

# 基于故障诊断观测器的输出反馈容错控制设计

张柯<sup>1</sup> 姜斌<sup>1</sup>

**摘要** 针对自适应故障诊断观测器需要误差系统满足苛刻的严格正实条件 (Strictly positive real, SPR) 和难于处理输出存在扰动的不确定性系统等问题, 提出了一种新型的增广故障诊断观测器的设计方法, 不仅显著地拓宽了自适应故障诊断观测器的适用范围, 而且其具有处理系统扰动的良好性能. 在故障估计的基础上, 提出了动态输出反馈容错控制的设计方法, 避免了基于观测器的状态反馈容错控制的设计难点. 同时, 故障诊断观测器和输出反馈容错控制是分开设计的, 并且又考虑了各自的性能, 简化了设计过程. 最后, 通过仿真实验验证了所提方法的有效性.

**关键词** 故障诊断, 容错控制, 自适应观测器, 输出反馈控制, 线性矩阵不等式

**DOI** 10.3724/SP.J.1004.2010.00274

## Fault Diagnosis Observer-based Output Feedback Fault Tolerant Control Design

ZHANG Ke<sup>1</sup> JIANG Bin<sup>1</sup>

**Abstract** For adaptive fault diagnosis observer design, the error dynamics is needed to satisfy the strictly positive real (SPR) condition, and uncertain systems containing output disturbances cannot be dealt with well. So a novel augmented fault diagnosis observer design is proposed not only to broaden application scopes of adaptive fault diagnosis observer evidently, but also to cope with system disturbances well. Then, based on the obtained fault information, a dynamical output feedback fault tolerant control design is proposed to avoid design difficulties caused by observer-based state feedback fault tolerant control. Meanwhile, the fault diagnosis observer and output feedback fault tolerant controller are designed separately and their performances are considered simultaneously to simplify design procedures. Finally, simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed method.

**Key words** Fault diagnosis, fault tolerant control, adaptive observer, output feedback control, linear matrix inequality (LMI)

由于对实际工业过程控制系统安全性与可靠性的要求日益提高, 故障诊断与容错控制的研究受到越来越多的关注, 因此对于故障诊断和容错控制的研究具有重大的现实意义, 在过去的二十年中一直是一个研究热点<sup>[1-3]</sup>. 其中, 基于各种观测器故障诊断与容错控制方法则是一个重要的研究方向, 而且很多基于观测器的故障诊断方法已经被成功地应用到一些实际系统中<sup>[4-7]</sup>.

鉴于自适应观测器具有设计简单易于实现的优点, 在理论和实际上都予以了高度重视, 近十几年取得了一系列的研究成果<sup>[8-11]</sup>. 它的一个显著特点是在系统发生故障时, 通过自适应故障诊断观测器

能够将系统的状态向量和发生的故障同时估计出来, 尤其适用于很多的状态向量不完全可测量的一些实际系统. 但是, 自适应故障诊断观测器通常仅适用于发生定值故障的系统<sup>[8-9]</sup>, 同时它也不能很好地处理输出存在扰动的不确定性系统<sup>[10-11]</sup>. 经过研究发现, 并不是所有的系统均可以用自适应故障诊断观测器进行故障检测和估计, 它存在着一定的适用范围, 而这个适用范围在文献 [8-11] 中均没有明确给出, 这就为自适应故障诊断观测器参数的求解带来了很大的困难. 最近, 文献 [12] 指出了自适应故障诊断观测器需要满足一定的必要条件, 这就进一步明确了它的适用范围. 但是, 正是这个条件又严格限制了它的应用. 因此如何在保留自适应故障诊断观测器能够将状态向量和发生的故障同时估计出来优点的情况下, 拓宽它的适用范围将是本文的研究重点.

针对以上分析, 本文在自适应故障诊断观测器设计的基础上<sup>[8-11]</sup>, 提出了一种新型的增广故障诊断观测器的设计方法. 这种观测器设计不仅保留了自适应故障诊断观测器可以将系统的状态向量和发生的故障同时估计出来的特点, 而且比其具有更广的适用范围. 进一步设计了动态输出反馈容错控制

收稿日期 2008-11-14 录用日期 2009-06-08  
Manuscript received November 14, 2008; accepted June 8, 2009  
国家自然科学基金 (60811120024), 江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目 (CX08B.090Z), 南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金 (BCXJ08-03) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60811120024), Graduate Research and Innovation Project of Jiangsu Province (CX08B.090Z), and Doctoral Dissertation Innovation and Excellence Foundation of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics (BCXJ08-03)  
1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016  
1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

器, 有效地避免了基于观测器的状态反馈容错控制器的设计难点. 与此同时, 本文将观测器和输出反馈容错控制器分开设计, 同时又考虑了各自的性能, 简化了设计过程. 最后通过某型垂直起降飞行器控制系统的仿真实验验证了所提方法的有效性.

