

一种改进的具有非理想网络状况的 网络控制系统分析与综合方法

彭晨¹ 田恩刚¹

摘要 提出一种改进的具有非理想网络状况, 如时变网络时延和丢包等的网络控制系统分析与综合方法. 在引入具有最新信号选择功能的逻辑零阶保持器和已有的网络系统模型基础上, 采用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法, 通过引入自由矩阵消除交叉项和利用函数的凸性进行等价变换, 得到保守性较小的效果. 实例表明上述方法的有效性.

关键词 网络控制系统, 状态反馈, 逻辑零阶保持器, 线性矩阵不等式

DOI 10.3724/SP.J.1004.2010.00188

An Improved Analysis and Synthesis Approach for Networked Control Systems with Non-ideal Network Quality of Services

PENG Chen¹ TIAN En-Gang¹

Abstract This paper presents an improved analysis and synthesis approach for networked control systems (NCSs) with non-ideal network quality of services, such as time-varying network-induced delay and data dropout. Following the existing model of NCSs and introducing the logic zero-order holder (ZOH) to choose the newest controller signal, we employ the free weighting matrices to deal with cross product items, and utilize the convexity of the matrix function in our derivation to obtain less conservative results. Numerical examples are provided to show the effectiveness of our proposed method.

Key words Networked control systems (NCSs), state feedback, logic zero-order holder (ZOH), linear matrix inequalities (LMIs)

网络控制系统 (Networked control systems, NCSs) 是一种全分布式、网络化实时反馈控制系统, 是指某个区域现场传感器、控制器及执行器和通信网络的集合, 用以提供设备之间的数据传输, 使该区域内不同地点的用户实现资源共享和协调操作. 将计算机网络系统应用于控制系统中代替传统的点对点 (Point to point) 式的连线, 这种网络化的控制模式具有简单、快捷、连线减少、可靠性提高、易实现信息共享、易于维护和扩展、降低费用等优点. 将通信网络引入控制系统, 连接智能现场设备和自动化系统, 实现了现场设备控制的分布化和网络化, 同时也加强了现场控制层和上层决策层之间的联系^[1-2]. NCSs 是现代控制技术和计算机网络通讯等技术的融合产物, 同时给现代控制与计算机网络等领域带来新的机遇与挑战.

近年来, 对 NCSs 的研究成为国际学术界研究的一个热点^[1-5]. 由于采样及控制信号通过网络进行传输, 网络的不确定性问题如网络时延、数据丢包及错序等问题不可避免. 由于采用的网络传输类型及协议不同, 网络时延可能

是定常、时变甚至是随机的. 最近, Gao 等^[5] 提出将网络状态时延分为多连续时延的网络控制系统模型并引入自由矩阵处理交叉项, 但证明过程中, 一些交叉项, 如在文献 [5] 中 $\sum_{i=7}^{10} \Xi_i$ 被直接丢弃, 不可避免地带来保守性. Yue 等^[1-2] 提出一种将非理想网络状况, 如网络推导时延, 丢包和错序等表述为最大允许等价时延界的网络控制系统综合模型, 进而研究具有外界扰动下不确定性系统的鲁棒分析及综合问题. 但在系统综合时一些参数需要事先指定, 如在文献 [1] 中, 必须事先假设 $N_2 = \lambda_2 N$, $N_3 = \lambda_3 N$, $N_4 = \lambda_4 N$, 但确定 $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 时只能采取试凑法, 这样不可避免地带来保守性^[3]. 在文献 [1-2] 中, 虽然提出采用最新信号作为控制信号策略, 但如何实现此信号调度方法没有论述. 另外, 在一些文献中, 为处理上的方便, 有一些有用的项被丢掉了, 同样带来保守性. 如在文献 [2] 中, 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函时, 包含项 $\int_{t-\eta}^t \int_s^t \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v) dv ds$, 其中 η 为满足 $(i_{k+1} - i_k)h + \tau_{k+1} \leq \eta$ 的一个常数, 经过微分运算后, 可分解为 $\eta \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v)$ 与 $-\int_{t-\eta}^t \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v) dv$ 两项, 但在 $t \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}})$ 约束下, 第 2 项被直接放大为 $\int_{i_k h}^t \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v) dv$, 显然项 $\int_{t-\eta}^{i_k h} \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v) dv$ (由于 η 已定义为常数, 所以此处不能设 $\eta = t - i_k h$, 即 $\int_{t-\eta}^{i_k h} \dot{x}^T(v) T \dot{x}(v) dv$ 不恒等于零) 被忽略了, 这样不可避免地带来保守性的结果^[3, 6]. Tipsuwan 等^[7] 通过试验验证了网络诱导时延下界不为零, 但此种情况在文献 [2-3, 5] 中都没有考虑.

