

确定学习与基于数据的建模及控制

王聪¹ 陈填锐¹ 刘腾飞^{1,2}

摘要 确定学习运用自适应控制和动力学系统的概念与方法, 研究未知动态环境下的知识获取、表达、存储和利用等问题. 针对产生周期或回归轨迹的连续非线性动态系统, 确定学习可以对其未知系统动态进行局部准确建模, 其基本要素包括: 1) 使用径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络; 2) 对于周期 (或回归) 状态轨迹满足部分持续激励条件; 3) 在周期 (或回归) 轨迹的邻域内实现对非线性系统动态的局部准确神经网络逼近 (局部准确建模); 4) 所学的知识以时不变且空间分布的方式表达、以常值神经网络权值的方式存储, 并可在动态环境下用于动态模式的快速识别或者闭环神经网络控制. 本文针对离散动态系统, 扩展了确定学习理论, 提出一个根据时态数据序列对离散动态系统进行建模与控制的框架. 首先, 运用确定学习原理和离散系统的自适应辨识方法, 实现对产生时态数据的离散非线性系统的未知动态进行局部准确的神经网络建模, 并利用此建模结果对时态数据序列进行时不变表达. 其次, 提出时态数据序列的基于动力学的相似性定义, 以及对离散动态系统产生的时态数据序列 (亦可称为动态模式) 进行快速识别方法. 最后, 针对离散非线性控制系统, 实现了基于时态数据序列对控制系统动态的闭环辨识 (局部准确建模). 所学关于闭环动态的知识可用于基于模式的智能控制. 本文表明确定学习可以为时态数据挖掘的研究提供新的途径, 并为基于数据的建模与控制等问题提供新的研究思路.

关键词 确定学习, 时态数据序列, 离散动态系统, 基于数据的建模, 部分持续激励条件, 时态数据挖掘, 动态模式识别, 基于模式的控制

中图分类号 TP13

Deterministic Learning and Data-based Modeling and Control

WANG Cong¹ CHEN Tian-Rui¹ LIU Teng-Fei^{1,2}

Abstract The deterministic learning theory aims at the area of knowledge acquisition, representation, and utilization in uncertain dynamical environments. Referred to as “deterministic learning” in comparison with the celebrated “statistical learning”, the new learning theory is developed utilizing results from concepts and tools of adaptive control and dynamical systems. It provides systematic design approaches for nonlinear system identification, temporal/dynamical pattern recognition, and pattern-based control of nonlinear systems in uncertain dynamical environments. In this paper, the deterministic learning theory is extended to modeling and control of nonlinear discrete-time systems. Firstly, based on the temporal data sequences generated from discrete-time systems, locally-accurate approximation of the underlying system dynamics is achieved. Consequently, the temporal data sequences can be effectively represented by using the knowledge of approximated system dynamics. Secondly, definitions for similarity of temporal data sequences are given, and a method for rapid recognition of a temporal data sequence is proposed. Thirdly, deterministic learning of closed-loop system dynamics is implemented during neural network (NN) control of nonlinear discrete-time systems. The knowledge can be reused for pattern-based intelligent control. The deterministic learning theory will provide a new approach to data-based modeling, recognition, control of complex processes and systems.

Key words Deterministic learning, temporal data sequence, discrete-time systems, data-based modeling, partial persistence of excitation (PE) condition, temporal data mining, dynamical pattern recognition, pattern-based control

随着信息科学技术, 特别是信息采集、存储和处理技术的快速发展, 在科学研究、工程制造以及

社会经济等许多领域每天都在产生并储存大量的甚至海量的数据. 在许多情况下, 这些数据具有时间依赖性, 因而可被称为时态数据 (Temporal data)、时态序列 (Temporal sequences) 或时间序列 (Time series). 对这些时态数据进行处理的需求产生了一些如时态数据挖掘等新的学科领域, 其目标是发现隐藏在时态序列中的信息.

由于时态数据中的时间属性信息需要用与处理其他数据属性不同的方法来处理, 实现从时态数据中挖掘出有意义的信息存在很多困难^[1-2]. 在时态数据挖掘领域, 一个首先要解决的问题是时态数据的表达与建模问题, 这是一个基础的重要问题^[1]. 由

收稿日期 2008-12-18 收修改稿日期 2009-03-17
Received December 18, 2008; in revised form March 17, 2009
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2007CB311005) 和国家自然科学基金 (60743011, 90816028) 资助

Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB311005) and National Natural Science Foundation of China (60743011, 90816028)

1. 华南理工大学自动化学院控制与优化中心 广州 510641 2. 澳大利亚国立大学信息科学与工程研究院信息工程系 堪培拉 ACT 0200

1. Center for Control and Optimization, School of Automation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, P. R. China 2. Research School of Information Sciences and Engineering, The Australian National University, Canberra ACT 0200, Australia
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00693

于缺乏合适的表达方法, 到目前为止, 以高效的方式直接处理海量高维的时态数据序列仍是极为困难的. 在对时态数据以适当的方式进行表达后, 另一个问题是如何定义时态数据序列之间的相似性. 这种相似性定义应能适用于不同数据长度、不同噪声级别^[1]. 这两个问题解决后才能把时态数据的表达、相似性定义应用于研究实际的从复杂过程和系统产生的时态数据序列的快速识别, 以及基于时态数据的控制.

对于基于时态数据对复杂过程和系统进行建模这一问题, 一些学科, 如系统辨识、逼近理论、统计学习都已进行了深入研究. 其中, 系统辨识研究如何根据动态系统的输入输出数据来建立动态系统的数学模型^[3]. 系统辨识领域中的预测误差理论指出, 当持续激励 (Persistence of excitation, PE) 条件满足时, 估计模型中的参数将收敛到真实参数, 并且所辨识模型收敛到真实系统^[3]. 对于线性动态系统, 在输入信号包含足够丰富的信息或者在频域足够丰富时, PE 条件可以被满足. 然而对于非线性动态系统, 一般来说人们无法建立起输入信号的频域特性与被估计参数之间的关系, 因而 PE 条件很难被满足. 结果, 对非线性动态系统真实模型的建模或辨识成为一个极为困难的问题, 以至于这一目标渐渐被放弃^[4]. 当前, 系统辨识领域的研究热点之一是为控制而辨识, 或闭环辨识. 此时人们主要考虑辨识模型的有用性而不是其真实性^[3-4].

神经网络由于具有学习复杂的输入输出映射的能力而被广泛应用于非线性系统的辨识与控制. 自上世纪 90 年代以来, 基于 Lyapunov 稳定性理论的自适应神经网络辨识/控制方法被广泛研究, 取得了许多成果^[5-16]. 然而, 绝大多数相关文献仅包含了神经网络建模的稳定性分析, 即仅保证状态跟踪误差的有界和收敛、以及神经网络权值的有界, 而没有保证神经网络权值收敛到其真值或最优值, 因而也无法保证神经网络真正逼近系统动态. 要实现神经网络的真正建模, 需要满足 PE 条件. 然而, PE 条件的满足对于神经网络辨识与控制也是一个非常困难的、难以预先验证的问题.

最近, 我们在对径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络的持续激励特性研究的基础上^[17-19], 提出了确定学习理论^[20-23]. 确定学习运用自适应控制和非线性动力学系统的概念与方法, 研究未知动态环境下的知识获取、表达、存储和再利用等问题. 通过选择局部 RBF 神经网络作为参数化的模型结构, 对于周期轨迹或者更一般的回归轨迹, RBF 神经网络中沿着回归轨迹的神经元函数构成的子向量可以满足部分 PE 条件. 对于连续非线

性系统的辨识问题, 沿着由非线性系统产生的周期或回归轨迹, 这个部分 PE 条件可以使得辨识误差系统满足指数稳定, 并因而在沿周期或回归轨迹的局部区域实现对非线性系统动态的准确神经网络逼近. 这样依靠动态环境下的系统状态信息, 确定学习可以对非线性系统的未知动态进行局部准确建模.

运用确定学习原理, 本文研究如何基于时态数据对动态系统进行建模与控制. 这里, 假定时态数据序列是从离散动态系统产生的周期或回归轨迹, 亦被称为动态模式. 首先, 研究基于时态数据序列对复杂过程和系统进行辨识/建模. 基于确定学习原理和离散系统的自适应辨识方法^[24], 实现对产生时态数据的离散非线性系统的未知动态进行局部准确的神经网络建模. 所获得的关于离散系统动态的知识可以被当做时态数据序列的时不变表达, 并以常值神经网络权值的方式存储. 其次, 基于时态数据序列的时不变表达, 研究时态数据序列的相似性定义, 并提出时态数据序列 (或动态模式) 的快速识别方法. 这使得以动态并行分布的方式处理海量高维的时态数据序列成为可能. 最后, 研究基于时态数据序列对复杂控制系统进行闭环辨识/建模. 实现闭环辨识的关键是如何使某些闭环内部信号满足持续激励条件 (而不只是外部参考信号的持续激励). 我们通过控制被控对象状态序列跟踪周期参考状态序列, 借助于获得的周期状态跟踪以及局部 RBF 网络的相关特性, 使得沿周期状态序列的某些闭环内部信号满足持续激励条件. 基于确定学习原理和离散系统的自适应控制方法^[10, 25], 可以实现对离散非线性控制系统的闭环动态进行局部准确的神经网络建模. 所学的闭环系统动态知识可用于基于模式的智能控制并提高控制性能.

综上所述, 本文运用离散动态系统 (特别是离散自适应系统) 的稳定性分析, 扩展了针对离散动态系统的确定学习理论, 提出一个对时态数据序列进行建模、表达、相似性刻画、快速识别, 以及基于时态数据对离散动态系统进行建模与控制的框架. 本文研究的不仅仅是神经网络建模的稳定性, 还包括了建立在满足部分 PE 条件基础上的神经网络权值的收敛, 以及对系统动态 (包括闭环动态) 的局部准确的神经网络逼近. 本文的工作为时态数据挖掘的研究提供了新的思路, 并为基于数据的建模与控制提供了可能的途径.

本文的安排如下: 第 1 节讨论基于时态数据的建模/辨识, 以及时态数据序列的时不变表达; 第 2 节研究时态数据序列的相似性定义以及快速识别方法; 第 3 节研究从闭环控制中学习闭环系统动态 (闭环辨识); 第 4 节展望进一步发展并总结全文.

1 时态数据的建模与表达

本节研究如何对由离散非线性系统产生的时态数据进行建模与表达.