## 1 问题描述

### 1.1 系统描述

考虑如下系统<sup>[1]</sup>

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) + E\mathbf{f}(t) + D_1\boldsymbol{\omega}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D_2\boldsymbol{\omega}(t) \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$  和  $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^p$  分别为系统的状态向量, 输入向量和输出向量.  $\boldsymbol{\omega}(t) \in \mathbf{R}^d$  是扰动输入向量且  $\boldsymbol{\omega}(t) \in L_2[0, T)$ ,  $\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^r$  表示系统的执行器故障.  $A, B, E, C, D_1$  和  $D_2$  是已知的适维矩阵,  $E$  是列满秩矩阵.

为了检测和估计故障, 设计如下故障诊断观测器

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A\hat{\mathbf{x}}(t) + B\mathbf{u}(t) + E\hat{\mathbf{f}}(t) - L(\hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t)) \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = C\hat{\mathbf{x}}(t) \quad (4)$$

其中,  $\hat{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^n$  和  $\hat{\mathbf{y}}(t) \in \mathbf{R}^p$  分别是观测器的状态向量和输出向量,  $\hat{\mathbf{f}}(t) \in \mathbf{R}^r$  是故障的估计值, 适维矩阵  $L$  是待设计的观测器增益矩阵.

定义

$$\mathbf{e}_x(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$$

$$\mathbf{e}_f(t) = \hat{\mathbf{f}}(t) - \mathbf{f}(t)$$

$$\mathbf{e}_y(t) = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t)$$

则误差动态方程表示为

$$\dot{\mathbf{e}}_x(t) = (A - LC)\mathbf{e}_x(t) + E\mathbf{e}_f(t) + (LD_2 - D_1)\boldsymbol{\omega}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{e}_y(t) = C\mathbf{e}_x(t) - D_2\boldsymbol{\omega}(t) \quad (6)$$

### 1.2 自适应故障诊断观测器设计

首先给出自适应故障诊断观测器的设计方法<sup>[8-10]</sup>. 这种观测器的故障估计算法假定故障类型为定值故障, 即  $\dot{\mathbf{f}}(t) = 0$ , 则故障估计误差对时间的导数为

$$\dot{\mathbf{e}}_f(t) = \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) \quad (7)$$

**引理 1.** 假设  $D_2 = 0$ , 对于一个给定的标量  $\gamma > 0$ , 当系统发生定值故障时, 如果存在一个对

称正定矩阵  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$  以及矩阵  $Y \in \mathbf{R}^{n \times p}$  和  $F \in \mathbf{R}^{r \times p}$  满足

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & -PD_1 & C^T \\ * & -\gamma I_d & 0 \\ * & * & -\gamma I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$E^T P = FC \quad (9)$$

则自适应故障估计算法

$$\dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = -\Gamma F \mathbf{e}_y(t) \quad (10)$$

可使得状态估计误差和故障估计误差鲁棒稳定, 并且满足  $\|\mathbf{e}_y(t)\|_2 < \gamma \|\boldsymbol{\omega}(t)\|_2$ , 其中,  $Y = PL$ ,  $\phi_{11} = PA + A^T P - YC - C^T Y^T$ ,  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  是自适应学习率.

**证明.** 选取如下形式的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \mathbf{e}_x^T(t) P \mathbf{e}_x(t) + \mathbf{e}_f^T(t) \Gamma^{-1} \mathbf{e}_f(t) \quad (11)$$

取其对时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \mathbf{e}_x^T(t) (P(A - LC) + (A - LC)^T P) \mathbf{e}_x(t) + \\ & 2\mathbf{e}_x^T(t) P E \mathbf{e}_f(t) + \\ & 2\mathbf{e}_x^T(t) P (LD_2 - D_1) \boldsymbol{\omega}(t) - \\ & 2\mathbf{e}_f^T(t) F C \mathbf{e}_x(t) + 2\mathbf{e}_f^T(t) F D_2 \boldsymbol{\omega}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

由式 (9) 可得

$$2\mathbf{e}_x^T(t) P E \mathbf{e}_f(t) = 2\mathbf{e}_f^T F C \mathbf{e}_x(t) \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (12), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \mathbf{e}_x^T(t) (P(A - LC) + (A - LC)^T P) \mathbf{e}_x(t) + \\ & 2\mathbf{e}_x^T(t) P (LD_2 - D_1) \boldsymbol{\omega}(t) + \\ & 2\mathbf{e}_f^T(t) F D_2 \boldsymbol{\omega}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

定义

$$J = \int_0^T \frac{1}{\gamma} \mathbf{e}_y^T(t) \mathbf{e}_y(t) - \gamma \boldsymbol{\omega}^T(t) \boldsymbol{\omega}(t) dt \quad (15)$$