在已有的网络控制系统模型^[1-2] 基础上, 针对已有方法保守性强的问题, 在充分考虑最大允许网络等价时延下界不为零的条件下, 通过在执行器前端引入具有最新信号选择功能的逻辑零阶保持器 (Zero-order holder, ZOH), 和改进前期的工作^[1-2], 本文再次讨论网络环境下系统的状态反馈控制器的设计问题. 采用构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函时包含网络时延上下界及通过引入自由矩阵消除交叉项的思路, 达到减少保守性的效果. 但证明过程中没有任意放大或丢弃交叉项, 而是利用函数的凸性, 进行等价变换, 进一步降低保守性. 此外, 有别于系统综合时必须事先指定参数的方法^[2], 本文通过改进的锥补线性化方法, 给出一种新的网络时滞状态反馈控制器的设计方法. 实例表明, 与已有网络反馈控制器分析设计方法相比, 本文所获得的主要结果, 具有较小的保守性.

1 NCS 系统描述

在网络控制系统中, 假设被控对象为线性系统, 可描述为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

其中, $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别为适当维数的状态矢量和控制输入矢量; A, B 为具有适当维数的常数矩阵.

假设传感器是时钟驱动, 控制器是事件驱动且数据单包传送, 所有网络中传送的包都带有传感器采样时刻的标签, 且在传送过程中该标签保持不变. 执行器为具有前置逻辑判断功能 ZOH 的事件驱动结构, 实现执行器选择最新到达时刻控制数据包, 丢弃滞后错序包的信号选择策略. 通过网络实现的真实控制输入是分段连续函数. 上述信号选择策略可用具有逻辑判断的 ZOH 实现^[8].

在网络传输过程中考虑网络延迟、丢包和错序等非理想网络状况的影响, 采用状态反馈控制器和上述逻辑 ZOH 执行器结构后, 实际的控制系统可表示如下:

收稿日期 2008-03-07 录用日期 2009-07-22
Manuscript received March 7, 2008; accepted July 22, 2009
国家自然科学基金 (60704024) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60704024)
1. 南京师范大学电气与自动化工程学院 南京 210042
1. School of Electrical Engineering and Automation, Nanjing Normal University, Nanjing 210042

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), & t \in [i_k h + \tau_{i_k}, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}}) \\ \mathbf{u}(t^+) = K\mathbf{x}(i_k h), & t \in \{i_k h + \tau_{i_k}, k = 1, 2, 3, \dots\} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{u}(t^+) = \lim_{\hat{t} \rightarrow t+0} \mathbf{u}(\hat{t})$, h 为采样周期, i_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) 是一些整数且 $\{i_1, i_2, i_3, \dots\} \subset \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, τ_{i_k} 是网络诱导时延. $K\mathbf{x}(i_k h)$ 为上述执行器端经逻辑 ZOH 后的选择信号. 显然 $\bigcup_{k=1}^{\infty} [i_k h + \tau_{i_k}, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}}) = [t_0, \infty)$, $t_0 \geq 0$.

在式 (2) 中, 采用逻辑 ZOH 实现执行器选择最新到达时刻控制数据包, 丢弃滞后错序包的信号选择策略, 过程可由图 1 说明.

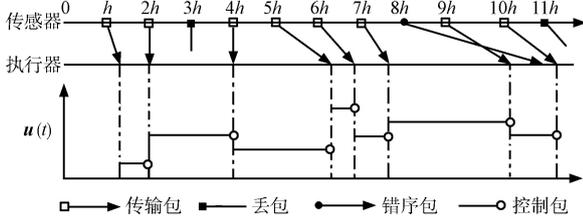


图 1 非理想网络下信号选择示例

Fig. 1 An example of chosen signal of model under non-ideal network

从图 1 中可见:

