重叠交替更新过程的 DTSS 仿真校验的两个问题

卢绍文 [1]

摘 要 以常用重叠交替更新过程为对象模型, 讨论了离散时间仿真 (Discrete time system specification, DTSS) 校验的两个理论问题. 首先, 给出了基于仿真关键系统变量方差的输入/输出级仿真精度的定量度量. 其次, 针对精度度量难以求解的问题, 在 Zeigler 的仿真理论框架下给出了离散时间仿真和离散事件仿真 (Discrete event system specification, DEVS) 的等价性证明, 并根据这个结果给出了仿真误差度量的一种近似表达式.

关键词 仿真系统校验, 离散时间仿真, 离散事件仿真, 随机仿真
中图分类号 TP391.9

Two Issues towards Verification of Simulation of Superposed Alternative Renewal Processes

LU Shao-Wen[1]

Abstract This paper discusses two theoretic issues in the verification of discrete time system specification (DTSS) simulation in the context of widely used superposed alternative renewal process. Firstly, a quantitative measure of the simulation accuracy at the I/O level is given based on the variance of key simulation variables. Secondly, because the quantitative measure is generally difficult to solve analytically, an approximate expression is given under Zeigler′s theoretic framework of simulation, by proving the equivalence of DTSS and discrete event system specification (DEVS) system representations.

Key words Simulation verification, discrete time system specification (DTSS) simulation, discrete event system specification (DEVS) simulation, stochastic simulation

计算机仿真是利用计算机技术对现实世界对象或过程的模拟[1]. 计算机仿真包含建模与仿真两个阶段. 建模是对现实世界实际对象系统用抽象的形式语言表述成模型的过程; 仿真是将模型转化为能用计算机运行的程序, 并进行模拟实验、结果分析的过程. 本文考虑仿真过程中的技术.

在将模型转换到计算机能够运行的仿真程序这一过程中, 常用的有两种技术: 离散事件仿真技术 (Discrete event system specification, DEVS) 和离散时间仿真技术. (Dis-

收稿日期 2007-11-21 收修改稿日期 2008-09-01
Received November 21, 2007; in revised form September 1, 2008
国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2009CB320604), 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2007AA041405), 高等学校学科创新引智计划 (B08015), 辽宁省自然科学基金 (20082029) 资助
Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2009CB320604), National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2007AA041405), the Programme of Introducing Talents of Discipline to Universities (B08015), and Natural Science Foundation of Liaoning Province (20082029)
1. 东北大学自动化研究中心 沈阳 110004
1. Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang 110004
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00636

crete time system specification, DTSS). 离散事件仿真[1] 是指系统状态变量只在离散的时间点上变化的一类仿真系统[2]. DEVS 最大的特点是通过随机到来的离散事件驱动仿真的推进, 但是离散事件的类型和触发条件是事先定义好的. 离散时间仿真是与 DEVS 相对的另外一类重要的仿真系统. 在 DTSS 中, 仿真通过离散时间驱动, 而且时间的推进通常是有规律而不是随机的, 例如常见的步进式仿真 (Time-stepped simulation), 它的系统状态的更新周期是固定的. 校验与验证 (Verification and validation, V&V) 是仿真中不可缺少的步骤, 是保证仿真结果有效性的重要环节. 仿真模型的校验 (Verification) 确保计算机仿真的正确性, 即从以数学或符号系统等抽象形式表述的对象模型到计算机仿真程序这一环节的正确性; 仿真模型的验证 (Validation) 确保建模的正确性, 即从现实世界对象到以数学或符号系统等抽象形式表述的对象模型这一环节的正确性[3]. 仿真校验与验证发展需要一个不依赖于具体应用背景的通用仿真理论框架. 到 2000 年左右, Zeigler 等[4] 在汲取 Mesarovic[5] 和 Klir[6] 系统理论的基础上, 初步建立了一套建模与仿真的理论框架, 实现了 DEVS 和 DTSS 仿真系统的形式化表述, 并在其理论框架下证明了: 符合一定条件的能被微分方程/差分方程描述的动态系统, 都可以构建误差任意小的 DEVS 仿真系统. 该结果为 DEVS 仿真校验分析提供了强有力的理论基础. 然而, Zeigler 等将重点放在 DEVS 仿真理论的研究, 而对 DTSS 仿真着墨较少. 这主要是由于 DTSS 仿真的应用范围较 DEVS 窄的缘故. 针对这个问题, 本文以 Zeigler 的建模与仿真理论为论证框架, 重点探讨 DTSS 仿真系统校验中的两个理论问题, 旨在完善该方面的理论.