在零初始条件下, 假设  $D_2 = 0$ , 则

$$J \leq \int_0^T \boldsymbol{\zeta}^T(t) \Pi \boldsymbol{\zeta}(t) dt \quad (16)$$

其中,

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \boldsymbol{\omega}(t) \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \phi_{11} + \frac{1}{\gamma} C^T C & -PD_1 \\ * & -\gamma I_d \end{bmatrix}$$

若式 (8) 成立, 应用 Schur 补引理, 可得到  $\Pi < 0$ . 因此, 根据 LaSalle 不变集原理<sup>[13]</sup>, 可得状态估计误差和故障估计误差是稳定的, 并且满足  $\|\mathbf{e}_y(t)\|_2 < \gamma\|\boldsymbol{\omega}(t)\|_2$ .  $\square$

其次, 给出如下的假设和引理.

**假设 1.**  $\text{rank}(CE) = r$  和  $(A, E, C)$  的不变零点是稳定的.

**引理 2**<sup>[12]</sup>. 假设 1 成立的充分必要条件是存在对称正定矩阵  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$  以及矩阵  $L \in \mathbf{R}^{n \times p}$  和  $F \in \mathbf{R}^{r \times p}$  满足式 (9) 和

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P < 0 \quad (17)$$

**注 1.** 由文献 [12] 可知, 假设 1 表示误差动态系统  $(A, E, C)$  要满足严格正实 (Strictly positive real, SPR) 条件. 从引理 1 中的条件可以看出, 式 (17) 位于式 (8) 的 (1,1) 位置, 同时式 (8) 在证明的过程中也已用到, 因此可知假设 1 是引理 1 成立的必要条件. 虽然引理 2 指出了自适应故障诊断观测器的应用范围, 但假设 1 非常苛刻, 因此引理 2 又严格限制了它的适用范围.

**注 2.** 从引理 1 的条件可以看出, 式 (8) 和 (9) 并不包含自适应学习率  $\Gamma$ , 即自适应学习率  $\Gamma$  是独立于  $H_\infty$  性能指标的, 故不同的自适应学习率可能对状态和故障估计性能产生不同的影响, 特别是可能会放大系统的输出扰动对故障估计性能的影响. 同时, 对自适应学习率  $\Gamma$  的选取目前还没有一个统一的标准, 故对其选取的随意性较大. 因此, 自适应故障诊断观测器在处理这类不确定性系统时具有一定的困难.

## 2 增广故障诊断观测器的设计

针对上述问题, 基于自适应故障诊断观测器提出了一种新型的增广故障诊断观测器, 下面给出它的设计方法.

基于自适应故障估计算法 (10), 将自适应学习率  $\Gamma$  去掉, 可得

$$\dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = -F\mathbf{e}_y(t) \quad (18)$$

在这里考虑的是时变故障, 即  $\dot{\mathbf{f}}(t) \neq \mathbf{0}$ , 故障估计误差对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_f(t) &= \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) - \dot{\mathbf{f}}(t) = \\ &= -F\mathbf{C}\mathbf{e}_x(t) + FD_2\boldsymbol{\omega}(t) - \dot{\mathbf{f}}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

由式 (5) 和 (19) 可以构造如下增广误差系统

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\bar{\mathbf{e}}(t) + (\bar{L}\bar{D}_2 - \bar{D}_1)\boldsymbol{\nu}(t) \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{e}}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\nu}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \dot{\mathbf{f}}(t) \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{L} &= \begin{bmatrix} L \\ F \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_1 = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} \\ \bar{D}_2 &= \begin{bmatrix} D_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

在这里, 假设故障的导数满足  $\dot{\mathbf{f}}(t) \in L_2[0, T]$ . 对于式 (20), 我们给出如下的多目标约束的设计方法.

**定理 1.** 对于给定的标量  $\gamma, \alpha > 0$ , 如果存在一个对称正定矩阵  $\bar{P} \in \mathbf{R}^{(n+r) \times (n+r)}$  和矩阵  $\bar{Y} \in \mathbf{R}^{(n+r) \times p}$  满足

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \bar{Y}\bar{D}_2 - \bar{P}\bar{D}_1 & I_{n+r} \\ * & -\gamma I_{d+r} & 0 \\ * & * & -\gamma I_{n+r} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T\bar{P} - \bar{Y}\bar{C} - \bar{C}^T\bar{Y}^T + 2\alpha\bar{P} < 0 \quad (22)$$

则增广故障诊断观测器可使得状态估计误差和故障估计误差以  $\alpha$  稳定裕度指数收敛, 并且满足  $\|\bar{\mathbf{e}}(t)\|_2 < \gamma\|\boldsymbol{\nu}(t)\|_2$ , 其中,  $\bar{Y} = \bar{P}\bar{L}$ ,  $\varphi_{11} = \bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T\bar{P} - \bar{Y}\bar{C} - \bar{C}^T\bar{Y}^T$ .

