

未知杂波环境下的多目标跟踪算法

连峰¹ 韩崇昭¹ 刘伟峰¹

摘要 提出了一种未知杂波环境下的多目标跟踪算法. 该算法通过有限混合模型 (Finite mixture model, FMM) 建立多目标似然函数, 其中混合模型参数可通过期望极大化 (Expectation maximum, EM) 算法及模型合并与删除技术得到. 由估计的混合模型参数可进一步得到杂波模型估计、目标个数估计以及多目标状态估计. 类似基于随机有限集 (Random finite set, RFS) 的多目标跟踪算法, 该算法也可避免目标与测量的关联过程. 仿真实验表明, 当杂波分布未知并且较复杂时, 本文算法的估计效果要明显优于未进行杂波拟合时的多目标跟踪算法.

关键词 多目标跟踪, 未知杂波模型, 有限混合模型, 聚类, 期望最大化
中图分类号 TP274

Multitarget Tracking Algorithm in Unknown Clutter

LIAN Feng¹ HAN Chong-Zhao¹ LIU Wei-Feng¹

Abstract A novel multitarget tracking algorithm in unknown clutter is proposed in this paper. In the proposed algorithm, the multitarget likelihood function is described based on the finite mixture model (FMM), whose parameters are estimated according to the algorithm of expectation maximum (EM) and the technology of model merging and pruning. The estimation of clutter model, target number, and multitarget states can be derived based on the estimated parameters. Similar to the multitarget tracking algorithms based on random finite set (RFS), the association process between the targets and measurements can be avoided in the algorithm proposed. The simulation shows that the estimation results of the proposed algorithm are much better than those of the multitarget tracking algorithms without the fitting of clutter model, especially when the clutter models are complicated and unknown.

Key words Multitarget tracking, unknown clutter model, finite mixture model (FMM), cluster, expectation maximum (EM)

多目标跟踪是近几十年来跟踪领域研究的热点问题, 它具有重要的理论意义和广泛的工程应用背景, 每年都有大量的相关论文和专著发表^[1-3]. 在多目标跟踪中, 由于气象、电磁、虚假目标等各种干扰影响, 传感器测量集合不仅包括源于目标的测量, 还包括有大量的杂波, 并且两者是不可区分的. 因此, 如何利用这一混合的观测数据估计多目标状态和个数, 是多目标跟踪问题的关键.

目前的多目标跟踪方法大体可分为两类: 第一类是基于关联的方法, 例如最近邻法 (Nearest neighbor, NN)^[4]、联合概率数据关联法 (Joint probability data association, JPDA)^[5]、多假设跟踪法 (Multiple hypothesis tracking, MHT)^[6] 等. 该类方法首先通过关联过程建立目标与测量的对

应关系, 然后再分别估计个体目标状态. 第二类是基于随机有限集 (Random finite set, RFS) 的方法, 例如概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波器^[7]、势概率假设密度 (Cardinalized probability hypothesis density, CPHD) 滤波器^[8] 等. 该类方法在随机有限集的理论框架下进行跟踪, 利用测量集合直接对多目标状态集合进行更新, 因此不需要关联过程.

当前已有的多目标跟踪方法都要求杂波模型已知. 由于杂波在数量和空间位置上都是随机的, 因此杂波模型通常包括杂波数量分布模型与杂波位置分布模型. 当监控环境比较简单、干扰因素较少时, 一般可认为杂波数量服从泊松分布、位置服从均匀分布. 但是在很多实际应用场景中, 尤其在监控地面和海面区域, 或者在战场环境下, 由于复杂的地形环境以及干扰站、电子对抗机等一些不明干扰源的存在, 导致杂波模型变得未知并且比较复杂. 这时如果仍假设杂波满足泊松分布和均匀分布, 会导致滤波器产生严重的估计误差.

针对上述问题, 本文提出一种未知杂波环境下的多目标跟踪算法, 该算法利用有限混合模型 (Finite mixture model, FMM)^[9] 描述多目标似然函数, 通过估计该混合模型参数, 可同时拟合杂波模

收稿日期 2008-05-26 收修改稿日期 2008-11-06
Received May 26, 2008; in revised form November 6, 2008
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2007CB311006), 国家自然科学基金 (60574033) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB311006) and National Natural Science Foundation of China (60574033)
1. 西安交通大学电子与信息工程学院综合自动化研究所 西安 710049
1. Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00851

型并估计多目标状态与个数. 类似基于随机集的多目标跟踪算法, 本算法也可避免目标与测量的关联过程. 仿真实验表明, 本文算法的跟踪效果明显优于未进行杂波拟合时的多目标跟踪算法.

1 问题描述

1.1 目标运动模型

假设传感器对一固定区域 S 进行监控. 由于存在目标新生、它生 (即由其他目标产生) 和死亡过程, 故区域内的目标个数随时间变化. 设时刻 k 共存在 t_k 个目标, 第 i 个目标的运动模型为

$$\mathbf{x}_{k+1}^i = f_k^i(\mathbf{x}_k^i) + \mathbf{w}_k^i, \quad i = 1, \dots, t_k \quad (1)$$

其中, \mathbf{x}_k^i 表示第 i 个目标的状态向量, 它包括目标位置、速度和加速度信息, $\mathbf{x}_k^i = [x_k^i, \dot{x}_k^i, \ddot{x}_k^i, y_k^i, \dot{y}_k^i, \ddot{y}_k^i]^\top$, 可设时刻 k 的多目标的状态集合为 $X_k = \{\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^{t_k}\}$; \mathbf{w}_k^i 为过程噪声向量, 设其为零均值高斯白噪声, 满足 $\mathbf{w}_k^i \sim N(\mathbf{0}, Q_k^i)$, Q_k^i 为过程噪声方差阵.

