的 RBF 神经网络结构优化算法, 该方法通过留一准则 (Leave-one-out, LOO) 对 RBF 神经元进行选择, 从而确定神经网络的结构, 但是前向正交选择和留一准则 (OFS-LOO) 的参数修改算法—重复加速有利搜索 (Repeated weighted boosting search, RWBS) 算法是一种全局搜索算法, 在很大程度上降低了其整体学习速度. 因此, RBF 神经网络结构优化设计方法仍是一个开放的问题, 尤其是 RBF 神经网络动态结构调整过程的收敛性仍未得到很好解决.

鉴于以上存在的问题, 本文提出了一种基于神经网络输出敏感度法的动态 RBF 神经网络 (Dynamic RBF Neural Network, D-RBF), 解决了 RBF 神经网络结构过大或过小的问题, 并且对结构调整过程及最终网络的收敛性进行了证明. 本文提出的动态 RBF 神经网络能够根据实际系统需要增长或删除神经网络隐含层神经元, 使神经网络具有良好的自适应能力. 利用其对非线性函数逼近和非线性系统建模, 证明了该方法的有效性.

1 动态 RBF 神经网络

1.1 RBF 神经网络

RBF 神经网络主要由输入层、隐含层和输出层组成, RBF 神经网络 (多输入单输出) 的输出可描

述为

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}) \quad (1)$$

其中, K 是隐含层神经元数, $\mathbf{x} (x_1, \dots, x_m)$ 是输入向量, α_k 是第 k 个隐含层神经元与输出层神经元的联结权值, ϕ_k 是第 k 个隐含层神经元的输出, 即:

$$\phi_k(\mathbf{x}) = e^{-\frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k\|^2}{\sigma_k^2}} \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_k$ 是中心, σ_k 是方差. 本文不但修改神经元的参数, 而且修改神经元的个数.

1.2 基于输出敏感度法的 RBF 神经网络

敏感度法 (Sensitivity analysis, SA)^[17] 能够根据模型或系统的输出分析模型或系统中的参数, 尤其是输入对输出的价值, 从而根据期望值对其进行修改, 直到达到期望值. 敏感度法虽然有不同的分析方法^[18-20], 但是基本思想类似. 利用敏感度法的特点对 RBF 神经网络的隐含层神经元输出对神经网络输出的影响进行分析, 分裂对输出影响大的隐含层神经元, 剔除冗余的隐含层神经元, 达到神经网络结构自调整的目的.

RBF 神经网络可以分为两个部分, 第一部分是输入层与隐含层连接, 第二部分是隐含层与输出层连接, 分解结构如图 1 所示. 本文重点研究第二部分的结构调整机制.

隐含层神经元的输出加权值作为敏感度法的输入量, 利用下式计算隐含层神经元输出对神经网络对输出所做的贡献:

$$S_h = \frac{\text{var}_h[E(\mathbf{y}|Z_h = \alpha_h \phi_h(\mathbf{x}))]}{\text{var}(\mathbf{y})} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{Z} = [Z_1, Z_2, \dots, Z_k]$ 是敏感度法的输入向量, \mathbf{y} 是神经网络输出量, \mathbf{y} 与 \mathbf{Z} 的关系可表示为 $\mathbf{y} = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_k)$, $\text{var}_h[E(\mathbf{y}|Z_h = \alpha_h \phi_h(\mathbf{x}))]$ 是 Z_h 等于 $\alpha_h \phi_h$ 时对 \mathbf{y} 方差的影响, $\text{var}(\mathbf{y})$ 是 \mathbf{y} 的方差, S_h 是 $\alpha_h \phi_h$ 对输出 \mathbf{y} 的一阶灵敏度表示. 对输入量 $\alpha_h \phi_h$ 进行傅里叶变换 (其中 $\alpha_h \phi_h$ 的范围是 $[a_h, b_h]$):

$$Z_h = \frac{a_h + b_h}{2} + \frac{b_h - a_h}{\pi} \arcsin(\sin(\omega_h s)) \quad (4)$$

其中, ω_h 是选择的合适的频率, 通过变换, 神经网络输出可以变换为^[17]

$$\mathbf{y} = f(s) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (A \cos(\omega_j s) + B \sin(\omega_j s)) \quad (5)$$