**证明.** 根据有界实引理和区域极点配置理论可以分别得到式 (21) 和 (22), 证明过程在此省略.  $\square$

**注 3.** 从式 (20) 可知, 若不考虑  $\boldsymbol{\nu}(t)$  项, 根据线性系统理论, 这种增广故障诊断观测器存在的充分必要条件为  $(\bar{A}, \bar{C})$  是可检测的, 因此引理 1 中严格的条件就得到了放松.

**注 4.** 从另外一个角度来审视这个问题. 通过比较引理 1 和定理 1 的证明过程, 可以看出在自适应故障诊断观测器设计方法中定义的 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}$$

这个 Lyapunov 矩阵是一个对角矩阵, 是一种特殊的情况. 在引理 1 的证明中, 由于 Lyapunov 函数对时间的导数中缺少  $\mathbf{e}_f(t)$  的二次项, 故要求等式 (9) 成立使得  $2\mathbf{e}_x^T(t)PE\mathbf{e}_f(t)$  和  $2\mathbf{e}_f^T(t)FC\mathbf{e}_x(t)$  两项相消; 再令  $D_2 = 0$ , 消去含有  $\mathbf{e}_f(t)$  的项, 用式 (8) 确保误差动态方程在故障估计算法 (10) 下是收敛的. 同时, 缺少  $\mathbf{e}_f(t)$  的二次项也是使得引理 1 仅能处理定值故障的主要原因.

而在定理 1 的证明中定义的 Lyapunov 矩阵并非对角阵, 而是一般的情况, 即

$$V(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}$$

其中,  $P_{11}$ ,  $P_{12}$  和  $P_{22}$  是  $\bar{P}$  的适维分解矩阵. 这样就充分利用了系统的信息, 使得 Lyapunov 函数对时间的导数中仍然含有  $\mathbf{e}_f(t)$  的二次项, 因此不再需要满足严格的等式约束条件式 (9) 和  $D_2 = 0$ . 特别注意的是引理 1 还可以视为定理 1 的一个特例.

**注 5.** 由于故障估计算法 (18) 不包含自适应学习率  $\Gamma$ , 因此在定理 1 中引入了  $\alpha$  稳定裕度来改善状态估计和故障估计的性能. 另外, 还可以引入垂直条状区域, 圆盘和扇形区域等来改善故障估计的性能<sup>[4]</sup>, 但这并不是本文的研究重点, 因此在这里只引入了  $\alpha$  稳定裕度. 从定理 1 可以看出, 待设计矩阵均包含在式 (21) 和 (22) 中, 这样就可以确保满足给定的  $H_\infty$  性能指标.

### 3 容错控制器的设计

基于获得的在线故障估计信息, 下面设计容错控制使得系统在出现故障时可确保系统的稳定性. 首先给出如下假设.

**假设 2.**  $\text{rank}(B, E) = \text{rank}(B)$ .

由文献 [15] 可知, 假设 2 相当于存在一个矩阵  $B^* \in \mathbf{R}^{m \times n}$  使得

$$(I_n - BB^*)E = 0 \quad (23)$$

当系统的状态变量不可测时, 就需要设计输出反馈控制器. 最常用的两种输出反馈控制方法是基于观测器的状态反馈控制和动态输出反馈控制.

#### 3.1 基于故障诊断观测器的状态反馈容错控制

由于设计的增广故障诊断观测器可以将状态向量和故障向量同时估计出来, 所以基于故障诊断观测器的状态反馈容错控制设计为

$$\mathbf{u}(t) = -K\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{r}(t) - B^*E\hat{\mathbf{f}}(t) \quad (24)$$

其中,  $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$  是状态反馈矩阵,  $\mathbf{r}(t) \in \mathbf{R}^m$  是参考输入.

令参考输入  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}$ , 将式 (24) 代入到式 (1),

可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A\mathbf{x}(t) - BK\hat{\mathbf{x}}(t) - BB^*E\hat{\mathbf{f}}(t) + \\ &E\mathbf{f}(t) + D_1\boldsymbol{\omega}(t) = \\ &(A - BK)\mathbf{x}(t) - BK\mathbf{e}_x(t) + \\ &(I_n - BB^*)E\hat{\mathbf{f}}(t) - E\mathbf{e}_f(t) + D_1\boldsymbol{\omega}(t) = \\ &(A - BK)\mathbf{x}(t) + [-BK \quad -E \quad D_1]\boldsymbol{\eta}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $\boldsymbol{\eta}(t) = [\mathbf{e}_x^T(t) \quad \mathbf{e}_f^T(t) \quad \boldsymbol{\omega}^T(t)]^T$ .