1 问题的提出

DEVS 的结构决定了仿真的时间变量可以在仿真器运行的时候通过随机事件驱动, 因此它特别适合随机系统仿真 (Stochastic simulation), 即模型中含有随机变量的系统. 它已经被广泛应用于具有随机特征的系统仿真中, 例如: 呼叫中心业务量仿真、金融市场仿真、通信网络流量工程、复杂供应链优化、多工序生产过程模拟等诸多应用领域[1]. 与 DEVS 相比, DTSS 仿真时间的推进算法必须在仿真运行前就固定下来, 因此它在随机系统仿真中应用范围相对 DEVS 较窄. 但是在一些特定情况下, 应用 DTSS 也具有一定的优越性.

一类情况是系统模型构成复杂, 通常包含多组系统状态, 而且各组状态的变化速度不均匀, 仅用 DEVS 对整个系统建模效率不高. 例如: 文献 [7] 介绍的钢球磨煤机制粉系统的分布式仿真平台, 文献 [8] 介绍的糖加工生产过程分布式实时仿真系统, 文献 [9] 介绍的基于高层体系结构 (High level architecture, HLA) 技术的制造企业分布式仿真/用户支持系统, 以及文献 [10] 中的概念工厂仿真模型等. 上述所举例子的共同特点是针对流程行业的生产过程仿真, 如冶金、石化、造纸、食品这一类包含复杂物化过程的生产过程, 系统状态变化速度差异非常大. 一方面, 对于该类过程中的大时延的慢过程, 其状态变化平缓, 不利于用离散事件来描述状态的变化, 采用适当周期的 DTSS 模型能更高效地连续跟踪系统状态的变化; 另一方面, 生产过程的控制系统大多是事件驱动的, 更适合采用 DEVS 模型. 因此上述例子中的仿真系统均采用了 DEVS 和 DTSS 相结合的混合系统模型.

另一类情况是系统状态变化非常频繁, 造成 DEVS 仿真效率低下. 例如金融市场的波动是数量庞大的参与者竞价的结果, 高速 IP 网络中路由器缓冲的变化是众多网络用户竞争带宽的结果. 虽然这类系统的状态变化具有离散性和随机性, 但是由于事件的发生非常频繁, 如果对所有可能发生的事件建模, DEVS 仿真每推进一个时间单位, 需要处理巨量的离散事件. 而实际上仿真实验更多关心的是系统长时间运行后的结果. 仅采用 DEVS 既不现实, 也无必要.

更常用的方法是用连续模型近似模拟系统状态的离散变化过程, 采用周期性抽样的 DTSS 仿真技术, 通过适当调整 DTSS 的周期 (即时间步长) 来调整仿真的运行速度和精度. 例如在高速 IP 网络流模型 (Fluid traffic model) 的基础上提出步进式的仿真技术[11−14].

DTSS 具有仿真调度算法相对简单、易于程序实现的优点, 而且可以通过调整时间周期, 动态调整仿真的精度和速度. 但是, 将 DTSS 应用到随机系统仿真中通常会产生一定的误差, 因此要确保仿真的有效性, 必须对 DTSS 仿真进行校验. 最常用的校验方法是直接比较具有相同输入的仿真输出和模型理论分析输出. 由于仿真误差的大小实际上是衡量基于对象模型的理论输出集与用非参数方法获得的仿真实验数据集间的绝对差值, 因此该方法又被称为输入/输出级方法 (I/O-level approach)[15]. 该类方法多被应用在工业生产过程仿真中[3, 7−8], 具体的校验技术手段有定值测试 (Fixed value tests)、极值测试 (Extreme value tests)[16] 等.

