

# 基于二维混合模型的改进型重复控制系统保性能设计方法

吴敏<sup>1</sup> 陈诗桓<sup>1</sup> 余锦华<sup>2</sup> 何勇<sup>1</sup> 中野道雄<sup>3</sup>

**摘要** 针对一类具有参数不确定性的线性系统, 基于连续/离散二维混合模型进行改进型重复控制系统的保性能设计. 首先给出一种具有反馈作用的改进型重复控制系统结构, 通过独立地考虑重复控制系统的连续控制行为与离散学习行为, 建立重复控制系统的连续/离散二维混合模型, 并将重复控制的设计问题转化为一类连续/离散二维系统的状态反馈控制问题. 然后, 应用二维 Lyapunov 泛函导出保性能改进型重复控制器存在的充分条件, 进而证明该条件等价于一个线性矩阵不等式可解性问题. 最后通过求解对应的凸优化问题, 给出了最优保性能控制器的具体形式. 数值仿真验证了所提出方法的有效性.

**关键词** 参数不确定性, 线性系统, 改进型重复控制, 保性能设计, 二维系统, 线性矩阵不等式  
**中图分类号** TP13

## Guaranteed Cost Design of Modified Repetitive Control Systems Based on 2D Hybrid Model

WU Min<sup>1</sup> CHEN Shi-Huan<sup>1</sup> SHE Jin-Hua<sup>2</sup> HE Yong<sup>1</sup> NAKANO Michio<sup>3</sup>

**Abstract** This paper deals with the problem of designing a guaranteed cost modified repetitive control system based on two dimensional (2D) hybrid model for a class of linear systems with parametric uncertainties. First, by analyzing of the continuous control process and discrete learning process independently, the structure of a feedback modified repetitive control (FMRC) system is given and a hybrid continuous-discrete 2D model for the FMRC system is established. Then, the FMRC design problem is converted to the design problem of the continuous-discrete 2D systems with a state feedback. Next, by using the 2D Lyapunov theory, a sufficient condition for existence of guaranteed cost modified repetitive control is obtained. Furthermore, it is pointed out that the condition is equivalent to the solvability problem of a linear matrix inequality. Finally, the design problem of the optimal guaranteed cost control is formulated in solution of the associated convex optimization problem. The validity of the method is verified by a numerical example.

**Key words** Parametric uncertainties, linear systems, modified repetitive control, guaranteed cost design, two dimensional systems, linear matrix inequality (LMI)

重复控制是日本中野道雄教授及其研究小组于 1981 年提出的一种新型控制方法, 通过将周期信号的动态模型植入系统的控制器内, 实现对周期性输入或干扰信号进行高精度的跟踪或抑制<sup>[1]</sup>. 重复控制最先是针对质子同步加速器励磁电源的周期励磁电流信号进行高精度跟踪的问题提出来的, 具体地, 要在 3 秒的时间内使励磁电流由 206 A 变化到 3045 A, 而且跟踪精度达到  $10^{-4}$ , 即在 3045 A 的电流时允许的误差仅为  $\pm 300$  mA<sup>[2]</sup>. 由于这种控制方法能够实现其他控制方法难以达到的高精度跟踪,

所以重复控制一经提出就获得了广泛关注, 在电源控制、超高精度机械加工、伺服控制系统高精度跟踪控制等各个领域得到了成功的应用, 不少学者对此进行了广泛深入的研究<sup>[1-10]</sup>.

由于重复控制器的时滞特性, 使得重复控制系统的稳定性难以得到保证, Inoue 等构造了改进型重复控制系统<sup>[1]</sup>, 在改进型重复控制系统中引入另外两个前向系数, 改善了闭环系统的稳定性, 并在机电系统获得了应用<sup>[3]</sup>. She 等提出了离散时间变结构严密内模重复控制方法<sup>[4]</sup>. 张立强等及 Park 等研究了基于 PID 的重复控制<sup>[5-6]</sup>, 成功应用于伺服控制系统和磁盘传动问题. 但是在选择控制器参数时, 这些方法都需要进行反复调节.

在稳定性得到满足的条件下, 为了提高重复控制系统的收敛速度和抑制不确定性的影响, 人们开始探讨重复控制系统的过渡过程性能和鲁棒性问题. Hara 等给出了连续和离散两种重复控制系统结构的鲁棒稳定性条件和可镇定条件<sup>[7]</sup>. Ramrath 等提出了一种基于最小-最大方法的鲁棒重复控制设计方法<sup>[8]</sup>. Chen 和 Liu 在频域空间中研究了鲁棒重复控制器的设计问题<sup>[9]</sup>, 但得到的条件相当苛刻,

收稿日期 2007-12-19 收修改稿日期 2008-06-05  
Received December 19, 2007; in revised form June 5, 2008  
国家自然科学基金 (60674016), 国家杰出青年基金 (60425310) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60674016), and the National Science Foundation for Distinguished Youth Scholars of China (60425310)

1. 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083 2. 东京工科大学计算机学部 东京 192-0982 日本 3. 拓殖大学工学部 东京 193-0985 日本

1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, P. R. China 2. School of Computer Science, Tokyo University of Technology, Tokyo 192-0982, Japan 3. School of Engineering, Takushoku University, Tokyo 193-0985, Japan

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00054



学习过程的性能,即提高系统的稳态跟踪误差,从而调节学习过程,这是本文提出的重复控制系统结构与现有的重复控制系统结构的不同之处,从而有效地分离了重复控制的控制行为和学习行为,可以在二维空间上对重复控制的控制行为和学习行为进行独立设计.这样,重复控制系统的控制过程可以由控制增益  $K_f$  和  $K_p$  来调节,而学习过程则由控制增益  $K_e$  来调节.同时,把低通滤波器放在系统的前向通道,这种前置并没有改变重复控制内模的传递函数的分母,因而内部模型所起的作用是与放在反馈通道的情形相同的.