**引理 3.** 对于一个给定的标量  $\gamma > 0$ , 当且仅当存在一个对称正定矩阵  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$  和矩阵  $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$  满足

$$\begin{bmatrix} \psi_{11} & -BK & -E & D_1 & P \\ * & -\gamma I_n & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I_r & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma I_d & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

则基于故障诊断观测器的状态反馈控制可使系统状态鲁棒稳定, 满足  $\|\mathbf{x}(t)\|_2 < \gamma\|\boldsymbol{\eta}(t)\|_2$ , 其中,  $\psi_{11} = (A - BK)P + P(A - BK)^T$ .

**证明.** 引理 3 的证明可根据有界实引理得到, 在此省略.  $\square$

**注 6.** 依据鲁棒  $H_\infty$  控制理论设计状态反馈矩阵  $K$  抑制  $\boldsymbol{\eta}(t)$  对系统性能的影响. 在式 (26) 中, 由于 (1,1) 位置处的两变量  $K, P$  相乘, 通常要定义新的变量  $W = KP$  来进行求解. 但是, 在这里采用的是基于观测器的状态反馈,  $\boldsymbol{\eta}(t)$  前面的系数矩阵同时也包含着状态反馈矩阵  $K$ , 使得式 (26) 中 (1,2) 位置存在矩阵, 这就使得式 (26) 不再是线性矩阵不等式, 因此这就给容错控制器的设计和计算带来了一定的困难.

#### 3.2 基于故障诊断观测器的动态输出反馈容错控制

为了克服上述基于观测器的状态反馈容错控制器的设计难点, 下面我们给出动态输出反馈容错控制的设计方法.

基于故障诊断观测器的全阶动态输出反馈容错控制器为

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = A_K\boldsymbol{\xi}(t) + B_K\mathbf{y}(t) \quad (27)$$

$$\mathbf{u}(t) = C_K\boldsymbol{\xi}(t) + D_K\mathbf{y}(t) + \mathbf{r}(t) - B^*E\hat{\mathbf{f}}(t) \quad (28)$$

其中,  $\boldsymbol{\xi}(t) \in \mathbf{R}^n$  是控制器的状态向量,  $A_K, B_K, C_K$  和  $D_K$  是适维的待设计的控制器参数矩阵.

令参考输入  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}$ , 将式 (27) 和 (28) 代入式 (1), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) = & A\mathbf{x}(t) + BC_K\boldsymbol{\xi}(t) + BD_KC\mathbf{x}(t) + \\ & BD_KD_2\boldsymbol{\omega}(t) - BB^*E\hat{\mathbf{f}}(t) + \\ & E\mathbf{f}(t) + D_1\boldsymbol{\omega}(t) = \\ & (A + BD_KC)\mathbf{x}(t) + BC_K\boldsymbol{\xi}(t) - \\ & E\mathbf{e}_f(t) + (D_1 + BD_KD_2)\boldsymbol{\omega}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

由式 (27) 和 (29) 可得如下的增广系统

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{D}\boldsymbol{\mu}(t) \quad (30)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(t) = & \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix}, \tilde{A} = \begin{bmatrix} A + BD_KC & BC_K \\ B_KC & A_K \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\mu}(t) = & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \mathbf{e}_f(t) \end{bmatrix}, \tilde{D} = \begin{bmatrix} D_1 + BD_KD_2 & -E \\ B_KD_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**定理 2.** 对于一个给定的标量  $\gamma > 0$ , 当且仅当存在对称正定矩阵  $X, Y \in \mathbf{R}^{n \times n}$  和矩阵  $\hat{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \hat{B} \in \mathbf{R}^{n \times p}, \hat{C} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  和  $\hat{D} \in \mathbf{R}^{m \times p}$  满足

$$\begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & D_1 + B\hat{D}D_2 & -E & X \\ * & \pi_{22} & YD_1 + \hat{B}D_2 & -YE & I_n \\ * & * & -\gamma I_d & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma I_r & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

则基于故障诊断观测器的动态输出反馈容错控制器可使系统状态鲁棒稳定, 满足  $\|\mathbf{x}(t)\|_2 < \gamma\|\boldsymbol{\mu}(t)\|_2$ , 其中,  $\pi_{11} = AX + XA^T + B\hat{C} + \hat{C}^TB^T$ ,  $\pi_{12} = \hat{A}^T + A + B\hat{D}C$ ,  $\pi_{22} = YA + A^TY + \hat{B}C + C^T\hat{B}^T$ . 进而, 可得鲁棒  $H_\infty$  动态输出反馈控制器的参数矩阵为

$$\begin{aligned} D_K &= \hat{D} \\ C_K &= (\hat{C} - D_KCX)M^{-T} \\ B_K &= N^{-1}(\hat{B} - YBD_K) \\ A_K &= N^{-1}(\hat{A} - Y(A + BD_KC)X)M^{-T} - \\ & B_KCXM^{-T} - N^{-1}YBC_K \end{aligned}$$

其中,  $M, N \in \mathbf{R}^{n \times n}$  满足  $MN^T = I_n - XY$ .