1.2 测量模型

设 $Z_k = \{\mathbf{z}_k^1, \dots, \mathbf{z}_k^{n_k}\}$ 为传感器在时刻 k 收到的测量集合, 这里 n_k 为时刻 k 的测量个数. 传感器测量数据通常包括两部分: 源于目标的测量和杂波测量. 在未进行特别说明时, 通常认为不同目标的测量以及杂波之间互相独立^[1-2].

1.2.1 源于目标的测量

若测量 j 由目标 i 产生, 则有

$$\mathbf{z}_k^j = h_k(\mathbf{x}_k^i) + \mathbf{v}_k^j, \quad \mathbf{z}_k^j \in Z_k \quad (2)$$

其中, $h_k(\cdot)$ 为传感器观测函数, \mathbf{v}_k^j 为观量噪声, 同样设其为零均值高斯白噪声, 满足 $\mathbf{v}_k^j \sim N(\mathbf{0}, R_k)$, R_k 为观量噪声方差阵.

1.2.2 杂波模型

假设时刻 k 的杂波位置分布模型为 $\mathcal{F}_{c,k}$, 如果测量 j 源于杂波, 则有

$$\mathbf{z}_k^j \sim \mathcal{F}_{c,k}, \quad \mathbf{z}_k^j \in Z_k \quad (3)$$

其中, $\mathcal{F}_{c,k}$ 未知且可能随时间变化.

综上, 在时刻 k 需要估计的信息包括: 杂波位置分布模型 $\mathcal{F}_{c,k}$, 目标个数 t_k 以及多目标的状态集合 X_k . 另外需要说明的是, 由于本算法可适用于杂波数量任意变化的情况, 因此不需要估计杂波数量分布模型.

2 基于有限混合模型的多目标似然函数

给定测量集合 Z_k 以及独立性条件, 则时刻 k 的

多目标似然函数可由有限混合模型描述为^[9]

$$\mathcal{L}_k(Z_k; \psi_k) = \prod_{j=1}^{n_k} (\mathcal{F}_{c,k}(\mathbf{z}_k^j; \psi_{c,k}) + \mathcal{F}_{t,k}(\mathbf{z}_k^j; \psi_{t,k})) \quad (4)$$

1) $\mathcal{F}_{c,k}(\cdot; \psi_{c,k})$ 表示时刻 k 的杂波位置分布模型. 考虑到杂波分布可能较复杂, 因此本文用多个正态模型和一个均匀模型拟合该杂波模型

$$\mathcal{F}_{c,k}(\cdot; \psi_{c,k}) = \pi_{c,k}^1 \mathcal{U}(\cdot) + \sum_{i=2}^{g_{c,k}} \pi_{c,k}^i N(\cdot; \theta_{c,k}^i) \quad (5)$$

其中, $\psi_{c,k} = \{g_{c,k}, \pi_{c,k}^1, \dots, \pi_{c,k}^{g_{c,k}}, \theta_{c,k}^2, \dots, \theta_{c,k}^{g_{c,k}}\}$. 这里 $g_{c,k}$ 为杂波模型个数, $\pi_{c,k}^i$ 为杂波模型权重, $\theta_{c,k}^i$ 为杂波模型参数, 此处它包括均值向量和协方差矩阵: $\theta_{c,k}^i = (\boldsymbol{\mu}_{c,k}^i, \Sigma_{c,k}^i)$.

2) $\mathcal{F}_{t,k}(\cdot; \psi_{t,k})$ 表示时刻 k 多目标测量的位置分布模型, 若时刻 k 监控区域内存在 t_k 个目标, 则

$$\mathcal{F}_{t,k}(\cdot; \psi_{t,k}) = \sum_{i=1}^{g_{t,k}} \pi_{t,k}^i f_{t,k}^i(\cdot; \theta_{t,k}^i) \quad (6)$$

其中, $\psi_{t,k} = \{g_{t,k}, \pi_{t,k}^1, \dots, \pi_{t,k}^{g_{t,k}}, \theta_{t,k}^1, \dots, \theta_{t,k}^{g_{t,k}}\}$. 这里模型个数等于目标个数, $g_{t,k} = t_k$, $\pi_{t,k}^i$ 为目标模型权重, $f_{t,k}^i(\cdot; \theta_{t,k}^i)$ 为个体目标的测量分布模型, $\theta_{t,k}^i$ 为相应的模型参数.

3) 令 $g_k = g_{c,k} + g_{t,k}$, 则可将混合模型的所有参数统一表示为 $\psi_k = \{g_k, \pi_k^1, \dots, \pi_k^{g_k}, \theta_k^1, \dots, \theta_k^{g_k}\}$, 式 (4) 又可记为

$$\mathcal{L}_k(Z_k; \psi_k) = \prod_{j=1}^{n_k} \sum_{i=1}^{g_k} \pi_k^i f_k^i(\mathbf{z}_k^j; \theta_k^i), \quad \sum_{i=1}^{g_k} \pi_k^i = 1 \quad (7)$$

其中, $\pi_k^i n_k$ 即为时刻 k 属于模型 i 的测量个数.

3 估计混合模型参数

3.1 初始化混合模型参数

众所周知, 期望最大化 (Expectation maximization, EM) 算法对初始值敏感^[10-11]. 若初始化较差, 不但会导致 EM 算法收敛到局部极值点, 还会影响它的收敛速度. 因此在利用 EM 算法估计混合模型参数前, 首先需要尽可能准确地初始化要估计的参数. 下面对杂波模型和目标测量模型分别进行初始化.

