

时滞 T-S 模糊系统的无源 控制器设计

张艳^{1,2} 张庆灵^{1,2} 李琴^{1,2}

摘要 针对时滞 T-S 模糊系统, 给出了使得系统无源的状态反馈控制器存在的充分条件, 与现有结果相比保守性更小. 在此基础上, 给出了基于观测器的无源控制器与动态输出反馈无源控制器存在的充分条件. 控制器的设计方法都归结为求解一组线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI). 最后通过仿真例子, 说明所给设计方法的有效性.

关键词 时滞 T-S 模糊系统, 无源控制, 线性矩阵不等式
中图分类号 TP13

Passive Controller Design for T-S Fuzzy Systems with Time-delay

ZHANG Yan^{1,2} ZHANG Qing-Ling^{1,2} LI Qin^{1,2}

Abstract A sufficient condition is derived for the existence of passive state feedback controller for T-S fuzzy systems with time-delay. Compared with the existing results, this condition is less conservative. Based on this result, sufficient conditions are given for the existence of observer-based controller and dynamic output feedback controller. The controllers are designed by solving a set of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, two illustrative examples are given to show the validity of the proposed approaches.

Key words T-S fuzzy systems with time-delay, passive control, linear matrix inequality (LMI)

无源性是将输入输出的乘积作为能量的供给率, 体现了系统在有界输入条件下能量的衰减特性. 因此, 无源控制问题得到了广泛的关注^[1].

T-S 模糊模型是由一组 IF-THEN 规则表示的非线性系统^[2]. 由于这种模型可以以任意精度逼近 \mathbf{R}^n 中闭集上的连续函数而受到重视^[3]. 近年来, 在 T-S 模糊系统的无源控制方面取得了一些结果^[4-8], 但较深的结果还不多, 且多为设计状态反馈控制器, 但在实际情况中, 很多时候状态并不是完全可测的, 此时文献 [5-8] 的方法不再适用. 文献 [4] 虽然给出了基于观测器的无源控制器的设计方法, 但其具有较强的保守性.

本文利用线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 方法, 设计出保守性更小的状态反馈无源控制器, 并在此基础上, 设计了观测器与动态输出反馈控制器, 使得系统具有耗散率为 η 的无源性. 最后通过仿真例子, 说明所给设计方法的有效性. 限于篇幅, 本文证明从略.

矩阵中符号 “*” 表示对称元素的转置, I 表示单位阵, A^+ 表示矩阵 A 的 Moore-Penrose 广义逆, 简便起见, 记

收稿日期 2007-12-14 收修改稿日期 2008-06-04
Received December 14, 2007; in revised form June 4, 2008
国家自然科学基金 (60574011) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60574011)

1. 东北大学系统科学研究所 沈阳 110004 2. 东北大学流程工业综合自动化教育部重点实验室 沈阳 110004

1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004 2. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110004

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00328

$$[X_{ij}]_{r \times r} = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{r1} & \cdots & X_{rr} \end{bmatrix}$$

1 时滞 T-S 模糊系统描述与无源性定义

考虑如下的非线性时滞 T-S 模糊系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t))(A_i \mathbf{x}(t) + A_{di} \mathbf{x}(t-d) + B_i \mathbf{u}(t) + M_i \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t))(C_i \mathbf{x}(t) + E_i \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\varphi}(t), \quad t \in [-d, 0], \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (1)$$

其中, r 是模糊规则数, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量, $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^l$ 是扰动向量, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 是输入向量, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^l$ 是输出向量, $d > 0$ 是时滞常数, $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 是初始条件, $\boldsymbol{\xi}(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_p(t))^T$ 是前件变量并假设前件变量与输入和扰动相互独立. $A_i, A_{di}, B_i, M_i, C_i$ 和 E_i 都是具有适当维数的矩阵. $\lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) = \beta_i(\boldsymbol{\xi}(t)) / \sum_{i=1}^r \beta_i(\boldsymbol{\xi}(t))$, $\beta_i(\boldsymbol{\xi}(t)) = \prod_{k=1}^p M_{ki}(\xi_k(t))$, M_{ij} 是模糊集, $\lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t))$ 是隶属函数, 并假设它是时间 t 的连续实值函数, 满足 $\lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, r, \sum_{i=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) = 1$.