**证明.** 根据有界实引理可得, 若使  $\|\mathbf{x}(t)\|_2 < \gamma\|\boldsymbol{\mu}(t)\|_2$  成立, 当且仅当存在一个对称正定矩阵  $\tilde{P} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ , 使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}\tilde{A} + \tilde{A}^T\tilde{P} & \tilde{P}\tilde{D} & \tilde{I}^T \\ * & -\gamma I_{d+r} & 0 \\ * & * & -\gamma I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

其中,  $\tilde{I} = [I_n \ 0]$ .

令矩阵  $\tilde{P}$  及其逆矩阵  $\tilde{P}^{-1}$  有如下形式

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^T & W \end{bmatrix}, \tilde{P}^{-1} = \begin{bmatrix} X & M \\ M^T & Z \end{bmatrix}$$

其中,  $X, Y \in \mathbf{R}^{n \times n}$  是对称正定矩阵, 其他矩阵为适维的. 再由  $\tilde{P}\tilde{P}^{-1} = I_{2n}$ , 可得

$$\tilde{P} \begin{bmatrix} X & I_n \\ M^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix} \quad (34)$$

定义

$$F_1 = \begin{bmatrix} X & I_n \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} I_n & Y \\ 0 & N^T \end{bmatrix}$$

则可得  $\tilde{P}F_1 = F_2$ . 同时由  $\tilde{P} > 0$ , 可知

$$F_1^T\tilde{P}F_1 = F_2^TF_1 = \begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (35)$$

这样就得到式 (31).

对式 (33) 两边同时分别左乘矩阵  $\text{diag}\{F_1^T, I_{d+r}, I_n\}$  和右乘矩阵  $\text{diag}\{F_1, I_{d+r}, I_n\}$ , 同时令

$$\begin{aligned} \hat{A} &= Y(A + BD_KC)X + NB_KCX + \\ & YBC_KM^T + NA_KM^T \end{aligned}$$

$$\hat{B} = YBD_K + NB_K$$

$$\hat{C} = D_KCX + C_KM^T$$

$$\hat{D} = D_K$$

则可得式 (32).

为了求出输出反馈控制器的参数矩阵, 首先要确定矩阵  $M, N$ . 基于式 (31) 和 (32), 可求出  $X$  和  $Y$ . 再由  $\tilde{P}\tilde{P}^{-1} = I_{2n}$ , 可得

$$MN^T = I_n - XY \quad (36)$$

可以通过  $I_n - XY$  的奇异值分解来得到满秩矩阵  $M$  和  $N$ . 进一步, 可以得到动态输出反馈控制的参数矩阵  $A_K, B_K, C_K$  和  $D_K$ .  $\square$

注 7. 从整体来看, 本文的故障诊断观测器和动态输出反馈容错控制器是分开设计的, 又同时考虑了各自的性能, 优化了设计过程, 便于故障诊断观测器和容错控制器中参数的求解.

#### 4 仿真算例

考虑如下某型垂直起降飞行器控制系统的运动方程<sup>[16]</sup>

$$A = \begin{bmatrix} -0.0336 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.5200 & 4.4900 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, 状态向量  $\boldsymbol{x}(t)$  为水平速度  $V_h$  (kts), 垂直速度  $V_v$  (kts), 俯仰角速度  $q$  (deg/s) 和俯仰角  $\theta$  (deg). 控制输入  $\boldsymbol{u}(t)$  为总距  $\delta_c$  (deg) 和纵向周期变距  $\delta_l$  (deg).

由于执行器故障发生在控制输入通道, 故令  $E = B$ . 计算可知  $\text{rank}(CE) = 1 < 2$ , 基于引理 2 可知, 自适应故障诊断观测器不适用于此系统, 即引理 1 对此系统无解.

设输入和输出的扰动分布矩阵分别为  $\boldsymbol{D}_1 = 0.01 [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ ,  $\boldsymbol{D}_2 = 0.1 [1 \ 1]^T$ , 则可以构造增广矩阵  $\bar{A}$ ,  $\bar{C}$ ,  $\bar{D}_1$  和  $\bar{D}_2$ . 通过计算可知,  $(\bar{A}, \bar{C})$  可观测, 故增广故障诊断观测器的设计方法适用于此系统.