设控制对象的状态空间模型为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_p(t) &= (A_p + \Delta A_p)\mathbf{x}_p(t) + (B_p + \Delta B_p)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_p(t) &= (C_p + \Delta C_p)\mathbf{x}_p(t) \end{aligned} \quad (1)$$

由图 2 可知,低通滤波器的状态空间描述为

$$\dot{\mathbf{x}}_f(t) = -\omega_f \mathbf{x}_f(t) + \omega_f \mathbf{x}_f(t - L) + \omega_f \mathbf{e}(t) \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{x}_p(t) \in \mathbf{R}^n$  为控制对象的状态,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^n$  为控制输入,  $\mathbf{y}_p(t) \in \mathbf{R}^m$  为控制输出,  $\omega_f = 1/T$ , 控制规律  $\mathbf{u}(t) = K_e \mathbf{e}(t - L) + K_p \mathbf{x}_p(t) + K_f \mathbf{x}_f(t)$ .

假设时变不确定结构为

$$\begin{cases} [\Delta A_p & \Delta B_p] = H_1 F [E_1 & E_2] \\ \Delta C_p = H_2 F E_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $H_1, H_2, E_1, E_2$  均为已知常数矩阵,  $F$  是具有 Lebesgue 可测元的不确定矩阵,且满足  $F^T F \leq I$ .

为了获得控制规则的显式表达式,首先对重复控制过程的控制行为和学习行为分开考虑,采用连续/离散二维混合模型对图 2 所示的改进型重复控制系统进行描述<sup>[18]</sup>.为此,对变量  $\boldsymbol{\xi}(t)(t \geq 0)$ , 设  $\Delta \boldsymbol{\xi}(t + L) = \boldsymbol{\xi}(t + L) - \boldsymbol{\xi}(t)$ , 则可得

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_p(t + L) = (A_p + \Delta A_p)\Delta \mathbf{x}_p(t + L) + (B_p + \Delta B_p)\Delta \mathbf{u}(t + L) \quad (4)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_f(t + L) = -\omega_f \Delta \mathbf{x}_f(t + L) - \omega_f (C_p + \Delta C_p)\Delta \mathbf{x}_p(t + L) \quad (5)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}(t + L) = \Delta \mathbf{e}(t + L) - (C_p + \Delta C_p)\Delta \mathbf{x}_p(t + L) \quad (6)$$

$$\Delta \mathbf{u}(t + L) = K_e \boldsymbol{\sigma}(t) + K_p \Delta \mathbf{x}_p(t + L) + K_f \Delta \mathbf{x}_f(t + L) \quad (7)$$

重复控制依赖于两个独立的动态过程,即连续时间动态过程和学习次数动态过程.现分别用两个变量  $\tau(0 \leq \tau < L)$  和  $k(k = 0, 1, 2, \dots)$  来表示这两个动态过程的自变量,其中  $\tau$  为表示时间的连续变量,  $k$  为表示学习次数的离散变量.进一步假定

$$\boldsymbol{\xi}(k, \tau) = \boldsymbol{\xi}(kL + \tau) = \boldsymbol{\xi}(t)$$

$$\boldsymbol{\xi}(k + 1, \tau) = \boldsymbol{\xi}((k + 1)L + \tau) = \boldsymbol{\xi}(t + L)$$

则式 (4) 和 (5) 可以写为

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}_p(k + 1, \tau) &= (A_p + \Delta A_p)\Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau) + \\ & (B_p + \Delta B_p)\Delta \mathbf{u}(k + 1, \tau) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}_f(k + 1, \tau) &= -\omega_f (C_p + \Delta C_p)\Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau) - \\ & \omega_f \Delta \mathbf{x}_f(k + 1, \tau) + \omega_f \Delta \mathbf{x}_f(k + 1, \tau - L) \end{aligned} \quad (9)$$

另一方面,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(k + 1, \tau) &= \boldsymbol{\sigma}(k, \tau) - (C_p + \Delta C_p)\Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau) + \\ & (C_p + \Delta C_p)\Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau - L) \end{aligned} \quad (10)$$

由式 (8)~(10) 描述的控制对象与式 (1) 截然不同.式 (1) 把控制对象在一个周期内的连续控制行为与各个周期之间的离散学习行为进行了混合描述,但在式 (8)~(10) 的描述中,式 (8) 和 (9) 描述的是一个周期内的连续控制行为,而式 (10) 描述的是各个周期之间的离散学习行为.由于式 (8) 和 (9) 中不包含  $\mathbf{e}(k, t)$  项,显见一个周期内的控制行为不受学习行为的影响,这与实际的重复控制过程相符.反之,由式 (10) 可知一个周期内的控制行为直接影响到学习行为,这是由于控制行为收敛越快则对学习的需求越低造成的.