3.1.1 杂波模型初始化

考虑到杂波模型可能随时间变化, 可设时刻 k 杂波模型初始化过程如下:

1) 继承时刻 $k-1$ 的杂波模型参数估计值

$$\boldsymbol{\mu}_{c,k}^i(0) = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{c,k-1}^i, \quad \Sigma_{c,k}^i(0) = \hat{\Sigma}_{c,k-1}^i, \quad i = 1, \dots, \hat{g}_{c,k-1} \quad (8)$$

2) 添加 g_0 个随机杂波模型, 模型初始均值 $\boldsymbol{\mu}_{c,k}^i(0)$ 可随机选取区域 S 内的 g_0 个点, 初始协方差可设为 $\Sigma_{c,k}^i(0) = \sigma^2 I$ ($i = \hat{g}_{c,k-1} + 1, \dots, \hat{g}_{c,k-1} + g_0$), 其中

$$\sigma^2 = \frac{1}{10d} \text{tr} \left(\frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (\mathbf{z}_k^j - \bar{\mathbf{z}}_k)(\mathbf{z}_k^j - \bar{\mathbf{z}}_k)^T \right) \quad (9)$$

这里 $\bar{\mathbf{z}}_k = \sum_{j=1}^{n_k} \mathbf{z}_k^j / n_k$ 为观测数据的均值.

综上, 时刻 k 的初始杂波模型个数为 $g_{c,k}(0) = \hat{g}_{c,k-1} + g_0$. 为了保证估计的杂波模型参数收敛到真实值, 通常 g_0 的选择要使得初始杂波模型个数大于真实杂波模型个数.

3.1.2 目标量测模型初始化

时刻 k 的目标可由存活目标、新生目标和它生目标构成, 因此初始化的总目标模型数为

$$g_{t,k}(0) = g_{s,k}(0) + g_{b,k}(0) + g_{p,k}(0) \quad (10)$$

其中, $g_{s,k}(0)$ 为存活目标初始个数, $g_{b,k}(0)$ 为新生目标初始个数, $g_{p,k}(0)$ 为它生目标初始个数.

时刻 k 初始化的多目标测量模型可表示为

$$\mathcal{F}_{t,k}(\cdot; \psi_{t,k}(0)) = \mathcal{F}_{s,k}(\cdot; \psi_{s,k}(0)) + \mathcal{F}_{b,k}(\cdot; \psi_{b,k}(0)) + \mathcal{F}_{p,k}(\cdot; \psi_{p,k}(0)) \quad (11)$$

1) 对于存活目标, 由于测量噪声满足正态分布 (见式 (2)), 故 $f_{s,k}^i(\cdot; \theta_{s,k}^i) \sim N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_{s,k}^i, \Sigma_{s,k}^i)$, 进一步可得多个存活目标的初始化测量模型为

$$\mathcal{F}_{s,k}(\cdot; \psi_{s,k}(0)) = \sum_{i=1}^{g_{s,k}(0)} \pi_{s,k}^i(0) N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_{s,k}^i, \Sigma_{s,k}^i(0)) \quad (12)$$

可令初始模型个数等于时刻 $k-1$ 的估计目标数, $g_{s,k}(0) = \hat{g}_{t,k-1}$, 初始均值可由目标状态预测值得到, $\boldsymbol{\mu}_{s,k}^i(0) = h_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i)$, 模型协方差已知, 即为传感器测量噪声方差, $\Sigma_{s,k}^i(0) = R_k$ ($i = 1, \dots, g_{s,k}(0)$).

2) 对于新生目标, 可类似文献 [12–14] 所述, 假设新生目标的初始位置模型也满足正态分布, 为

$$\mathcal{F}_{b,k}(\cdot; \psi_{b,k}(0)) = \sum_{i=1}^{g_{b,k}(0)} \pi_{b,k}^i(0) N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_{b,k}^i, \Sigma_{b,k}^i(0)) \quad (13)$$

其中初始模型参数 $g_{b,k}(0)$, $\boldsymbol{\mu}_{b,k}^i(0)$, $\Sigma_{b,k}^i(0)$ 均为已知量, 需要根据先验信息设定.

3) 对于它生目标, 假设每个原有目标至多可产生 p_k 个目标, 其初始模型可描述为 [12–14]

$$\mathcal{F}_{p,k}(\cdot; \psi_{p,k}(0)) = \sum_{j=1}^{p_k} \sum_{i=1}^{g_{s,k}(0)} \pi_{p,k}^{ij} N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_{p,k}^{ij}(0), \Sigma_{p,k}^{ij}(0)) \quad (14)$$

上式中初始模型个数和均值可设为: $g_{p,k}(0) = p_k g_{s,k}(0)$, $\boldsymbol{\mu}_{p,k}^{ij}(0) = h_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i) + \mathbf{d}_{p,k}^j$, $i = 1, \dots, g_{s,k}(0)$, $j = 1, \dots, p_k$, 参数 $\mathbf{d}_{p,k}^j$, $\Sigma_{p,k}^{ij}(0)$ 同样需根据先验信息设定.

对于所有模型的初始化权重, 由于本文假设杂波个数可任意变化, 因此为方便起见, 可设每个时刻所有模型的初始化权重相等, 即

$$\pi_k^i(0) = \frac{1}{g_k(0)}, \quad i = 1, \dots, g_{c,k}(0) + g_{t,k}(0) \quad (15)$$

3.2 估计混合模型参数

在用 EM 算法估计混合模型参数时, 可令缺失变量为元素标签 $E_k = \{\mathbf{e}_k^1, \dots, \mathbf{e}_k^{n_k}\}$. 其中 \mathbf{e}_k^i 为 g_k 维矢量, 其元素 $e_k^{ij} = 1$ 或 0 表示测量 \mathbf{z}_k^j 是或不是由混合模型的第 i 个元素产生. 因此时刻 k 的完整数据集可表示为 $Y_k = \{Z_k, E_k\}$, 并且可得完整数据的对数似然函数为

$$\ln \mathcal{C}_k(Y_k; \psi_k) = \sum_{i=1}^{g_k} \sum_{j=1}^{n_k} e_k^{ij} \{ \ln \pi_k^i + \ln f_k^i(\mathbf{z}_k^j; \theta_k^i) \} \quad (16)$$