上述具体应用实例中多采用仿真输出的平均值作为校验参数. 平均值比较容易求得, 而且便于分析, 但是采用平均值也有很大局限: 它不能反映仿真参数变化引起的系统状态的波动情况. 在随机系统的 DTSS 仿真中, 如果设定的步长较大, 可能出现输出的期望值保持不变[17], 而系统仿真粒度实际上已经降低了的情况. 如果仅用平均值无法反映出这种变化. 可见仅依赖平均值无法完全检验仿真行为与模型行为的一致. 为了更全面地衡量仿真过程的准确性, 文献 [15, 18-20] 提出引入关键仿真系统状态变量的方差作为仿真系统输入输出波动情况的参考校验变量. 但问题是: 复杂系统的状态变量方差通常很难通过分析表达式求出; 且必须考虑方差不存在的情况下的一种替代方案. 本文考虑一种常见的情况, 即系统对象模型为重叠交替更新过程 (Superposed alternative renewal process, SARP) 时的方差分析表达式. 进而, 对于系统对象模型更复杂、方差不易用分析方法表达或不存在的情况, 给出一种基于 Zeigler 的仿真理论框架的更具通用性的替代方案.

2 DTSS 仿真精度的定量度量

如果仿真系统中特别定义了 "结束" 状态的标识事件, 那么这一类仿真被称为结束性仿真 (Terminating simulation), 否则, 称为非结束性仿真 (Non-terminating simulation)[1]. 对于随机仿真来说, 非结束性仿真更为常见. 特别是非结束性仿真中的稳态仿真 (Steady-state simulation) 反映对象系统长时间运行后进入稳态的特征. 本节考虑一种系统对象模型为 SARP 的情况. SARP 被广泛应用于金融市场、高速电信网等复杂随机系统建模; SARP 也是用来构建自相似过程的最为常用的方法[21]. 以下的分析假设基于稳态下的非结束性仿真.

[1] 根据字面含义, DEVS 有时被称为 "离散事件系统范式". 仿真模型范式可以通过特定的仿真代码生成工具直接转换成为可执行的计算机仿真程序. 因此在不影响本文结论的情况下, 对于 "离散事件仿真" 和 "离散事件系统范式" 不作严格意义上的区分. 以下的 "DTSS" 也作同样处理.

2.1 平均值的分析表达

定义 $\{X_i\}$ 为交替更新过程 (Alternative renewal process, ARP), 即 X_i 是具有独立同分布的随机变量. 定义 SARP: $\{Y_M\}$, 由 M 个相互独立、同分布的交替更新过程 $\{X_i^{(k)}\}$ 重叠构成. 不失一般性, 假设仿真所关注的系统变量为 $X_n^{(1)}$ 处于特定状态 s_1 下的总时间比例, 定义这个值变量为 θ_L, 其中 L 为仿真运行的长度. 为便于计算, 定义如下指示函数

$$I(X)=\begin{cases}1, & X\text{在状态 } s_1\\ 0, & \text{否则}\end{cases}\tag{1}$$

借助指示函数 (1), θ_L 可以表示为

$$\theta_L=\frac{\sum\limits_i[I(X'_i)(t_{i+1}-t_i)]}{L}\tag{2}$$

其中, t_i 为仿真系统第 i 次状态迁移的时刻.

在 DTSS 中, 我们采用定长时间步 h 将连续的时间轴离散化, 总共得到时间周期 $N=\lceil L/h\rceil$. 这样, 最初定义的 SARP $\{Y_M\}$ 经过 DTSS 后, 得到一个离散化的随机过程: $\{Y'_M\}$. 我们也可以把 $\{Y'_M\}$ 看作是对 $\{Y_M\}$ 用步长 h 所做的一个长度为 L 的 DTSS 仿真估计. 根据式 (2), 同理可得 θ_L 的 DTSS 估计值

$$\hat\theta_L^{(h)}=\frac{\sum\limits_i[I(Y'_i)(t_{i+1}-t_i)]}{L}=\frac{\sum\limits_i[I(Y'_i)h]}{Nh}=\frac{\sum\limits_i I(Y'_i)}{N}\tag{3}$$