式 (8)~(10) 写成向量形式为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}}_p(k + 1, \tau) \\ \Delta \dot{\mathbf{x}}_f(k + 1, \tau) \\ \boldsymbol{\sigma}(k + 1, \tau) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p + \Delta A_p & 0 & 0 \\ -\omega_f (C_p + \Delta C_p) & -\omega_f & 0 \\ -(C_p + \Delta C_p) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau) \\ \Delta \mathbf{x}_f(k + 1, \tau) \\ \boldsymbol{\sigma}(k, \tau) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_f & 0 \\ C_p + \Delta C_p & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau - L) \\ \Delta \mathbf{x}_f(k + 1, \tau - L) \\ \boldsymbol{\sigma}(k - 1, \tau) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} B_p + \Delta B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k + 1, \tau) \end{aligned} \quad (11)$$

由式 (7) 可知,改进型重复控制设计问题可以转化为时滞连续/离散二维系统 (11) 的无记忆状态反馈控制问题,即得到二维无记忆状态反馈控制器

$$\Delta \mathbf{u}(k + 1, \tau) = [K_p \quad K_f \quad K_e] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p(k + 1, \tau) \\ \Delta \mathbf{x}_f(k + 1, \tau) \\ \boldsymbol{\sigma}(k, \tau) \end{bmatrix} \quad (12)$$



成立, 其中,

$$\begin{aligned} K &= [K_x \quad K_e \quad 0 \quad 0] \\ \bar{P}_1 &= \text{diag}\{P_1, 0, 0, 0\} \\ \bar{P} &= \text{diag}\{P_3, P_3, P_3, P_2\} \\ S &= \text{diag}\{S_1, S_2, 0, 0\} \\ \bar{Q}_1 &= \text{diag}\{Q_1, Q_2, 0, 0\} \\ \bar{P}_2 &= \text{diag}\{0, 0, 0, P_2\} \\ \bar{Q}_2 &= \text{diag}\{0, P_2, Q_1, Q_2\} \end{aligned}$$

则重复控制律

$$\Delta \mathbf{u}(t) = K_x \Delta \mathbf{x}(t) + K_e \boldsymbol{\sigma}(t-L)$$

使闭环系统稳态跟踪误差鲁棒稳定, 并且该重复控制律是线性连续不确定系统 (14) 的一个保性能重复控制律, 相应的一个系统性能上界

$$\begin{aligned} J^* &= \Delta \mathbf{x}^T(0) P_1 \Delta \mathbf{x}(0) + \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t) Q_1 \Delta \mathbf{x}(t) dt + \\ &\int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt \end{aligned}$$

**证明.** 针对二维连续/离散系统 (14), 定义

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} A + BK_x & BK_e & A_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Delta A_1 &= \begin{bmatrix} \Delta A + \Delta BK_x & \Delta BK_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 1 & -C & 0 \end{bmatrix} \\ \Delta A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta C & 0 & -\Delta C & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

选取二维 Lyapunov 函数

$$V(k, \tau) = V_1(k, \tau) + V_2(k, \tau)$$

$$\begin{aligned} V_1(k, \tau) &= \Delta \mathbf{x}_{k+1}^T(\tau) P_1 \Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) + \\ &\int_{\tau-L}^{\tau} \Delta \mathbf{x}_{k+1}^T(s) Q_1 \Delta \mathbf{x}_{k+1}(s) ds \end{aligned}$$

$$V_2(k, \tau) = \boldsymbol{\sigma}_k^T(\tau) P_2 \boldsymbol{\sigma}_k(\tau) + \boldsymbol{\sigma}_{k-1}^T(\tau) Q_2 \boldsymbol{\sigma}_{k-1}(\tau)$$

能量泛函  $V(k, \tau)$  的增量定义为

$$\delta V(k, \tau) = \dot{V}_1(k, \tau) + \Delta V_2(k, \tau)$$

$$\dot{V}_1(k, \tau) = \frac{dV_1(k, \tau)}{d\tau}$$

$$\Delta V_2(k, \tau) = V_2(k+1, \tau) - V_2(k, \tau)$$

把上式代入二维连续/离散系统 (14), 得

$$\delta V(k, \tau) = \boldsymbol{\xi}^T(k, \tau) [(A_1 + \Delta A_1)^T \bar{P}_1 + \bar{P}_1 (A_1 + \Delta A_1) - \bar{Q}_2 + \bar{Q}_1 + (A_2 + \Delta A_2)^T \bar{P}_2 (A_2 + \Delta A_2)] \boldsymbol{\xi}(k, \tau) \quad (17)$$

其中,

$$\boldsymbol{\xi}^T(k, \tau) = [\Delta \mathbf{x}_{k+1}^T(\tau) \boldsymbol{\sigma}_k^T(\tau) \Delta \mathbf{x}_{k+1}^T(\tau - L) \boldsymbol{\sigma}_{k-1}^T(\tau)]$$

如果对所有的  $\boldsymbol{\xi}(k, \tau) \neq 0$  有  $\Delta V(k, \tau) < 0$ , 则二维连续/离散系统 (14) 渐近稳定. 另一方面, 若

$$\delta V(k, \tau) + \boldsymbol{\xi}^T(k, \tau) (S + K^T R K) \boldsymbol{\xi}(k, \tau) < 0 \quad (18)$$

则二维连续/离散系统 (14) 渐近稳定.

将式 (18) 还原成一维变量  $t$  表示的形式, 即为

$$\dot{V}_1(t) + V_2(t+L) - V_2(t) + \Delta \mathbf{u}^T(t+L) R \Delta \mathbf{u}(t+L) + \Delta \mathbf{x}^T(t+L) S_1 \Delta \mathbf{x}(t+L) + \boldsymbol{\sigma}^T(t) S_2 \boldsymbol{\sigma}(t) < 0 \quad (19)$$