其中, $-\pi < s < \pi$, $A_j = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \cos(\omega_j s) ds$, $B_j = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \sin(\omega_j s) ds$. 从而, 式 (5) 可变换为

$$\text{var}(\mathbf{y}) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (A_j^2 + B_j^2) \quad (6)$$

$$\text{var}_{Z_h}[E(\mathbf{y}|Z_h = \alpha_h \phi_h)] = 2 \sum_{j=1}^{+\infty} (A_{j\omega_h}^2 + B_{j\omega_h}^2) \quad (7)$$

$$S_h = \frac{\sum_{j=1}^{+\infty} (A_{j\omega_h}^2 + B_{j\omega_h}^2)}{\sum_{j=1}^{+\infty} (A_j^2 + B_j^2)} \quad (8)$$

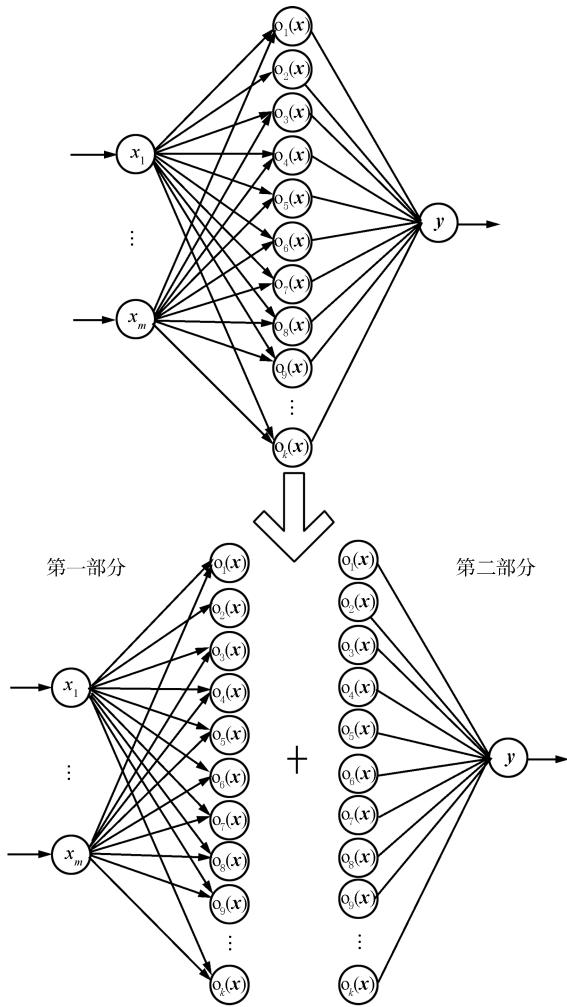


图 1 RBF 神经网络结构分解图

Fig. 1 The structure of RBF neural network

由于该傅里叶变换的输入参数之间不存在相互作用, 为了减少算法迭次数, 可以只取基频上的傅里叶振幅计算灵敏度。

$$T_h = \frac{(A_{k\omega_h}^2 + B_{k\omega_h}^2)}{\sum_{j=1}^{+\infty} (A_j^2 + B_j^2)} \quad (9)$$

对 T_h 归一化处理

$$ST_h = \frac{T_h}{\sum_{i=1}^K T_i} \quad (10)$$

另外, 定义误差函数为 (N 为训练样本数)

$$E = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^N e_j^2 \quad (11)$$

基于输出敏感度法的 RBF 动态神经网络算法的具体步骤如下:

步骤 1. 给定一个隐含层神经元为任意自然数的神经网络进行训练。

步骤 2. 找出每一个隐含层神经元输出的最大值和最小值。

步骤 3. 利用式 (9) 和 (10) 对每一个神经元输出 $\alpha_h \phi_h(\mathbf{x})$ 进行敏感度分析, 计算其对输出的贡献值 ST_h 。

步骤 4. 贡献值 ST_h 最大且大于 ϵ_1 的隐含层神经元进行分裂, 调整神经网络结构; 假设分裂前隐含层神经元数为 K , 运行时刻为 t , 贡献值大于 ϵ_1 的隐含层神经元为 j , 则新增加的神经元 $K + 1$ 的初始参数和神经元 j 的参数为

$$\begin{aligned} \alpha_{K+1}(t) &= \lambda \times \alpha_j(t) \\ \boldsymbol{\mu}_{K+1}(t) &= \boldsymbol{\mu}_j(t) \\ \sigma_{K+1}(t) &= \sigma_j(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \alpha'_j(t) &= (1 - \lambda) \times \alpha_j(t) \\ \boldsymbol{\mu}'_j(t) &= \boldsymbol{\mu}_j(t), \quad \sigma'_j(t) = \sigma_j(t) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, λ 为 (0, 0.3) 中的任意常数 (根据实际需要给定), 结构不变神经元的参数按照式 (16) ~ (18) 调整。