定义 1^[8]. 如果对于任意的 $T \geq 0$, 不等式

$$\int_0^T (\mathbf{w}^T \mathbf{z} - \eta \mathbf{w}^T \mathbf{w}) dt \geq 0 \quad (2)$$

对于任意满足初始条件 $\mathbf{x}_0 = 0$ 的解成立, 则称系统为无源的且耗散率为 η ; 如果 $\eta > 0$, 则称系统为输入严格无源的.

2 状态反馈无源控制器设计

在状态可测的情况下, 设计全局状态反馈控制器为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) K_i \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

其中, K_i 为控制器的增益矩阵.

将式 (3) 代入系统 (1), 整理可得闭环系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) \lambda_j(\boldsymbol{\xi}(t)) (\Lambda_{ij} \mathbf{x}(t) + A_{di} \mathbf{x}(t-d) + M_i \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\boldsymbol{\xi}(t)) (C_i \mathbf{x}(t) + E_i \mathbf{w}(t)) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\Lambda_{ij} = A_i + B_i K_j, i, j = 1, 2, \dots, r$.

对闭环系统 (4), 定义如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \mathbf{x}^T(t) P \mathbf{x}(t) + \int_{t-d}^t \mathbf{x}^T(s) Q \mathbf{x}(s) ds \quad (5)$$

其中, P, Q 是对称正定矩阵, 再由隶属函数的性质与定义 1 可得定理 1.

定理 1. 对于给定的 $\eta > 0$, 如果存在对称正定矩阵 W, \tilde{Q} , 矩阵 Y_i, Y_{ii} 和 $Y_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, r$, 其中 Y_{ii} 是对称矩

阵, $Y_{ji} = Y_{ij}^T, i \neq j$, 满足下面的 LMIs

$$T_{ii} < Y_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (6)$$

$$T_{ij} + T_{ji} \leq Y_{ij} + Y_{ij}^T, \quad i < j, i, j = 1, 2, \dots, r \quad (7)$$

$$[Y_{ij}]_{r \times r} < 0 \quad (8)$$

其中, $\Theta_i = 2\eta I - E_i - E_i^T, \bar{\Lambda}_{ij} = A_i W + B_i Y_j + W A_i^T +$

$$Y_j^T B_i^T + \tilde{Q}, T_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{ij} & A_{di} W & M_i - W C_i^T \\ * & -\tilde{Q} & 0 \\ * & * & \Theta_i \end{bmatrix}, \text{ 则状态}$$

反馈控制器 (3) 使得闭环系统 (4) 具有耗散率为 η 的无源性, 控制器增益矩阵为 $K_i = Y_i W^{-1}$.

推论 1. 当定理 1 中的 $T_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{ij} & A_{di} W \\ * & -\tilde{Q} \end{bmatrix}$ 时, 得到

的结果使得闭环系统二次稳定.

注 1. 当系统无时滞时, 由定理 1 以及 Lyapunov 方法可以得到文献 [3] 的稳定性结果, 而由文献 [3] 中的方法比较证明 (命题 1 与例 1) 可知, 同样因为充分考虑了所有模糊子系统之间的相互作用, 把模糊子系统的系数都表示在一个矩阵中, 本文定理 1 的方法比文献 [4] 考虑的模型复杂且保守性更小, 同时也比不存在不确定性时文献 [5] 的结果保守性小. 当系统 (1) 无时滞且 $\lambda_i(\xi(t)) = 1, \lambda_j(\xi(t)) = 0, \forall i \neq j$, 定理 1 的结果是线性系统正实的充分条件^[9].