进一步, 将式 (19) 两边对时间  $t$  从  $-L$  到  $\infty$  积分得

$$\begin{aligned} &\int_{-L}^{\infty} [\mathbf{u}(t+L) - \mathbf{u}(t)]^T R [\mathbf{u}(t+L) - \mathbf{u}(t)] dt + \\ &\int_{-L}^{\infty} [\mathbf{x}(t+L) - \mathbf{x}(t)]^T S_1 [\mathbf{x}(t+L) - \mathbf{x}(t)] dt + \\ &\int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) S_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt \leq - \int_{-L}^{\infty} \dot{V}_1(t) dt - \\ &\int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t+L) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t+L) dt + \int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt - \\ &\int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt = \\ &- [\Delta \mathbf{x}^T(t+L) P_1 \Delta \mathbf{x}(t+L) + \int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt - \\ &\int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt + \\ &\int_{t-L}^t \Delta \mathbf{x}^T(s+L) Q_1 \Delta \mathbf{x}(s+L)] \Big|_{-L}^{\infty} - \\ &\int_{-L}^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t+L) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t+L) dt = \\ &\Delta \mathbf{x}^T(0) P_1 \Delta \mathbf{x}(0) + \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t) Q_1 \Delta \mathbf{x}(t) dt + \\ &\int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt \end{aligned}$$

从而,

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{u}(t+L) - \mathbf{u}(t)]^T R [\mathbf{u}(t+L) - \mathbf{u}(t)] dt + \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t+L) - \mathbf{x}(t)]^T S_1 [\mathbf{x}(t+L) - \mathbf{x}(t)] dt + \int_0^{\infty} \boldsymbol{\sigma}^T(t) S_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt \leq \Delta \mathbf{x}^T(0) P_1 \Delta \mathbf{x}(0) + \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t) Q_1 \Delta \mathbf{x}(t) dt + \int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t) P_2 \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^{-0} \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) Q_2 \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt$$

根据式 (18) 以及定义 1, 如果定理条件成立, 则

$$\Delta \mathbf{u}(t+L) = K_x \Delta \mathbf{x}(t+L) + K_e \boldsymbol{\sigma}(t)$$

是二维连续/离散系统 (14) 的一个保性能改进型重复控制律, 且  $J^*$  是相应的闭环性能指标的一个上界.  $\square$

定理 1 的条件中由于包含了不确定性矩阵, 对所有容许的不确定性矩阵以及控制增益, 检验矩阵不等式 (16) 的成立仍然是很困难的. 下面的定理给出这一条件的等价结果.

**定理 2.** 对线性连续不确定系统 (14) 和性能指标 (15), 如果存在标量  $\varepsilon > 0$ , 对称正定矩阵  $N, M, U_1, U_2, W_1, W_2$ , 以及合适维数矩阵  $X, Y$ , 使得对所有允许的不确定性, 矩阵不等式 (20) (见本页下方) 成立, 其中  $\Phi = NA^T + AN + X^T B^T + BX + U_1 + \varepsilon(\bar{H}_1 \bar{H}_1^T + \bar{H}_2 \bar{H}_2^T)$ ,  $S_1, S_2$  和  $R$  是二次型性能指标的给定对称正定加权矩阵, 则重复控制律 (13) 使闭环系统鲁棒渐近稳定且跟踪误差收敛. 且

$$K_x = [K_p \quad K_f] = XN^{-1}, \quad K_e = YM^{-1} \quad (21)$$

另外, 该重复控制律是二维连续/离散系统 (14) 的一个保性能重复控制律, 相应的一个系统性能上界

是

$$J^* = \Delta \mathbf{x}^T(0) N^{-1} \Delta \mathbf{x}(0) + \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t) W_1^{-1} \Delta \mathbf{x}(t) dt + \int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t) M^{-1} \boldsymbol{\sigma}(t) dt + \int_{-L}^0 \boldsymbol{\sigma}^T(t-L) W_2^{-1} \boldsymbol{\sigma}(t-L) dt$$

**证明.** 由引理 1, 式 (16) 等价于式 (22), 其中

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= (A + BK_x)^T P_1 + P_1 (A + BK_x) + Q_1 + S_1 + (\Delta A + \Delta BK_x)^T P_1 + P_1 (\Delta A + \Delta BK_x) + K_x^T R K_x \\ \Lambda_2 &= P_1 (B + \Delta B) K_e + K_x^T R K_e \end{aligned}$$

对于式 (22), 移除第五行第五列、第六行第六列以及第七行第七列不改变其负定性, 因此, 式 (22) 等价于式 (23) (见下页), 其中,  $\Lambda_3 = (A + BK_x)^T P_1 + P_1 (A + BK_x) + Q_1 + S_1 + K_x^T R K_x$ .

对式 (23) 两边同时左乘和右乘矩阵  $\text{diag}\{P_1^{-1}, P_2^{-1}, Q_1^{-1}, Q_2^{-1}, P_2^{-1}\}$ , 令  $N = P_1^{-1}, M = P_2^{-1}, U_1 = P_1^{-1} Q_1 P_1^{-1}, U_2 = P_2^{-1} Q_2 P_2^{-1}, W_1 = Q_1^{-1}, W_2 = Q_2^{-1}$ , 得式 (24) (见下页), 其中,  $\Lambda_4 = N(A + BK_x)^T + (A + BK_x)N + U_1 + NS_1N + NK_x^T R K_x N$ .

式 (24) 进一步写成式 (25) (见下页), 其中

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{E}_2 K_x N & \bar{E}_2 K_e M & 0 & 0 & 0 \\ \bar{E}_3 N & 0 & -\bar{E}_3 W_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \bar{H}_1 & \bar{H}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{H}_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Gamma} = \text{diag}\{\bar{F}, \bar{F}, \bar{F}\}$$