步骤 5. 贡献值 ST_h 小于 ϵ_2 的隐含层神经元进行删除, 调整神经网络结构; 假设运行时刻为 t , 贡献值小于 ϵ_2 的隐含层神经元为 i , 与神经元 i 欧氏距离最近的神经元为 ii , 删除神经元 i , 神经元 ii 的参数为

$$\alpha'_{ii} = \alpha_{ii}(t) = \alpha_i(t) \frac{\phi_i(x)}{\phi_{ii}(x)} \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\mu}'_{ii}(t) = \boldsymbol{\mu}_{ii}(t), \quad \sigma'_{ii}(t) = \sigma_{ii}(t) \quad (15)$$

其他神经元的参数按照式 (16) ~ (18) 调整。

步骤 6. 根据误差目标函数 (11) 来调整神经网络的隐含层神经元的输出权值、中心值和函数宽度 (利用梯度下降算法^[21]):

$$\alpha_i(t + 1) = \alpha_i(t) - \eta_1 ST_i \frac{\partial E}{\partial \alpha_i(t)} \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\mu}_i(t+1) = \boldsymbol{\mu}_i(t) - \eta_2 ST_i \frac{\partial E}{\partial \boldsymbol{\mu}_i(t)} \quad (17)$$

$$\sigma_i(t+1) = \sigma_i(t) - \eta_3 ST_i \frac{\partial E}{\partial \sigma_i(t)} \quad (18)$$

其中, η_1, η_2, η_3 为参数学习步长.

步骤 7. 达到期望误差或计算步骤时停止计算.

算法中不是每次循环运行都判断结构的确定性, 而是每运行一定的步骤以后判断一次, 具体步骤的数目由研究对象的实时性决定. 该算法通过敏感度法, 把时域的问题转换到频域进行研究, 提供了一种研究神经网络结构问题的新方法. 从傅里叶变换的角度看, 频域贡献较大的神经元在时域中也有对应的关系^[20], 反之亦然; 而且由傅里叶变换可知, 在时刻 t 对神经网络隐含层神经元的输出权值的贡献值的计算是时刻 t 之前一段时间的贡献值的综合, 较之一般动态神经网络^[9-16] 以时刻 t 当前值作为判断依据更客观; 通过对神经网络结构的调整, 最终获得的神经网络结构比较紧凑; 而且 ε 的选取一般小于目标误差值.

1.3 收敛性分析

对于动态 RBF 神经网络, 其收敛性关系到最终神经网络的性能, 尤其是增加神经元和删除神经元时, 如果机制选取不当可能会引起整个神经网络最终不收敛; 在此, 给出 D-RBF 神经网络的收敛性证明, 该证明过程主要分为三个部分. 假设在时刻 t 隐含层有 K 个神经元, 当前误差为 $e_K(t)$, 期望误差为 E_d .

1) 结构增长阶段

若在时刻 t 隐含层需要增加神经元 (隐含层神经元 j 需要分裂), 则增加神经元后, RBF 神经网络的输出误差将变为

$$e'_{K+1}(t) = \sum_{k=1}^{K+1} \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) + \alpha_{K+1} \phi_{K+1}(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) \quad (19)$$

由式 (11) 和 (12) 给定的参数调整规则可以得到

$$\alpha'_j \phi_j(\mathbf{x}(t)) + \alpha_{K+1} \phi_{K+1}(\mathbf{x}(t)) = \alpha_j \phi_j(\mathbf{x}(t)) \quad (20)$$

则误差 $e'_{K+1}(t)$ 即为

$$e'_{K+1}(t) = \sum_{k=1, K \neq j}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) + \alpha_j \phi_j(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) = e_K(t) \quad (21)$$

所以, 新增加的神经元并没有对神经网络输出造成突变, 神经网络输出误差与未增加神经元时相等.

2) 结构删减阶段

若在时刻 t 隐含层需要删减神经元 (隐含层神经元为 i 需要删减, 与其欧氏距离最近的神经元为 ii), 则删减神经元后 RBF 神经网络的输出误差将变为:

$$e'_{K-1}(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - \alpha_i \phi_i(\mathbf{x}(t)) \quad (22)$$

