

一般相关噪声下多传感器平滑融合算法

陈嘉鸿^{1,2} 韩九强¹ 席震东² 张新曼¹

摘要 针对单目标跟踪中多传感器平滑融合算法估计精度问题, 提出了具有一般相关过程噪声与量测噪声时的离散线性系统新的平滑融合估计算法. 该算法通过将给定区间内全部量测进行集中式扩维, 并对误差传递进行分析, 从而精确地给出误差间的相关性, 在线性无偏最小方差意义下对系统状态进行递推估计. 与不考虑相关性以及仅考虑部分相关性的卡尔曼平滑融合算法相比, 新的固定区间平滑融合算法在噪声的高斯分布假设下具有明显的优越性, 且其跟踪性能随噪声相关性增强而优越性明显, 而固定延迟平滑融合算法是次优的. 仿真实验进一步验证了本文算法在一般相关噪声环境下的优越性.

关键词 多传感器融合, 目标跟踪, 相关噪声, 平滑
中图分类号 TP271.8

Smoothing Algorithm for Multi-sensor Fusion with General Correlated Noises

CHEN Jia-Hong^{1,2} HAN Jiu-Qiang¹ XI Zhen-Dong² ZHANG Xin-Man¹

Abstract In view of multi-sensor fusion estimation performance for maneuvering target tracking, a new smoothing-fusion algorithm is proposed for discrete-time linear system with general correlated measurement and process noises. The correlations between the errors are calculated precisely by analysis of the error transmission property. Based on the linear unbiased minimum variance estimation theory, the new algorithm estimates the system states recursively by using centralized expanding-dimension method with all measurements in the given interval. Compared with the uncorrelated or partially correlated Kalman smoothing-fusion algorithm, the new fixed-interval smoothing-fusion algorithm is superior under the hypothesis of Gauss distribution of noise, and the fixed-lag algorithm is suboptimal. Simulation results verified the superiority of the new proposed algorithm in the general correlated noises. It was also shown that its improvement of the tracking performance increased with the increasing of the correlation coefficient.

Key words Multi-sensor fusion, target tracking, correlated noises, smoothing

在机动目标跟踪中, 由于多传感器融合及平滑估计使用更多的量测信息, 因而能够输出比单传感器滤波更精确的估计结果; 尤其是在空间发射问题中, 一般都有多个传感器同时跟踪同一个目标, 而且需要对测量数据进行精确的事后精度分析, 相对处理速度而言使用高精度的“融合 + 平滑”处理方法更加重要. 平滑问题根据被估计量和量测信息时标的不同可分为三类. 设 $\hat{x}_{k|j}$ 为利用直到 j 时刻的量测对 k 时刻状态的估计 ($j > k$), 则 k 变 j 固定、 k 固定 j 变、 $j - k$ 固定时分别称为定区间、定点和定延迟平滑估计.

不同时刻噪声 (量测噪声和过程噪声) 的相关性称为噪声的时间相关性, 同一时刻不同传感器各量测通道或同一传感器不同通道噪声之间的相关性以

及过程噪声和量测噪声之间的相关性统称为噪声的空间相关性. 对于过程和量测噪声都是白噪声的情况, 平滑算法有许多不同的形式^[1-7], 它们或没有考虑量测噪声与过程噪声的相关性^[1-4], 或只考虑了噪声的部分空间相关性^[5-6], 或只考虑了量测噪声的时间相关性^[7], 且文献 [7] 研究的只是固定区间平滑问题. 而对融合与平滑同时进行研究的文献却很少, 文献 [8] 提出了按矩阵加权的融合准则以及相应的信息融合 Kalman 滤波器, 文献 [9-11] 研究了“融合 + 平滑”问题, 但都只考虑了噪声的部分相关性. 据作者所知, 目前尚没有研究一般相关噪声情况下的“融合 + 平滑”问题的文献. 当系统受到连续干扰时, 不同时刻的噪声可能会存在着时间相关性; 当传感器系统受到共同干扰的影响时, 量测噪声可能会存在空间相关性; 同时由于离散化过程的影响, 量测噪声与过程噪声之间存在一定的时空相关性^[12]. 因此, 在机动目标跟踪中将噪声认为具有一般相关性会更接近实际情况. 因而有必要提出一种针对一般相关噪声的融合平滑算法来提高估计精度, 而估计精度的提高对于很多系统是至关重要的, 因为单纯的估计和控制中用到的估计不同, 它只能依据量测数据对目标的估计来了解目标的某些情况,

收稿日期 2008-03-27 收修改稿日期 2008-09-04
Received March 27, 2008; in revised form September 4, 2008
国家自然科学基金 (60502025) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60502025)

1. 西安交通大学电信学院自动控制研究所 西安 710049 2. 中国卫星海上测控部 江阴 214431

1. Autocontrol Research Institute, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049
2. China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214431

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00491

而在控制中估计可以是很粗糙的, 因为系统会通过反馈来提高控制的精度^[7]. 所以, 在一般相关噪声情况下, 推导融合平滑估计算法是非常有意义的.