$$\begin{bmatrix} \Phi & BY & A_d W_1 & 0 & NC^T & N \bar{E}_1^T & X^T \bar{E}_2^T & N \bar{E}_3^T & X^T & N & 0 \\ * & U_2 - M & 0 & 0 & M & 0 & Y^T \bar{E}_2^T & 0 & Y^T & 0 & M \\ * & * & -W_1 & 0 & -W_1 C^T & 0 & 0 & -W_1 \bar{E}_3^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -W_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -M + \varepsilon \bar{H}_3 \bar{H}_3^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & R^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & S_1^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & S_2^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & P_1 A_d & 0 & 0 & 0 & 0 & (C + \Delta C)^T P_2 \\ * & Q_2 - P_2 + S_2 + K_e^T R K_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_2 \\ * & * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(C + \Delta C)^T P_2 \\ * & * & * & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P_3 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & P_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & P_3 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & P_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_3 & P_1 B K_e + K_x^T R K_e & P_1 A_d & 0 & C^T P_2 \\ * & Q_2 - P_2 + S_2 + K_e^T R K_e & 0 & 0 & P_2 \\ * & * & -Q_1 & 0 & -C^T P_2 \\ * & * & * & -Q_2 & 0 \\ * & * & * & * & P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\Delta A + \Delta B K_x)^T P_1 + P_1 (\Delta A + \Delta B K_x) & P_1 \Delta B K_e & 0 & 0 & \Delta C^T P_2 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & -\Delta C^T P_2 \\ * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_4 & B K_e M + N K_x^T R K_e M & 0 & 0 & N C^T \\ * & U_2 - M + M S_2 M + M K_e^T R K_e M & 0 & 0 & M \\ * & * & -W_1 & 0 & -C^T W_1 \\ * & * & * & -W_2 & 0 \\ * & * & * & * & M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N (\Delta A + \Delta B K_x)^T + (\Delta A + \Delta B K_x) N & \Delta B K_e M & 0 & 0 & N \Delta C^T \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & -\Delta C^T W_1 \\ * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_4 & B K_e M + N K_x^T R K_e M & 0 & 0 & N C^T \\ * & U_2 - M + M S_2 M + M K_e^T R K_e M & 0 & 0 & M \\ * & * & -W_1 & 0 & -C W_1 \\ * & * & * & -W_2 & 0 \\ * & * & * & * & M \end{bmatrix} + \bar{H} \bar{\Gamma} \bar{E} + (\bar{H} \bar{\Gamma} \bar{E})^T < 0 \quad (25)$$

由引理 2, 式 (25) 的第二项等价于  $\varepsilon \bar{H} \bar{H}^T + \varepsilon^{-1} \bar{E}^T \bar{E} < 0$ . 注意到式 (21), 并应用引理 1, 易证式 (25) 等价于式 (20).  $\square$

**注 1.** 利用定理 2 进行重复控制设计时, 首先要确定低通滤波器的转折频率  $\omega_f$ . 这样, 矩阵不等式 (20) 就是一个 LMI, 可以方便地应用 LMI 方法进

行重复控制系统设计.

在确定  $\omega_f$  时, 为了提高重复控制系统的稳态跟踪精度, 在保证系统稳定的前提下, 尽可能选择较大的值, 从而减小系统设计的保守性. 令  $\omega_f = \omega_c + \delta$ , 其中  $\omega_c$  为  $\omega_f$  的一个粗略估计, 是一个具有较大保守性的基值,  $\delta$  为增量, 它的确定是一个试探求解过

程, 通过把  $\delta$  从 0 开始逐步增大, 根据定理 2 可以求得使矩阵不等式 (20) 成立的较大值, 从而获得一个具有较小保守性  $\omega_f$ .

**注 2.** 定理 2 给出了改进型重复控制系统稳态跟踪误差收敛的充分条件以及重复控制器参数的具体求解方法, 而且对所有容许的不确定性, 给出了性能指标的一个保性能上界. 这个充分条件在  $\omega_f$  事先确定时是以 LMI 的形式给出的, 因而可以方便地利用 Matlab 中的工具箱进行重复控制系统设计. 与文献 [6–10] 相比, 无需验证繁杂的频域稳定性条件. 可见, 本文的重复控制设计不但条件容易验证, 参数容易求解, 而且适用范围更广. 这也是与现有重复控制方法一个重要的不同之处.

从定理 2 可以看出, 系统的性能上界依赖于保性能改进型重复控制律参数的选取. 那么, 如何选取合适的保性能改进型重复控制律参数, 使得系统性能上界最小, 即最优保性能改进型重复控制律问题.

下面的定理 3 给出了最优保性能重复控制器的具体形式.

**定理 3.** 对线性连续不确定系统 (14) 和性能指标 (15), 如果以下优化问题

$$\min\{\alpha + \text{tr}(X_1) + \text{tr}(X_2) + \text{tr}(X_3)\} \quad (26)$$

s.t. 1) 式 (20) 成立;  
2)

$$\begin{bmatrix} -\alpha & \Delta \mathbf{x}^T(0) \\ \Delta \mathbf{x}(0) & -N \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} -X_1 & \Sigma_1^T \\ \Sigma_1 & -W_1 \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} -X_2 & \Sigma_2^T \\ \Sigma_2 & -M \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} -X_3 & \Sigma_3^T \\ \Sigma_3 & -W_2 \end{bmatrix} < 0$$

有可行解,  $\alpha > 0, \varepsilon > 0, N, M, W_1, W_2, \Sigma_i, X_i > 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 则  $\Delta \mathbf{u}(t+L) = K_x \Delta \mathbf{x}(t+L) + K_e \sigma(t)$  是二维连续/离散系统 (14) 的最优保性能重复控制律, 其中  $K_x = [K_p \quad K_f] = XN^{-1}, K_e = YM^{-1}$ .