设  $H_\infty$  性能指标  $\gamma = 2.8$  和稳定裕度  $\alpha = 0.2$ , 求解定理 1 中的条件, 可得增广故障诊断观测器的增益矩阵为

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 14.7601 & -6.7733 \\ 323.0626 & -413.7052 \\ -334.3238 & 340.7885 \\ -2.3442 & 10.3324 \\ 327.6962 & -308.0490 \\ -144.4850 & 172.1358 \end{bmatrix}$$

设  $H_\infty$  性能指标  $\gamma = 3.4$ , 求解定理 2 中的条件, 可得动态输出反馈容错控制器的参数矩阵为

$$A_K = \begin{bmatrix} -0.8054 & 1.0239 & 1.2013 & -0.8884 \\ 4.4667 & -5.0009 & -1.6042 & 1.9660 \\ -134.5594 & 77.6647 & -15.7863 & 22.8121 \\ 448.8051 & -274.6445 & 26.0290 & -68.7498 \end{bmatrix}$$

$$B_K = \begin{bmatrix} 0.0257 & 0.1848 \\ 0.7431 & 1.0886 \\ -27.3915 & -40.3353 \\ 77.9723 & 142.1980 \end{bmatrix}$$

$$C_K = \begin{bmatrix} -3.6965 & -2.5751 & -1.1927 & 4.4898 \\ 4.4143 & -5.3060 & 6.9242 & -3.6378 \end{bmatrix}$$

$$D_K = \begin{bmatrix} -0.7550 & -1.7973 \\ 1.4272 & 0.7877 \end{bmatrix}$$

在这里, 为了防止动态输出反馈容错控制器的参数矩阵过大, 在求解时加入了如下的约束条件

$$\left\| \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \right\| < 10$$

由于  $E = B$ , 可得  $\text{rank}(B, E) = \text{rank}(B)$ , 满足假设 2, 计算  $B^*$  得

$$B^* = \begin{bmatrix} 0.0621 & -0.1657 & -0.2826 & 0 \\ 0.0435 & -0.2074 & -0.1297 & 0 \end{bmatrix}$$

选取仿真步长 0.01 s 和参考输入  $\boldsymbol{r}(t) = [20 \ 20]^T$ . 假设执行器发生如下的故障  $\boldsymbol{f}(t) = [f_1(t) \ f_2(t)]^T$

$$f_1(t) = 0$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & 0 \text{ s} \leq t < 30 \text{ s} \\ 5(1 - e^{0.5(t-30)}), & 30 \text{ s} \leq t < 60 \text{ s} \\ 5 - 10(1 - e^{0.5(t-60)}), & 60 \text{ s} \leq t < 100 \text{ s} \end{cases}$$

图 1 和图 2 给出了系统的输出响应曲线. 图 3 给出了故障估计曲线. 从仿真结果可以看出, 设计的增广故障诊断观测器实现了故障的准确估计. 同时基于在线的故障估计, 设计的动态输出反馈容错控制器使系统在出现故障时仍能保持良好的性能.

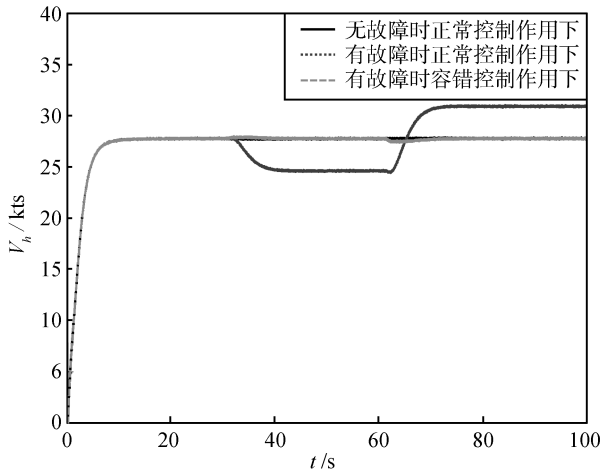
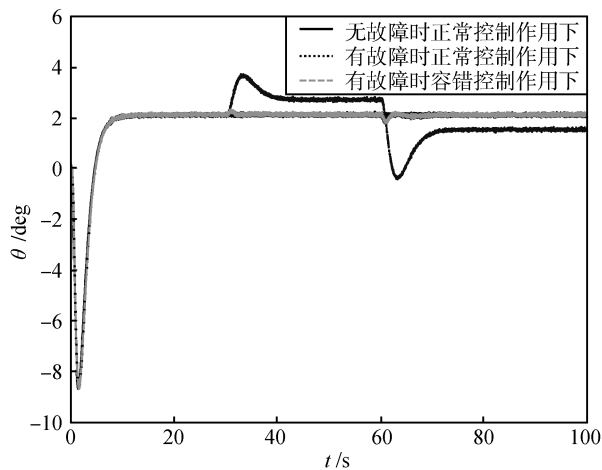
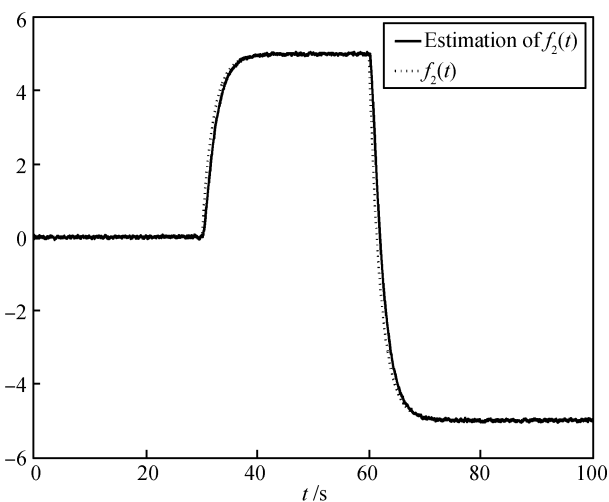
图 1 输出  $y_1(t)$  响应曲线Fig. 1 Responses of output  $y_1(t)$ 图 2 输出  $y_2(t)$  响应曲线Fig. 2 Responses of output  $y_2(t)$ 