本文提出了一种一般相关噪声下多传感器离散线性系统平滑融合算法. 该算法通过对误差传递特性的分析, 精确给出误差间的相关性, 并在线性最小均方误差意义下对系统状态进行估计, 与不考虑噪声相关性和仅考虑部分相关性的平滑融合算法相比, 估计性能具有明显的优越性. 本文同时还对延迟区间大小与估计精度之间的关系进行了仿真研究.

1 问题描述

考虑如下线性系统

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k \mathbf{x}_k + G_k \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k^{(i)} = H_k^{(i)} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^{(i)} \quad (2)$$

式中, 上标 $i = 1, 2, \dots, M$, 表示第 i 个传感器 (在没有歧义的情况下, 为简便起见可省略该上标), 下标 $k = 1, 2, \dots, N$, 表示采样时刻; $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ (n 维实数空间) 为状态矢量; $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 为量测矢量; F_k 表示 k 时刻向 $k+1$ 时刻的系统状态转移矩阵, 有时也记为 $F_{k+1|k}$; G_k 为过程噪声矩阵; H_k 为量测矩阵; $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^r$ 和 $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为过程噪声和量测噪声. 系统满足如下假设:

假设 1. 状态转移矩阵可逆.

假设 2. \mathbf{w}_k 、 \mathbf{v}_k 是零均值相关高斯序列, 其线性无偏最小方差估计等于其先验均值, 且协方差阵已知为

$$\mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{v}_k^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_l & \mathbf{v}_l^{(j)} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_{kl} & S_{kl}^{(j)} \\ (S_{lk}^{(i)})^T & R_{kl}^{(ij)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

上标 T 表示矩阵转置, $\mathbb{E}(\cdot)$ 表示取期望.

假设 3. 初始状态是具有均值 \mathbf{x}_0 和协方差阵 P_0 的高斯随机向量, 且初态误差 $\tilde{\mathbf{x}}_0$ 与 \mathbf{w}_k 、 \mathbf{v}_k 不相关.

记 k 时刻的有效量测区间为: $[k-\eta, k+\theta]$ ($\eta \geq 0$, $\theta \geq 0$, 且皆为整数), $\eta \neq 0$ 可表示压

缩平滑 (即不需要每点都平滑. 这种情况在空间发射中经常遇到, 各传感器的量测采样率很高, 但平滑估计结果并不需要那么高的采样率), 也可表示对既往量测信息的再利用, θ 表示延迟量, 两个参数在平滑过程中是已知的或固定的. 记 $\mathbf{Z}_k^{(i)} = [(\mathbf{z}_{k-\eta}^{(i)})^T, \dots, (\mathbf{z}_k^{(i)})^T, \dots, (\mathbf{z}_{k+\theta}^{(i)})^T]^T$ 为第 i 个传感器量测扩维向量, 则 k 时刻用于量测更新的信息可表示为 $\mathbf{Z}_k = [(\mathbf{Z}_k^{(1)})^T, \dots, (\mathbf{Z}_k^{(i)})^T, \dots, (\mathbf{Z}_k^{(M)})^T]^T$, 记区间长度为 $L = \eta + \theta + 1$. 注意 \mathbf{Z}_k 区别于 k 时刻量测信息 $\mathbf{z}_k^{(i)}$, 同时我们记直到 k 时刻所有可用量测信息集合为 \mathbf{Z}^k . 我们的问题就是在获得量测信息 \mathbf{Z}^k 的情况下, 需对 \mathbf{x}_k ($k \leq N$) 进行平滑估计. 估计结果应满足最小方差线性无偏估计准则: $\mathbb{E}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \mathbb{E}(\mathbf{x}_k)$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_k = \arg \min \mathbb{E}[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T | \mathbf{Z}^k]$.

2 集中式融合平滑估计

由最优融合估计理论^[13], 在已知 \mathbf{Z}_k 和 \mathbf{x}_{k-1} 估计 (即 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$) 的情况下对 \mathbf{x}_k 进行估计, 不损失任何有效信息可将所有量测并行扩维, 对状态进行最佳线性无偏估计.

2.1 一般相关平滑融合

以状态 \mathbf{x}_k 为起点, 由假设 1 可得正向和逆向量测递推方程

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+\theta}^{(i)} &= H_{k+\theta}^{(i)} F_{k+\theta-1} F_{k+\theta-2} \times \dots \times F_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k+\theta}^{(i)} + \\ &H_{k+\theta}^{(i)} (F_{k+\theta-1} \times \dots \times F_{k+1} G_k \mathbf{w}_k + \dots + \\ &F_{k+\theta-1} G_{k+\theta-2} \mathbf{w}_{k+\theta-2} + G_{k+\theta-1} \mathbf{w}_{k+\theta-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k-\eta}^{(i)} &= H_{k-\eta}^{(i)} F_{k-\eta}^{-1} F_{k-\eta+1}^{-1} \times \dots \times F_{k-1}^{-1} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k-\eta}^{(i)} - \\ &H_{k-\eta}^{(i)} (F_{k-\eta}^{-1} \times \dots \times F_{k-1}^{-1} G_{k-1} \mathbf{w}_{k-1} + \dots + \\ &F_{k-\eta}^{-1} G_{k-\eta} \mathbf{w}_{k-\eta}) \end{aligned} \quad (5)$$