- 1) 当网络没有延迟及丢包时, 选择采样时刻 $i_k h$ 作为逻辑 ZOH 输出 $\mathbf{u}(i_k h)$, 如图 1 中 $2h$ 时刻, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(2h)$;
- 2) 当网络没有延迟但存在丢包时, 逻辑 ZOH 保持采样时刻 $i_k h$ 输出 $\mathbf{u}(i_k h)$, 直到新的采样时刻 $i_{k+1} h$ 控制包到达, 如图 1 中, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(2h)$, $t \in [2h, 4h)$;
- 3) 当网络存在延迟时, 逻辑 ZOH 保持采样时刻 $i_k h$ 输出 $\mathbf{u}(i_k h)$, 直到新的采样时刻 $i_{k+1} h$ 控制包到达, 如图 1 中, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(5h)$, $t \in [5h + \tau_{5h}, 6h + \tau_{6h})$, 直至新的控制包 $\mathbf{u}(6h)$ 到达;
- 4) 当网络存在错序包时, 上述逻辑 ZOH 结构保证选择最新控制包, 如图 1 中 $8h$ 与 $9h$ 时刻包错序, 选择 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(9h)$, $t \in [9h + \tau_{9h}, 10h + \tau_{10h})$, 而丢弃 $\mathbf{u}(8h)$ 时刻错序控制包;
- 5) 本文采用的事件驱动执行器允许在一个采样周期内有多控制量作用到被控对象. 体现了当有最新可用控制信号时, 立即将其作用于被控制对象上去的事件驱动执行器优点. 如图 1 中在采样时刻 $6h$ 与 $7h$ 之间有两个控制包 $\mathbf{u}(5h)$ 和 $\mathbf{u}(6h)$ 到达逻辑 ZOH, 经时序标签比较判断, $\mathbf{u}(5h)$ 与 $\mathbf{u}(6h)$ 没有错序, 所以当 $t \in [5h + \tau_{5h}, 6h + \tau_{6h})$, 选用 $\mathbf{u}(5h)$, 当 $t \in [6h + \tau_{6h}, 7h + \tau_{7h})$, 选用 $\mathbf{u}(6h)$.

注 1. 由于采用时序标签及最新信号选择策略, 保证式 (2) 中 $i_k < i_{k+1}$, $i_k h + \tau_{i_k} < i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}}$. 当 $i_{k+1} = i_k + 1$ 表示没有丢包发生; 当 $i_{k+1} > i_k + 1$, 表示发生丢包, 丢包个数为 $i_{k+1} - i_k - 1$; 逻辑 ZOH 信号选择策略保证选择最新到达数据包, 丢弃滞后错序包.

注 2. 模型 (2) 中对网络时延没有特殊约束, 可以包含小时延, 如图 1 中 $\tau_h < h$, 定常网络时延 $\tau_{i_{k+1}} = \tau_{i_k}$; 长时延 $\tau_{i_k} > h$, 如图 1 中 $2h \leq \tau_{8h}$, $h \leq \tau_{9h}$. 在长时延情况, 如图 1 中, $8h$ 与 $9h$ 时刻存在长时延和包错序现象, 即: $9h + \tau_{9h} < 8h + \tau_{8h} < 10h + \tau_{10h}$. 上述逻辑 ZOH 信号选择策略保证选择 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(9h)$, $t \in [9h + \tau_{9h}, 10h + \tau_{10h})$, 而丢弃 $8h + \tau_{8h}$ 时刻可用的错序控制包 $\mathbf{u}(8h)$. 所以式 (2) 可表述为考虑

非理想网络状况下采取传感器是时钟驱动, 控制器是事件驱动且数据包传送, 执行器为具有前置逻辑判断功能零阶保持器 ZOH 的事件驱动结构网络控制系统综合模型.

注 3. 在文献 [1-2] 中, 控制器和执行器也采用事件驱动, 文中提出采用最新的数据以降低结果的保守性, 但没有对如何给出这种信号调度方法进行详细论述. 在文献 [8] 中, 采样器与执行器采用时钟驱动, 控制器采用事件驱动, 但要求采样器与执行器必须时钟同步, 且最新到达的可用控制包只有等到下一个时钟周期才采用.