3 基于观测器的无源控制器设计

在实际情况中, 状态通常并不是全部可测的. 下面将设计如下的全局观测器与控制器^[10]

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) \left\{ A_i \hat{\mathbf{x}}(t) + B_i \mathbf{u}(t) + M_i \mathbf{w}(t) - L_i \left[\mathbf{y}(t) - \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) (C_j \hat{\mathbf{x}}(t) + E_j \mathbf{w}(t)) \right] \right\} \quad (9)$$

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) K_i \hat{\mathbf{x}}(t), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (10)$$

其中, L_i 是模糊观测器的增益矩阵, $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 为观测器的状态, K_i 是控制器增益矩阵. 设估计误差为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (11)$$

由式 (9)~(11) 与系统 (1), 整理可得闭环系统如下

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\xi(t)) \lambda_j(\xi(t)) (\bar{A}_{ij} \hat{\mathbf{x}}(t) + \bar{A}_{di} \hat{\mathbf{x}}(t-d) + \bar{M}_i \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) (\bar{C}_i \hat{\mathbf{x}}(t) + E_i \mathbf{w}(t)) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix}, \bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \Lambda_{ij} & -L_i C_j \\ 0 & \Gamma_{ij} \end{bmatrix}, \bar{M}_i = \begin{bmatrix} M_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{A}_{di} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{di} & A_{di} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{x}}(t-d) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t-d) \\ \mathbf{e}(t-d) \end{bmatrix}, \Gamma_{ij} = A_i + L_i C_j, \bar{C}_i = [C_i \quad 0], i, j = 1, 2, \dots, r.$

对系统 (12), 定义如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \bar{\mathbf{x}}^T(t) \bar{P} \bar{\mathbf{x}}(t) + \int_{t-d}^t \bar{\mathbf{x}}^T(s) \bar{Q} \bar{\mathbf{x}}(s) ds \quad (13)$$

其中, \bar{P}, \bar{Q} 是对称正定矩阵, 再由隶属函数的性质与矩阵理论可得定理 2.

定理 2. 对于给定的 $\eta > 0$, 如果存在对称正定矩阵 \bar{W}, \bar{R}, S , 矩阵 $\bar{K}_i, \bar{L}_i, Z_{ij}$, 其中 Z_{ii} 是对称矩阵, $Z_{ji} = Z_{ij}^T, i \neq$

$$j, S = \begin{bmatrix} S_1 & S_3 \\ * & S_2 \end{bmatrix}, \text{ 满足下列 LMIs}$$

$$\Xi_{ii} < Z_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (14)$$

$$\Xi_{ij} + \Xi_{ji} \leq Z_{ij} + Z_{ij}^T, \quad i < j, i, j = 1, 2, \dots, r \quad (15)$$

$$[Z_{ij}]_{r \times r} < 0 \quad (16)$$

$$\text{其中, } \Xi_{ij} = \begin{bmatrix} \Xi_{ij11} & \Xi_{ij12} & \Xi_{ij13} \\ * & -S & 0 \\ * & * & \Theta_i \end{bmatrix}, \Xi_{ij11} = \begin{bmatrix} \Phi_{11ij} & \Phi_{12ij} \\ * & \Phi_{22ij} \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{ij12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{di} \bar{W} & A_{di} \bar{R} \end{bmatrix}, \Xi_{ij13} = \begin{bmatrix} M_i - \bar{W} C_i^T \\ 0 \end{bmatrix}, \Phi_{12ij} =$$

$-\bar{L}_i C_j + S_3, \Phi_{11ij} = \bar{W} A_i^T + A_i \bar{W} + B_i \bar{K}_j^T + \bar{K}_j B_i^T + S_1, \Phi_{22ij} = \bar{R} A_i^T + A_i \bar{R}^T + C_j^T \bar{L}_i^T + \bar{L}_i C_j + S_2$, 那么, 基于观测器 (9) 的模糊控制器 (10) 使得闭环系统 (12) 具有耗散率为 η 的无源性, 其中控制器与观测器的系数矩阵分别为 $K_i = \bar{K}_i^T \bar{W}^{-1}, L_i = \bar{L}_i C_i \bar{R}^{-1} C_i^+, i = 1, 2, \dots, r.$

注 2. 当系统无时滞时, 由文献 [3] 方法的比较证明可知, 定理 2 放宽了文献 [4] 关于观测器的条件.