记 k 时刻各扩维矩阵: \mathbf{Z}_k 如第 1 节中所定义,

$$\Psi_k^{(i)} = - \begin{bmatrix} H_{k-\eta}^{(i)} F_{k-\eta}^{-1} G_{k-\eta} & \dots & H_{k-\eta}^{(i)} F_{k-\eta}^{-1} \dots F_{k-2}^{-1} G_{k-2} & H_{k-\eta}^{(i)} F_{k-\eta}^{-1} \dots F_{k-1}^{-1} G_{k-1} \\ \mathbf{0} & \dots & H_{k-\eta+1}^{(i)} F_{k-\eta+1}^{-1} \dots F_{k-2}^{-1} G_{k-2} & H_{k-\eta+1}^{(i)} F_{k-\eta+1}^{-1} \dots F_{k-1}^{-1} G_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & H_{k-1}^{(i)} F_{k-1}^{-1} G_{k-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Theta_k^{(i)} = \begin{bmatrix} H_{k+1}^{(i)} G_k & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ H_{k+2}^{(i)} F_{k+1} G_k & H_{k+2}^{(i)} G_{k+1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{k+\theta}^{(i)} F_{k+\theta-1} \dots F_{k+1} G_k & H_{k+\theta}^{(i)} F_{k+\theta-1} \dots F_{k+2} G_{k+1} & \dots & H_{k+\theta}^{(i)} G_{k+\theta-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_k^{(i)} &= \left[(\mathbf{v}_{k-\eta}^{(i)})^\top, \dots, (\mathbf{v}_k^{(i)})^\top, \dots, (\mathbf{v}_{k+\theta}^{(i)})^\top \right]^\top \\
\mathbf{V}_k &= \left[(\mathbf{V}_k^{(1)})^\top, \dots, (\mathbf{V}_k^{(i)})^\top, \dots, (\mathbf{V}_k^{(M)})^\top \right]^\top \\
\mathbf{W}_k &= \left[(\mathbf{w}_{k-\eta})^\top, \dots, (\mathbf{w}_k)^\top, \dots, (\mathbf{w}_{k+\theta-1})^\top \right]^\top \\
\Phi_k &= \left[(\Phi_k^{(1)})^\top, \dots, (\Phi_k^{(i)})^\top, \dots, (\Phi_k^{(M)})^\top \right]^\top \\
\Gamma_k &= \left[(\Gamma_k^{(1)})^\top, \dots, (\Gamma_k^{(i)})^\top, \dots, (\Gamma_k^{(M)})^\top \right]^\top \\
\Phi_k^{(i)} &= [H_{k-\eta}^{(i)} F_{k-\eta}^{-1} F_{k-\eta+1}^{-1} \times \dots \times F_{k-1}^{-1}, \dots, \\
&\quad H_{k-1}^{(i)} F_{k-1}^{-1}, H_k^{(i)}, H_{k+1}^{(i)} F_k, \dots, H_{k+\theta}^{(i)} F_{k+\theta-1} \times \\
&\quad F_{k+\theta-2} \times \dots \times F_k]^\top \\
\Gamma_k^{(i)} &= \begin{bmatrix} \Psi_k^{(i)} & \mathbf{0}_{m\eta \times r\theta} \\ \mathbf{0}_{m \times r\eta} & \mathbf{0}_{m \times r\theta} \\ \mathbf{0}_{m\theta \times r\eta} & \Theta_k^{(i)} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

其中, $\mathbf{0}_{m\eta \times r\theta}$ 表示 $m\eta$ 行 $r\theta$ 列零矩阵.

由式 (6) 和 (7) 有扩维后 k 时刻量测方程:

$$\mathbf{Z}_k = \Phi_k \mathbf{x}_k + \Gamma_k \mathbf{W}_k + \mathbf{V}_k \quad (8)$$

若已知 $k-1$ 时刻的状态平滑估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 及其协方差 P_{k-1} , 则由最佳线性无偏估计理论有状态一步预报为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = F_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (9)$$

状态一步预报误差为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = F_{k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + G_{k-1} \mathbf{w}_{k-1} \quad (10)$$

由于噪声一般相关性的存在, 前一步状态估计误差与噪声之间也存在相关性, 因此计算状态更新平滑增益 K_k 的重点在于求得状态估计误差的递推表达式.