为便于描述, 定义 $\eta(t) = t - i_k h$, 其中 $t \in [i_k h + \tau_{i_k}, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}})$, $k = 1, 2, 3, \dots$. 在每个区间 $[i_k h + \tau_{i_k}, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}})$, 有

$$0 < \tau_{i_k} \leq \eta(t) < (i_{k+1} - i_k) h + \tau_{i_{k+1}} \quad (3)$$

根据式 (3), 有

$$0 < \eta_1 \leq \eta(t) < \eta_2 \quad (4)$$

其中, $\eta_1 = \inf_k [\tau_{i_k}]$, $\eta_2 = \sup_k [(i_{k+1} - i_k) h + \tau_{i_{k+1}}]$. 由于 $x(i_k h) = x(t - (t - i_k h))$, 当 $t \in [i_k h + \tau_{i_k}, i_{k+1} h + \tau_{i_{k+1}})$ 时, 式 (2) 可转化为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}K\mathbf{x}(t - \eta(t)) \\ \mathbf{x}(t) = \phi(t), & t \in [-\eta_2, \eta_1] \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\phi(t)$ 为系统初始函数.

下列引理充分利用了函数的凸性^[9], 对得到下述保守性较小的结果具有重要作用.

引理 1^[9]. Q_1, Q_2, Q_3 为具有合适维数的常数矩阵, $\tau(t)$ 为具有上下界的时变函数 $\tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2$, 那么式 (6) 成立的充分必要条件是式 (7) 成立.

$$Q_1 + (\tau_2 - \tau(t))Q_2 + (\tau(t) - \tau_1)Q_3 < 0 \quad (6)$$

$$\begin{cases} Q_1 + (\tau_2 - \tau_1)Q_2 < 0 \\ Q_1 + (\tau_2 - \tau_1)Q_3 < 0 \end{cases} \quad (7)$$

2 主要结果

基于网络控制系统综合模型 (2), 通过引入自由权矩阵^[6], 一方面消除证明过程中产生的交叉项, 另一方面利用式 (4) 描述的间隔时变参数 $\eta(t)$ 构造出具有式 (6) 的表述形式, 然后通过引理 1 等价转换为具有形式 (7) 的线性矩阵不等式 (Linear matrix inequalities, LMIs). 可得到如下较小保守性的结果.

定理 1. 给定标量 $\eta_2 \geq \eta_1 \geq 0$, 矩阵 K , 假如存在具有适当维数的对称正定阵 R_i ($i = 1, 2$) > 0 , T_i ($i = 1, 2$) > 0 , 具有适当维数的任意矩阵 V_i ($i = 1, 2, 3, 4$), S_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 使下列 LMIs 成立

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13}^i \\ * & \Gamma_{22} & 0 \\ * & * & \Gamma_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

其中

$$\Gamma_{11} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ * & * & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ * & * & * & \Phi_{44} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{12} = \begin{bmatrix} \eta_1 A^T T_1 & (\eta_2 - \eta_1) A^T T_2 \\ 0 & 0 \\ \eta_1 K^T B^T T_1 & (\eta_2 - \eta_1) K^T B^T T_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{13}^1 = [(\eta_2 - \eta_1)V], \quad \Gamma_{13}^2 = [(\eta_2 - \eta_1)S]$$

和

$$\Gamma_{22} = \text{diag}\{-T_1, -(\eta_2 - \eta_1)T_2\}$$

$$\Gamma_{33} = -(\eta_2 - \eta_1)T_2$$

$$\Phi_{11} = PA + A^T P + R_1 - T_1$$

$$\Phi_{12} = V_1 + T_1$$

$$\Phi_{13} = PBK - V_1 + S_1$$

$$\Phi_{14} = -S_1$$

$$\Phi_{22} = R_2 - R_1 + V_2 + V_2^T - T_1$$

$$\Phi_{23} = -V_2 + V_3^T + S_2$$

$$\Phi_{24} = V_4^T - S_2$$

$$\Phi_{33} = -V_3 - V_3^T + S_3 + S_3^T$$

$$\Phi_{34} = -V_4^T - S_3 + S_4^T$$

$$\Phi_{44} = -R_2 - S_4 - S_4^T$$

那么系统 (1) 是渐近稳定的。

证明. 构建如下候选 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(x_t) = x^T(t)Px(t) + \eta_1 \int_{t-\eta_1}^t \int_s^t \dot{x}^T(v)T_1\dot{x}(v)dvds + \int_{t-\eta_2}^{t-\eta_1} x^T(v)R_2x(v)dv + \int_{t-\eta_1}^t x^T(v)R_1x(v)dv + \int_{t-\eta_2}^{t-\eta_1} \int_s^t \dot{x}^T(v)T_2\dot{x}(v)dvds \quad (9)$$