**证明.** 由定理 2, 如果条件满足, 则定理中的改进型重复控制律是二维连续/离散系统 (14) 的一个保性能改进型重复控制律. 由于最小化系统性能上界等价于在矩阵不等式 (21) 成立的条件下, 使

$$\min \left\{ \Delta \mathbf{x}^T(0)N^{-1}\Delta \mathbf{x}(0) + \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t)W_1^{-1}\Delta \mathbf{x}(t)dt + \int_{-L}^0 \sigma^T(t)M^{-1}\sigma(t)dt + \int_{-L}^0 \sigma^T(t-L)W_2^{-1}\sigma(t-L)dt \right\} =$$

$$\min \left\{ \text{tr} [N^{-1}\Delta \mathbf{x}^T(0)\Delta \mathbf{x}(0)] + \text{tr} \left( W_1^{-1} \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t)\Delta \mathbf{x}(t)dt \right) + \right.$$

$$\left. \text{tr} \left( M^{-1} \int_{-L}^0 \sigma^T(t)\sigma(t)dt \right) + \text{tr} \left( W_2^{-1} \int_{-L}^0 \sigma^T(t-L)\sigma(t-L)dt \right) \right\}$$

由于非线性项  $W_1^{-1}$  和  $W_2^{-1}$  的存在, 上述闭凸优化问题还不能直接求解. 但采用下述算法仍能得到一个次优解.

不妨假定存在矩阵  $\Sigma_i, X_i > 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 以及  $\alpha > 0$ , 满足

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}^T(0)N^{-1}\Delta \mathbf{x}(0) &< \alpha \\ \Sigma_1 \Sigma_1^T &= \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t)\Delta \mathbf{x}(t)dt \\ \Sigma_1^T W_1^{-1} \Sigma_1 &< X_1 \\ \Sigma_2 \Sigma_2^T &= \int_{-L}^0 \sigma^T(t)\sigma(t)dt \\ \Sigma_2^T M^{-1} \Sigma_2 &< X_2 \\ \Sigma_3 \Sigma_3^T &= \int_{-L}^0 \sigma^T(t-L)\sigma(t-L)dt \\ \Sigma_3^T W_2^{-1} \Sigma_3 &< X_3 \end{aligned} \quad (27)$$

因此, 有

$$\begin{aligned} \int_{-L}^0 \Delta \mathbf{x}^T(t)\Delta \mathbf{x}(t)dt &= \text{tr}(\Sigma_1 W_1^{-1} \Sigma_1^T) = \text{tr}(\Sigma_1^T W_1^{-1} \Sigma_1) < \text{tr}(X_1) \\ \int_{-L}^0 \sigma^T(t)\sigma(t)dt &= \text{tr}(\Sigma_2 M^{-1} \Sigma_2^T) = \text{tr}(\Sigma_2^T M^{-1} \Sigma_2) < \text{tr}(X_2) \\ \int_{-L}^0 \sigma^T(t-L)\sigma(t-L)dt &= \text{tr}(\Sigma_3 W_2^{-1} \Sigma_3^T) = \text{tr}(\Sigma_3^T W_2^{-1} \Sigma_3) < \text{tr}(X_3) \end{aligned}$$

由引理 1, 式 (27) 等价于定理 3 中的条件 2).  $\square$

优化问题 (26) 是一个具有 LMI 约束的凸优化问题, 可以利用 LMI 工具箱<sup>[21]</sup> 中的求解器 mincx 求解.

### 3 数值仿真

在实际应用中, 很多控制对象都可以看成一个二阶系统, 例如典型的跟踪伺服系统<sup>[10]</sup>, 执行机构可以看作一个二阶质量-弹簧-阻尼模型, 由于建模误差的存在, 具有参数不确定性, 转化成状态空间描述则可以表示成控制对象 (1) 的形式. 在本文中设控制对象 (1) 是单输入单输出系统, 具有如下参数

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 15 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 6 & 2 \end{bmatrix}$$

含有如下不确定性

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sin 0.1\pi t & 0 \\ 0 & \cos 0.1\pi t \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

考虑

$$r(t) = \sin 0.2\pi t + 0.25 \sin 0.4\pi t + 0.5 \sin 0.6\pi t \quad (28)$$

的跟踪问题.

由于本文考虑的是线性连续时间系统的控制问题, 系统的性能对初始状态的变化并不敏感, 因此设系统的初始状态为  $\mathbf{x}_p(t) = [0.1e^t \ 0.2e^t]^T$ ,  $(-10 \leq t \leq 0)$ , 考虑下述三种情形.

**情形 1.** 在性能指标 (15) 中, 由于  $R$ ,  $S_1$  和  $S_2$  分别反映了控制信号的约束, 控制过程的性能和学习过程的性能, 遵循控制过程收敛越快则对学习的要求可能需要降低的实际情况, 考虑  $R = 1$ ,  $S_1 = I_3$ ,  $S_2 = 10$  的情形. 由此可以看出这种情形更加强调学习过程的作用, 即保证稳态跟踪误差的要求.

首先是确定低通滤波器的转折频率  $\omega_f$ . 确定的原则是: 在保证系统稳定的条件下, 尽可能地选择较大的值, 从而提高重复控制系统的稳态跟踪精度. 令  $\omega_f = \omega_c + \delta$ , 其中  $\omega_c$  为  $\omega_f$  的一个粗略估计, 这是一个具有较大保守性的基值;  $\delta$  的确定是通过把  $\delta$  从 0 开始逐步增大, 基于  $\omega_c$  和  $\delta$  计算出  $\omega_f$ , 应用 Matlab 工具箱 feasp, 根据本文的定理 2, 不断地进行迭代和判断, 可以求得使矩阵不等式 (20) 成立的一个较大值  $\omega_f = 255.9814 \text{ rad/s}$ , 从而减少控制系统设计的保守性.