1.1 问题描述

考虑一个时态数据序列 $\varphi_\zeta = [\mathbf{Y}(1), \dots, \mathbf{Y}(k)]$. 假定该时态数据序列由如下动态系统产生:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(k-1), \dots, \mathbf{Y}(k-m); \mathbf{p}) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{Y}(k) = [y_1(k), \dots, y_n(k)]^T \in \mathbf{R}^n$ 是可测的系统状态, \mathbf{p} 是系统参数向量, $\mathbf{F}(\cdot; \mathbf{p}) = [f_1(\cdot; p_1), \dots, f_n(\cdot; p_n)]^T$ 是光滑但未知的非线性系统动态.

假设 1. 系统状态 $\mathbf{Y}(k)$ 保持一致有界, $\mathbf{Y}(k) \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$, 其中 Ω 是一个紧集, 并且系统状态轨迹是周期轨迹或更一般的回归轨迹.

本文所说的时态数据序列定义为由离散动态系统 (1) 产生的包括周期、准周期、类周期及混沌的数据序列, 统称为回归数据序列. 回归数据序列可刻画大部分由离散非线性系统产生的各种轨迹.

我们的目标是针对回归数据序列 φ_ζ , 设计一个动态 RBF 神经网络模型对离散系统 (1) 的未知动态 $\mathbf{F}(\mathbf{Y}(k-1), \dots, \mathbf{Y}(k-m); \mathbf{p})$ 进行辨识与建模, 并利用建模结果来表达回归数据序列 φ_ζ .

1.2 确定学习设计

对于产生回归数据序列的离散系统 (1), 我们参照文献 [24], 设计如下形式的动态 RBF 神经网络模型:

$$\hat{\mathbf{Y}}(k) = -A(\mathbf{Y}(k-1) - \mathbf{Z}(k-1)) + \hat{\mathbf{W}}^T(k) \mathbf{S}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}(k) = -A(\mathbf{Y}(k-1) - \mathbf{Z}(k-1)) + \hat{\mathbf{W}}^T(k+1) \mathbf{S}_k \quad (3)$$

其中, $\hat{\mathbf{Y}}(k) = [\hat{y}_1(k), \dots, \hat{y}_n(k)]^T \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{Z}(k) = [z_1(k), \dots, z_n(k)]^T \in \mathbf{R}^n$ 可看作是对 $\mathbf{Y}(k)$ 的预先和置后估计, $A = \text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$ 是对角矩阵, $|a_i| < 1$ 是设计常值, $\hat{\mathbf{W}}(k) = [\hat{\mathbf{W}}_1(k), \dots, \hat{\mathbf{W}}_n(k)]$ 是神经网络的权重估计, $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}(\mathbf{Y}(k-1), \dots, \mathbf{Y}(k-m))$.

令 $e_i(k) = y_i(k-1) - z_i(k-1)$ 表示神经网络模型的跟踪误差. 跟踪误差子系统为

$$e_i(k) = y_i(k-1) - z_i(k-1) = a_i e_i(k-1) - \tilde{\mathbf{W}}_i^T(k) \mathbf{S}_{k-1} + \epsilon_i \quad (4)$$

或

$$e_i(k+1) = a_i e_i(k) - \tilde{\mathbf{W}}_i^T(k+1) \mathbf{S}_k + \epsilon_i \quad (5)$$

其中, $\tilde{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}^*$, \mathbf{W}^* 是最优的神经网络权值, $f_i(\cdot; p_i) = \mathbf{W}_i^{*T} \mathbf{S}_k + \epsilon_i$, ϵ_i 是神经网络逼近误差.

在离散时间辨识中, 通常采用 $e_i(k+1)$ (而不是 $e_i(k)$) 来设计学习法则^[24]. 设 $v_i(k) = e_i(k+1) = y_i(k) - z_i(k)$. 因此,

$$v_i(k) = y_i(k) - z_i(k) = a_i e_i(k) - \tilde{\mathbf{W}}_i^T(k+1) \mathbf{S}_k \quad (6)$$

设计神经网络的权值学习法则如下:

$$\hat{\mathbf{W}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{W}}_i(k) + \Gamma \mathbf{S}_k v_i(k) \quad (7)$$

为了简化叙述, 令 $y_{ik} = y_i(k)$, $\hat{y}_{ik} = \hat{y}_i(k)$, $e_{ik} = e_i(k)$, $z_{ik} = z_i(k)$, $v_{ik} = v_i(k)$, $\phi_{ik} = -\tilde{\mathbf{W}}_i(k)$, $\mathbf{w}_{ik} = -\tilde{\mathbf{W}}_i^T(k+1) \mathbf{S}_k$.

由于式 (6) 中 z_{ik} 的存在, 不能直接计算 v_{ik} . 为了解决此问题, 采用如下等价算法. 根据式 (2), (3), (6) 和 (7), 有

$$\begin{aligned} v_{ik} &= y_{ik} - z_{ik} = \\ &= y_{ik} - \hat{y}_{ik} + \hat{y}_{ik} - z_{ik} = \\ &= y_{ik} - \hat{y}_{ik} - \left[\hat{\mathbf{W}}_i^T(k+1) - \hat{\mathbf{W}}_i^T(k) \right] \mathbf{S}_k = \\ &= y_{ik} - \hat{y}_{ik} - \mathbf{S}_k^T \Gamma \mathbf{S}_k v_{ik} \end{aligned} \quad (8)$$

因此

$$v_{ik} = \frac{y_{ik} - \hat{y}_{ik}}{1 + \mathbf{S}_k^T \Gamma \mathbf{S}_k} \quad (9)$$

采用式 (9) 来代替式 (6), 则可以实现学习算法 (7).

下面的理论说明这种针对离散系统的辨识算法的学习能力.

定理 1. 考虑由非线性系统 (1), 动态 RBF 神经网络 (2) 和 (3), 和神经网络权值调节法则 (7) 组成的自适应系统. 对绝大多数回归序列 φ_ζ , 以及神经网络初始权值 $\hat{\mathbf{W}}(0) = 0$, 我们有: 1) 所有信号保持有界, 且状态估计误差 v_{ik} 指数收敛到一个零的小邻域里; 2) 轨迹 φ_ζ 附近的神经元的权值估计 $\hat{\mathbf{W}}_{\zeta_i}$ 收敛到其最优权值 $\mathbf{W}_{\zeta_i}^*$ 的小邻域里, 同时实现沿轨迹 φ_ζ 的对系统动态 $f_i(\cdot; p_i)$ 的局部准确神经网络逼近.

证明. 对 1) 的证明由于篇幅限制在这里省略, 证明过程主要运用文献 [24] 的结果. 下面提供对 2) 的证明.

采用 RBF 神经网络的局部特性, 沿序列 φ_ζ 的

误差方程 (5) 可表示为如下形式:

$$\begin{aligned} e_{i(k+1)} &= a_i e_{ik} - \tilde{W}_{i(k+1)}^T \mathbf{S}_k + \epsilon_i = \\ a_i e_{ik} - \tilde{W}_{\zeta_i(k+1)}^T \mathbf{S}_{\zeta k} - \tilde{W}_{\bar{\zeta}_i}^T \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k} + \epsilon_i &= \\ a_i e_{ik} - \tilde{W}_{\zeta_i(k+1)}^T \mathbf{S}_{\zeta k} + \epsilon_{\zeta_i} &= \\ a_i e_{ik} + w_{\zeta ik} + \epsilon_{\zeta_i} & \end{aligned} \quad (10)$$

其中下标 $(\cdot)_\zeta$ 和 $(\cdot)_{\bar{\zeta}}$ 分别代表靠近和远离轨迹 φ_ζ 的相关量, $\mathbf{S}_{\zeta k}$ 代表由靠近轨迹的神经元的径向基函数组成的子向量, $\mathbf{S}_{\bar{\zeta} k}$ 代表由远离轨迹的神经元的径向基函数组成的子向量, ϵ_{ζ_i} 代表采用靠近轨迹 φ_ζ 的部分神经网络进行逼近的误差, 且 $\epsilon_{\zeta_i} = O(\epsilon_i)$. 类似的, v_{ik} 可表示为

$$v_{ik} = a_i e_{ik} + w_{\zeta ik} + \epsilon_{\zeta_i} \quad (11)$$

采用调节律 (7), 有

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\zeta_i}^T(k+1) \mathbf{S}_{\zeta k} &= \\ \tilde{W}_{\zeta_i}^T(k) \mathbf{S}_{\zeta k} + [\tilde{W}_{\zeta_i}^T(k+1) - \tilde{W}_{\zeta_i}^T(k)] \mathbf{S}_{\zeta k} &= \\ \tilde{W}_{\zeta_i}^T(k) \mathbf{S}_{\zeta k} + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} v_{ik} & \end{aligned} \quad (12)$$

即

$$w_{\zeta ik} = \phi_{\zeta ik}^T \mathbf{S}_{\zeta k} - \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} v_{ik} \quad (13)$$

$$\phi_{\zeta_i(k+1)} = \phi_{\zeta ik} - \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} v_{ik} \quad (14)$$

由于采用靠近轨迹的部分神经网络进行逼近时误差 ϵ_{ζ_i} 很小, 现在只考虑如下标称系统:

$$\begin{aligned} e_{i(k+1)} &= a_i e_{ik} + w_{\zeta ik} \\ v_{ik} &= a_i e_{ik} + w_{\zeta ik} \\ w_{\zeta ik} &= \phi_{\zeta ik}^T \mathbf{S}_{\zeta k} - \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} v_{ik} \\ \phi_{\zeta_i(k+1)} &= \phi_{\zeta ik} - \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} v_{ik} \end{aligned} \quad (15)$$

为分析确定学习系统的指数收敛性, 将式 (15) 写成文献 [25] 中式 (24) 的形式, 即

$$\begin{bmatrix} e_{i(k+1)} \\ \phi_{\zeta_i(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ik}^{11} & F_{ik}^{12} \\ F_{ik}^{21} & F_{ik}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ik} \\ \phi_{\zeta ik} \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} F_{ik}^{11} &= \frac{a_i}{1 + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}} \\ F_{ik}^{12} &= \frac{\mathbf{S}_{\zeta k}^T}{1 + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}} \\ F_{ik}^{21} &= -\frac{a_i(1-\delta)}{1 + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}} \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} \end{aligned}$$

$$F_{ik}^{22} = I - \frac{1}{1 + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}} \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k} \mathbf{S}_{\zeta k}^T$$