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k-1} = \mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (11)$$

记 I 为单位矩阵, 经逐步代入后的误差传递可简记为

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{x}}_{k-1} &= A_{k-1} \tilde{\mathbf{x}}_0 + B_{k-1} \mathbf{w}_{0:k-2} - \\
&\quad C_{k-1} \mathbf{W}_{1:k-1} - D_{k-1} \mathbf{V}_{1:k-1} \quad (12)
\end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{w}_{0:k-2} = [\mathbf{w}_0^\top, \mathbf{w}_1^\top, \dots, \mathbf{w}_{k-2}^\top]^\top \quad (13)$$

$$\mathbf{W}_{1:k-1} = [\mathbf{W}_1^\top, \mathbf{W}_2^\top, \dots, \mathbf{W}_{k-1}^\top]^\top \quad (14)$$

$$\mathbf{V}_{1:k-1} = [\mathbf{V}_1^\top, \mathbf{V}_2^\top, \dots, \mathbf{V}_{k-1}^\top]^\top \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
A_{k-1} &= (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} (I - \\
&\quad K_{k-2} \Phi_{k-2}) F_{k-3} \times \dots \times (I - K_1 \Phi_1) F_0 \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{k-1} &= [(I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} (I - \\
&\quad K_{k-2} \Phi_{k-2}) F_{k-3} \times \dots \times (I - \\
&\quad K_1 \Phi_1) G_0, \dots, (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) G_{k-2}] \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{k-1} &= [(I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} (I - K_{k-2} \Phi_{k-2}) \times \\
&\quad F_{k-3} \times \dots \times (I - K_2 \Phi_2) F_1 K_1 \Gamma_1, \dots, (I - \\
&\quad K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} K_{k-2} \Gamma_{k-2}, K_{k-1} \Gamma_{k-1}] \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{k-1} &= [(I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} (I - \\
&\quad K_{k-2} \Phi_{k-2}) F_{k-3} \times \dots \times (I - K_2 \Phi_2) F_1 K_1, \\
&\quad \dots, (I - K_{k-1} \Phi_{k-1}) F_{k-2} K_{k-2}, K_{k-1}] \quad (19)
\end{aligned}$$

由假设 3, 初始误差 $\tilde{\mathbf{x}}_0$ 与噪声无关, 因此可得状态一步预报协方差为

$$\begin{aligned}
P_{k|k-1} &= F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^\top + G_{k-1} Q_{k-1, k-1} \times \\
&\quad G_{k-1}^\top + G_{k-1} (Q_{k-1, 0:k-2} B_{k-1}^\top - \\
&\quad Q_{k-1}^{1:k-1} C_{k-1}^\top - S_{k-1}^{1:k-1} D_{k-1}^\top) F_{k-1}^\top + \\
&\quad F_{k-1} (Q_{k-1, 0:k-2} B_{k-1}^\top - Q_{k-1}^{1:k-1} C_{k-1}^\top - \\
&\quad S_{k-1}^{1:k-1} D_{k-1}^\top)^\top G_{k-1}^\top \quad (20)
\end{aligned}$$

以 $\text{cov}(\cdot)$ 表示取协方差, 记 $Q_{k:l, i:j} = \text{cov}(\mathbf{w}_{k:l}, \mathbf{w}_{i:j})$, $Q_{k-1}^{1:k-1} = \text{cov}(\mathbf{w}_{k-1}, \mathbf{W}_{1:k-1})$, $S_{k-1}^{1:k-1} = \text{cov}(\mathbf{w}_{k-1}, \mathbf{V}_{1:k-1})$, $Q_{k-1}^{1:k-1, k} = \text{cov}(\mathbf{W}_{1:k-1}, \mathbf{W}_k)$, $S_{k-1}^{k, 1:k-1} = \text{cov}(\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_{1:k-1})$, $R^{k, k} = \text{cov}(\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_k)$, 其他类似表示不再赘述.

量测预报为

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (21)$$

量测新息为

$$\tilde{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_k = \Phi_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \Gamma_k \mathbf{W}_k + \mathbf{V}_k \quad (22)$$

状态一步预报与新息交互协方差为

$$\Lambda_k = \text{cov}(\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \tilde{\mathbf{Z}}_k) = P_{k|k-1} \Phi_k^\top + \Omega_k \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned}
\Omega_k &= G_{k-1} Q_{k-1}^k \Gamma_k^\top + F_{k-1} (B_{k-1} Q_{0:k-2}^k - \\
&\quad C_{k-1} Q_{k-1}^{1:k-1, k} - D_{k-1} (S_{k-1}^{k, 1:k-1})^\top) \Gamma_k^\top + \\
&\quad F_{k-1} (B_{k-1} S_{0:k-2}^k - C_{k-1} S_{k-1}^{1:k-1, k} - \\
&\quad D_{k-1} R^{1:k-1, k}) + G_{k-1} S_{k-1}^k \quad (24)
\end{aligned}$$

新息协方差为

$$\Xi_k = \text{cov}(\tilde{\mathbf{Z}}_k) = \Phi_k \Lambda_k + \Omega_k^T \Phi_k^T + \Gamma_k Q^{k,k} \Gamma_k^T + R^{k,k} + \Gamma_k S^{k,k} + (\Gamma_k S^{k,k})^T \quad (25)$$

则平滑增益 K_k 为

$$K_k = \Lambda_k (\Xi_k)^{-1} \quad (26)$$

利用量测 \mathbf{Z}_k 的状态平滑更新为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + K_k (\mathbf{Z}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (27)$$

状态更新估计协方差为

$$P_k = P_{k|k-1} - \Lambda_k (\Xi_k)^{-1} \Lambda_k^T \quad (28)$$

式 (9)~(28) 构成了详细的具有一般相关量测噪声和过程噪声的离散线性系统集中式多传感器平滑融合估计算法 (简称为一般相关平滑融合算法). 该算法虽然是基于最佳线性无偏估计理论的, 但由于噪声一般相关性的存在, 状态一步预报 (9) 和量测预报 (21) 并不是最优的, 因而状态估计结果 (27) 也并非最优, 但从仿真可以看出由于它考虑了估计误差之间的相关性, 相对不考虑或仅考虑部分相关性的估计算法而言, 在估计精度上仍然具有明显的优越性. 在噪声不相关时, 该算法与不考虑相关性的卡尔曼平滑算法等价^[3].