当仿真运行时间足够长且进入稳态后, 可见 $\hat\theta_L^{(h)}$ 的期望就是仿真系统处于状态 s_1 的概率.

$$\mathrm{E}(\hat\theta_L^{(h)})=\frac{\sum\limits_i \mathrm{E}[I(Y'_i)]}{N}\to\mathrm{Prob}(X_i\text{ 在状态 } s_1)\tag{4}$$

不难证明 $\hat\theta_L^{(h)}$ 是 θ_L 的一个无偏估计. 这就是传统上采用平均值作为输入/输出级仿真校验参考变量的原因.

2.2 方差的分析表

下面计算 $\hat\theta_L^{(h)}$ 的方差. 我们首先假设 $\mathrm{var}(\theta_L)$ 和 $\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})$ 都存在, 定义二者的比值

$$f_L(h)=\frac{\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})}{\mathrm{var}(\theta_L)}\tag{5}$$

$f_L(h)$ 定义了步长为 h 的 DTSS 仿真系统行为级的准确性度量. $f_L(h)$ 越接近 1, 相应的 DTSS 仿真就越精确地模拟了系统的行为特征.

先求式 (5) 中的 $\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})$. 定义 Ω 为 SARP 所有状态的集合, ρ_i 为仿真中系统在状态 i 的驻留时间的期望. 令 $y_i=I(Y'_i)$. 由式 (3) 和 (4) 可得

$$\mathrm{var}(y_i)=\frac{\rho_1\sum\limits_{i\neq1}\rho_i}{\left(\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i\right)^2}\tag{6}$$

和

$$\mathrm{var}\left(\sum_{i=1}^N y_i\right)=\sum_{i=1}^N\mathrm{var}(y_i)+2\sum_{i=1}^N\sum_{j=i+1}^N\mathrm{cov}(y_i,y_{i+1})\tag{7}$$

注意到 $\{Y_M\}$ 是稳态过程, 因此 $\mathrm{cov}(y_i,y_{i+k})$ 的值只取决于 k. 定义 $\pi_{11}(t)$ 为 SARP 在时间 t 处于状态 s_1 的概率. 根据文献 [22] 第七章, 可得

$$\pi_{11}(t)=\frac{\rho_1}{\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}+\frac{\varpi(t)}{\rho_1}\tag{8}$$

其中 $\varpi(t)$ 由它的如下拉普拉斯变换 $\varpi^*(s)$ 决定

$$\varpi^*(s)=\frac{\rho_1\sum\limits_{i\neq1}\rho_i}{s\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}-\frac{[1-f_1^*(s)]\left[1-\prod\limits_{i\neq1}f_i^*(s)\right]}{s^2\left[1-\prod\limits_{i\neq1}f_i^*(s)\right]}\tag{9}$$

上式中 $f_i^*(s)$ 是 SARP 在时刻 t 处于状态 s_1 的概率密度函数 $f_i(t)$ 的拉普拉斯变换.

综合式 (7) 和 (8), 可得

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}(y_i,y_{i+k})=&\mathrm{E}(y_i,y_{i+k})-\mathrm{E}(y_i)\mathrm{E}(y_{i+k})=\\&\pi_{11}(kh)\mathrm{Prob}(y_i=1)-\frac{\rho_1^2}{\left(\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i\right)^2}=\frac{\varpi(kh)}{\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}\end{aligned}\tag{10}$$

因此

$$\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})=\frac{\rho_1\sum\limits_{i\neq1}\rho_i}{N\left(\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i\right)^2}+\frac{2\sum\limits_{i=1}^N(N-i)\varpi(ih)}{N^2\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}\tag{11}$$