其中, δ 是一个任意小的正常值. 对系统 (16) 取如下 Lyapunov 函数

$$V_{ik} = e_{ik}^T P e_{ik} + \phi_{\zeta ik}^T \Gamma_{\zeta_i}^{-1} \phi_{\zeta ik} \quad (17)$$

令

$$F_{ik} = \begin{bmatrix} F_{ik}^{11} & F_{ik}^{12} \\ F_{ik}^{21} & F_{ik}^{22} \end{bmatrix}$$

那么

$$F_{ik}^T \begin{bmatrix} P \\ \Gamma_{\zeta_i}^{-1} \end{bmatrix} F_{ik} - \begin{bmatrix} P \\ \Gamma_{\zeta_i}^{-1} \end{bmatrix} = -H_{ik} H_{ik}^T$$

H_{ik} 具有如下形式

$$H_{ik} = \begin{bmatrix} \sigma I & L + \nu(\delta + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}) \chi_{ik} a_i & \xi_{ik} \chi_{ik} a_i \\ 0 & -\chi_{ik} \nu \mathbf{S}_{\zeta k} & \frac{1}{1-\delta} \xi_{ik} \chi_{ik} \mathbf{S}_{\zeta k} \end{bmatrix}$$

其中, L 是具有相应维数的实矩阵, $\nu \neq 0$,

$$\chi_{ik} = \frac{1-\delta}{1 + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}}$$

$$\xi_{ik} = \sqrt{2\delta + \mathbf{S}_{\zeta k}^T \Gamma_{\zeta_i} \mathbf{S}_{\zeta k}}$$

对 Lyapunov 函数 (17) 求差分, 有

$$V_{i(k+1)} - V_{ik} = -[e_{ik}^T \phi_{\zeta ik}^T] H_{ik} H_{ik}^T [e_{ik}^T \phi_{\zeta ik}^T]^T \quad (18)$$

在满足式 (18) 的情况下, 系统 (16) 的指数稳定性取决于 (F_{ik}, H_{ik}) 的一致能观性. 利用文献 [24] 中式 (30) 和 (31) 的分析, 系统 (16) 的指数稳定性最终取决于 RBF 神经网络回归向量 $\mathbf{S}_{\zeta k}$ 是否满足持续激励条件. 根据文献 [23] 中定理 2.7, 靠近轨迹 φ_{ζ_i} 的回归向量 $\mathbf{S}_{\zeta k}$ 满足 PE 条件, 因此误差系统 (15) 是指数稳定的. 因此轨迹 φ_ζ 附近的神经元的权值估计 (即 \hat{W}_{ζ_i}) 将指数收敛到其最优权值 $W_{\zeta_i}^*$ 的小邻域里.

对远离轨迹 $\varphi_{\bar{\zeta}_i}$ 的神经元, 有

$$w_{\bar{\zeta} ik} = \phi_{\bar{\zeta} ik}^T \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k} - \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k}^T \Gamma_{\bar{\zeta}_i} \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k} v_{ik} \quad (19)$$

和

$$\phi_{\bar{\zeta}_i(k+1)} = \phi_{\bar{\zeta} ik} - \Gamma_{\bar{\zeta}_i} \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k} v_{ik} \quad (20)$$

对远离轨迹 $\varphi_{\bar{\zeta}_i}$ 的神经元, 根据 RBF 神经网络的局部性质, $|\mathbf{S}_{\bar{\zeta} k}|$ 将变得非常小. 在这种情况下, 神经网络权值 $\hat{W}_{\bar{\zeta}_i}$ 只受到很微小的调节. 这样 $\hat{W}_{\bar{\zeta}_i}$ 和 $\hat{W}_{\bar{\zeta}_i}^T \mathbf{S}_{\bar{\zeta} k}(x)$ 都保持着很小的值.

当权值估计收敛后, 可按照如下方式获得一个常值的神经网络向量作为学习的结果

$$\bar{\mathbf{W}}_i = \frac{1}{k_b - k_a + 1} \sum_{k=k_a}^{k_b} \hat{\mathbf{W}}_i(k) \quad (21)$$

其中, $\{k_a, \dots, k_b\}$ 为收敛后的一段时间.

这样, 我们获得一个常值神经网络 $\bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_k$. 常值神经网络 $\bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_k$ 有如下特点:

1) 部分神经网络 $\bar{\mathbf{W}}_{\zeta i}^T \mathbf{S}_{\zeta k}$ 可在靠近轨迹 $\varphi_\zeta(Y_0)$ 的局部区域内准确逼近系统的内部动态 $f_i(\cdot; p_i)$:

$$f_i(\cdot; p_i) = \bar{\mathbf{W}}_{\zeta i}^T \mathbf{S}_{\zeta k} + \epsilon_{\zeta i} \quad (22)$$

其中, $\epsilon_{\zeta i} = O(\epsilon_i)$.

2) 神经网络 $\bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_k$ 可在靠近轨迹 $\varphi_\zeta(Y_0)$ 的局部区域内准确逼近系统的内部动态 $f_i(\cdot; p_i)$:

$$f_i(\cdot; p_i) = \bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_k + \epsilon_{i1} \quad (23)$$

其中, $\epsilon_{i1} = O(\epsilon_i)$.

这样, 就实现了沿轨迹 φ_ζ 的对系统动态 $f_i(\cdot; p_i)$ 的局部准确神经网络逼近, 即实现了对由离散非线性系统产生的回归时态数据序列进行建模. \square

注 1. 综上, 实现对离散系统动态进行局部准确建模的关键在于部分持续激励条件的满足, 离散线性时变系统的指数收敛, 以及沿回归轨迹的部分神经网络权值的收敛. 这些要素揭示了针对离散动态系统的确定学习本质. 对离散系统动态的局部准确建模可用于对时态数据序列进行时不变表达.

1.3 数值实验

我们采用如下 Henon 系统^[26] 来表明确定学习对时态数据序列的建模效果:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_2(k) + 1 - ax_1^2(k) \\ x_2(k+1) &= bx_1(k) \end{aligned} \quad (24)$$

其中系统参数为 $a = 1.4, b = 0.3$. 假定 x_1 的子系统是未知的. 图 1 表明该系统产生的状态序列.

采用如下高斯神经网络:

$$s_i(\|\mathbf{Z} - \boldsymbol{\xi}_i\|) = \exp\left[-\frac{(\mathbf{Z} - \boldsymbol{\xi}_i)^T (\mathbf{Z} - \boldsymbol{\xi}_i)}{\eta_i^2}\right] \quad i = 1, \dots, N \quad (25)$$

其中, $\boldsymbol{\xi}_i = [\xi_{i1}, \dots, \xi_{iq}]^T$ 是神经元的中心点, η_i 是神经元节点的宽度.

采用 121 个神经元的高斯网络来学习第一个子系统的非线性函数 $x_2(k) + 1 - ax_1^2(k)$ (如图 2 所示).

神经元均匀分布在区域 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$, 且 $\eta = 0.3$. 神经网络辨识器的参数选择如下: $a_1 = 0.5, \Gamma = 2$. 神经网络权值收敛情况以及局部学习情况分别如图 3 和图 4 所示. 比较图 2 和图 4, 可以清楚看出沿系统轨迹的区域, 神经网络可逼近系统 (24) 的非线性函数 $x_2(k) + 1 - ax_1^2(k)$.

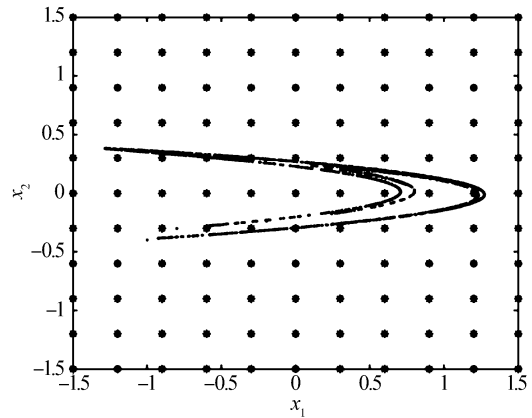


图 1 Henon 系统的轨迹
Fig.1 Orbit of the Henon system

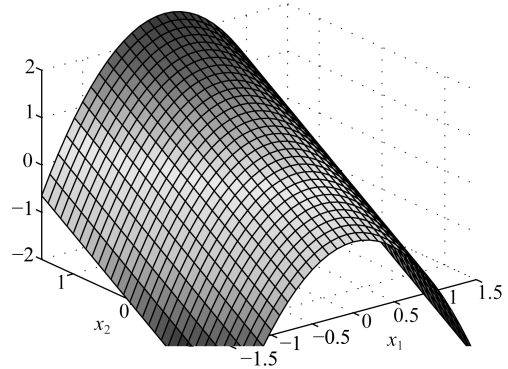


图 2 系统非线性函数
Fig.2 System nonlinearity

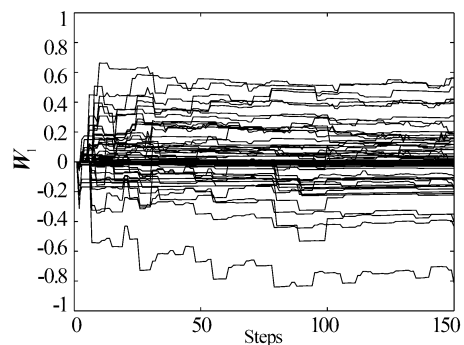


图 3 部分神经元权值的收敛
Fig.3 Partial neural weight convergence

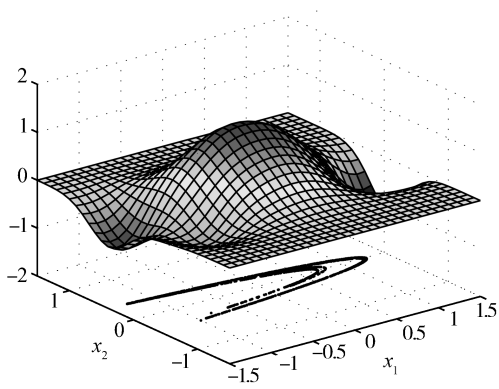


图4 对系统非线性函数的局部准确逼近
Fig.4 Locally accurate approximation of system dynamics

1.4 时态数据序列的表达

上述结果表明,产生时态数据序列 φ_ζ 的离散系统的内部动态 $f_i(\cdot)$ 可以由一个常值神经网络 $\bar{W}_i^T \mathbf{S}_k$ 进行局部准确逼近(如图4所示).我们因而可以用常值神经网络 $\bar{W}^T \mathbf{S}_k$ 来表达时态数据序列 φ_ζ .显然,这种表达是时不变的,时态数据序列中的时间信息被转换为与状态相关的空间信息.另一方面,这种表达方式也是空间分布的,即有效的信息只存贮在靠近轨迹的神经元上,而远离轨迹的神经元没有存贮信息,常值神经网络 $\bar{W}^T \mathbf{S}_k$ 只逼近沿系统轨迹的内部动态,远离系统轨迹的内部动态没有被逼近,表示为如图4中的零平面.值得注意的是,上述对时态数据序列的表达同时包含了状态信息和动力学信息,因而是一种全息表达.