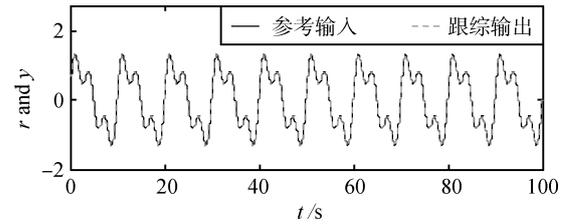
然后是设计控制器参数. 在确定  $\omega_f$  后, 式 (20) 是一个 LMI, 根据定理 3, 应用 Matlab 中的 LMI 工具箱, 可以求得最优保性能改进型重复控制器的参数为:  $K_p = [-0.843 \ -1.671]$ ,  $K_f = 102.591$ ,  $K_e = 0.0494$ . 很显然, 相应的控制器具有下述形式:

$$u(t) = 0.0494e(t-L) + [-0.834 \ -1.671]\mathbf{x}_p(t) + 102.591x_f(t) \quad (29)$$

这时, 重复控制系统的性能上界为  $J^* = 1.1439$ .

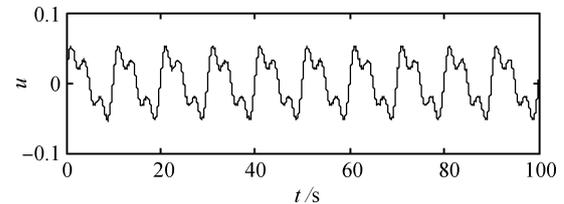
这种情形的仿真结果如图 4 所示, 其中图 4(a) 的实线和虚线分别表示系统的参考输入和跟踪输出, 图 4(b) 表示由式 (29) 描述的控制输入  $u(t)$ , 图 4(c) 表示跟踪误差. 从图 4 可以看出, 经过约 3 个

周期后, 系统的跟踪输出便进入了稳态, 而且稳态跟踪的相对误差在  $\pm 0.1\%$  之内.



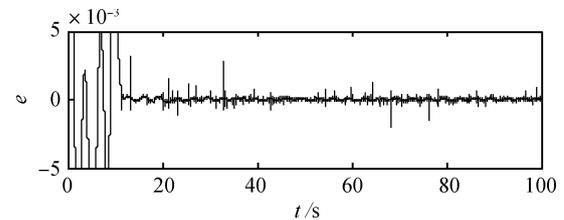
(a) 参考信号和跟踪输出

(a) Reference signal and tracking output



(b) 控制输入

(b) Control input



(c) 跟踪误差

(c) Tracking error

图 4 情形 1 的仿真结果

Fig. 4 Simulation results for Case 1

**情形 2.** 为了考察控制增益  $K_e$  对学习过程性能的影响, 在情形 1 的基础上考虑  $K_e = 0$  的情形. 应该指出, 本文提出如图 2 所示的重复控制系统结构, 在误差  $e(t)$  与控制输入  $u(t)$  之间引入了一个由时滞环节  $e^{-sL}$  和控制增益  $K_e$  组成的前向通道, 这是与现有重复控制系统结构的不同之处, 目的是充分考虑学习过程的性能要求. 因此,  $K_e = 0$  是一种反映了削弱学习作用的情形.

$\omega_f$  的确定与情形 1 相同. 利用定理 3 可求得控制器的参数为:  $K_p = [-2.2067 \ -0.731]$ ,  $K_f = 14.7853$ . 相应的控制器具有下述形式

$$u(t) = [-2.2067 \ -0.731]\mathbf{x}_p(t) + 14.7853x_f(t) \quad (30)$$

这种情形的仿真结果如图 5 (见下页) 所示. 从图 5 可以看出, 由于  $K_e = 0$ , 削弱了学习作用, 跟踪误差明显增大, 达到了  $\pm 0.2\%$ ; 而控制过程收敛速度加快, 系统在经过 1 个周期后就进入了稳态.

**情形 3.** 考虑加权矩阵  $S_1$  和  $S_2$  对学习过程和学习过程的调节作用. 在性能指标 (15) 中, 考虑  $R = 1$ ,  $S_1 = 10I_3$ ,  $S_2 = 1$  的情形. 很显然, 这种情

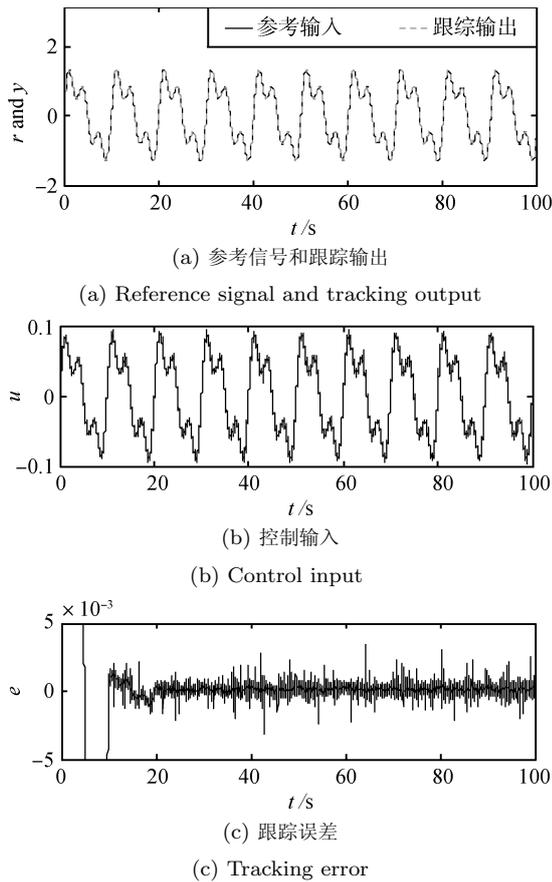


图 5 情形 2 的仿真结果  
Fig. 5 Simulation results for Case 2

形加强了控制作用, 削弱了学习作用.