根据式 (14) 和 (15) 给定的参数调整规则, 式 (22) 可变为

$$\begin{aligned} e'_{K-1} &= \sum_{k=1, k \neq ii}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - \alpha_i \phi_i(\mathbf{x}(t)) + \alpha'_{ii} \phi'_{ii}(\mathbf{x}(t)) = \\ &= \sum_{k=1, k \neq ii}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - \alpha_i \phi_i(\mathbf{x}(t)) + (\alpha_{ii} + \alpha_i \frac{\phi_i(\mathbf{x}(t))}{\phi_{ii}(\mathbf{x}(t))}) \phi_{ii}(\mathbf{x}(t)) = \\ &= \sum_{k=1, k \neq ii}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) - \alpha_i \phi_i(\mathbf{x}(t)) + \alpha_{ii} \phi_{ii}(\mathbf{x}(t)) + \alpha_i \phi_i(\mathbf{x}(t)) = \\ &= \sum_{k=1, k \neq ii}^K \alpha_k \phi_k(\mathbf{x}(t)) - y_d(t) + \alpha_{ii} \phi_{ii}(\mathbf{x}(t)) = e_K(t) \end{aligned} \quad (23)$$

通过分析可知, 删除神经元也没有对神经网络输出造成突变, 神经网络输出误差与未删减神经元时相等. 结合增长过程与删减过程, RBF 结构调整并没有破坏原来神经网络的收敛性.

3) 结构不变阶段

结构不变阶段神经元的参数按照式 (16)~(18) 调整; 文献 [21] 已经证明, 在 RBF 神经网络结构固定时, 利用上述参数修改算法可以保证最终神经网络的收敛, 并且能够逼近任意非线性函数.

综上所述, 本文提出的基于神经网络输出敏感度法的动态 RBF 神经网络 (D-RBF) 能够保证最终神经网络收敛, 为 D-RBF 的成功应用提供了保障.

2 仿真实验

D-RBF 能够在线修改隐含层神经元的个数, 优化神经网络结构, 得到与研究对象相适应的网络结构, 提高了 RBF 神经网络的性能. 本节利用 D-RBF

对非线性函数进行逼近和对污水处理过程中关键参数化学需氧量 (Chemical oxygen demand, COD) 进行建模, 证明该算法的有效性; 并且与最小资源神经网络 (MRAN)^[11] 以及 GGAP-RBF^[13] 进行比较, 证明该算法的高效性.

2.1 非线性函数逼近

选取非线性函数 SIF 和 RF 为

$$y = x_2^2 + \sin 3x_2 + 2x_1^2 \sin(4x_1) + x_1 \sin 4x_2 \quad (24)$$

$$y = 1.234((x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2) \times (0.75 - (x_1 - 0.5)^2 - (x_2 - 0.5)^2) \quad (25)$$

其中, $-1 < x_1 < 1$, $-1 < x_2 < 1$, 非线性函数 SIF 和 RF 经常用来检测神经网络的性能^[22].

对两个函数分别选取 800 组样本, 400 组用来训练, 另外 400 组用来检测. 初始神经网络的隐含层神经元数是 3, 神经网络结构为 2-3-1, 初始联结权值为任意值, 初始中心给定为 $\mu_k = [-2, 0, 2; -2, 0, 2]$, 初始函数宽度给定为 $\sigma_k = 1$. 在此条件下进行验证, 对 SIF 逼近过程中的神经网络隐含层剩余神经元如图 2 所示, 神经网络对 SIF 的逼近效果如图 3 所示, 误差曲面如图 4 所示. 对 RF 逼近过程中的神经网络隐含层剩余神经元如图 5 所示, 神经网络对 RF 的逼近效果如图 6 所示, 误差曲面如图 7 所示. 与 MRAN 和 GGAP-RBF 的性能 (其初始神经网络结构与 D-RBF 相同, 增长与删减规则与文献 [11] 和 [13] 中给出的相同) 比较如表 1 所示.

图 2 和图 5 给出了训练过程中神经网络所剩余的神经元, 可以发现动态 RBF 神经网络 (D-RBF) 结构调整平稳, 达到期望误差时结构最紧凑, 图 3 和图 6 显示训练后该神经网络能够很好地逼近上述两种非线性函数, D-RBF 网络输出值与函数值基本重合, 具有很高的逼近能力. 图 4 和图 7 分别给出了 D-RBF 神经网络逼近效果的误差曲面, 其检测误差小于 0.015. 表 1 给出了 D-RBF 与 MRAN、GGAP-RBF 详细的比较结果, 在相同的初始条件下, 在达到相同的期望误差时 MRAN 所需的训练时间比 D-RBF 多; MRAN 与 GGAP-RBF 训练后的神经网络比 D-RBF 的复杂, 因此, 存储空间也就相应增加. 另外, 在利用训练后的神经网络进行函数逼近时, MRAN 与 GGAP-RBF 训练后的神经网络的检测误差也比 D-RBF 大; D-RBF 神经网络不但具有简单的网络结构, 而且具有较强的非线性函数逼近能力.