4 动态输出反馈无源控制器设计

平滑的动态输出反馈全局控制器设计为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) (A_{ci} \mathbf{x}_c(t) + B_{ci} \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) C_{ci} \mathbf{x}_c(t) \end{cases} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{x}_c(t) \in \mathbf{R}^{n_c}$ 是控制器的状态, A_{ci}, B_{ci} 和 C_{ci} 是特定的控制器参数矩阵.

由输出反馈控制器 (17) 与系统 (1), 整理得如下闭环系统

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\xi(t)) \lambda_j(\xi(t)) (\tilde{A}_{ij} \hat{\mathbf{x}}(t) + \tilde{A}_{di} \hat{\mathbf{x}}(t-d) + \tilde{H}_{ij} \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi(t)) (\tilde{C}_i \hat{\mathbf{x}}(t) + E_i \mathbf{w}(t)) \\ \mathbf{x}(t) = \varphi(t), t \in [-d, 0] \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_c(t) \end{bmatrix}, \tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i & B_i C_{cj} \\ B_{ci} C_j & A_{ci} \end{bmatrix}, \tilde{A}_{di} = \begin{bmatrix} A_{di} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{x}}(t-d) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t-d) \\ \mathbf{x}_c(t-d) \end{bmatrix}, \tilde{H}_{ij} = \begin{bmatrix} M_i \\ B_{ci} E_j \end{bmatrix}, \tilde{C}_i = [C_i \quad 0], i, j = 1, 2, \dots, r.$

下面要解决的问题是设计动态输出反馈控制器 (17), 使得闭环系统 (18) 具有耗散率为 η 的无源性.

对闭环系统 (18), 定义如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \tilde{\mathbf{x}}^T(t) \tilde{P} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \int_{t-d}^t \tilde{\mathbf{x}}^T(s) \tilde{Q} \tilde{\mathbf{x}}(s) ds \quad (19)$$

其中, \tilde{P}, \tilde{Q} 是对称正定矩阵.

定理 3. 对于给定的 $\eta > 0$, 求解步骤如下:

步骤 1. 如果存在矩阵 $\bar{A}_{ij}, \bar{B}_i, \bar{C}_i, Y_{ij}, X > 0, Y > 0, \bar{Q} > 0$, 其中 X, Y, \bar{Q} 和 Y_{ii} 是对称矩阵, $Y_{ji} = Y_{ij}^T, i, j = 1, 2, \dots, r, i \neq j$, 且 $\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_3 \\ * & Q_2 \end{bmatrix}$, 满足下面的 LMIs

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ii11} & \Omega_{ii12} & \Omega_{ii13} & \Omega_{ii14} & \Omega_{ii15} \\ * & \Omega_{ii22} & \Omega_{ii23} & \Omega_{ii24} & \Omega_{ii25} \\ * & * & \Omega_{ii33} & \Omega_{ii34} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{ii44} & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{ii55} \end{bmatrix} < Y_{ii} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ij11} & \Omega_{ij12} & \Omega_{ij13} & \Omega_{ij14} & \Omega_{ij15} \\ * & \Omega_{ij22} & \Omega_{ij23} & \Omega_{ij24} & \Omega_{ij25} \\ * & * & \Omega_{ij33} & \Omega_{ij34} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{ij44} & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{ij55} \end{bmatrix} \leq Y_{ij} + Y_{ij}^T \quad (22)$$