其中, $R_i (i = 1, 2, 3) > 0, T_i (i = 1, 2) > 0$. 对 $V(x_t)$ 进行微分运算, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &= 2x^T(t)P\dot{x}(t) + x^T(t)R_1x(t) - \\ & x^T(t - \eta_1)[R_1 - R_2]x(t - \eta_1) - \\ & x^T(t - \eta_2)R_2x(t - \eta_2) + \eta_1^2 \dot{x}^T(t)T_1\dot{x}(t) - \\ & \eta_1 \int_{t-\eta_1}^t \dot{x}^T(t)T_1\dot{x}(t)dt + \eta_2 \dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t) - \\ & \int_{t-\eta_2}^{t-\eta_1} \dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t)dt - \eta_1 \dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

引入自由权矩阵 V_i 和 $S_i (i = 1, \dots, 4)$, 根据牛顿-莱布尼茨公式, 下列恒等式成立

$$2\xi^T V[x(\vartheta_1) - x(\vartheta_2) - \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \dot{x}(s)ds] \equiv 0 \quad (11)$$

$$2\xi^T S[x(\vartheta_2) - x(\vartheta_3) - \int_{\vartheta_3}^{\vartheta_2} \dot{x}(s)ds] \equiv 0 \quad (12)$$

其中

$$\vartheta_1 = t - \eta_1, \quad \vartheta_2 = t - \eta(t), \quad \vartheta_3 = t - \eta_2$$

$$\xi^T = [x^T(t) \quad x^T(\vartheta_1) \quad x^T(\vartheta_2) \quad x^T(\vartheta_3)]$$

$$V^T = [V_1^T \quad V_2^T \quad V_3^T \quad V_4^T]$$

$$S^T = [S_1^T \quad S_2^T \quad S_3^T \quad S_4^T]$$

存在矩阵 $T_2 > 0$, 使下列不等式成立

$$-2\xi^T(t)V \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \dot{x}(s)ds \leq (\eta(t) - \eta_1)\xi^T V T_2^{-1} V^T \xi + \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \dot{x}^T(s)T_2\dot{x}(s)ds \quad (13)$$

$$-2\xi^T(t)S \int_{\vartheta_3}^{\vartheta_2} \dot{x}(s)ds \leq (\eta_2 - \eta(t))\xi^T S T_2^{-1} S^T \xi + \int_{\vartheta_3}^{\vartheta_2} \dot{x}^T(s)T_2\dot{x}(s)ds \quad (14)$$

此外, 根据 Jessen 不等式, 可推出下列不等式

$$-\eta_1 \int_{\vartheta_1}^t \dot{x}^T(s)T_1\dot{x}(s)ds \leq \begin{bmatrix} x(t) \\ x(\vartheta_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -T_1 & T_1 \\ * & -T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(\vartheta_1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

将式 (11) 和式 (12) 等号的左部分加到式 (10) 等号的右部分, 并应用不等式 (13)~(15) 进行缩放处理, 可得

$$\dot{V}(x_t) \leq \xi^T \Gamma_{11}\xi + \Omega + (\eta(t) - \eta_1)\xi^T V T_2^{-1} V^T \xi + (\eta_2 - \eta(t))\xi^T S T_2^{-1} S^T \xi \quad (16)$$

其中, $\Omega = \dot{x}^T(t)[\eta_1^2 T_1 + (\eta_2 - \eta_1)T_2]\dot{x}(t)$.

由式 (8), 根据 Schur 补引理, 下式显然成立.

$$\begin{cases} \xi^T \Gamma_{11}\xi + \Omega + (\eta_2 - \eta_1)\xi^T V T_2^{-1} V^T \xi < 0 \\ \xi^T \Gamma_{11}\xi + \Omega + (\eta_2 - \eta_1)\xi^T S T_2^{-1} S^T \xi < 0 \end{cases} \quad (17)$$

由引理 1, 式 (17) 保证式 (16) 中 $\dot{V}(x_t) < 0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 可得系统 (1) 是渐近稳定的. \square

注 4. 从定理 1 的证明可见, 我们没有将时变延迟 $\eta_2(t)$ 直接放大为 η_2 , 凡是涉及到 $\eta_2(t)$ 的地方, 我们都有效地利用函数的凸性进行处理, 比如将式 (16) 转换到式 (17) 的等价表述. 这样, 类似于文献 [3, 6] 中分析, 由于放大 $\eta_2(t)$ 引起的保守性问题在采用本文的处理方法后将不会出现. 另外, 证明过程中也没有丢掉任何交叉项. 随后示例部分也说明这样的处理可以极大地降低保守性.