当模型数 g_k 已知时, EM 算法可由求期望步和极大化步迭代计算. 但是由于本文中的模型个数未知, 因此需要结合一些准则来估计模型个数. 常用的准则有最小信息长度 (Minimum message length, MML) 准则、贝叶斯信息准则 (Bayesian information criterion, BIC) [10–11] 等. 在本算法中, 由于每步的初始化模型数大于实际模型数, 故可在 EM 算法的每步迭代中插入模型合并与删除过程来估计混合模型个数. 该方法比基于准则的方法更加直观简洁. 现将改进的 EM 算法描述如下:

步骤 1 (求期望步). 迭代计算 $\mathcal{C}_k(Y_k; \psi_k)$ 的条件期望. 在第 t 次迭代时缺失数据 e_k^{ij} 的期望为

$$\begin{aligned} E_{\psi_k(t)}[e_k^{ij}; Z_k] &= \Pr_{\psi_k(t)} \{ e_k^{ij} = 1 | Z_k \} = \\ &= \tau_k^i(\mathbf{z}_k^j; \psi_k(t)) = \tau_k^{ij}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, \Pr 表示事件的概率测度, $\tau_k^{ij}(t)$ 表示测量 \mathbf{z}_k^j

属于模型 i 的后验概率, 其计算公式为

$$\tau_k^{ij}(t) = \frac{\pi_k^i(t) f_k^i(\mathbf{z}_k^j; \theta_k^i(t))}{\sum_{i=1}^{g_k(t)} \pi_k^i(t) f_k^i(\mathbf{z}_k^j; \theta_k^i(t))} \quad (18)$$

根据上式可得 $\ln C_k(Y_k; \psi_k)$ 的条件期望为

$$Q(\psi_k; \psi_k(t)) = E_{\psi_k(t)} \{ \ln C_k(Y_k; \psi_k) | Z_k \} = \sum_{i=1}^{g_k} \sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t) \{ \ln \pi_k^i(t) + \ln f_k^i(\mathbf{z}_k^j; \theta_k^i(t)) \} \quad (19)$$

实际上这里的缺失变量即反映了测量与目标的关联关系, 故本文算法不再需要数据关联过程.

步骤 2 (最大化步). 通过全局最大化 $Q(\psi_k; \psi_k(t))$ 来得到参数 ψ_k 的估计值. 由

$$\frac{\partial Q_k(\psi_k; \psi_k(t))}{\partial \psi_k} = 0 \quad (20)$$

可得模型权重估计为

$$\pi_k^i(t) = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t) \quad (21)$$

模型均值估计为

$$\mu_k^i(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t) \mathbf{z}_k^j}{\sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t)}, \quad i = 1, \dots, g_k(t) \quad (22)$$

对于模型方差估计, 由于目标测量模型的方差已知或设定 (见第 4.1 节), 故此处仅需估计杂波模型方差

$$\Sigma_{c,k}^i(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t) (\mathbf{z}_k^j - \mu_{c,k}^i(t)) (\mathbf{z}_k^j - \mu_{c,k}^i(t))^T}{\sum_{j=1}^{n_k} \tau_k^{ij}(t)}, \quad i = 1, \dots, g_{c,k}(t) \quad (23)$$

步骤 3 (模型个数估计步). 本文通过模型合并与删除技术估计模型个数^[13]. 需要注意的是杂波模型与目标测量模型之间不能相互合并. 对于杂波模型, 其合并与删除过程如下:

1) 合并步

给定合并门限 U , 令集合 $I_k = \{1, \dots, g_{c,k}(t)\}$, $l = 0$, 循环执行:

$l = l+1, j = \arg \max_{i \in I_k} \pi_{c,k}^i$, 对于模型 $i \in I_k$, 若满足 $d_k^{ij}(t) \leq U$, 这里

$$d_k^{ij}(t) = (\mu_{c,k}^i(t) - \mu_{c,k}^j(t))^T (\Sigma_{c,k}^j(t))^{-1} \times (\mu_{c,k}^i(t) - \mu_{c,k}^j(t)) \quad (24)$$

则令 $i \in L_k$, 合并集合 L_k 中的模型, 合并公式为

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\pi}_{c,k}^l(t+1) &= \sum_{i \in L_k} \pi_{c,k}^i(t) \\ \tilde{\mu}_{c,k}^l(t+1) &= \frac{1}{\tilde{\pi}_{c,k}^l(t+1)} \sum_{i \in L_k} \pi_{c,k}^i(t) \mu_{c,k}^i(t) \\ \tilde{\Sigma}_{c,k}^l(t+1) &= \frac{1}{\tilde{\pi}_{c,k}^l(t+1)} \sum_{i \in L_k} \pi_{c,k}^i(t) (\Sigma_{c,k}^i(t) + (\tilde{\mu}_{c,k}^l(t+1) - \mu_{c,k}^i(t)) \times (\tilde{\mu}_{c,k}^l(t+1) - \mu_{c,k}^i(t))^T) \end{aligned} \right. \quad (25)$$

令 $I_k = I_k - L_k$, 直到集合 $I_k = \emptyset$ 时循环结束, 模型合并完成.

2) 删除步

如果权重 $n_k \tilde{\pi}_{c,k}^i < D_c$ ($i = 1, \dots, l$), 则删除该模型, 令 $l = l - 1$. 这里 D_c 为杂波模型删除门限. 最终可得到合并和删除后的杂波模型, 相应的模型个数为 $g_{c,k}(t+1) = l$.

对于目标测量模型, 它的合并/删除过程与杂波模型相类似, 不同之处为: 由于每个目标产生的测量数至多为 1, 因此在模型删除步, 删除门限 D_t 的设定值通常要远小于杂波模型的删除门限 D_c .

以上三个步骤交替迭代, 直至似然函数之差 $\mathcal{L}_k(Y_k; \psi_k(t+1)) - \mathcal{L}_k(Y_k; \psi_k(t))$ 小于 EM 算法的收敛门限 ε 时, 可得到时刻 k 混合模型的参数估计 $\hat{\psi}_k$. 根据 $\hat{\psi}_k$ 可得杂波模型估计 $\hat{\mathcal{F}}_{c,k}(\cdot; \hat{\theta}_{c,k})$ 、目标个数估计 $\hat{g}_{t,k}$ 以及目标测量模型的均值估计 $\hat{\mu}_{t,k}^i$ ($i = 1, \dots, \hat{g}_{t,k}$).