其中, $\Omega_{ii11} = A_i X + B_i \bar{C}_i + X A_i^T + \bar{C}_i^T B_i^T + Q_1, \Omega_{ii12} = \bar{A}_{ii} + A_i + Q_3, \Omega_{ii13} = A_{di} X, \Omega_{ii14} = A_{di}, \Omega_{ii15} = M_i - X C_i^T, \Omega_{ii22} = Y A_i + \bar{B}_i C_i + A_i^T Y + C_i^T \bar{B}_i^T + Q_2, \Omega_{ii23} = \bar{A}_{di}, \Omega_{ii24} = Y A_{di}, \Omega_{ii25} = Y M_i + \bar{B}_i E_i - C_i^T, \Omega_{ii33} = -Q_1, \Omega_{ii34} = -Q_3, \Omega_{ii44} = -Q_2, \Omega_{ii55} = \Theta_i, \Omega_{ij11} = A_i X + B_i \bar{C}_j + X A_i^T + \bar{C}_j^T B_i^T + A_j X + B_j \bar{C}_i + X A_j^T + \bar{C}_i^T B_j^T + 2Q_1, \Omega_{ij12} = \bar{A}_{ij} + A_i + \bar{A}_{ji} + A_j + 2Q_3, \Omega_{ij13} = A_{di} X + A_{dj} X, \Omega_{ij14} = A_{di} + A_{dj}, \Omega_{ij15} = M_i - X C_i^T + M_j - X C_j^T, \Omega_{ij22} = Y A_i + \bar{B}_i C_j + A_i^T Y + C_j^T \bar{B}_i^T + Y A_j + \bar{B}_j C_i + A_j^T Y + C_i^T \bar{B}_j^T + 2Q_2, \Omega_{ij23} = \bar{A}_{di} + \bar{A}_{dj}, \Omega_{ij24} = Y A_{di} + Y A_{dj}, \Omega_{ij25} = Y M_i + \bar{B}_i E_j - C_i^T + Y M_j + \bar{B}_j E_i - C_j^T, \Omega_{ij33} = -2Q_1, \Omega_{ij34} = -2Q_3, \Omega_{ij44} = -2Q_2, \Omega_{ij55} = \Theta_i + \Theta_j,$

$$[Y_{ij}]_{r \times r} < 0 \quad (23)$$

M, N 由 $MN^T = I - XY$ 确定.

步骤 2. 在步骤 1 有解的条件下, 如果还存在矩阵 $A_{ci}, Z_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, r, i \neq j$, 其中, Z_{ii} 是对称矩阵, $Z_{ji} = Z_{ij}^T, i \neq j$, 满足下列 LMIs

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ii11} & \Phi_{ii12} & \Omega_{ii13} & \Omega_{ii14} & \Omega_{ii15} \\ * & \Omega_{ii22} & \Omega_{ii23} & \Omega_{ii24} & \Omega_{ii25} \\ * & * & \Omega_{ii33} & \Omega_{ii34} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{ii44} & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{ii55} \end{bmatrix} < Z_{ii} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ij11} & \Phi_{ij12} & \Omega_{ij13} & \Omega_{ij14} & \Omega_{ij15} \\ * & \Omega_{ij22} & \Omega_{ij23} & \Omega_{ij24} & \Omega_{ij25} \\ * & * & \Omega_{ij33} & \Omega_{ij34} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{ij44} & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{ij55} \end{bmatrix} \leq Z_{ij} + Z_{ij}^T \quad (25)$$

$$[Z_{ij}]_{r \times r} < 0 \quad (26)$$

其中

$$\Phi_{ii12} = \bar{A}_{ii} + A_i + Q_3, \Phi_{ij12} = \bar{A}_{ij} + A_i + \bar{A}_{ji} + A_j + 2Q_3, \bar{A}_{ij} = X A_i^T Y + X C_j^T \bar{B}_i^T + \bar{C}_j^T B_i^T Y + M A_{ci}^T N^T \quad (27)$$

则输出反馈控制器 (17) 使得闭环系统 (18) 具有耗散率为 η 的无源性, 其中输出反馈控制器 (17) 的系数矩阵分别为 $C_{ci} = \bar{C}_i M^{-T}, B_{ci} = N^{-1} \bar{B}_i, A_{ci}, i = 1, 2, \dots, r$.