2.2 非线性系统建模

污水处理过程由于进水流量、水质成份及污染浓度波动剧烈, 系统总是运行在非平稳状态. 本文利

用 D-RBF 对污水处理过程中关键参数化学需氧量 (COD) 进行建模, COD 反映有机污染的程度, 是污水处理过程中一个非常关键的参数.

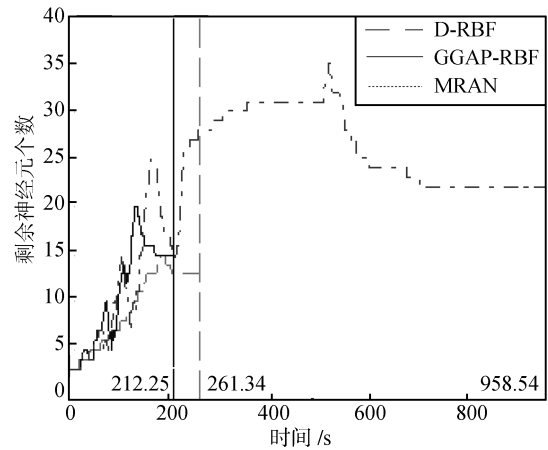


图 2 对 SIF 逼近过程中剩余神经元个数

Fig. 2 The neurons left in the learning process of SIF

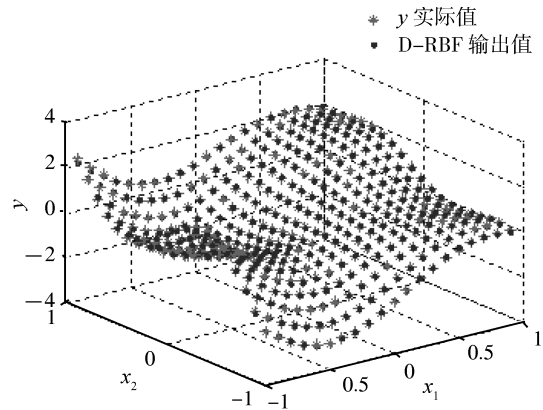


图 3 D-RBF 对 SIF 的逼近效果

Fig. 3 The approximating results of SIF by D-RBF

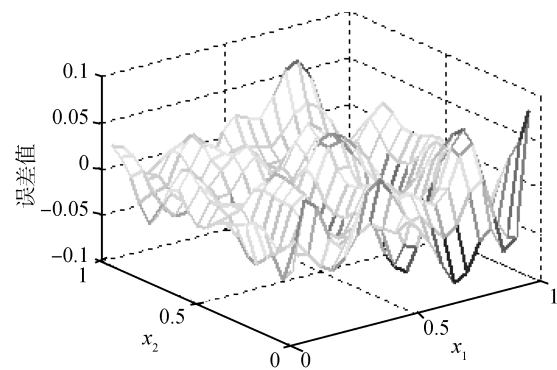


图 4 D-RBF 对 SIF 逼近的误差曲面

Fig. 4 The approximating errors of SIF by D-RBF

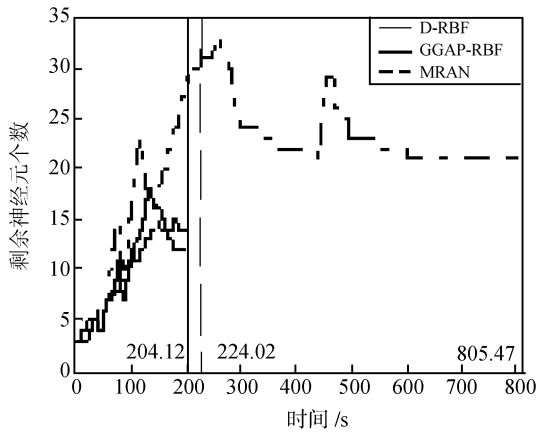


图 5 对 RF 逼近过程中剩余神经元个数
Fig. 5 The neurons left in the learning process (RF)