3 DTSS 仿真精度的定量度量的一种近似表达

我们已经能够表示出 $\mathrm{var}\,(\hat\theta_L^{(h)})$, 但是直接求式 (5) 中的 $\mathrm{var}\,(\theta_L)$ 比较困难. 不妨考虑 $\lim_{h\to0}\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})$, 当 $h\to0$ 而 L 固定, 由欧拉 -麦克劳林积分公式可得

$$h\left[\frac12\varpi(0)+\varpi(h)+\varpi(2h)+\cdots\right]=\int_0^\infty\varpi(t)\mathrm{d}t+\mathrm{O}(h^2)\tag{12}$$

结合式 (8) 和上式有

$$\sum_{i=1}^\infty\varpi(ih)=\varpi^*(0)-\frac{\rho_1\sum\limits_{i\neq1}\rho_i}{2\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}+\mathrm{O}(h)\tag{13}$$

根据文献 [22] 的推导, 式 $\lim_{h\to0}\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})$ 可以表示为

$$\lim_{h\to0}\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})=\frac{2\varpi^*(0)}{Nh\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i}\tag{14}$$

如果我们能够用上式来近似 $\mathrm{var}\,(\theta_L)$, 可以立即得到式 (5) 的近似表达

$$f_L(h)\approx\frac{\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})}{\lim\limits_{h\to0}\mathrm{var}(\hat\theta_L^{(h)})}\tag{15}$$

然而需要注意的是: 式 (15) 隐含着如下待证命题: "一个 DEVS 仿真系统可以被一个 DTSS 仿真系统来近似, 而且当 DTSS 仿真的步长无穷小的时候, 该 DEVS 和 DTSS 仿真的误差也无穷小". 该命题直观意义非常明显, 也有多种方法可以证明. 这里给出一种在 Zeigler 的仿真理论框架下对该命题的证明.

首先介绍文献 [4] 中第 16 章的 DEVS 可仿真判定引理, 即如何来判定一个系统可以被 DEVS 精确仿真.

引理 1 (**DEVS 可仿真判定引理**). 任何可以量子化的系统都可以实现一个输入输出级的 DEVS 仿真, 而且仿真的误差可以任意小.

引理中的 "系统" 是指一个定义在连续时间轴上的动态系统. "量子化" 指系统可以在时间轴上被切割成有限个时间段, 而且每个时间段所需要的仿真运算是有限的. 例如, 定义在连续时间上且具有有限个离散状态的动态系统可以量子化; 只需要为每个状态变迁定义一次仿真运算即可. 对于定义在连续时间上且状态变量为连续有界的特定系统, 如果该系统可以被切割成有限个时间段, 且每个时间段足够小, 其状态的变化率在该时间段可以看作是一个常量, 这样的系统也可以量子化, 这时系统状态的变化只需计算变化率与时间段长度的乘积.

引理 1 给出了在输入输出这个层面上, 什么样的系统可以实现无误差 DEVS 仿真的判定条件. 本文的思路是, 如果要实现系统的 DTSS 无误差仿真, 只需要在其 DEVS 仿真的基础上构建即可. 由此可得如下引理:

引理 2. 对于一个可以量子化的系统, 可以在其输入输出级无误差 DEVS 仿真的基础上, 构建一个对应的 DTSS 仿真表示, 而且其误差可以任意小.

证明. 设对象动态系统存在一个输入输出级无误差 DEVS 仿真实现: $S_{\rm DEVS}$. 其中, $S_{\rm DEVS}$ 的时间轴被量子化为: $\{t_0, t_1, \cdots, t_i, \cdots\}$, 为讨论方便, 设 $t_0 = 0$. 仿真器在任一时间点 t_i , 对应一次且仅有一次有限仿真计算 c_i, 因此 $S_{\rm DEVS}$ 可以表示为在各个量子化时间点上的仿真计算系列: $S_{\rm DEVS} = \{c_0, c_1, \cdots, c_i, \cdots\}$. 现在该 $S_{\rm DEVS}$ 的基础上, 需要构建一个输入输出级无误差的 DTSS 仿真实现: $S_{\rm DTSS}$ 可以把 DTSS 看成是一类 DEVS 系统的特例, 其时间轴按照时间步的大小被划分为间距为 h 的栅格: $\{0, h, 2h, \cdots, jh, \cdots\}$. 定义第 i 个时间步所关联的仿真计算为 c_i', 则 $S_{\rm DEVS} = \{c_0', c_1', \cdots, c_i', \cdots\}$.