4 多目标状态估计

4.1 目标等效量测

在多目标跟踪中, 由于受杂波的影响, 对应于个体目标的真实量测通常很难找到, 很多情况下需要利用目标的等效量测来代替目标的真实测量. 例如在 JPDA 算法中, 等效量测可通过对波门内的测量进行概率加权获得. 在本文方法中由于缺失变量即表示了测量与目标的关联概率, 因此目标测量模型的均值估计 $\hat{\mu}_{t,k}^i = \sum_{j=1}^{n_k} \hat{\tau}_k^{ij} \mathbf{z}_k^j / \sum_{j=1}^{n_k} \hat{\tau}_k^{ij}$ ($i = 1, \dots, \hat{g}_{t,k}$) 即表示了对应于目标 i 的等效量测, 等效测量方差仍为 R_k . 需要说明的是, 本文的等效量测与 JPDA 算法中的等效测量主要不同之处在于: 前者由整个监控区域内的测量计算得到; 而后者仅根

据波门内的测量计算得到.

4.2 多目标状态估计

当目标状态方程和测量方程为线性时,

$$\begin{cases} f_k^i(\mathbf{x}_k^i) = F_k^i \mathbf{x}_k^i \\ h_k(\mathbf{x}_k^i) = H_k \mathbf{x}_k^i \end{cases}, \quad i = 1, \dots, t_k \quad (26)$$

将目标 i 的等效量测 $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{t,k}^i$ 带入卡尔曼滤波器即可得到该目标的状态估计. 滤波公式为

$$\begin{aligned} & 1) \text{ 预测步} \\ & \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i = F_{k-1}^i \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i \\ P_{k|k-1}^i = Q_{k-1}^i + F_{k-1}^i P_{k-1}^i (F_{k-1}^i)^T \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & 2) \text{ 更新步} \\ & \begin{cases} K_k^i = P_{k|k-1}^i H_k^T (H_k P_{k|k-1}^i H_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^i = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i + K_k^i (\hat{\boldsymbol{\mu}}_{t,k}^i - H_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i) \\ P_k^i = (I - K_k^i H_k) P_{k|k-1}^i \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

当目标运动方程或测量方程为非线性时, 需要先用扩展卡尔曼滤波器 (Extend Kalman filter, EKF)、无味卡尔曼滤波器 (Unscented Kalman filter, UKF)^[15] 等非线性滤波技术将其线性化后, 再根据等效量测分别估计个体目标的状态.

5 仿真实验

5.1 仿真场景产生

假设时刻 k 监控区域内的目标运动模型为

$$\mathbf{x}_k^i = F_{k-1}^i \mathbf{x}_{k-1}^i + \mathbf{w}_{k-1}^i, \quad i = 1, \dots, t_k \quad (29)$$

其中, t_k 为时刻 k 的目标个数, \mathbf{x}_k^i 为目标 i 的状态向量, 已知 $\mathbf{x}_k^i = [x_k^i, \dot{x}_k^i, \ddot{x}_k^i, y_k^i, \dot{y}_k^i, \ddot{y}_k^i]^T$, F_k^i 为目标 i 的状态转移矩阵, 过程噪声 \mathbf{w}_k^i 为高斯白噪声, 满足 $\mathbf{w}_k^i \sim N(\mathbf{0}, Q_k^i)$. 传感器采样间隔 $T = 1$ 秒, 整个跟踪时间持续 100 秒, 监控区域 S 的范围为 $[-1000, 1000] \times [-1000, 1000] \text{ m}^2$, 目标航迹如图 1 所示.

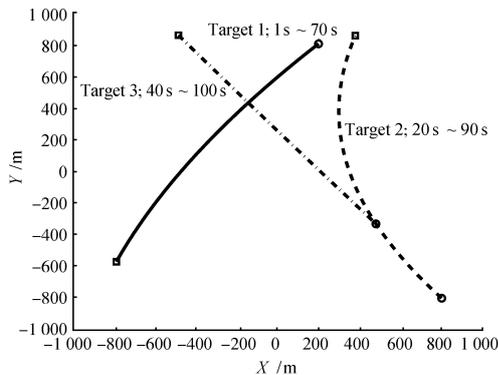


图 1 目标运动航迹

Fig. 1 Trajectories of targets

图 1 中圆圈表示目标起点, 矩形表示目标终点. 其中实线为目标 1 航迹, 它在第 1 秒产生, 到第 70 秒消亡; 虚线为目标 2 航迹, 它在第 20 秒产生, 到第 90 秒消亡; 虚点线为目标 3 航迹, 它在第 40 秒时由目标 2 产生, 到第 100 秒消亡. 其中目标 1 和目标 2 作匀加速 (Constant acceleration, CA) 运动, 状态转移矩阵 F_k^i 和过程噪声方差矩阵 Q_k^i ($i = 1, 2$) 分别为^[16]

$$F_k^i = \begin{bmatrix} F_{CA} & \\ & F_{CA} \end{bmatrix}, \quad Q_k^i = \begin{bmatrix} Q_{CA} & \\ & Q_{CA} \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中

$$F_{CA} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ & 1 & T \\ & & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_{CA} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & \frac{T^3}{2} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^3}{2} & T^2 & T \\ \frac{T^2}{2} & T & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

目标 3 作匀速 (Constant velocity, CV) 运动, F_k^3 和 Q_k^3 分别为^[16]

$$F_k^3 = \begin{bmatrix} F_{CV} & \\ & F_{CV} \end{bmatrix}, \quad Q_k^3 = \begin{bmatrix} Q_{CV} & \\ & Q_{CV} \end{bmatrix} \quad (32)$$

其中

$$F_{CV} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}, \quad Q_{CV} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & \frac{T^3}{2} & 0 \\ \frac{T^3}{2} & T^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

需要说明的是, 由于目标 1~3 的状态向量统一表示为 $\mathbf{x}_k^i = [x_k^i, \dot{x}_k^i, \ddot{x}_k^i, y_k^i, \dot{y}_k^i, \ddot{y}_k^i]^T$, 故此处的 F_{CV} , Q_{CV} 需要进行扩维. σ_w 为过程噪声标准差, 设 $\sigma_w = 0.01 \text{ m/s}^2$.