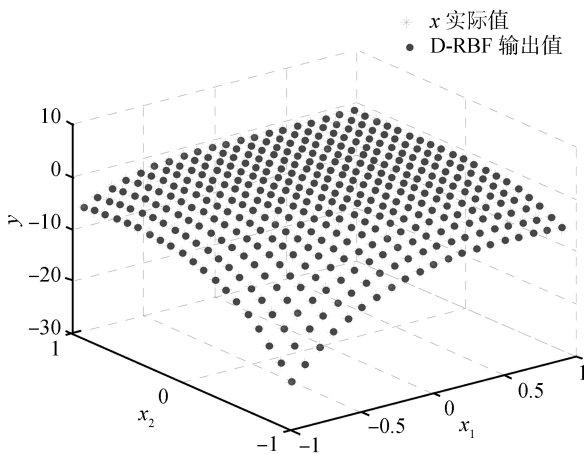


图 6 D-RBF 对 RF 的逼近效果
Fig. 6 The approximating results of RF by D-RBF

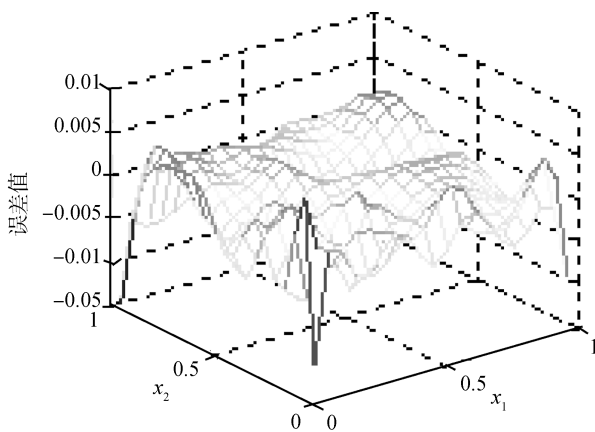


图 7 D-RBF 对 RF 逼近的误差曲面
Fig. 7 The approximating error of RF by D-RBF

表 1 三种算法性能比较
Table 1 Comparison of the three algorithms

函数	算法	期望误差	检测误差	最终网络	
				(隐含层)	(s)
SIF	D-RBF	0.01	0.0141	13	261.34
SIF	MRAN	0.01	0.0211	22	958.54
SIF	GGAP-RBF	0.01	0.0172	15	212.25
RF	D-RBF	0.01	0.0123	12	224.02
RF	MRAN	0.01	0.0186	21	805.47
RF	GGAP-RBF	0.01	0.0152	14	204.12

依据国际水质学会给出的活性污泥法污水处理 ASM1^[23] 模型, 进水中总 COD 的组成如下:

$$COD = S_S + X_S + X_I + S_I \quad (26)$$

其中, S_S 为易生物降解基质, X_S 为慢速可生物降解基质, X_I 为颗粒性惰性有机物质, S_I 为可溶性惰性有机物质.

ASM1 模型中各组分的物料平衡方程如下^[23]:

$$\begin{aligned} \frac{dS_S}{dt} = & \left(-\frac{1}{Y_h}\right) \hat{u}_H \left(\frac{S_S}{K_S + S_S}\right) \left(\frac{S_O}{K_{O,H}} + S_O\right) \times \\ & X_{BH} + k_h \left(\frac{\frac{X_S}{X_{BH}}}{K_X + \frac{X_S}{X_{BH}}}\right) \times \\ & \left(\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}\right) X_{BH} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{dX_S}{dt} = & (1 - f_p) b_H X_{BH} - k_h \left(\frac{\frac{X_S}{X_{BH}}}{K_X + \frac{X_S}{X_{BH}}}\right) \times \\ & \left(\frac{S_O}{K_{O,H} + S_O}\right) X_{BH} \end{aligned} \quad (28)$$

取 S_S 、 X_S 和 X_I 为输入量, COD 作为输出变量, 建立初始网络结构为 3-3-1 的 RBF 神经网络进行建模. 为了检验 COD 模型的准确性, 本文采用北京某污水处理厂 2006 年全年日报表数据进行仿真, 剔除异常数据和标准化预处理, 得到 330 组数据, 利用 8 月至 10 月的 92 组数据进行测试, 其余 238 组数据进行训练, 实际水温在 20°C 左右, 本仿真系统的化学计量学和动力学参数取 ASM1 中 20°C 时的