2.2 平稳噪声过程平滑融合

在一般相关平滑融合算法中, 当 $\eta = \theta = 0$ 时 (需注意此时 W_k 和 Γ_k 为空矩阵, 在实际应用时要加技术处理, 可令其为零), 即为考虑噪声一般相关性时的卡尔曼滤波融合, 在噪声不相关时, 即为传统的简单卡尔曼滤波融合; 当 θ 固定且已知时, 该算法为固定滞后平滑融合; 当 k 递增, $\theta = N - k$ 时, 为定区间平滑融合; 当 k 固定, θ 在区间内变化时, 该算法为固定点平滑融合. 对不同的平滑融合, 递推过程各矩阵的计算各有其特点, 可以进行相应的过程简化.

在工程应用中, 一般要获得整个区间的轨迹估计, 所以固定区间和固定滞后平滑融合使用较多. 空间发射测量时, 量测数据积累较多, 考虑整个量测区间内的噪声相关性几乎不可能做到, 取而代之的是在某一合适的窗口时间内认为噪声是相关的, 超出窗口时间长度则认为不再相关. 这与实际情况大多也是吻合的, 即间隔时间越长的噪声之间的相关性越弱. 事实上即使噪声的时间相关性较强, 随着时间间隔的延长, 相距越远的量测数据对当前状态的有效信息量也越低. 这一点我们可以从关于不同延迟时间的仿真实验中看出.

同时, 在我们所采用的量测扩维估计算法中, 当扩维后的量测维数 (l) 大于状态空间维数 (n) 时, 计算量主要体现在新息协方差矩阵的求逆过程中, 计算复杂度约为 $O(l^3)$. 由于空间发射测量数据量很大, 利用所有量测数据进行平滑处理即定区间平滑, 依照上面的算法其计算量很大, 实际应用中有时不可接受, 甚至不能进行. 因此在允许的精度范围内, 可使用固定延迟平滑, 既保证了处理精度, 又保证了处理速度.

由于在噪声平滑处理过程中, 只涉及其统计特性, 而不涉及具体时刻噪声大小. 如果假定噪声的统计特性对窗口 L 具有平移不变性, 即噪声过程是平稳过程, 也将降低应用的复杂度. 对于噪声是平稳过程的平滑融合, 噪声相关性大小只与时间差有关, 当时差超过 L 时, 则认为相关系数为零. 因而在应用前节一般相关平滑融合算法时, 除边界点外, 在正常循环平滑过程中将会有很多零相关系数, 充分地运用这个特点将大大降低运算量. 一般对 k 时刻循环只需考虑至包含 $k - L + 1$ 时刻噪声即可.

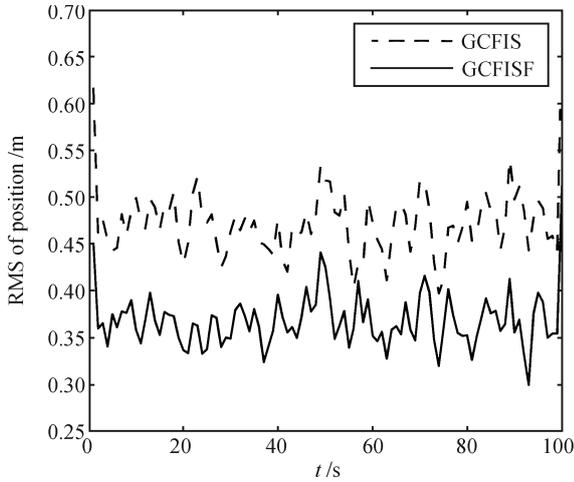
3 仿真

本节仿真主要将本文所提算法在噪声具有一般相关性时与单传感器平滑和不考虑噪声相关性, 以及仅考虑噪声空间相关性的 Kalman 融合平滑算法进行比较. 由于本文研究重点是针对航天测量事后处理方法的, 因此仿真主要对实用性较强的固定延迟和固定区间平滑融合进行.