设传感器测量方程为线性方程

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (34)$$

其中, 测量噪声 \mathbf{v}_k 满足 $\mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{0}, R_k)$, 噪声方差 $R_k = \sigma_v^2 I$, $\sigma_v = 12.5 \text{ m}$. 传感器位于坐标原点, 检测概率为 $p_D = 0.98$.

假设在跟踪过程中, 区域内的杂波分布模型稳定, 杂波个数 N_c 服从参数为 λ_c 的泊松分布

$$P(N_c = c_k) = \frac{e^{-\lambda_c} \lambda_c^{c_k}}{c_k!} \quad (35)$$

其中 c_k 为时刻 k 的杂波个数. 设参数 $\lambda_c = 50$, 它表示平均每帧收到 50 个杂波.

假设杂波位置分布模型为

$$\mathcal{F}_{c,k}(\cdot; \theta_c) = \pi_c^1 \mathcal{U}(\cdot) + \sum_{i=2}^4 \pi_c^i N(\cdot; \boldsymbol{\mu}_c^i, \Sigma_c^i), \quad \sum_{i=1}^4 \pi_c^i = 1 \quad (36)$$

其中杂波模型参数如表 1 所示.

表 1 杂波模型参数表

Table 1 Parameters of the clutter model

模型	权重	均值向量 ($\times 10^2$ m)	协方差矩阵 ($\times 10^4$ m ²)
1	0.3	/	/
2	0.3	$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.25 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
3	0.2	$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
4	0.2	$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

需要说明的是: 本文算法可适用于杂波个数任意变化的情况, 并不一定要求杂波个数满足泊松分布; 而对于 PHD 滤波器则必须要求杂波个数为泊松分布.

5.2 估计杂波模型以及多目标个数和状态

本文重点比较以下两种算法的估计效果:

1) 不拟合杂波模型, 直接采用 GM-PHD (Gaussian mixture PHD) 滤波器^[15] 估计多目标个数与状态;

2) 采用本文算法同时拟合杂波模型并估计多目标状态与个数.

在本文算法中新生目标的测量模型为式 (13) 所示, 相应的模型参数为: $g_{b,k}(0) = 2$, $\boldsymbol{\mu}_{b,k}^1(0) = [200, 800]^T$, $\boldsymbol{\mu}_{b,k}^2(0) = [800, -800]^T$, $\Sigma_{b,k}^1(0) = \Sigma_{b,k}^2(0) = \text{diag}\{[100, 100]\}$; 它生目标测量模型为式 (14) 所示, 相应的模型参数为: $p_k = 1$, $\boldsymbol{d}_{p,k}^1 = [0, 0]^T$, $\Sigma_{p,k}^{i1} = \text{diag}\{[100, 100]\}$, $i = 1, \dots, t_k$.

取模型合并门限 $U = 4$, 杂波模型删除门限 $D_c = 3$, 目标测量模型删除门限 $D_t = 0.5$. 采用本文方法经过 6 秒左右估计的杂波模型可近似收敛到真实杂波模型. 一次仿真结果如图 2 所示.

图 2 中, 灰色“×”为 1~6 秒内总共得到的测量数据 (共 300 个观测左右), 实线为真实杂波模型的 95% 椭圆, 虚线为估计杂波模型的 95% 椭圆. 在 100 次 Monte-Carlo 仿真实验中, 90% 以上的估计模型都可较好地拟合真实模型, 估计精度基本可以满足目标跟踪的需要.

下面比较两种算法的目标个数估计效果. GM-

PHD 滤波器的目标个数估计曲线如图 3 所示, 采用本文算法的目标个数估计曲线如图 4 所示.