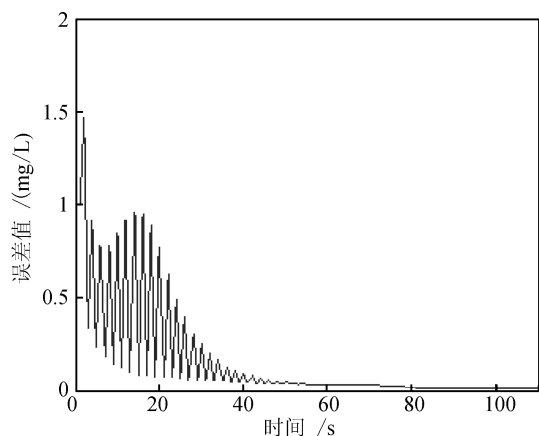


图 8 D-RBF 神经网络训练过程

Fig.8 The training process of D-RBF

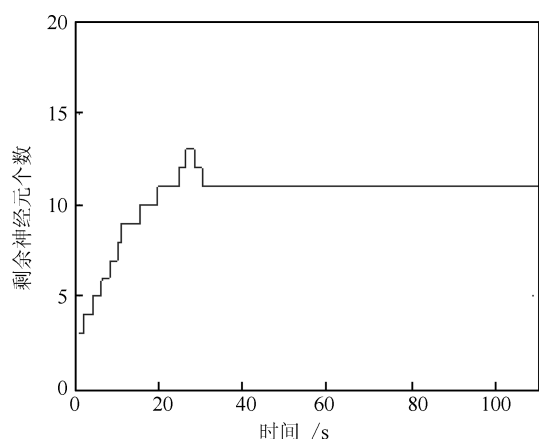


图 9 训练过程中神经元数

Fig.9 The neurons left in the training process

推荐值. 训练过程中误差变化如图 8 所示, 训练过程中隐含层神经元的变化如图 9 所示, 对 COD 的建模结果如图 10 和图 11 所示.

仿真结果表明: 原水中的有机污染物 (COD 约 300~500 mg/L) 得到有效去除 (出水负荷 COD 在不同的时刻都能保持在 30 mg/L 左右), 图 10 和图 11 显示实测 COD 值与本模型的输出值基本吻合, 相对误差小于 0.02, 证明该模型是有效的.

3 结论

针对 RBF 神经网络设计结构问题, 提出了一种基于输出敏感度法的动态 RBF 神经网络 (D-RBF), D-RBF 在保证神经网络收敛性能的前提下实现结构在线调整, 提高神经网络的自适应能力; 通过逼近非线性函数和对非线性系统关键参数进行建模, 以及与其他动态 RBF 神经网络进行比较, 得到以下结论:

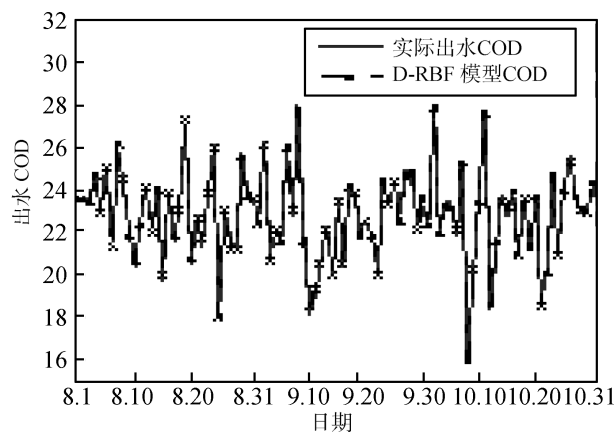


图 10 基于 D-RBF 的 COD 建模结果

Fig.10 The modelling of COD based on D-RBF

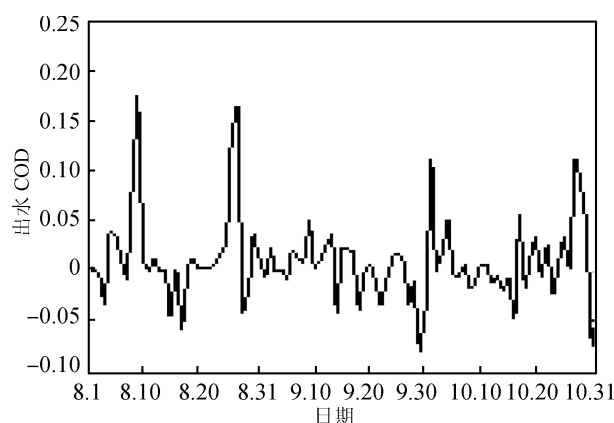


图 11 基于 D-RBF 的 COD 建模误差

Fig.11 The modelling errors of COD based on D-RBF

1) 不依赖于 RBF 网络的初始结构, 能够根据实际对象调整 RBF 神经网络, 获得适合对象的 RBF 神经网络;

2) 通过神经网络输出敏感度增加和删除 RBF 神经网络中的神经元, 最终获得的 RBF 神经网络结构简洁, 逼近能力强;

3) 本文提出的 D-RBF 神经网络结构稳定, 为复杂系统建模提供了技术支持.