神经网络局部逼近的区域 Ω_{φ_ζ} 可描述为

$$\text{dist}(Y, \varphi_\zeta) < d \Rightarrow |f_i(Y) - \bar{W}_i^T \mathbf{S}_k| < \xi_i^* \quad (26)$$

其中, $d, \xi_i^* > 0$ 是常值, ξ_i^* 是在 Ω_{φ_ζ} 里的逼近误差.当神经网络的输入进入到该区域 Ω_{φ_ζ} 时,神经网络 $\bar{W}_i^T \mathbf{S}_k$ 能回忆起已学到的知识,提供对已训练的系统内部动态的准确逼近.我们把常值神经网络 $\bar{W}^T \mathbf{S}_k$ 看作是时态数据序列 φ_ζ 的静态表达.

对于时态数据序列 φ_ζ ,采用神经网络 $\bar{W}^T \mathbf{S}_k$ 来构造如下动态估计模型:

$$\bar{Y}(k) = -A(\mathbf{Y}(k-1) - \bar{Y}(k-1)) + \bar{W}^T \mathbf{S}_k \quad (27)$$

其中, $\bar{Y}(k) = [\bar{y}_1(k), \dots, \bar{y}_n(k)]^T$ 是动态模型的状态, $\mathbf{Y}(k) = [y_1(k), \dots, y_n(k)]^T$ 是系统(31)的状态.我们把动态模型(27)看作是时态数据序列 φ_ζ 的动态表达.

2 时态数据序列的相似性与快速识别

对时态数据序列进行识别的最简单的方法是直

接比较两个序列对应元素的差异.但这种方法显然不适用于许多实际应用需求.对于两个时态数据序列,有时候我们更关心的是这两个序列所隐藏的内部规律是否是一致的.例如,由混沌系统产生的两个看似差异很大的时态数据序列的内部动态是一样的,所不同的只是初始状态的微小差异.本节研究基于时态数据序列的内部动态的相似性来识别时态数据序列的机制.我们首先提出关于时态数据序列的相似性定义.然后,提出一个对时态数据序列进行快速识别的方法.

2.1 时态数据序列的相似性定义

考虑如何刻画两个时态数据序列 φ_ζ 和 φ_ξ 之间的相似性.时态数据序列 φ_ζ 由系统(1)产生,时态数据序列 φ_ξ 由以下动态系统产生:

$$\mathbf{Y}'(k) = F'(\mathbf{Y}'(k-1), \dots, \mathbf{Y}'(k-m); \mathbf{p}') \quad (28)$$

其中, $\mathbf{Y}'(k) = [y'_1(k), \dots, y'_n(k)]^T \in \mathbf{R}^n$ 是可测的系统状态, \mathbf{p}' 是系统的参数向量, $F'(\cdot; \mathbf{p}') = [f'_1(\cdot; \mathbf{p}'_1), \dots, f'_n(\cdot; \mathbf{p}'_n)]^T$ 是光滑但未知的非线性向量场.

这里,一个重要问题是如何定义距离,使得这个定义可用于衡量两个不同长度、不同噪声级别的时态数据序列的相似性.根据非线性动力学系统的定性分析,两个动态行为的相似性取决于产生动态行为的系统动态之间的拓扑相似(更多讨论请参考文献[27]).时态数据序列实际上也是对动态行为的一种描述.因此,与连续动力学系统相似,时态数据序列的相似性取决于产生时态数据序列的离散动力学系统的内部动态之间的差异.这样,参照连续动力学系统产生的动态模式的相似性定义^[22],我们提出时态数据序列的相似性定义.

定义1. 如果时态数据序列 φ_ξ (由式(28)产生)保持在时态数据序列 φ_ζ (由式(1)产生)的一个附近区域 Ω 里,并且在在该区域相应的两个系统内部动态差异很小,即

$$\max_{\mathbf{Y} \in \Omega} |f'_i(\cdot; \mathbf{p}'_i) - f_i(\cdot; \mathbf{p}_i)| < \varepsilon_i^*, \quad i = 1, \dots, n \quad (29)$$

其中, $\varepsilon_i^* > 0$ 是一个小的常数,我们就说时态数据序列 φ_ξ 相似于时态数据序列 φ_ζ , 并把 ε_i^* 称为这两个模式的相似性量度.

由于上述定义中的两个系统内部动态均为未知量,其相似性量度无法获得.利用对序列 φ_ζ 的内部动态的建模,当测试时态数据序列 φ_ξ 保持在局部区域 Ω_{φ_ζ} 里时,我们有如下定义.

定义2. 如果时态数据序列 φ_ξ (由式(28)产生)保持在时态数据序列 φ_ζ (由式(1)产生)的附近区域 Ω_{φ_ζ} 里,并且在在该区域相应的两个系统内部动态

差异很小, 即

$$\max_{\mathbf{Y} \in \Omega_{\varphi_c}} |f'_i(\cdot; p'_i) - \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k| < \varepsilon_i^* + \xi_i^*, \quad i = 1, \dots, n \quad (30)$$

其中, $\varepsilon_i^*, \xi_i^* > 0$ 是两个小的常数, 我们就说时态数据序列 φ_c 相似于时态数据序列 φ_c .

2.2 时态数据序列的快速识别

考虑一组训练时态数据序列 $\varphi_c^s, s = 1, \dots, N$, 其中第 s 个训练时态数据序列 φ_c^s 由如下系统产生:

$$\mathbf{Y}^s(k) = F^s(\mathbf{Y}^s(k-1), \dots, \mathbf{Y}^s(k-m); \mathbf{p}^s) \quad (31)$$

其中, $\mathbf{Y}^s(k) = [y_1^s(k), \dots, y_n^s(k)]^{\text{T}} \in \mathbf{R}^n$ 是可测的系统状态, \mathbf{p}^s 是系统的参数向量, $F^s(\cdot; \mathbf{p}^s) = [f_1^s(\cdot; p_1^s), \dots, f_n^s(\cdot; p_n^s)]^{\text{T}}$ 是光滑但未知的非线性向量场.

考虑时态数据序列 φ_c 为一个测试时态数据序列. 我们的目标是从这组训练时态数据序列 φ_c^s 中快速识别出与测试时态数据序列 φ_c 最相似的序列.

根据时态数据序列的相似性定义 1 和定义 2, 我们提出以下快速识别机制.

对于训练时态数据序列 φ_c^s , 用常值 RBF 网络 $\bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k$ 构造动态模型作为其动态表达:

$$\bar{\mathbf{Y}}^s(k) = -A(\mathbf{Y}(k-1) - \bar{\mathbf{Y}}^s(k-1)) + \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k \quad (32)$$

其中, $\bar{\mathbf{Y}}^s(k) = [\bar{y}_1^s(k), \dots, \bar{y}_n^s(k)]$ 是动态估计模型的状态, $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}(\mathbf{Y}(k-1), \dots, \mathbf{Y}(k-m))$, $[\mathbf{Y}(k-1), \dots, \mathbf{Y}(k-m)]$ 是式 (28) 产生的测试时态数据序列 φ_c .

将测试时态数据序列 φ_c 与这组动态模型 (32) 进行比较, 得到如下识别误差系统:

$$e_i^s(k) = a_i e_i^s(k-1) + (f'_i(\cdot; p'_i) - \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k), \quad i = 1, \dots, n \quad (33)$$

其中, $e_i^s(k) = y_i(k) - \bar{y}_i^s(k)$.

下面我们将表明, 不需要对时态数据序列 φ_c 进行建模, 通过在识别误差系统内比较动态模型 (32) 与测试系统的动力学匹配, 识别误差系统的误差 $e_i^s(k)$ 将与动力学差异 $|f'_i(\cdot; p'_i) - \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k|$ 成近似正比. 因此, 误差 $e_i^s(k)$ 可以被看作是快速判断时态数据序列相似性的量度.

定理 2. 考虑对应于测试时态数据序列 φ_c 和训练时态数据序列 φ_c^s 的识别误差系统 (33). 误差 $e_i^s(k)$ 将收敛到一个零的邻域里, 并且邻域的大小近似正比于测试时态数据序列 φ_c 和训练时态数据序列 φ_c^s 内在的系统内部动态之间的差异.

证明. 设 $\rho_k^s = (f'_i(\cdot; p'_i) - \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k)$, 通过迭代

方法来计算 $e_i^s(k)$, 得:

$$\begin{aligned} e_i^s(1) &= a_i e_i^s(0) + \rho_1^s \\ e_i^s(2) &= a_i^2 e_i^s(0) + a_i \rho_1^s + \rho_2^s \\ &\vdots \\ e_i^s(k) &= a_i^k e_i^s(0) + a_i^{k-1} \rho_1^s + a_i^{k-2} \rho_2^s + \dots + \rho_k^s \end{aligned}$$

令

$$\bar{\rho}^s = \sup_{j=1, \dots, k} \{|\rho_j^s|\}$$

则有

$$\begin{aligned} |e_i^s(k)| &\leq |a_i^k e_i^s(0)| + |a_i^{k-1}| \bar{\rho}^s + |a_i^{k-2}| \bar{\rho}^s + \dots + \bar{\rho}^s \leq \\ &|a_i|^k |e_i^s(0)| + \frac{1}{1 - |a_i|} \bar{\rho}^s \end{aligned} \quad (34)$$

由于 $|a_i| < 1$, 这意味着给定一个 $\nu_i > \frac{1}{1 - |a_i|} \bar{\rho}^s$, 则存在着一个有限 $K > 0$, 使得对所有的 $k > K$, 同步误差 $e_i^s(k)$ 收敛到一个零的邻域里, 即 $|e_i^s(k)| < \nu_i$, 邻域的大小近似正比于 $\bar{\rho}^s$, 即测试时态数据序列 φ_c 和训练时态数据序列 φ_c^s 内在的系统内部动态之间的差异. \square

当测试序列 φ_c 相似于已训练序列 φ_c^s 时, 由定义 2 得, 测试序列 φ_c 位于已训练序列 φ_c^s 相应的神经网络逼近区域里, 且 $|f'_i(\cdot; p'_i) - \bar{\mathbf{W}}_i^{\text{T}} \mathbf{S}_k| < \varepsilon_i^* + \xi_i^*$. 因此, 误差 $e_i^s(k)$ 收敛到一个零的邻域里, 邻域的大小可表示为 $\nu_i^s = (\varepsilon_i^{s*} + \xi_i^{s*}) / (1 - |a_i|)$, 即近似与 $\varepsilon_i^{s*} + \xi_i^{s*}$ 成正比, 而与 $1 - |a_i|$ 成反比. 由于 $\varepsilon_i^{s*} + \xi_i^{s*}$ 很小, 所以 $|e_i^s(k)|_{k > K}, i = 1, \dots, n$ 也很小.