定理 1 没有考虑控制器的设计问题, 当考虑控制器的设计问题时, 有如下定理.

定理 2. 给定标量 $\eta_2 \geq \eta_1 \geq 0$, 假如存在具有适当维数的对称正定阵 $\tilde{R}_i (i = 1, 2) > 0, \tilde{T}_i (i = 1, 2) > 0$, 具有适当维数的任意矩阵 $\tilde{V}_i (i = 1, 2, 3, 4), \tilde{S}_i (i = 1, 2, 3, 4)$, 矩阵 Y , 使下列矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{11} & \tilde{\Gamma}_{12} & \tilde{\Gamma}_{13}^i \\ * & \tilde{\Gamma}_{22} & 0 \\ * & * & \tilde{\Gamma}_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned}\tilde{\Gamma}_{11} &= \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{11} & \tilde{\Phi}_{12} & \tilde{\Phi}_{13} & \tilde{\Phi}_{14} \\ * & \tilde{\Phi}_{22} & \tilde{\Phi}_{23} & \tilde{\Phi}_{24} \\ * & * & \tilde{\Phi}_{33} & \tilde{\Phi}_{34} \\ * & * & * & \tilde{\Phi}_{44} \end{bmatrix} \\ \tilde{\Gamma}_{12} &= \begin{bmatrix} \eta_1 X A^T & (\eta_2 - \eta_1) X A^T \\ 0 & 0 \\ \eta_1 Y^T B^T & (\eta_2 - \eta_1) Y^T B^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\Gamma}_{13}^1 &= [(\eta_2 - \eta_1) \tilde{V}], \quad \tilde{\Gamma}_{13}^2 = [(\eta_2 - \eta_1) \tilde{S}] \\ \tilde{\Gamma}_{22} &= \text{diag}\{-X \tilde{T}_1^{-1} X, -(\eta_2 - \eta_1) X \tilde{T}_2^{-1} X\} \\ \tilde{\Gamma}_{33} &= -(\eta_2 - \eta_1) \tilde{T}_2\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_{11} &= A X^T + X A^T + \tilde{R}_1 - \tilde{T}_1 \\ \tilde{\Phi}_{12} &= \tilde{V}_1 + \tilde{T}_1 \\ \tilde{\Phi}_{13} &= B Y - \tilde{V}_1 + \tilde{S}_1 \\ \tilde{\Phi}_{14} &= -\tilde{S}_1 \\ \tilde{\Phi}_{22} &= \tilde{R}_2 - \tilde{R}_1 + \tilde{V}_2 + \tilde{V}_2^T - \tilde{T}_1 \\ \tilde{\Phi}_{23} &= -\tilde{V}_2 + \tilde{V}_3^T + \tilde{S}_2 \\ \tilde{\Phi}_{24} &= \tilde{V}_4^T - \tilde{S}_2 \\ \tilde{\Phi}_{33} &= -\tilde{V}_3 - \tilde{V}_3^T + \tilde{S}_3 + \tilde{S}_3^T \\ \tilde{\Phi}_{34} &= -\tilde{V}_4^T - \tilde{S}_3 + \tilde{S}_4^T \\ \tilde{\Phi}_{44} &= -\tilde{R}_2 - \tilde{S}_4 - \tilde{S}_4^T\end{aligned}$$

那么, 系统 (1) 是渐近稳定的且控制器反馈增益为 $K = Y X^{-1}$.

证明. 定义 $X = P^{-1}$, $\tilde{R}_i = X \tilde{R}_i X$, $\tilde{T}_i = X T_i X$ ($i = 1, 2$). 用 $\text{diag}\{X, X, X, X, I, I, X\}$ 及它的转置阵分别左乘右乘式 (8), 带入相应定义符号, 可得式 (18). \square