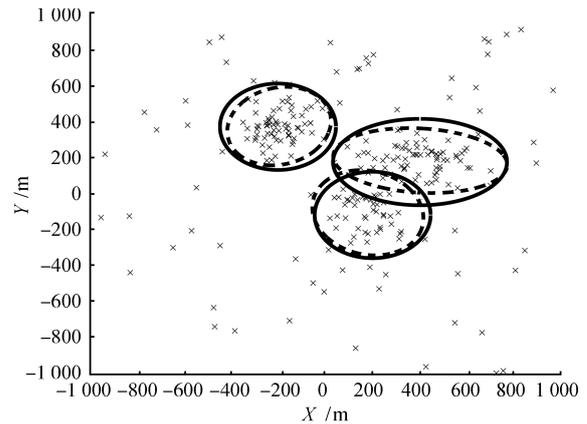


图 2 拟合的杂波模型

Fig. 2 Fitted clutter model

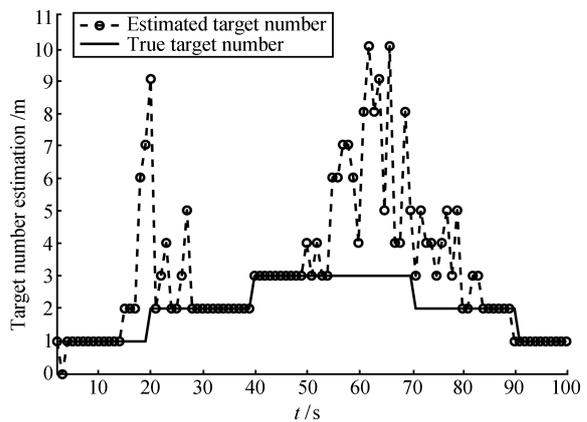


图 3 GM-PHD 滤波器的目标个数估计

Fig. 3 Target number estimations of GM-PHD filter

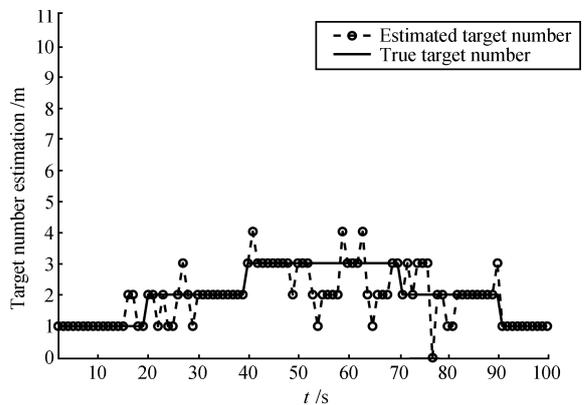


图 4 本文算法的目标个数估计

Fig. 4 Target number estimations of the proposed method

在图 3 和图 4 中, 实线为区域内的真实目标个数随时间变化曲线, 圆圈为相应的估计目标个数. 由以上两图可见前者的目标数估计误差明显大于后者. 这说明当杂波分布较复杂并且未知时, 若仍假设杂

波为均匀分布, 则导致目标数估计产生严重偏差. 一般来说, 目标经过的区域杂波越密集, 并且目标在该区域运行时间越长, 在该区域周围就会产生越多的虚假估计目标. 而本文算法由于在跟踪过程中可以同时拟合杂波模型, 所以杂波密集区的虚假目标个数明显降低, 目标个数估计精度比前者有显著提高. 只是在目标经过杂波特别密集的区域时, 该目标的状态估计可能会出现暂时的丢失, 即目标暂时“淹没”于密集的杂波中.

下面比较两种算法的目标位置估计效果. GM-PHD 滤波器的多目标位置估计如图 5 所示, 本文算法的多目标位置估计如图 6 所示.

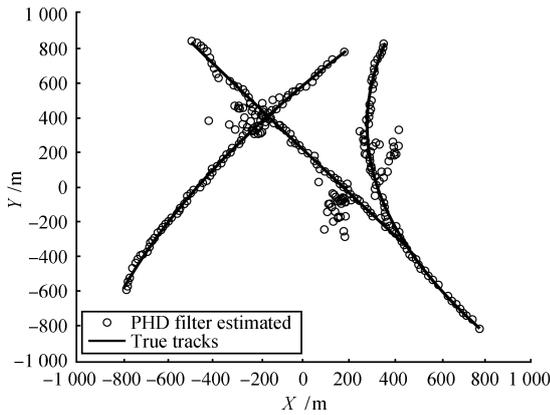


图 5 GM-PHD 滤波器的目标位置估计

Fig. 5 Target position estimations of GM-PHD filter

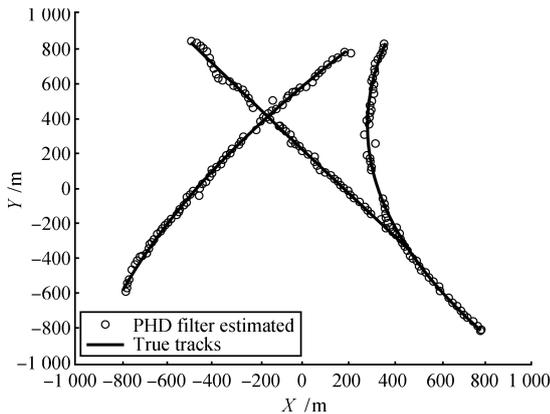


图 6 本文算法的目标位置估计

Fig. 6 Target position estimations of the proposed method

在图 5 和图 6 中, 实线表示目标 1~3 的真实航迹; 圆圈表示目标 1~3 的估计位置. 由图 5 也可看出, 当假设杂波为均匀分布时, GM-PHD 滤波器在杂波密集区域会产生大量的虚假目标估计; 而在图 6 中, 由于本文算法可以对杂波模型进行较好的拟合, 所以虚假目标明显减少, 目标估计位置接近真实位置.

与单目标跟踪不同, 在多目标跟踪中, 由于估计

的目标个数可能不同于真实目标个数, 因此我们不能用传统的均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 来定量描述多目标估计误差. 文献 [17] 建议用 Wasserstein 距离描述目标个数随时间变化时的多目标状态估计误差. 若时刻 k 真实目标状态集合为 $X_k = \{\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^{t_k}\}$, 估计目标状态集合为 $\hat{X}_k = \{\hat{\mathbf{x}}_k^1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_k^{\hat{t}_k}\}$, 这里 t_k, \hat{t}_k 分别为时刻 k 的真实目标个数和估计目标个数, 则相应的 Wasserstein 距离定义为

$$d_{p,k}(\hat{X}_k, X_k) = \min_{C_k} \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{|\hat{X}_k|} \sum_{j=1}^{|X_k|} C_k^{ij} \|\hat{\mathbf{x}}_k^i - \mathbf{x}_k^j\|^p} \quad (37)$$

其中矩阵 C_k 称为传输矩阵, 它要求矩阵的每一项元素 $C_k^{ij} \geq 0$, 并且 $\sum_{j=1}^{|X_k|} C_k^{ij} = 1/|\hat{X}_k|$, $\sum_{i=1}^{|\hat{X}_k|} C_k^{ij} = 1/|X_k|$. 这里 $|\cdot|$ 表示集合的势, $\|\cdot\|^p$ 表示 p 范数. 本文 $p=2$. 当 X_k 或 \hat{X}_k 为空集时, Wasserstein 距离没有定义, 可令其为 0; 当它们的元素个数相同时, Wasserstein 距离为最优关联下的距离.

两者的 Wasserstein 距离随时间变化曲线分别如图 7 和图 8 所示.