因此, 误差 $|e_i^s(k)|$ 能够有效地度量测试序列 φ_c 与训练序列 φ_c^s 之间的相似性. 对误差 $|e_i^s(k)|$ 按如下方法取其平均 l_p 范数, 例如, 当 $p = 1$ 时,

$$\|e_i^s(k)\|_{l_1} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |e_i^s(j)|, \quad s = 1, \dots, N \quad (35)$$

这样, 我们提出如下快速识别时态数据序列的方法:

考虑由式 (28)、(32) 以及 (33) 组成的识别误差系统. 如果在 N 个动态模型中, 动态模型 s 与测试系统相比较所得到的误差 $\|e_i^s(k)\|_{l_1}$ 最小, 则认为测试时态数据序列 φ_c 与训练时态数据序列 φ_c^s 最相似.

2.3 数值实验

仍考虑 Henon 系统 (24). 在 $a = 1.1, a = 1.2$, 和 $a = 1.4$ 情况下系统 (24) 分别产生三组时态数据序列 (如图 5 ~ 7 所示). 按照第 1 节所述方法来对三个时态数据序列进行建模, 获得三个常值神经网络.

考虑另一个由 Henon 系统 (24) 在 $a = 1.38$ 时产生的测试数据序列 (如图 8 所示). 我们的目标是从三个训练序列中快速找出与测试序列最相似的序列.

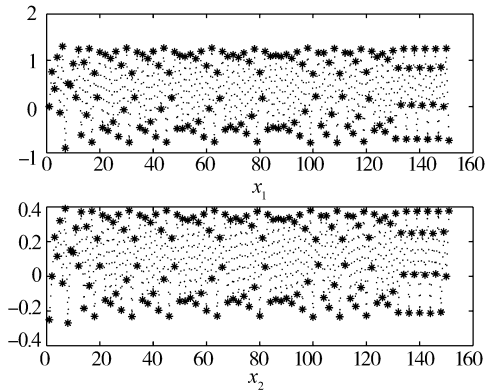


图 5 训练序列 φ_{ζ}^1
Fig. 5 Training sequence φ_{ζ}^1

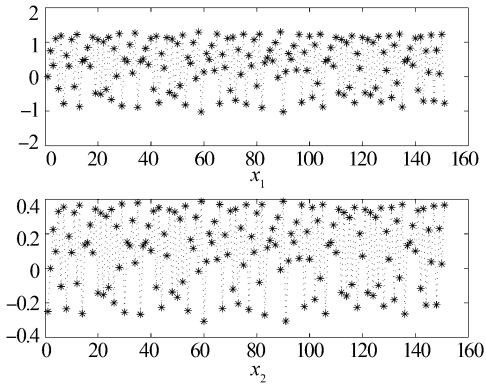


图 6 训练序列 φ_{ζ}^2
Fig. 6 Training sequence φ_{ζ}^2

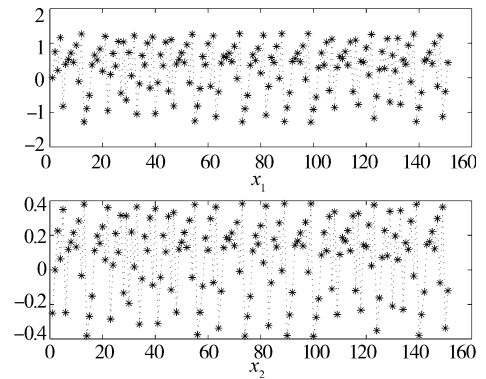


图 7 训练序列 φ_{ζ}^3
Fig. 7 Training sequence φ_{ζ}^3

利用这三个常值神经网络, 按照式 (32) 构造三个动态模型, 并产生三个识别误差系统得到三组误差 $\|e_s^i(k)\|_{l_1}$, $s = 1, 2, 3$, 如图 9 所示. 显然, 测试模式与第 3 个训练模式相比时产生的误差 $\|e_1^3(k)\|_{l_1}$

比其他两个小. 这样, 我们可以得到如下结论, 测试时态数据序列与第 3 个训练时态数据序列最相似.

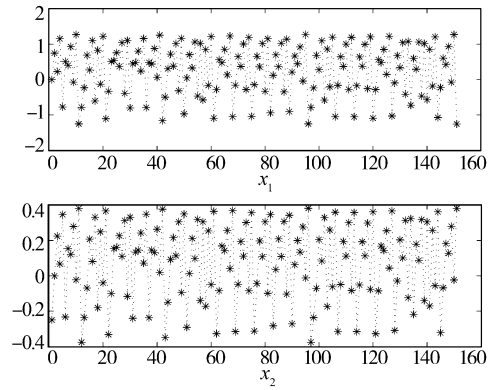


图 8 测试序列 φ_{ζ}^3
Fig. 8 Test sequence φ_{ζ}^3

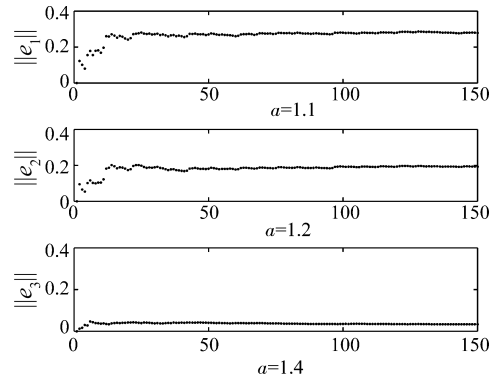


图 9 识别误差
Fig. 9 Recognition errors

注 2. 上述结果表明, 对时态数据序列的快速识别是建立在时态数据序列的时不变表达和时态数据序列的基于动力学的相似性定义上的. 这种快速识别时态数据序列的方法可用于发现隐藏在海量时态数据中的各种动态模式.

3 基于时态数据的闭环建模与控制

第 1、2 节研究了时态数据序列的建模、表达、相似性定义及快速识别问题. 本节研究基于时态数据序列对复杂控制系统进行闭环建模与控制.

实现闭环辨识的关键是如何使某些闭环内部信号满足持续激励条件. 下面, 首先采用文献 [10] 中提出离散系统的自适应控制方法, 控制被控对象状态序列跟踪一个回归参考状态序列, 然后借助于获得的回归状态跟踪轨迹以及局部 RBF 网络的相关特性, 使得沿回归状态序列的某些闭环内部信号满足持续激励条件. 这样, 基于确定学习原理可以实现对离散非线性控制系统的闭环动态进行局部准确的神经网络建模.

3.1 问题描述

考虑如下的离散时间多输入多输出非线性系统^[10]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(k+1) &= \mathbf{x}_2(k) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_{n-1}(k+1) &= \mathbf{x}_n(k) \\ \mathbf{x}_n(k+1) &= \mathbf{f}(x(k)) + \mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (36)$$

其中, $x(k) = [\mathbf{x}_1(k), \dots, \mathbf{x}_n(k)]^T$ 是可测的系统状态, $\mathbf{x}_i(k) \in \mathbf{R}^m$, $i = 1, \dots, n$, $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$. $f(x(k)) : \mathbf{R}^{n \times m} \mapsto \mathbf{R}^m$ 是光滑但未知的非线性向量场.

给定设计的一条参考轨迹 $\mathbf{x}_{nd}(k)$, 记为 φ_{nd} . 假定参考轨迹 φ_{nd} 保持一致有界, 如, $\mathbf{x}_{nd}(k) \in \Omega \subset \mathbf{R}^m$, 其中 Ω 是一个紧集, 并且参考轨迹 φ_{nd} 是周期轨迹或更一般的回归轨迹.

我们的目标是利用时态数据序列 $x(k)$, 对系统动态 $f(x(k))$ 进行建模. 具体而言, 是设计一个自适应神经网络控制器, 使得:

- 1) 所有闭环系统中的信号都保持有界;
- 2) 对一条回归参考轨迹 φ_{nd} , 状态跟踪误差在有限步 K 内收敛到一个零的小邻域里, 使得跟踪轨迹 $\varphi_\zeta(x(T))$ (系统 (36) 的轨迹, 并简写为 φ_ζ) 紧密跟踪参考轨迹 φ_{nd} ;
- 3) 当紧密跟踪完成后, RBF 神经网络沿轨迹 φ_ζ 对系统 (36) 的未知动态 $f(x(k))$ 局部准确逼近 (建模).

3.2 从闭环控制中学习

采用文献 [10] 所提出的方法, 设计如下形式的自适应神经网络控制器:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{x}_{nd}(k+1) - \hat{W}^T(k)\mathbf{S}(x(k)) + A\mathbf{r}(k) - \\ &\lambda_1\mathbf{e}_n(k) - \dots - \lambda_{n-1}\mathbf{e}_2(k) \end{aligned} \quad (37)$$

其中, $A = \text{diag}\{a_1, \dots, a_m\}$ 是对角矩阵, $|a_i| < 1$ 是设计常值, 跟踪误差 $\mathbf{e}_n(k) = \mathbf{x}_n(k) - \mathbf{x}_{nd}(k)$, 滤波跟踪误差 $\mathbf{r}(k) = \mathbf{e}_n(k) + \lambda_1\mathbf{e}_{n-1}(k) + \dots + \lambda_{n-1}\mathbf{e}_1(k)$, $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ 是常值矩阵, 使得 $|z^{n-1} + \lambda_1z^{n-2} + \dots + \lambda_{n-1}|$ 是稳定的. $\hat{W}(k) = [\hat{W}_1(k), \dots, \hat{W}_m(k)]$, $\hat{W}_i(k) : \mathbf{Z}^+ \rightarrow \mathbf{R}^N$, $\mathbf{S}(x(k)) : \mathbf{R}^{n \times m} \mapsto \mathbf{R}^m$ 是高斯函数.