由于在式 (18) 中有非线性项 $-X \tilde{T}_1^{-1} X$ 和 $-(\eta_2 - \eta_1) X \tilde{T}_2^{-1} X$ 存在, 显然式 (18) 不能直接由 LMI 求解. 然而, 借助于非线性锥补线性化方法^[10], 定义 $N_1 \leq X \tilde{T}_1^{-1} X$, $N_2 \leq X \tilde{T}_2^{-1} X$, $P = X^{-1}$, $W_1 = N_1^{-1}$, $W_2 = N_2^{-1}$, $Z_1 = T_1^{-1}$, $Z_2 = T_2^{-1}$, 上述非线性非凸矩阵的求解问题可转化为如下的非线性最优问题

$$\begin{aligned}\min \quad & \text{tr} \left\{ \sum_{i=1}^2 (P_k X + W_{ki} N_i + Z_{ki} T_i) \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (18)^\ddagger, \begin{bmatrix} X & I \\ * & P \end{bmatrix} > 0 \\ & \begin{bmatrix} N_1 & I \\ * & W_1 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} N_2 & I \\ * & W_2 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} T_1 & I \\ * & Z_1 \end{bmatrix} > 0 \\ & \begin{bmatrix} T_2 & I \\ * & Z_2 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} W_1 & P \\ * & Z_1 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} W_2 & P \\ * & Z_2 \end{bmatrix} > 0\end{aligned}$$

\ddagger 式 (18) 中, $X \tilde{T}_1^{-1} X$ 和 $X \tilde{T}_2^{-1} X$ 分别由 N_1 与 N_2 代替

上述非线性最优问题可通过如下算法求解.

算法 1. 求最大值 η_2 及反馈增益 K

步骤 1. 选择足够小的 $\eta_2 > 0$, 使式 (19) 中的 LMIs 存在可行解.

步骤 2. 解出满足式 (19) 中 LMIs 的可行集 P, X, W_i, Z_i, T_i, N_i ($i = 1, 2$). 设 $k = 1$.

步骤 3. 根据给定的 P, X, W_i, Z_i, T_i, N_i ($i = 1, 2$), 解如下 LMIs 可行性问题

$$\begin{aligned}\min \quad & \text{tr} \left\{ \sum_{i=1}^2 (P_k X + X_k P + W_{ki} N_i + N_{ki} W_i + Z_{ki} T_i + T_{ki} Z_i) \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \text{LMIs in (19)} \\ & P_{k+1} = P, \quad X_{k+1} = X, \quad W_{(k+1)i} = W_i \\ & Z_{(k+1)i} = Z_i, \quad T_{(k+1)i} = T_i\end{aligned}\quad (20)$$

步骤 4. 假如式 (18) 满足, 返回步骤 2 增加 η_2 ; 假如式 (18) 在指定的迭代步数内不满足, 退出. 否则, 设 $k = k + 1$, 返回步骤 3.

注 5. 上述算法步骤 4 与文献 [10] 的算法区别在于: 文献 [10] 的算法的停止条件为 $\text{tr}(\cdot) \leq \varepsilon$, 其中 ε 为事先给定的一个较小的正数. 而根据上述算法的步骤 4, 利用 Matlab LMI 工具箱中 `evallmi` 和 `showlmi` 函数, 将算法的停止条件设定为满足式 (18), 无需给定初始参数 ε , 可得到较小保守性结果.

3 数字仿真

例 1. 为说明上述结论的有效性, 考虑具有如下参数的系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (21)$$

在非网络控制下的控制器反馈增益选择为 $K = [-3.75, -11.5]$ 及时延下界为零 ($\eta_1 = 0$) 的情况下, 应用 Matlab LMI 工具箱, 在保证系统 (21) 基于网络连接稳定的前提下, 计算最大允许延迟上界 (Maximum allowable transfer intervals, MATIs), Kim 等^[4] 得到 0.7805, Yue 等^[2] 得到 0.8695, Jiang 等^[11] 和 Peng 等^[1] 得到 0.9142, 基于本文定理 1 与 He 等^[3] 的方法得到 1.0432. 显然我们的结果与 He 等^[3] 的保守性最小, 与 Jiang 等^[1, 11] 的结果相比, 提高了 30%.

在网络推导时延下界不为零 ($\eta_1 \neq 0$) 的情况下, 表 1 列出了我们的结果与最近结果^[6, 11] 的比较. 与时延下界为零类似, 我们的结果保守性仍然最小.