由于仿真系统变量只有经过仿真计算才能得到更新, 因此, 要做到 $S_{\rm DTSS}$ 相对于 $S_{\rm DEVS}$ 在输入输出级无误差, 只需要 $S_{\rm DEVS}$ 中的每一个仿真计算 c_i 都能够在 $S_{\rm DTSS}$ 找到一个或多个相应的仿真计算 c_i'. 即需映射: $f: S_{\rm DEVS} \to S_{\rm DTSS}$ 是一对一或一对多映射.

满足以上要求的一种构建方法是令 $S_{\rm DTSS}$ 的时间步长取值为:

$$h = \min\{t_{i+1} - t_i\}, \quad i = 0, 1, \cdots \tag{16}$$

也就是说, 取 DTSS 的时间步长值为 DEVS 中的最小量子时间片. 这样, 对于任何一个 $S_{\rm DEVS}$ 计算 c_i, 总能找到一个对应的 $S_{\rm DTSS}$ 计算 c_k', 满足 $kh \le t_i < (k+1)h$. 而且, 在 $[kh, (k+1)h)$ 区间中, 最多对应于一个 $S_{\rm DEVS}$ 的量子时间点. 否则的话, 如果有: $kh \le t_i < t_{i+1} < (k+1)h$, 必然有 $t_{j+1} - t_j < h$, 这与式 (16) 矛盾.

由上可见, 每一个 $S_{\rm DEVS}$ 仿真计算都可以在其 $S_{\rm DTSS}$ 实现中找到对应的仿真计算, 即映射 f 是一对一或一对多映射. 由该映射定义的 $S_{\rm DTSS}$ 仿真和其对应的 $S_{\rm DEVS}$ 仿真在输入输出上是等价的. □

引理 2 说明了可以在输入输出级上构建和 DEVS 等价的 DTSS. 但需要指出的是, 由于映射可能是一对多映射, 因此该种构建方法通常不是最优的. 可能会存在仿真器空转的情况, 即仿真计算周期内没有实际的状态变化. 综合引理 1 和引理 2, 最终得到如下定理:

定理 1. 任何可以量子化的系统都可以实现一个输入输出级的 DTSS 仿真, 而且仿真的误差可以任意小.

证明. 由引理 1 和引理 2 显然可见. □

以上定理实际上将 Zeigler 的仿真判定拓展到了 DTSS. 因此, 我们可以通过求式 (15), 而避开式 (5). 结合式 (11) 和 (14), 最终可得方程

$$f_L(h) = \frac{1}{2}\varpi^*(0)\left[\frac{\rho_1 \sum\limits_{i\ne 1}\rho_i}{\sum\limits_{i\in\Omega}\rho_i} + \frac{2\sum\limits_{i=1}^{N}(N-i)\varpi(ih)}{N}\right] \tag{17}$$

实际上, 上式对于比较简单的情况能够直接解出 $f_L(h)$. 例如当 $\{X_n\}$ 是交替更新的泊松过程时, 有

$$f_L(h) = \frac{1}{2}h\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}\right) \times \frac{1 + \exp\left(-\dfrac{h}{\mu_1} - \dfrac{h}{\mu_2}\right)}{1 - \exp\left(-\dfrac{h}{\mu_1} - \dfrac{h}{\mu_2}\right)} \tag{18}$$

但是, 对于更复杂的情况, 求解式 (17) 仍然十分繁琐. 例如当 $\{X_n\}$ 的状态驻留时间分布为帕累托 (Pareto) 分布, 此时, ${\rm var}\,(\theta_L)$ 和 ${\rm var}\,(\hat\theta_L^{(h)})$ 都不存在, 因此式 (17) 将不再适用. 另一方面, 在 DTSS 可仿真判定定理的证明过程中并不需要假定 ${\rm var}\,(\theta_L)$ 和 ${\rm var}\,(\hat\theta_L^{(h)})$ 的存在. 因此可以将其结果推广到比较两个采用不同步长的 DTSS 仿真系统的情况. 定义:

$$f(h_1, h_2) = \frac{{\rm var}(\hat\theta_L^{(h_1)})}{{\rm var}(\hat\theta_L^{(h_2)})}, \quad h_1 \ge h_2 \tag{19}$$