假定存在常数理想权值 W^* 使得非线性函数 $f(x(k))$ 可表达为

$$\mathbf{f}(x(k)) = W^{*T}\mathbf{S}(x(k)) + \boldsymbol{\epsilon}(k) \quad (38)$$

其中, $\|\boldsymbol{\epsilon}(k)\| < \epsilon^*$, ϵ^* 是正常数.

将式 (37) 代入系统 (36), 可获得如下闭环误差系统:

$$\mathbf{r}(k+1) = A\mathbf{r}(k) + \mathbf{f}(x(k)) - \hat{W}^T(k)\mathbf{S}(x(k)) \quad (39)$$

采用文献 [25] 所提出的神经网络权值的调节律如下

$$\hat{W}(k+1) = \hat{W}(k) + \alpha\mathbf{S}(x(k))\mathbf{r}^T(k+1) \quad (40)$$

其中, $\alpha > 0$ 是学习率常值, 且满足如下条件

$$\alpha\|\mathbf{S}(x(k))\|^2 < 1 \quad (41)$$

$$A_{\max} < \frac{1}{\sqrt{\eta}} \quad (42)$$

其中, $\eta = \frac{1}{1 - \alpha\|\mathbf{S}(x(k))\|^2}$, A_{\max} 是 A 的最大特征值.

要实现闭环系统的确定学习, 必须在有限步内首先实现对周期轨迹的跟踪, 使得状态轨迹变为周期的, 从而内部状态信号满足部分持续激励条件. 为此, 我们首先采用文献 [10] 中所提出的自适应神经网络的控制方法来实现有限步内的跟踪误差收敛. 这时, 系统轨迹紧密跟踪周期参考轨迹, 这样内部状态信号将满足部分持续激励条件. 采用离散线性时变系统稳定结果, 我们将证明沿跟踪轨迹的权值估计子系统将满足指数稳定, 从而保证沿跟踪轨迹的局部区域里的神经元的权值收敛到它们的最优值. 进而实现对闭环动态的局部准确神经网络逼近.

为证明沿跟踪轨迹的权值估计子系统的指数稳定, 我们需要如下引理.

引理 1^[7, 11]. 考虑如下离散线性时变系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) \quad (43)$$

其中, $A(k)$ 是适当维数的矩阵.

如果系统 (43) 中 $A(k) = I - \alpha\mathbf{S}(x(k))\mathbf{S}^T(x(k))$, 其中 $0 < \alpha\|\mathbf{S}(x(k))\|^2 < 2$, 且存在一个 $L > 0$ 使得对所有 k 有 $\sum_{k=k_0}^{k_1+L-1} \mathbf{S}(x(k))\mathbf{S}^T(x(k)) > 0$. 则系统 (43) 指数稳定.

引理 1 所需要的稳定条件实际上就是持续激励条件.

定理 3. 考虑由非线性系统 (36), 控制器 (37) 和神经网络权值调节法则 (40) 组成的闭环系统. 对绝大多数回归参考序列 φ_{nd} 以及神经网络初始权值 $\hat{W}(0) = 0$, 我们有: 1) 所有信号保持有界, 且滤波跟踪误差 $\mathbf{r}(k)$ 指数收敛到一个零的小邻域里; 2) 轨迹 φ_ζ 附近的神经元的权值估计 \hat{W}_{ζ_i} 收敛到其最优权值 $W_{\zeta_i}^*$ 的小邻域里, 同时实现沿轨

迹 φ_ζ 的对系统动态 $\mathbf{f}(x(k))$ 的局部准确神经网络逼近.

证明. 对 1) 的证明由于篇幅限制在这里省略, 证明过程主要运用^[10, 25] 的结果. 下面提供对 2) 的证明.

由文献 [25] 中的定理 3.2 得

$$\|\mathbf{r}(k)\| > \frac{\epsilon^*(\eta A_{\max} + \sqrt{\eta})}{1 - \eta A_{\max}^2} \quad (44)$$

时有 $\Delta V \leq 0$, 这表明给定一个适当小的常值 $\mu > \frac{\epsilon^*(\eta A_{\max} + \sqrt{\eta})}{1 - \eta A_{\max}^2} = O(\epsilon^*)$, 将存在一个有限 K , 使得对所有 $k > K$, $\|\mathbf{r}(k)\| < \mu$, $\|\mathbf{r}(k)\| = O(\epsilon^*)$.

由式 (39) 和 (40), 可得到如下权值估计误差子系统

$$\begin{aligned} \tilde{W}(k+1) &= \tilde{W}(k) - \alpha \mathbf{S}(x(k))(\mathbf{A}\mathbf{r}(k) + \\ &\quad \mathbf{f}(x(k)) - \hat{W}^T(k)\mathbf{S}(x(k)))^T = \\ &= \tilde{W}(k) - \alpha \mathbf{S}(x(k))(\mathbf{A}\mathbf{r}(k) + \\ &\quad \tilde{W}^T(k)\mathbf{S}(x(k)) + \boldsymbol{\epsilon}(k))^T = \\ &= (I - \alpha \mathbf{S}(x(k))\mathbf{S}^T(x(k)))\tilde{W}(k) - \\ &\quad \alpha \mathbf{S}(x(k))(\mathbf{A}\mathbf{r}(k) + \boldsymbol{\epsilon}(k))^T \end{aligned} \quad (45)$$

其中, $\tilde{W}(k) = W^* - \hat{W}(k)$. 对 $k > K$, $\|\mathbf{r}(k)\| = O(\epsilon^*)$. 这时系统状态 $x(k)$ 紧密跟踪回归参考轨迹 φ_{nd} , 神经网络输入 $x(k)$ 亦变为回归轨迹.

考虑式 (46) 中跟踪轨迹附近的神经元权值估计误差系统, 即

$$\tilde{W}_\zeta(k+1) = A(k)\tilde{W}_\zeta(k) + d_k \quad (46)$$

其中下标 ζ 表示接近轨迹 φ_ζ 的区域, $A(k) = (I - \alpha \mathbf{S}_\zeta(x(k))\mathbf{S}_\zeta^T(x(k)))$, $d_k = -\alpha \mathbf{S}_\zeta(x(k))(\mathbf{A}\mathbf{r}(k) + \boldsymbol{\epsilon}_\zeta(k))^T$, $\|\boldsymbol{\epsilon}_\zeta(k)\| = O(\epsilon^*)$.

系统 (46) 可看作是一个干扰输入为 d_k 的线性时变系统. 由于神经网络输入 $x(k)$ 是回归轨迹, 根据文献 [23] 定理 2.7, $\mathbf{S}_\zeta(x(k))$ 将满足持续激励条件. 采用引理 1 可得, 当忽略干扰项 d_k 时, 闭环系统将是指数稳定的. 由于 $\|\mathbf{r}(k)\| = O(\epsilon^*)$, $\|\boldsymbol{\epsilon}_\zeta(k)\| = O(\epsilon^*)$, $\|d_k\| = O(\epsilon^*)$, 因此, $\tilde{W}_\zeta(k)$ 指数收敛到一个零的小邻域里, 也就是说, 神经网络权值 $\mathbf{W}_\zeta(k)$ 收敛到它们的理想或最优权值 \mathbf{W}_ζ^* 的小邻域里, 其收敛后的平均值记为 $\bar{\mathbf{W}}_\zeta(k)$, 根据式 (21) 确定.

类似文献 [21], 可实现沿跟踪轨迹 φ_ζ 对闭环动态 $\mathbf{f}(x(k))$ 的局部准确神经网络逼近, 即

$$\mathbf{f}(x(k)) = \bar{\mathbf{W}}_\zeta^T \mathbf{S}_\zeta(x(k)) + \boldsymbol{\epsilon}_{\zeta_1} \quad (47)$$

其中, $\|\boldsymbol{\epsilon}_{\zeta_1}\| = O(\epsilon^*)$.

考虑远离轨迹的神经元权值估计误差系统,

$$\hat{\mathbf{W}}_\zeta(k+1) = \hat{\mathbf{W}}_\zeta(k) + \alpha \mathbf{S}_\zeta(x(k))\mathbf{r}^T(k+1) \quad (48)$$

根据 RBF 神经网络的局部性质, 对中心点远离轨迹 φ_ζ 的神经元, $\mathbf{S}_\zeta(x(k))$ 将变得很小. 因此, $\mathbf{S}_\zeta(x(k))\mathbf{r}^T(k+1)$ 很小, 权值 $\hat{\mathbf{W}}_\zeta(k+1)$ 基本没有得到调节, 从而保持在零的小邻域内.

这样, 整个 RBF 神经网络 $\bar{\mathbf{W}}\mathbf{S}(x(k))$ 能够沿轨迹 φ_ζ 局部准确逼近未知动态 $\mathbf{f}(x(k))$, 即

$$\mathbf{f}(x(k)) = \bar{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(x(k)) + \boldsymbol{\epsilon}_1 \quad (49)$$

其中, $\|\boldsymbol{\epsilon}_1\| = O(\epsilon^*)$. \square

3.3 基于经验的学习控制

一个学习控制系统具有能够采用过去的经验来提高控制效果的能力^[28]. 上一小节表明, 神经网络在闭环控制过程中能够局部准确地逼近真实系统的内部动态. 由式 (49) 知, 这一准确逼近并没有在整个紧集的区域实现, 而只是在沿跟踪轨迹的局部区域里实现逼近. 神经网络的局部逼近区域 $\Omega_{\varphi_{nd}}$ 可描述为:

$$\begin{aligned} \text{dist}(x, \varphi_{nd}) &< d \Rightarrow \\ \|\mathbf{f}(x(k)) - \bar{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(x(k))\| &< \xi_1^* \end{aligned} \quad (50)$$

其中, $d > 0$ 是常值, $\xi_1^* = O(\epsilon^*)$ 是常数神经网络 $\bar{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(x(k))$ 在 $\Omega_{\varphi_{nd}}$ 里的逼近误差.