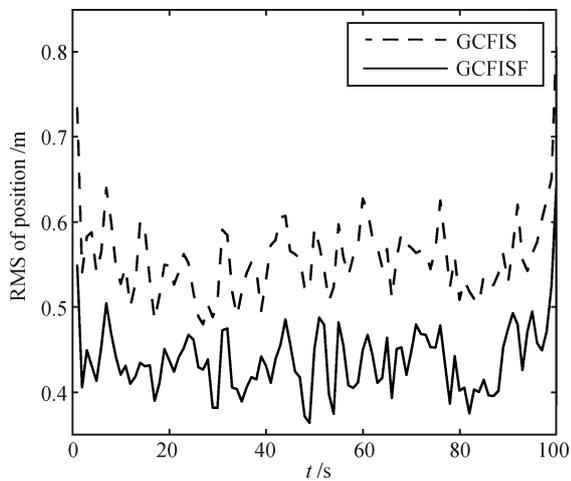
考虑一个两传感器算例进行融合仿真研究, 采用具有固定相关系数的相关量测和过程噪声. 针对系统 (1) 和 (2), 采样间隔 $T = 1$ s, 取较强和较弱两组固定相关系数 $\rho = 0.36$ 和 $\rho = 0.097$ 分别进行实验, $Q_{ii} = 1$, $R_{ii}^{(1)} = R_{ii}^{(2)} = 1$, 则 $Q_{ij} = R_{ij} = \rho$ ($i \neq j$ 时), $S_{ij} = S_{ii} = \rho$, $F_k = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} T^{2/2} \\ T \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}_k^{(1)} = \mathbf{H}_k^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, $P_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, 仿真时间 100 s, 仿真结果为 $M = 100$ 次 Monte Carlo 仿真运行的统计结果.

图 1 是两组相关系数、一般相关情况下单传感器固定区间平滑 (General correlated fixed-interval smoothing, GCFIS) 和两传感器固定区间平滑融合算法 (General correlated fixed-interval smoothing-fusion, GCFISF) 的位置跟踪均方根误差 (Root mean square, RMS). 图 2 为不相关固定延迟平滑融合算法 (Uncorrelated fixed-

lag smoothing-fusion, UCFLSF)、空间相关固定延迟平滑融合算法 (Spatial correlated fixed-lag smoothing-fusion, SCFLSF)、一般相关固定延迟平滑融合算法 (General correlated fixed-lag smoothing fusion, GCFLSF) 在位置上的均方根误差。



(a) $\rho = 0.360$



(b) $\rho = 0.097$

图 1 平滑融合与单传感器平滑位置 RMS 比较

Fig. 1 Position RMS of smoothing-fusion and single sensor smoothing algorithms

表 1 和表 2 则是在相关系数 ρ 分别为 0.36 和 0.097 时对 RMS 在时间方向上再次求统计平均值, 并给出了 GCFIS、不相关固定区间平滑融合算法 (Uncorrelated fixed-interval smoothing-fusion, UCFISF)、空间相关固定区间平滑融合算法 (Spatial correlated fixed-interval smoothing-fusion, SCFISF)、GCFISF 各自的位置和速度时间平均均方根值, 表中同时列出了 $\theta = 10$ 时, 固定延迟平滑融合统计结果, 以便于比较. 表 3 给出的是 $\rho = 0.36$ 、 $\theta = 10$ 时, 固定延迟平滑融合算法在考虑

不同噪声相关性时的时间平均均方根值. 表 4 给出的是不同延迟下时间平均均方根值比较结果, 其中 $\theta = N - k$ 即表示固定区间平滑融合.

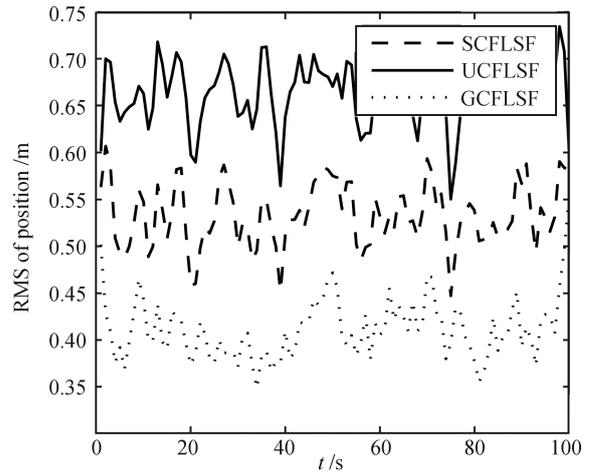


图 2 定延迟平滑融合位置 RMS 比较 ($\rho = 0.360$)

Fig. 2 Position RMS of fixed-lag smoothing-fusion algorithms ($\rho = 0.360$)

RMS 误差的计算公式为

$$e_p(k) = \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\tilde{x}_k(j)\tilde{x}_k(j)] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$e_v(k) = \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\tilde{\dot{x}}_k(j)\tilde{\dot{x}}_k(j)] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

其中, $\tilde{x}_k(j)$ 和 $\tilde{\dot{x}}_k(j)$ 分别为 k 时刻第 j 次仿真位置和速度估计误差. RMS 对时间求平均分别有

$$\bar{e}_p = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_p(k) \quad (31)$$

$$\bar{e}_v = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_v(k) \quad (32)$$

表 1 固定区间平滑融合时间平均均方根值比较 ($\rho = 0.360$)

Table 1 Time average of RMS of fixed-interval smoothing-fusion ($\rho = 0.360$)

	GCFIS	UCFISF	SCFISF	GCFISF	GCFLSF
\bar{e}_p (m)	0.4731	1.0353	0.6900	0.3683	0.4119
\bar{e}_v (m/s)	0.4720	0.5029	0.4630	0.4229	0.4253