$f(h_1, h_2)$ 描述了采用步长 h_1 和 h_2 的 DTSS 系统的相对误差. 由于式 (19) 中所出现的方差均来自 DTSS 仿真, 因此我们可以直接利用仿真样本数据计算 $\hat\theta_L^{(h)}$ 的标准差的平方代替 ${\rm var}(\hat\theta_L^{(h)})$, 而避免直接求解式 (17).

此外, 式 (15) 要求步长无穷小的 DTSS 仿真结果作为比较基准来校验步长为 h 的 DTSS 仿真, 而在实际中这样做并不现实. 即使 h 非常小, 仿真运行也耗时极长. 相比之下式 (19) 更为实用. 我们通常关心的只是 DTSS 仿真在不同步长下的相对精确度. 因为只需让 h_2 比待校验的 DTSS 仿真步长值小即可.

例如, 定义帕累托交替更新过程 $\{Y_n\}$, 形状参数 (*Shape*) 取值 1.6, 交替的两个状态下的位置参数 (*Location*) 分别取值 0.5 和 0.8. 考虑 SARP 由 4 个该帕累托交替更新过程 $\{Y_n^{(i)}\}, i = 1, 2, 3, 4$ 重叠而成的情况下, $\{Y_n^{(1)}\}$ 在状态 1 的驻留时间. 对于这种 4 重帕累托交替更新过程, 采用分析的手段极为困难, 而且当帕累托分布的形状参数小于等于 2 时, 其方差不存在, 式 (17) 不再适用. 我们采用式 (19) 来衡量仿真的相对精度, 只需设定基准步长 $h_2 \le h_1$. 表 1 列出了当基准步长 h_2 分别为 0.3 和 0.5 时, 在不同的仿真步长 h_1 下利用式 (19) 测得的相对误差值. 由表 1 可以看出, 由于

$f(h_1, h_2)$ 描述的是不同仿真步长间的相对误差, 因此当采用不同的基准步长 (即 h_2) 得到不同的量化误差值. 当 h_1 越接近 h_2, $f(h_1, h_2)$ 的值越小, 基于式 (19) 的方法能够将这种关系量化.

表 1 DTSS 仿真的相对误差
Table 1 Relative errors of DTSS simulation

		$h_1 = 1.0$	$h_1 = 2.0$	$h_1 = 4.0$	$h_1 = 8.0$
$f(h_1, h_2)$	$h_2 = 0.3$	4.64	11.87	19.17	23.69
$f(h_1, h_2)$	$h_2 = 0.5$	3.23	11.97	18.67	19.31

4 结论

计算机仿真技术作为一门应用技术, 已经成为工程和科学研究中不可缺少的工具. 随着计算机仿真应用领域的不断拓展, 凸显出了仿真 V&V 理论体系发展相对缓慢, 导致 V&V 方法多而散, 在整体上难以积累; 而各个领域的仿真研究者使用的仿真校验方法强依赖于领域知识, 通用性不好. 同时, 校验困难也是 DTSS 仿真技术的应用范围受到限制的重要原因之一. 针对这个问题, 本文通过对常用 SARP 模型的 DTSS 仿真校验分析, 提出了一种通用性较好的 DTSS 仿真校验技术, 拓展了 DTSS 仿真的应用范围. 此外, 本文的分析过程展示了 Zeigler 的仿真理论框架在仿真理论研究中直观简捷的优点, 期望能够为仿真 V&V 的理论研究提供一种新的思路.