在这一小节里, 我们将说明对于相同 (或相似) 的控制任务, 已学习的关于闭环动态的经验可被用来提高控制效果.

这里的控制目标为: 对相同的系统 (36) 以及相同的参考轨迹 φ_{nd} , 采用已学习的常值神经网络 $\bar{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(x(k))$ 设计控制器, 使闭环系统的所有信号保持有界, 且状态跟踪误差收敛到零的小邻域里.

采用常值神经网络构造如下控制器:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{x}_{nd}(k+1) - \bar{\mathbf{W}}^T(k)\mathbf{S}(x(k)) + \mathbf{A}\mathbf{r}(k) - \\ &\quad \lambda_1 \mathbf{e}_n(k) - \dots - \lambda_{n-1} \mathbf{e}_2(k) \end{aligned} \quad (51)$$

将式 (51) 代入系统 (36), 可获得如下闭环误差系统:

$$\mathbf{r}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{r}(k) + \tilde{\mathbf{f}}_k \quad (52)$$

其中, $\tilde{\mathbf{f}}_k = \mathbf{f}(x(k)) - \bar{\mathbf{W}}^T(k)\mathbf{S}(x(k))$.

定理 4. 考虑由被控系统 (36) 和控制器 (51) 组成的闭环误差系统 (52). 当系统初始条件 $x(0)$ 在回归参考轨迹 φ_{nd} 的一个足够近的邻域内时, 我们有闭环系统的所有信号都保持有界, 且滤波跟踪误差 $\mathbf{r}(k)$ 收敛到零的小邻域里.

证明. 设计如下 Lyapunov 函数:

$$V(k) = \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k) \quad (53)$$

则

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &= \\ \mathbf{r}^T(k+1)\mathbf{r}(k+1) - \mathbf{r}^T(k)\mathbf{r}(k) &= \\ -\mathbf{r}^T(k)(I - A^T A)\mathbf{r}(k) + \tilde{\mathbf{f}}_k^T \tilde{\mathbf{f}}_k + 2(A\mathbf{r}(k))^T \tilde{\mathbf{f}}_k &\leq \\ -(1 - A_{\max}^2)\|\mathbf{r}(k)\|^2 + 2A_{\max}\|\mathbf{r}(k)\| \times & \\ \|\tilde{\mathbf{f}}_k\| + \|\tilde{\mathbf{f}}_k\|^2 & \end{aligned} \quad (54)$$

由于 $\mathbf{r}(k) = \mathbf{e}_n(k) + \lambda_1 \mathbf{e}_{n-1}(k) + \dots + \lambda_{n-1} \mathbf{e}_1(k)$, 把 $\mathbf{r}(k)$ 看作输入而把 $\mathbf{e}(k)$ 看作输出, 该系统稳定^[25], 这样存在 $d_1 > 0$, 使得如果 $\|\mathbf{r}(k)\| < d_1$, 有 $\|\mathbf{e}_j(k)\| < d, j = 1, \dots, n$. 这时, 由式 (50), 得

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &\leq \\ -(1 - A_{\max}^2)\|\mathbf{r}(k)\|^2 + 2A_{\max}\xi_1^* \|\mathbf{r}(k)\| + \xi_1^{*2} & \end{aligned} \quad (55)$$

由于

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(1 - A_{\max}^2)\|\mathbf{r}(k)\|^2 + 2A_{\max}\xi_1^* \|\mathbf{r}(k)\| &= \\ \frac{2A_{\max}^2}{1 - A_{\max}^2} \xi_1^{*2} & \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &\leq \\ -\frac{1}{2}(1 - A_{\max}^2)\|\mathbf{r}(k)\|^2 + (1 + \frac{2A_{\max}^2}{1 - A_{\max}^2})\xi_1^{*2} & \end{aligned} \quad (56)$$

由上式, 得

$$\begin{aligned} V(k+1) &\leq \\ \frac{1}{2}(1 + A_{\max}^2)V(k) + (1 + \frac{2A_{\max}^2}{1 - A_{\max}^2})\xi_1^{*2} &\leq \\ \left(\frac{1}{2}(1 + A_{\max}^2)\right)^{k+1} V(0) + \rho\xi_1^{*2} &\leq \\ V(0) + \rho\xi_1^{*2} & \end{aligned} \quad (57)$$

其中, $\rho = \frac{2(1+A_{\max}^2)}{(1-A_{\max}^2)^2}$.

如果初始条件 $x(0)$ 满足

$$[x(0) - \mathbf{x}_{nd}(0)] \in \Omega_{r(0)} = \{\mathbf{r} | V < d_1^2 - \rho\xi_1^{*2}\} \quad (58)$$

我们有 $V(k+1) \leq d_1^2$, 即 $\|\mathbf{r}(k)\| < d_1, \mathbf{e}_j(k) < d$, 这保证了系统状态 $x(k)$ 保持在式 (50) 定义的神

网络有效逼近的区域里. 这样, $x(k), \mathbf{r}(k), \mathbf{e}_j(k)$ 和 $\mathbf{S}(x(k))$ 都是有界的, 由式 (51) 得, $\mathbf{u}(k)$ 也是有界的, 因此闭环系统里的所有信号都是有界的.

由式 (56) 得, 当 $\|\mathbf{r}(k)\| > \sqrt{\rho\xi_1^*}$ 时, $V(k+1) - V(k) < 0$. 因此, 存在一个有限 $K > 0$ 和 $\mu > \sqrt{\rho\xi_1^*}$, 使得对所有 $k > K, \|\mathbf{r}(k)\| \leq \mu$, 即滤波误差 $\mathbf{r}(k)$ 将收敛到零的小邻域里. \square

注 3. 从式 (58) 中可知, 我们要求 $d_1^2 - \rho\xi_1^{*2} > 0$, 即 $d_1 > \sqrt{\rho\xi_1^*}$, 且当 d_1 越大时, 对初使条件的约束将越小. 因此在训练阶段, 我们尽可能地选择泛化能力强的神经网络进行学习, 或者可以选择经历区域大的参考轨迹进行训练.

注 4. 与自适应神经网络控制相比, 基于经验的学习控制可获得更好的控制效果: 1) 跟踪误差 $e_j(k)$ 收敛速度更快; 2) 神经网络的权值不需要进行调节, 从而大大减小计算量; 3) 当神经网络的精度很高时, 跟踪误差 $e_j(k)$ 将很小. 此结果也适用于对与系统 (36) 足够相似的系统的学习控制.

注 5. 本节的研究结果包含了从控制过程中进行学习以及运用所学知识进行控制两方面内容. 这种获取和运用知识的能力实际上正是“智能”的本质意义所在. 本节与前面 2 节的结果结合起来可以实现基于模式的智能控制.

3.4 仿真研究

考虑如下系统^[11]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(k+1) &= \frac{\mathbf{x}_2(k)}{1 + \mathbf{x}_1^2(k)} + \mathbf{u}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k+1) &= \frac{\mathbf{x}_1(k)}{1 + \mathbf{x}_1^2(k)} + \mathbf{u}_2(k) \end{aligned} \quad (59)$$

假定 $f_1(x(k)) = \frac{\mathbf{x}_2(k)}{1 + \mathbf{x}_1^2(k)}$ 和 $f_2(x(k)) = \frac{\mathbf{x}_1(k)}{1 + \mathbf{x}_1^2(k)}$ 是未知的, 如图 13 和图 15 (见下页) 所示. 根据式 (37) 设计控制器 $\mathbf{u}_1(k)$ 和 $\mathbf{u}_2(k)$. 参考轨迹由 Henon 系统 (24), 其参数为 $a = 1.4, b = 0.3$. 采用两个带 121 个神经元的高斯神经网络来学习非线性方程 $f_1(x(k))$ 和 $f_2(x(k))$. 神经元规则的分布在 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$ 的区域里, 其中 $\eta = 0.3$. 控制器参数选择为: $A = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$. 神经网络权值的调节增益选为 $\alpha = 0.5$. 系统初始条件为 $\mathbf{x}_1(0) = 0, \mathbf{x}_2(0) = 0, \mathbf{x}_{d1}(0) = 0, \mathbf{x}_{d2}(0) = 0, \mathbf{u}_1(0) = 0, \mathbf{u}_2(0) = 0$. 图 10 表明系统轨迹收敛到参考轨迹的小邻域里. 神经网络权值收敛情况如图 11 和 12 所示. 从图中可以看出, 神经网络权值保持有界且部分权值收敛到最优值. 从图 14 和 16 中, 我们可以看出神经网络沿跟踪轨迹局部逼近未知非线性函数 $f_1(x(k))$ 和 $f_2(x(k))$.

为了说明基于经验的学习控制方法, 我们采用

相同的系统和相同的参考轨迹, 但控制器采用式 (51). 从图 17 可以看出系统 (59) 在最开始时就紧密地跟踪参考轨迹. 与图 10 相比, 我们可以看到基于经验的学习控制方法获得比自适应控制方法更好的控制效果.