表 2 固定区间平滑融合时间平均均方根值比较 ($\rho = 0.097$)

Table 2 Time average of RMS of fixed-interval smoothing-fusion ($\rho = 0.097$)

	GCFIS	UCFISF	SCFISF	GCFISF	GCFLSF
\bar{e}_p (m)	0.5576	1.0469	0.5337	0.4382	0.4717
\bar{e}_v (m/s)	0.5639	1.1965	0.5144	0.5068	0.5073

表 3 固定延迟平滑融合时间平均均方根值比较
($\rho = 0.36, \theta = 10$)

Table 3 Time average of RMS of fixed-lag
smoothing-fusion ($\rho = 0.360, \theta = 10$)

	UCFLSF	SCFLSF	GCFLSF	GCFISF
\bar{e}_p (m)	0.6641	0.5331	0.4119	0.3683
\bar{e}_p (m/s)	0.4439	0.4600	0.4253	0.4229

表 4 GCFLSF 不同延迟时间平均均方根值比较 ($\rho = 0.36$)
Table 4 Time average of RMS of different lags for
GCFLSF ($\rho = 0.360$)

	$\theta = 5$	$\theta = 10$	$\theta = 20$	$\theta = N - k$
\bar{e}_p (m)	0.4456	0.4119	0.3973	0.3683
\bar{e}_p (m/s)	0.4282	0.4253	0.4237	0.4229

通过仿真分析可以得出以下几点结论:

1) 本文所给 GCFISF 算法位置估计精度明显优于不考虑相关性的或只考虑部分相关性的融合平滑算法, 它们的差异随着相关性降低而减小. 新 GCFISF 算法同时优于单传感器平滑算法, 在相关系数为 0.36 时, GCFISF 位置跟踪精度相对单传感器平滑提高可达 28%, 而 GCFLSF 是次优的.

2) 在速度方向上几种平滑算法性能差异不大.

3) 不考虑相关性或只考虑部分相关性时, 多传感器平滑融合算法并不总是优于单传感器平滑, 固定区间平滑融合也不再总是优于固定延迟平滑融合, 它们的估计性能与噪声相关性大小有着密切的关系.

4) GCFLSF 算法估计精度随着延迟区间的增加而提高, 且位置估计精度提高得比速度估计精度明显. 若以 GCFISF 结果为基准, θ 为 5、10、20 时位置估计精度差分别为 21%、11%、7.8%, 延迟时间越长估计精度提高越不明显, 相反由于算法复杂度与延迟时间的大小呈指数增长关系, 因而选择合适的延迟是工程应用的必然.

由于考虑了所有噪声的相关性, 并且估计区间内所有有效信息得到了充分利用, 因此噪声相关性越强时, 本文所给的 GCFISF 和 GCFLSF 算法越具有明显的优越性; 从算法推导过程可知, 当噪声的时间相关性变弱时, GCFLSF 与 SCFLSF 两者性能接近; 当所有噪声确实不相关时, GCFLSF 与 UCFLSF 及 SCFLSF 算法等价.

在仿真所比较的算法中, 考虑了一般相关性的固定区间平滑算法由于充分利用了所有有效量测信息, 它的平滑性能是最优的, 但其运算量却是最大的, 随着区间的增大甚至不可应用, 同时从表 4 可以看出随着延迟区间的增大, 平滑估计性能提高越来越小. 因此本文认为在工程应用中当数据量较大时选择固定延迟平滑融合算法是合适的, 而固定区间平滑融合可用于仿真中评价平滑性能的比较基准.

从仿真结果和分析可知, 在工程应用中进行目标状态平滑估计时, 是选择单传感器平滑还是多传感器平滑融合, 是不考虑噪声相关性还是考虑部分相关性或是考虑一般相关性, 主要取决于对估计精度和运算效率的要求, 以及噪声相关性大小. 当对运算效率要求高时, 一般只能选择单传感器平滑 (或滤波); 当对精度要求更高时, 可选择多传感器平滑融合; 当噪声的一般相关性较强时, 要获得高精度的估计结果, 应该选择 GCFISF 和 GCFLSF 算法; 当噪声的时间相关性很弱时, 可选择 SCFLSF 算法.

3.1 结论

本文基于集中式量测信息融合的思想, 利用最小方差线性无偏估计理论, 充分合理地运用了延迟区间内所有量测有效信息, 导出了具有一般相关量测噪声和过程噪声的离散线性系统新的平滑融合算法, 同时对工程应用中选择何种平滑进行了分析. 新平滑融合算法具有一般性, 当噪声不相关时, GCFLSF 与 UCFLSF 及 SCFLSF 算法等价, GCFLSF 与 UCFLSF 及 SCFLSF 算法等价; 相比而言, 当噪声具有一般相关性时, GCFISF 算法跟踪性能最优, GCFLSF 随着延迟区间的扩大, 性能趋近于最优, 而 UCFLSF、SCFLSF 以及 UCFLSF、SCFLSF 相对 GCFISF 跟踪性能不再具有明显的优越性, 即忽略事实存在着的噪声相关性时, 使用更多的量测信息并不能带来估计性能的提高. 数值仿真进一步验证了 GCFISF 和 GCFLSF 算法的有效性. 关于如何提高算法的运算效率是有待进一步研究的内容.