References

- 1 Ye Jian, Ge Lin-Dong, Wu Yue-Xian. An application of improved RBF neural network in modulation recognition. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(6): 652-654 (叶健, 葛临东, 吴月娴. 一种优化的 RBF 神经网络在调制识别中的应用. *自动化学报*, 2007, **33**(6): 652-654)
- 2 Chen S, Wang X X, Brown D J. Sparse incremental regression modeling using correlation criterion with boosting search. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, **12**(3): 198-201
- 3 Chen S, Wolfgang A, Harris C J, Hanzo L. Symmetric RBF

- classifier for nonlinear detection in multiple-antenna-aided systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(5): 737–745
- 4 Chai Tian-You, Wang Xiao-Bo. Application of RBF neural networks in control system of the slab accelerating cooling process. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(2): 219–225 (柴天佑, 王笑波. RBF 神经网络在加速冷却控制系统中的应用. *自动化学报*, 2000, **26**(2): 219–225)
- 5 Gonzalez J, Rojas I, Ortega J, Pomares H, Fernandez F J, Diaz A F. Multi-objective evolutionary optimization of the size, shape, and position parameters of radial basis function networks for function approximation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, **14**(6): 1478–1495
- 6 Leung F H F, Lam H K, Ling S H, Tam P K S. Tuning of the structure and parameters of a neural network using an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, **14**(1): 79–88
- 7 Bors A G, Pitas I. Median radial basis function neural network. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1996, **7**(6): 1351–1364
- 8 Yin H, Allinson N M. Self-organizing mixture networks for probability density estimation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, **12**(2): 405–411
- 9 Esposito A, Marinaro M, Oricchio D, Scarpetta S. Approximation of continuous and discontinuous mappings by a growing neural RBF-based algorithm. *Neural Networks*, 2000, **13**(6): 651–665
- 10 Fu X J, Wang L P. Data dimensionality reduction with application to simplifying RBF network structure and improving classification performance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2003, **33**(3): 399–409
- 11 Lu Y W, Sundararajan N, Saratchandran P. A sequential learning scheme for function approximation using minimal radial basis function (RBF) neural networks. *Neural Computation*, 1997, **9**(2): 461–478
- 12 Panchapakesan C, Palaniswami M, Ralph D, Manzie C. Effects of moving the centers in an RBF network. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, **13**(6): 1299–1307
- 13 Huang G B, Saratchandran P, Sundararajan N. A generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) neural network for function approximation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 57–67
- 14 Feng H M. Self-generation RBFNs using evolutionary PSO learning. *Neurocomputing*, 2006, **70**(1-3): 241–251
- 15 Huang D S, Du J X. A constructive hybrid structure optimization methodology for radial basis probabilistic neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(12): 2099–2115
- 16 Chen S, Hong X, Luk B L, Harris C J. Construction of tunable radial basis function networks using orthogonal forward selection. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2009, **39**(2): 457–466
- 17 Saltelli A, Ratto M, Tarantola S, Campolongo F. Sensitivity analysis practices: strategies for model-based inference. *Reliability Engineering and Systems Safety*, 2006, **91**(10-11): 1109–1125
- 18 Ratto M, Tarantola S, Saltelli A. Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. *Computer Physics Communications*, 2001, **136**(3): 212–224
- 19 Cariboni J, Gatelli D, Liska R, Saltelli A. The role of sensitivity analysis in ecological modeling. *Ecological Modelling*, 2007, **203**(1-2): 167–182
- 20 Campolongo F, Cariboni J, Saltelli A. An effective screening design for sensitivity analysis of large models. *Environmental Modelling and Software*, 2007, **22**(10): 1509–1518
- 21 Buzzi C, Grippo L, Sciandrone M. Convergent decomposition techniques for training RBF neural networks. *Neural Computation*, 2001, **13**(8): 1891–1920
- 22 Liu Y Y, Starzyk J A, Zhu Z. Optimized approximation algorithm in neural networks without overfitting. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, **19**(6): 983–995
- 23 Henze M, Grady C P L, Gujer W, Marais G V R, Matsuo T. A general model for single-sludge wastewater treatment systems. *Water Research*, 1987, **21**(5): 505–515



乔俊飞 北京工业大学教授. 主要研究方向为智能控制, 神经网络分析与设计.
E-mail: junfeq@bjut.edu.cn
(QIAO Jun-Fei Professor at Beijing University of Technology. His research interest covers intelligent control, and analysis and design of neural networks.)



韩红桂 北京工业大学博士研究生. 主要研究方向为复杂过程建模与控制, 神经网络分析与设计. 本文通信作者.
E-mail: isibox@sina.com
(HAN Hong-Gui Ph.D. candidate at Beijing University of Technology. His research interest covers modeling and control in complex process, and analysis and design of neural networks. Corresponding author of this paper.)