注 3. 当系统 (1) 无时滞时, 由定理 3、Lyapunov 方法以及 Schur 补可以得到 T-S 模糊系统的输出反馈控制器.

5 仿真

下面的例 1 在不存在时滞与不确定性的情形下, 对 T-S 模糊系统 (28) 分别应用本文的定理 1 和文献 [4-5] 的方法设计无源控制器, 比较二者存在可行解的范围.

例 1. 考虑如下 T-S 模糊系统

若 $\xi_1(t) = M_{1i}$, 则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_i \mathbf{x}(t) + B_i \mathbf{u}(t) + M_i \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C_i \mathbf{x}(t) + E_i \mathbf{w}(t), i = 1, 2 \end{cases} \quad (28)$$

各子系统的参数矩阵分别为

$$A_1 = \begin{bmatrix} a & -0.02 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.225 & -0.02 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad a \in [-8, 2], \quad b \in [6, 10]$$

应用定理 1 ($\eta = 1$) 得到图 1, 应用文献 [4-5] 的方法

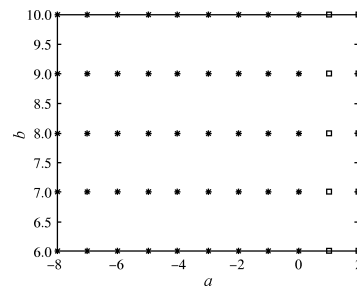


图 1 应用定理 1 ($\eta = 1$), 得到可行解的范围

Fig. 1 The feasibility region based on Theorem 1 ($\eta = 1$)

($\eta = 1$) 得到图 2, 图中符号 “*” 表示在该点处 T-S 模糊系统 (28) 存在可行解, “□” 表示在该点处 T-S 模糊系统 (28) 不存在可行解.

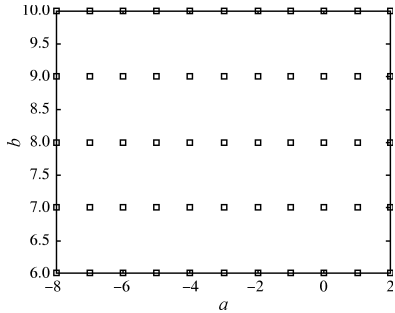


图 2 应用文献 [4-5] ($\eta = 1$), 得到可行解的范围

Fig. 2 The feasibility region based on [4-5] ($\eta = 1$)

比较图 1 和图 2 可以很明显地看出, 定理 1 放宽了文献 [4-5] 的条件.

下面的例 2 对 T-S 模糊系统 (1) 分别设计基于观测器的控制器与动态输出反馈控制器, 使得系统满足无源性.

例 2. 系统 (1) 中, 各矩阵 ($r = 2$) 的取值为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = I$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = M_1 = M_2 = I$$

$$E_1 = E_2 = I$$

隶属度函数为

$$F_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2^2(t)}{2.25}, F_{21}(x_2(t)) = \frac{x_2^2(t)}{2.25}$$

取初始状态为 $x_1(0) = -1, x_2(0) = -1.2$, 时滞为 $d = 1.5$, 扰动为 $w(t) = [\sin(3t) \quad \cos(3t)]$.

设计如式 (9) 和 (10) 的模糊观测器与控制器, 设 $\eta = 0.1413$, 则求解不等式 (14)~(16) 可得控制增益和观测增益分别为

$$K_1 = [-0.7851 \quad -4.8646], L_1 = \begin{bmatrix} -0.6934 & -1.3832 \\ -0.5554 & -1.7991 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = [-0.5945 \quad -3.8390], L_2 = \begin{bmatrix} -0.6934 & -1.3832 \\ -0.5554 & -1.7991 \end{bmatrix}$$

从而基于观测器 (9) 的模糊控制器 (10) 使得 T-S 模糊系统 (12) 具有耗散率为 $\eta = 0.1413$ 的无源性.

下面设计动态输出反馈控制器.