References

1 Law A M, Kelton W D. *Simulation Modeling and Analysis (Third Edition)*. New York: McGraw-hill Inc, 2000

2 Banks J, Carson J S, Nelson B L, Nicol D M. *Discrete-event System Simulation*. New York: Prentice Hall, 2004

3 Balci O. Verification, validation, and accreditation of simulation models. In: Proceedings of the 29th Conference on Winter Simulation. Atlanta, USA: IEEE, 1997. 135−141

4 Zeigler B P, Parehofer H, Kim T G. *Theory of Modeling and Simulation (Second Edition)*. London: Academic Press, 2000

5 Mesarovic M D, Takahara Y. *General Systems Theory: Mathematical Foundations*. London: Academic Press, 1975

6 Klir G J, Elias D. *Architecture of Systems Problem Solving*. New York: Kluwer Academic Publishers Group, 1985

7 Zhai Lian-Fei, Chai Tian-You, Gao Zhong-Jiang, Yue Heng. A distributed simulation platform for intelligent decoupling control of coal pulverizing systems. *Journal of System Simulation*, 2006, **18**(7): 1824−1828
(翟廉飞, 柴天佑, 高忠江, 岳恒. 制粉系统智能解耦控制的分布式仿真实验平台. 系统仿真学报, 2006, **18**(7): 1824−1828)

8 Santos R A, Normey-Rico J E, Gómez A M, Arconada L F A, de Prada M C. Distributed continuous process simulation: an industrial case study. *Computers and Chemical Engineering*, 2008, **32**(6): 1195−1205

9 Hibino H, Fukuda Y. A user support system for manufacturing system design using distributed simulation. *Production Planning and Control*, 2006, **17**(2): 128−142

10 Campbell A S, Wainer G. Applying DEVS modeling for discrete event multiple model control of a time varying plant. In: Proceedings of the 38th Conference on Winter Simulation. Monterey, USA: IEEE, 2006. 823−831

11 Guo Y, Gong W B, Towsley D. Time-stepped hybrid simulation (TSHS) for large scale networks. In: Proceedings of the 19th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Tel Aviv, Israel: IEEE, 2000. 441−450

12 Fournie L, Hong D, Perisse F. NetScale: scalable time-stepped hybrid simulation of large IP networks. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2006, **36**(5): 35−38

13 Yan A L, Gong W B. Time-driven fluid simulation for high-speed networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, **45**(5): 1588−1599

14 LU S, Schormans J A. Time-stepped approach for accelerated simulation of mobile ad hoc networks. *IET Communications*, 2008, **2**(5): 609−620

15 Fraedrich D, Goldberg A. A methodological framework for the validation of predictive simulations. *European Journal of Operational Research*, 2000, **124**(1): 55−62

16 Knepell P L, Arangno D C. *Simulation Validation: A Confidence Assessment Methodology*. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 1993

17 Traoré M K. Analyzing static and temporal properties of simulation models. In: Proceedings of the 38th Conference on Winter Simulation. Monterey, USA: IEEE, 2006. 897−904

18 Pooley R. Behavioural equivalence in simulation modelling. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2007, **15**(1): 1−20

19 Kleijnen J P C, Sargent R G. A methodology for fitting and validating metamodels in simulation. *European Journal of Operational Research*, 2000, **120**(1): 14−29

20 Wu Y J, Gong W B. Error analysis of burst level modeling of active-idle sources. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 2004, **14**(3): 278−304

21 Bardet J M, Lang G, Oppenheim G, Philippe A, Taqqu M. Generators of long-range dependent processes: a survey. *Theory and Applications of Long-range Dependence*. Boston: Birkhauser, 2003. 579−623

22 Cox D R. *Renewal Theory*. London: Methuen & Co., 1970

卢绍文 东北大学自动化研究中心副教授. 2006 年获得英国伦敦大学皇后玛丽学院电子工程学博士学位. 主要研究方向为复杂系统仿真与建模、计算机控制. E-mail: lusw@mail.neu.edu.cn
(**LU Shao-Wen** Associate professor at the Research Center of Automation, Northeastern University. He received his Ph. D. degree in electronic engineering from Queen Mary University of London in 2006. His research interest covers modeling and simulation for complex systems, and computer control.)