图 3 故障估计曲线

Fig. 3 Fault estimation curves

## 5 结论

本文在自适应故障诊断观测器设计的基础上,提出了一种新型的增广故障诊断观测器的设计方法,拓宽了传统自适应故障诊断观测器的适用范围.并基于此,进一步设计了动态输出反馈容错控制器,有效地避免了基于观测器的状态反馈容错控制器的设计难点.最后,通过某型垂直起降飞行器控制系统的仿真实验验证了所提方法的有效性.

## References

- Chen J, Patton R J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999
- Zhou Dong-Hua, Ye Yin-Zhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000  
(周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000)
- Blanke M, Kinnaert M, Lunze J, Staroswiecki M. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Berlin: Springer-Verlag, 2006
- Magill J, Bachmann M, Rixon G, McManus K. Dynamic stall control using a model-based observer. *Journal of Aircraft*, 2003, **40**(2): 355–362
- Zhong Mai-Ying, Zhang Cheng-Hui, Ding S X. An optimization approach to feedback controller and robust fault detection filter integrated design. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(2): 294–299  
(钟麦英, 张承慧, Ding S X. 一种鲁棒故障检测与反馈控制的最优集成设计方法. 自动化学报, 2004, **30**(2): 294–299)
- Chen Mao-Yin, Zhou Dong-Hua. Fault detection and isolation in a class of nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(6): 1011–1016  
(陈茂银, 周东华. 一类非线性系统的故障诊断. 自动化学报, 2004, **30**(6): 1011–1016)
- Zhang Y W, Qin S J. Adaptive actuator/component fault compensation for nonlinear systems. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 2008, **54**(9): 2404–2412
- Wang H, Daley S. Actuator fault diagnosis: an adaptive observer-based technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(7): 1073–1078
- Jiang B, Wang J L, Soh Y C. An adaptive technique for robust diagnosis of faults with independent effects on system outputs. *International Journal of Control*, 2002, **75**(11): 792–802
- Wang H, Shen L. Fault detection and estimation for nonlinear systems with linear output structure. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2005, **19**(4): 267–279

- 11 Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(9): 1578–1583
- 12 Edwards C, Yan X G, Spurgeon S K. On the solvability of the constrained Lyapunov problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(10): 1982–1987
- 13 Barkana I. Classical and simple adaptive control for nonminimum phase autopilot design. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, **28**(4): 631–638
- 14 Chilali M, Gahinet P, Apkarian P. Robust pole placement in LMI regions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(12): 2257–2270
- 15 Zhang Ke, Jiang Bin, Liu Jing-Jin. Fast fault accommodation of control systems by using adaptive observer. *Control and Decision*, 2008, **23**(7): 771–775  
(张柯, 姜斌, 刘京津. 基于自适应观测器控制系统的快速故障调节. *控制与决策*, 2008, **23**(7): 771–775)
- 16 Zhang Y M, Jiang J. Integrated active fault-tolerant control using IMM approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, **37**(4): 1221–1235



张柯 南京航空航天大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为故障诊断与容错控制.

E-mail: zhang\_ke2008@yahoo.com.cn

(ZHANG Ke Ph.D. candidate at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers fault diagnosis and fault tolerant control.)



姜斌 南京航空航天大学自动化学院教授. 1995 年获东北大学自动控制专业博士学位. 主要研究方向为故障诊断与容错控制及其应用. 本文通信作者.

E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn

(JIANG Bin Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. He received his Ph.D. degree in automatic control from Northeastern University in 1995. His research interest covers fault diagnosis and fault tolerant control and their applications. Corresponding author of this paper.)