References

- 1 Nakamori S. Square-root algorithms of RLS wiener filter and fixed-point smoother in linear discrete stochastic systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, **203**(1): 186–193
- 2 Mirkin L, Tadmor G. Fixed-lag smoothing as a constrained version of the fixed-interval case. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. Boston, USA: IEEE, 2004. 4165–4170
- 3 Deng Zi-Li, Sun Shu-Li. Pole assignment fixed-lag steady-state Kalman smoothers. *Control Theory and Applications*, 2003, **20**(5): 802–804
(邓自立, 孙书利. 极点配置固定滞后稳态 Kalman 平滑器. *控制理论与应用*, 2003, **20**(5): 802–804)
- 4 Nakamori S, Hermoso C A, Linares-Pérez J. A general smoothing equation for signal estimation using randomly delayed observations in the correlated signal-noise case. *Digital Signal Processing*, 2006, **16**(4): 369–388
- 5 Sun S L, Ma J. Optimal filtering and smoothing for discrete-time stochastic singular systems. *Signal Processing*, 2007, **87**(1): 189–201
- 6 Hermoso C A, Linares-Pérez J. Linear smoothing for discrete-time systems in the presence of correlated disturbances and uncertain observations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(8): 1486–1488

- 7 Han Chong-Zhao, Wang Jie, Li Xiao-Rong. Smoothing algorithm for linear systems with general correlated measurement noises. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2000, **34**(9): 1-4
(韩崇昭, 王洁, 李晓榕. 一般相关量测噪声下线性系统的平滑估计算法. 西安交通大学学报, 2000, **34**(9): 1-4)
- 8 Sun S L, Deng Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman smoother. *Automatica*, 2004, **40**(6): 1017-1023
- 9 Sun S L. Multi-sensor optimal fusion fixed-interval Kalman smoothers. *Information Fusion*, 2008, **9**(2): 293-299
- 10 Deng Zi-Li, Gao Yuan, Li Yun, Cui Chong-Xin, Bai Jing-Gang. Information fusion steady-state optimal Kalman smoother. *Science Technology and Engineering*, 2004, **4**(3): 172-174
(邓自立, 高媛, 李云, 崔崇信, 白敬刚. 信息融合稳态最优 Kalman 平滑器. 科学技术与工程, 2004, **4**(3): 172-174)
- 11 Deng Zi-Li, Li Chun-Bo. Self-tuning information fusion Kalman smoother. *Control Theory and Applications*, 2007, **24**(2): 236-242
(邓自立, 李春波. 自校正信息融合 Kalman 平滑器. 控制理论与应用, 2007, **24**(2): 236-242)
- 12 Zuo Dong-Guang, Han Chong-Zhao, Wei Rui-Xuan, Zheng Lin. Tracks association and fusion in case of correlated noises. *Acta Electronica Sinica*, 2002, **30**(8): 1117-1120
(左东广, 韩崇昭, 魏瑞轩, 郑林. 相关噪声情况下航迹的关联及融合算法. 电子学报, 2002, **30**(8): 1117-1120)
- 13 Li X R, Zhu Y M, Wang J, Han C Z. Optimal linear estimation fusion-part I: unified fusion rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, **49**(9): 2192-2208



陈嘉鸿 西安交通大学博士研究生, 中国卫星海上测控部高级工程师. 主要研究方向为飞行器跟踪测量、信息融合技术. 本文通信作者.

E-mail: stone_cjh@sina.com

(CHEN Jia-Hong Ph. D. candidate at Xi'an Jiaotong University, senior engineer at China Satellite Maritime

Tracking and Control Department. His research interest covers technology of aerocrafts tracking and control, and

multisensor information fusion. Corresponding author of this paper.)



韩九强 西安交通大学教授. 主要研究方向为信息融合技术、图像处理、智能检测技术、网络测控技术.

E-mail: jqhan@mail.xjtu.edu.cn

(HAN Jiu-Qiang Professor at Xi'an Jiaotong University. His research interest covers information fusion, image process, intelligent detection, network measurement and control.)



席震东 中国卫星海上测控部高级工程师. 2006 年获得国防大学基本系军事学硕士学位. 主要研究方向为计算机工程、航天器海上测控通信总体技术.

E-mail: dong3691@hotmail.com

(XI Zhen-Dong Senior engineer at China Satellite Maritime Tracking and Control Department. He received his

master degree from National Defense University in 2006. His research interest covers computer engineering, technology of aerocrafts tracking and controlling.)



张新曼 西安交通大学讲师. 2004 年获得西安交通大学自动控制系控制科学与工程博士学位. 主要研究方向为信息融合技术、图像处理.

E-mail: ccp9999@sina.com

(ZHANG Xin-Man Lecturer at Xi'an Jiaotong University. She received her Ph. D. degree from Xi'an Jiaotong

University in 2004. Her research interest covers information fusion and image process.)