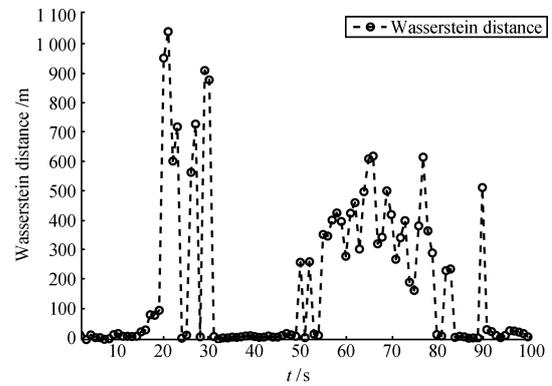


图 7 GM-PHD 滤波器的 Wasserstein 距离

Fig. 7 Wasserstein distances of GM-PHD filter

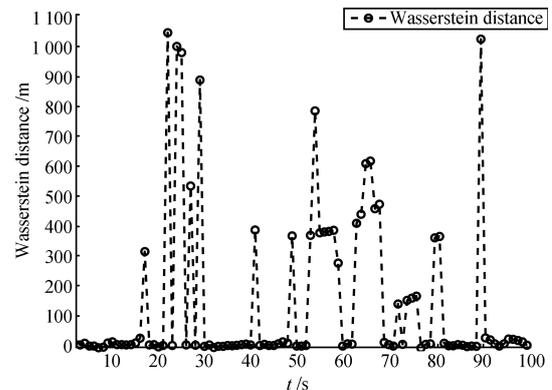


图 8 本文算法的 Wasserstein 距离

Fig. 8 Wasserstein distances of the proposed method

在图 7 和图 8 中, 圆圈表示从 1~100 秒内各个时刻多目标状态估计的 Wasserstein 距离. Wasserstein 距离惩罚目标数估计错误的情况, 因此在目标数估计不正确的时间点处, Wasserstein 会出现显著的峰值. 由以上两图可见, 由于后者比前者目标数估计准确, 其相应的 Wasserstein 距离也明显好于前者. 由图中还可以看出, 当目标数估计正确时, Wasserstein 距离为 10 m 左右, 它近似为目标状态估计协方差的迹的平方根.

由上述仿真可以得出结论: 当杂波分布较复杂且未知时, 进行杂波分布的拟合是很有必要的. 否则若仍按通常的杂波为均匀分布的假设, 在目标跟踪阶段会产生显著误差.

6 结论

本文提出了一种未知杂波环境下的多目标跟踪算法. 该算法利用混合模型描述多目标似然函数. 通过估计混合模型参数, 可同时拟合未知杂波模型并估计多目标状态和个数. 通过仿真实验比较可得, 本文方法在杂波模型未知且较复杂时也可得到比较满意的跟踪效果. 并且通过 EKF, UKF 等非线性滤波算法, 本文方法还可直接扩展到非线性条件下.

References

- 1 Bar-Shalom Y, Fortman T E. *Tracking and Data Association*. San Diego: Academic, 1988
- 2 Bar-Shalom Y, Li X R. *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*. Storrs: YBS Publishing, 1995
- 3 Blackman S, Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Boston: Artech House, 1999
- 4 Samet H. *K*-nearest neighbor finding using MaxNearestDist. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, **30**(2): 243–252
- 5 Puranik S, Tugnait J K. Tracking of multiple maneuvering targets using multiscan JPDA and IMM filtering. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(1): 23–35
- 6 Zhang Heng, Fan Xiao-Ping, Qu Zhi-Hua. Mobile robot adaptive Monte Carlo localization based on multiple hypothesis tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(9): 941–946
(张恒, 樊晓平, 瞿志华. 基于多假设跟踪的移动机器人自适应蒙特卡罗定位研究. *自动化学报*, 2007, **33**(9): 941–946)
- 7 Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 8 Mahler R. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(3): 1523–1543
- 9 Liu W F, Han C Z. Multitarget tracking algorithm based on finite mixture models and equivalent measurement. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion*. Washington D. C., USA: IEEE, 2008. 1544–1551
- 10 McLachlan G, Peel D. *Finite Mixture Models*. New York: Wiley, 2000. 175–220
- 11 Figueiredo M A F, Jain A K. Unsupervised learning of finite mixture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(3): 381–396
- 12 Ba-Ngu V, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1224–1245
- 13 Ba-Ngu V, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Process*, 2006, **54**(11): 4091–4104
- 14 Panta K, Ba-Ngu V, Singh S. Novel data association schemes for the probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(2): 556–570
- 15 Goodman I R, Mahler P R, Nguyen H T. *Mathematics of Data Fusion*. Norwell: Kluwer Academic, 1997. 106–177
- 16 Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking: dynamic models. In: *Proceedings of SPIE International Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*. Washington D. C., USA: IEEE, 2000. 212–235
- 17 Hoffman J R, Mahler R. Multitarget miss distance via optimal assignment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Human*, 2004, **34**(3): 327–336



连峰 西安交通大学综合自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为信息融合与目标跟踪. 本文通信作者.

E-mail: lianfeng1981@gmail.com

(LIAN Feng Ph.D. candidate at the Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information

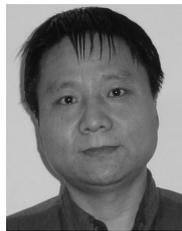
Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers information fusion and target tracking. Corresponding author of this paper.)



韩崇昭 西安交通大学电子与信息工程学院自动化系教授. 主要研究方向为多源信息融合, 随机控制与自适应控制, 非线性频谱分析.

E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn

(HAN Chong-Zhao Professor, Ph.D. in the Department of Automation, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers multisource information fusion, stochastic control and adaptive control, and nonlinear spectral analysis.)



刘伟峰 西安交通大学综合自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为信息融合与目标跟踪.

E-mail: dashan000.liu@gmail.com

(LIU Wei-Feng Ph.D. candidate at the Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information

Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers information fusion and target tracking.)