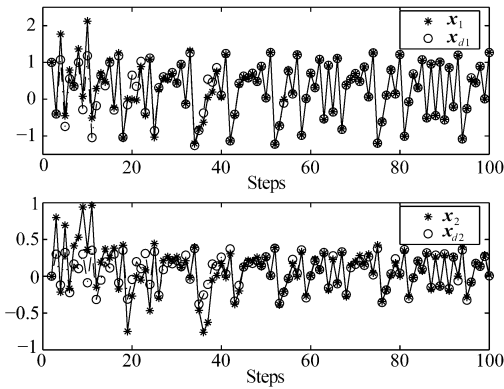


图 10 参考轨迹以及状态跟踪轨迹
Fig. 10 Reference and tracking sequences

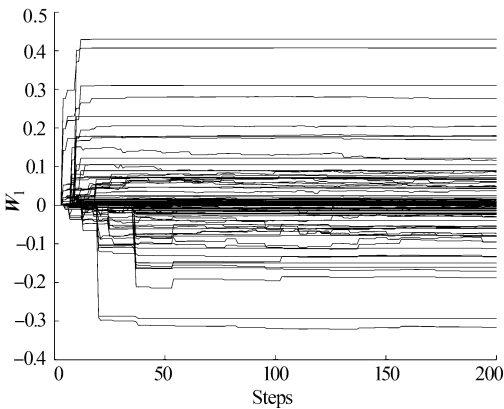


图 11 部分神经网络权值的收敛
Fig. 11 Partial neural weight convergence

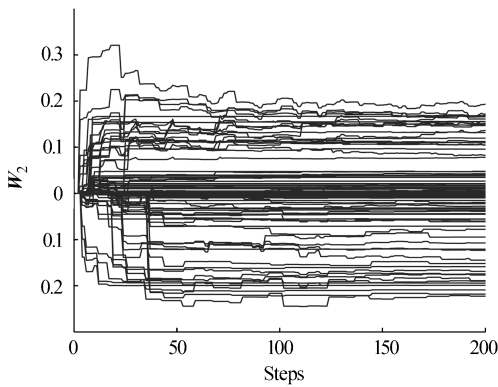


图 12 部分神经网络权值的收敛
Fig. 12 Partial neural weight convergence

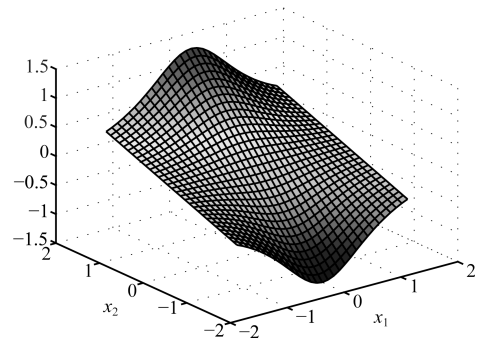


图 13 系统非线性函数 $f_1(x(k))$
Fig. 13 System nonlinearity $f_1(x(k))$

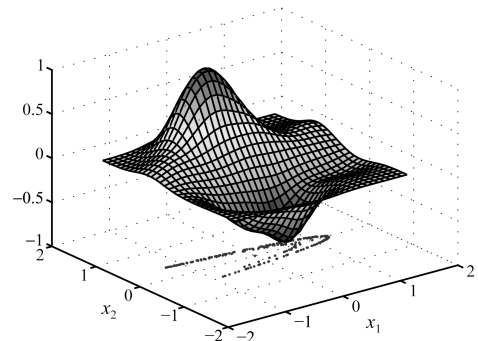


图 14 对 $f_1(x(k))$ 的局部准确近似
Fig. 14 Locally accurate approximation of $f_1(x(k))$

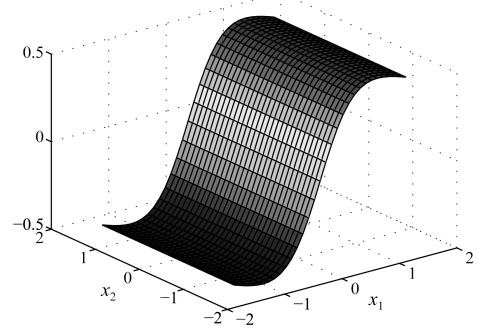


图 15 系统非线性函数 $f_2(x(k))$
Fig. 15 System nonlinearity $f_2(x(k))$

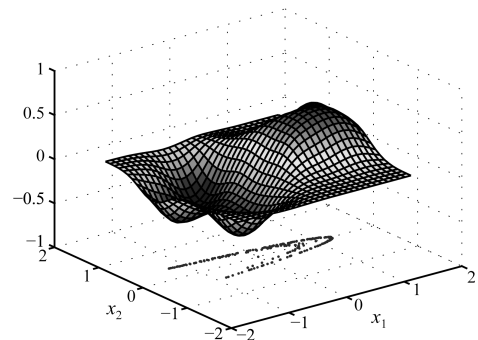


图 16 对 $f_2(x(k))$ 的局部准确近似
Fig. 16 Locally accurate approximation of $f_2(x(k))$

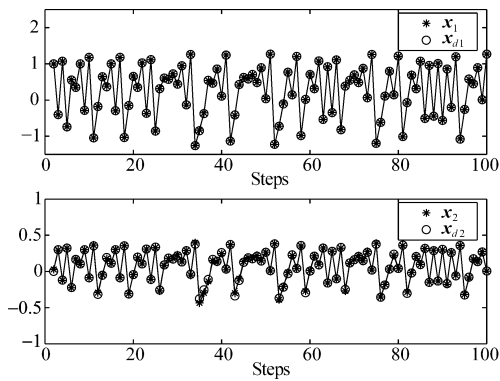


图 17 参考轨迹以及状态跟踪轨迹

Fig. 17 Reference and tracking sequences

4 结论

确定学习运用自适应控制和非线性动力学系统的概念与方法, 研究未知动态环境下的知识获取(建模)、表达和再利用(识别、控制)等问题. 本文扩展了针对离散动态系统的确定学习理论, 提出了对时态数据序列进行建模、表达、相似性刻画、快速识别的一套方法, 以及基于时态数据对闭环离散动态系统进行建模与控制的一个框架. 这些结果表明, 针对离散动态系统的确定学习的本质仍在于满足部分持续激励条件, 以及某些离散线性时变系统的指数稳定. 本文中的结果为基于时态数据的复杂系统的建模、识别与控制提供了系统化的研究方法.

值得注意的是, 虽然确定学习与统计学习^[29]在研究对象、所用数学工具方面有所不同, 但在学习的本质上却又有相似之处^[23]. 统计学习的一个关键思想是在有限样本情况下, 不必先去估计整个函数的值然后再估计在给定点函数的值^[29]. 同样, 确定学习的本质在于沿回归轨迹的部分神经网络权值的收敛以及对系统动态的局部准确估计. 确定学习是智能控制、模式识别、机器学习等领域的新方向, 它也为时态数据挖掘的研究提供了新的途径, 我们相信确定学习将成为未来智能自主系统的一项关键技术.

References

- 1 Antunes C M, Oliveira A L. Temporal data mining: an overview. In: Proceedings of the 7th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. San Francisco, USA: ACM, 2001. 1–13
- 2 Han J W, Kamber M. *Data Mining: Concepts and Techniques (Second Edition)*. Boston: Morgan Kaufmann, 2006
- 3 Ljung L. *System Identification: Theory for the User (Second Edition)*. New Jersey: Prentice-Hall, 1999
- 4 Gevers M. A personal view of the development of system identification. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, **26**(6): 93–105
- 5 Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamic systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1990, **1**(1): 4–27
- 6 Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, **3**(6): 837–863
- 7 Sadegh N. A perceptron network for functional identification and control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1993, **4**(6): 982–988
- 8 Kosmatopoulos E B, Polycarpou M M, Christodoulou M A, Ioannou P A. High-order neural network structures for identification of dynamical systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1995, **6**(2): 422–431
- 9 Polycarpou M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(3): 447–451
- 10 Jagannathan S, Lewis F L. Discrete-time neural net controller for a class of nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(11): 1693–1699
- 11 Jagannathan S, Lewis F L. Multilayer discrete-time neural net controller with guaranteed performance. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1996, **7**(1): 107–130
- 12 Farrell J A. Stability and approximator convergence in non-parametric nonlinear adaptive control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1998, **9**(5): 1008–1020
- 13 Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica*, 2000, **36**(12): 1835–1846
- 14 Ge S S, Wang C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems. *Automatica*, 2002, **38**(4): 671–682
- 15 Wang D, Huang J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, **16**(1): 195–202
- 16 Wang C, Hill D J, Ge S S, Chen G. An ISS-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems. *Automatica*, 2006, **42**(5): 723–731
- 17 Gorinevsky D. On the persistency of excitation in radial basis function network identification of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1995, **6**(5): 1237–1244
- 18 Kurdila A J, Narcowich F J, Ward J D. Persistency of excitation in identification using radial basis function approximants. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1995, **33**(2): 625–642
- 19 Lu S W, Basar T. Robust nonlinear system identification using neural-network models. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1998, **9**(3): 407–429
- 20 Wang C, Hill D J, Chen G. Deterministic learning of nonlinear dynamical systems. In: Proceedings of the 18th IEEE International Symposium on Intelligent Control. Houston, USA: IEEE, 2003. 87–92
- 21 Wang C, Hill D J. Learning from neural control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, **17**(1): 130–146
- 22 Wang C, Hill D J. Deterministic learning and rapid dynamical pattern recognition. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, **18**(3): 617–630

- 23 Wang C, Hill D J. *Deterministic Learning Theory for Identification, Recognition and Control*. CRC Press, to be published
- 24 Anderson B D O, Johnson C R. Exponential convergence of adaptive identification and control algorithms. *Automatica*, 1982, **18**(1): 1–13
- 25 Jagannathan S, Lewis F L. Discrete-time neural net controller with guaranteed performance. In: Proceedings of the American Control Conference. Washington D. C., USA: IEEE, 1994. 3334–3339
- 26 Henon M. A two-dimensional mapping with a strange attractor. *Communications in Mathematical Physics*, 1976, **50**(1): 69–77
- 27 Shilnikov L P, Shilnikov A L, Turaev D V, Chua L O. *Methods of Qualitative Theory in Nonlinear Dynamics*. Singapore: World Scientific, 2001
- 28 Fu K S. Learning control systems-review and outlook. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1970, **15**(2): 210–221
- 29 Vapnik V N. *The Nature of Statistical Learning Theory (Second Edition)*. New York: Springer, 2000



王 聪 华南理工大学自动化学院教授。主要研究方向为非线性系统的自适应神经网络控制与辨识、确定学习理论、动态模式识别、基于模式的控制、振荡故障诊断、认知与脑科学。本文通信作者。
E-mail: wangcong@scut.edu.cn
(**WANG Cong** Professor at the School of Automation, South China

University of Technology. His research interest covers adaptive NN control/identification, deterministic learning theory, dynamical pattern recognition, pattern-based intelligent control, oscillation fault diagnosis, and cognitive and brain sciences. Corresponding author of this paper.)



陈填锐 华南理工大学自动化学院控制与优化中心博士研究生。主要研究方向为确定学习、故障诊断。

E-mail: trchen304@gmail.com

(**CHEN Tian-Rui** Ph. D. candidate at the Center for Control and Optimization, School of Automation, South China University of Technology. His re-

search interest covers deterministic learning and fault diagnosis.)



刘腾飞 澳大利亚国立大学信息科学与工程研究院信息工程系博士研究生。主要研究方向为动态系统确定学习、非线性系统稳定性分析、自适应控制。

E-mail: tengfei.liu@anu.edu.au

(**LIU Teng-Fei** Ph. D. candidate in the Department of Information Engineering, Research School of Information

Sciences and Engineering, the Australian National University. His research interest covers deterministic learning of dynamical systems, nonlinear systems stability analysis, and adaptive control.)