表 1 不同下界 η_1 下最大允许网络延时的比较 ($\eta_1 \neq 0$)
Table 1 The maximum allowable delay bounds under different values of η_1 ($\eta_1 \neq 0$)

η_1	0.00	0.01	0.05	0.10	0.15
Jiang ^[11]	0.9410	0.9421	0.9475	0.9520	0.9586
He ^[6]	1.0081	1.0085	1.0103	1.0127	1.0151
定理 1	1.0432	1.0446	1.0502	1.0564	1.0619

假设控制器反馈增益未知, 在需要整定未知参数下, Yue 等^[2] 得到保证式 (21) 基于网络连接下的稳定 $\eta_2 = 402$, $K = [-0.0025 \quad -0.0118]$, He 等^[2] 得到的 $\eta_2 = 600$, $K = [-0.0001 \quad 0.0273]$, 而我们的结果是 $\eta_2 = 1200$, $K = 10^{-4} \times [-0.0524 \quad 0.404]$ 时系统 (21) 仍然稳定.

例 2. 考虑具有如下参数的系统, 进行控制器设计.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -0.8 & -0.01 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (22)$$

在网络推导时延下界为零 ($\eta_1 = 0$) 的情况下及保证系统 (22) 稳定的前提下, Yu 等^[12] 的结果为 $\text{MATIs} = 0.6011$, 网络控制器反馈增益为 $\mathbf{K} = [-4.7498 \quad -4.7820]$, 而我们的结果为 $\text{MATIs} = 9.3011$, $\mathbf{K} = [-0.2053 \quad -0.1820]$. 显然我们的结果保守性较小.

4 结 论

本文通过在执行器端引入逻辑 ZOH 实现最新控制信号选择功能的网络系统模型, 提出一种改进的具有非理想网络特征的网络系统分析与综合方法. 借助于构造自由权矩阵及利用函数的凸性将含有时变延迟的项用其等价形式表示的方法, 可以有效地避免由于含有时变延迟的项直接放大为时延上界带来的保守性. 实例表明, 与已有分析设计方法相比, 本文所采取的方法获得的结果具有较小的保守性.

References

- Peng C, Tian Y C, Tade M O. State feedback controller design of networked control systems with interval time-varying delay and nonlinearity. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, **18**(12): 1285–1301
- Yue D, Han Q L, Peng C. State feedback controller design of networked control systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2004, **51**(11): 640–644
- He Y, Liu G P, Rees D, Wu M. Improved stabilization method for networked control systems. *IET Control Theory and Applications*, 2007, **1**(6): 1580–1585
- Kim D S, Lee Y S, Kwon W H, Park H S. Maximum allowable delay bounds of networked control systems. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**(11): 1301–1313
- Gao H J, Chen T W, Lam J. A new delay system approach to network-based control. *Automatica*, 2008, **44**(1): 39–52
- He Y, Wang Q G, Lin C, Wu M. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay. *Automatica*, 2007, **43**(2): 371–376
- Tipsuwan Y, Chow M Y. Gain scheduler middleware: a methodology to enable existing controllers for networked control and teleoperation-part I: network control. *IEEE Transactions on Industry Electronics*, 2004, **51**(6): 1218–1227
- Xiong J L, Lam J. Stabilization of networked control systems with a logic ZOH. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(2): 358–363
- Yue D, Tian E G, Zhang Y J. A piecewise analysis method to stability analysis of linear continuous/discrete systems with time-varying delay. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, **19**(13): 1493–1518
- EI Ghaoui L, Oustry F, Aitrami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(8): 1171–1176
- Jiang X F, Han Q L. Delay-dependent robust stability for uncertain linear systems with interval time-varying delay. *Automatica*, 2006, **42**(6): 1059–1065
- Yu M, Wang L, Chu T G, Hao F. An LMI approach to networked control systems with data packet dropout and transmission delays. In: *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Atlantis, USA: IEEE, 2004. 3545–3550

彭 晨 南京师范大学电气与自动化工程学院教授. 2002 年在中国矿业大学获工学博士学位. 主要研究方向为网络控制系统和鲁棒控制. 本文通信作者. E-mail: c.peng@njnu.edu.cn

(PENG Chen Professor at the School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University. He received his Ph.D. degree from Chinese University of Mining and Technology in 2002. His research interest covers networked control system and robust control. Corresponding author of this paper.)

田恩刚 南京师范大学电气与自动化工程学院讲师. 2008 年获东华大学工学博士学位. 主要研究方向为时滞系统, 网络控制系统和模糊控制. E-mail: teg@njnu.edu.cn

(TIAN En-Gang Lecturer at the School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University. He received his Ph.D. degree from Dong Hua University in 2008. His research interest covers time-delay system, networked control system, and fuzzy control.)