应用定理 3 ($\eta = 0.0259$), 由步骤 1 得到下面的可行解

$$X = \begin{bmatrix} 2.0777 & 0.0969 \\ 0.0969 & 0.5907 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 2.6268 & 0.2836 \\ 0.2836 & 3.0175 \end{bmatrix}$$

设 $M = I$, 由 $MN^T = I - XY$ 可得 N .

由步骤 2 得到下面的可行解

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} -1.9435 & -0.6513 \\ -0.2209 & -7.9009 \end{bmatrix}, A_{c2} = \begin{bmatrix} -1.8973 & -0.8596 \\ 3.1268 & -6.1470 \end{bmatrix}$$

$$B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.3264 & 0.0455 \\ 0.9252 & 2.4425 \end{bmatrix}, B_{c2} = \begin{bmatrix} 0.4120 & -0.2173 \\ -0.6864 & 2.6631 \end{bmatrix}$$

$$C_{c1} = [-1.7303 \quad -1.8014], C_{c2} = [-1.2032 \quad -1.3959]$$

因此, 动态输出反馈控制器 (17) 使得非线性时滞系统具有耗散率为 $\eta = 0.0259$ 的无源性.

6 结论

本文分别设计了状态反馈控制器、观测器以及动态输出反馈控制器, 使得时滞 T-S 模糊系统具有耗散率为 η 的无源性. 这些结果可以应用到 T-S 模糊广义系统. 再考虑到控制器本身也会存在不确定性的情况, 我们还可以得到相应的非脆弱无源控制器. 利用 LMI 技术, 给出了求解控制器的算法. 仿真例子说明了本文所提方法是可行的.

References

- 1 Willems J C, Trentelman H L. Synthesis of dissipative systems using quadratic differential forms: part I. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(1): 53-69
- 2 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, **15**(1): 116-132
- 3 Liu X D, Zhang Q L. Approaches to quadratic stability conditions and H_∞ control designs for T-S fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2003, **11**(6): 830-839
- 4 Uang H J. On the dissipativity of nonlinear systems: fuzzy control approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **156**(2): 185-207
- 5 Li C G, Zhang H B, Liao X F. Passivity and passification of uncertain fuzzy systems. *IEE Proceedings Circuits, Devices and Systems*, 2005, **152**(6): 649-653
- 6 Liu X W. Passivity analysis of uncertain fuzzy delayed systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, **34**(3): 833-838
- 7 Zhu Bao-Yan. Analysis and Control for a Kind of T-S Fuzzy Descriptor Systems [Ph. D. dissertation], Northeastern University, China, 2006 (朱宝彦. 一类 T-S 模糊广义系统的分析与控制 [博士学位论文], 东北大学, 中国, 2006)
- 8 Zhu Bao-Yan, Zhang Qing-Ling, Tong Shao-Cheng. Passivity control for uncertain T-S fuzzy descriptor systems. *Acta Automatica Sinica*, 2006, **32**(5): 674-679 (朱宝彦, 张庆灵, 佟绍成. 不确定 T-S 模糊广义系统的无源控制. *自动化学报*, 2006, **32**(5): 674-679)
- 9 Sun W Q, Khargonekr P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(10): 2034-2046
- 10 Liu X D, Zhang Q L. New approaches to H_∞ controller design based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 2003, **39**(9): 1571-1582

张 艳 博士研究生. 主要研究方向为模糊控制.

E-mail: atuoyanyan@163.com

(ZHANG Yan Ph. D. candidate. Her main research interest is fuzzy control.)

张庆灵 教授. 主要研究方向为模糊控制和广义系统. 本文通信作者.

E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn

(ZHANG Qing-Ling Professor. His research interest covers fuzzy control and descriptor systems. Corresponding author of this paper.)

李 琴 博士研究生. 主要研究方向为广义系统无源控制.

E-mail: qinli0412@163.com

(LI Qin Ph. D. candidate. Her main research interest is passive control of descriptor systems.)