与情形 1 一样确定  $\omega_f$ , 然后利用定理 3 取控制器的参数为:  $K_p = [-1.502 \quad -1.789]$ ,  $K_f = 78.105$ ,  $K_e = 0.031$ . 相应的控制器具有下述形式:

$$u(t) = 0.031 e(t - L) + [-1.502 \quad 1.789] \mathbf{x}_p(t) + 78.105 x_f(t) \quad (31)$$

这种情形的仿真结果如图 6 所示. 与图 4 比较可以看出, 由于削弱了学习作用, 跟踪误差有所增大, 达到了  $\pm 0.15\%$ ; 而加强了控制作用, 使得系统收敛速度加快, 在经过 1 个周期后系统就进入了稳态.

通过上述三种情形可以看出, 对容许的不确定性, 设计的重复控制系统不但能保证系统稳定, 而且跟踪输出能很好地跟踪参考输入; 同时, 重复控制系统的控制过程和学习过程能够方便地进行调节, 通过调节加权矩阵  $S_1$  和控制增益  $[K_f \quad K_p]$  可以调节控制过程的性能, 通过调节加权矩阵  $S_2$  和控制增益  $K_e$  可以调节学习过程的性能.

注 2. 针对给定控制对象 (1), 采用文献 [10] 中

的定理 1, 仍取  $Q = 0.1I$ , 求得系统稳定的最大转折频率为  $\omega_f = 187.7654 \text{ rad/s}$ , 稳态相对误差达到了  $\pm 0.9\%$ , 而且系统在经过大约 3 个周期后才进入稳态. 可见, 本文给出的保性能改进型重复控制设计方法, 降低了求取低通滤波器最大转折频率的保守性.

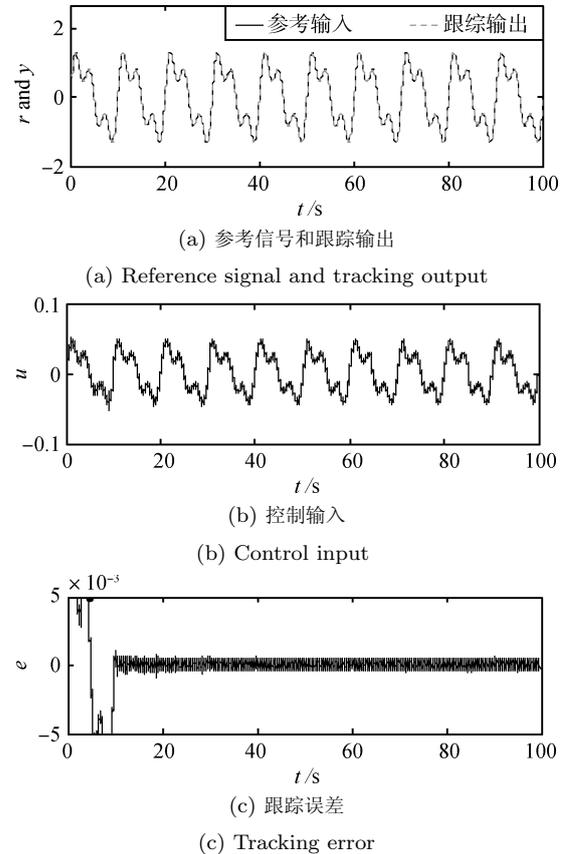


图 6 情形 3 的仿真结果  
Fig. 6 Simulation results for Case 3

## 4 结论

针对一类线性连续不确定系统, 将二维系统方法引入到改进型重复控制中, 提出了一种基于连续/离散二维混合模型的改进型重复控制系统保性能设计方法. 借助二维 Lyapunov 泛函方法, 得出重复控制器存在的充分条件. 在此基础上, 通过求解相应的凸优化问题, 给出了最优保性能控制律的设计方法. 控制器的存在条件和参数优化方法以线性矩阵不等式形式给出, 可以方便地利用 Matlab 工具箱求解. 本文给出的改进型重复控制, 设计方法简单, 条件易于验证, 仅需几个学习周期就可达到很高的控制精度, 有较大的理论价值和实际应用价值.

## References

- 1 Inoue T, Iwai S, Nakano M. High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. In: Proceedings of the 8th IFAC World Congress. Kyoto, Japan: Pergamon

- Press, 1981. 3137–3142
- 2 Nakano M, Yamamoto Y, Inoue T, Hara S. *Repetitive Control*. Tokyo: The Society of Instrument and Control Engineers, 1989. 99–103
  - 3 Cong Shuang. A modified repetitive control system and its application. *Journal of University of Science and Technology of China*, 1998, **28**(3): 292–297  
(从爽. 一种新的重复控制系统及其应用. 中国科技大学学报, 1998, **28**(3): 292–297)
  - 4 She J H, Pan Y, Nakano M. Repetitive control system with variable structure controller. In: Proceedings of the 6th International Workshop on Variable Structure Systems. Gold Coast, Australia: IEEE, 2000. 273–282
  - 5 Zhang Li-Qiang, Yang Guo-Lai, Gong Hai-Feng. PID control for electro-hydraulic position servo system with repetitive control compensation. *Machine Tool and Hydraulics*, 2005, **8**: 117–141  
(张立强, 杨国来, 龚海峰. 基于重复控制补偿的电液位置伺服系统 PID 控制. 机床与液压, 2005, **8**: 117–141)
  - 6 Park S W, Jeong J, Yang H S, Park Y P, Park N C. Repetitive controller design for minimum track misregistration in hard disk drives. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2005, **41**(9): 2522–2528
  - 7 Hara S, Prannitad P, Chen Y. Robust stabilization for repetitive control systems. In: Proceedings of the 1st Asian Control Conference. Tokyo, Japan: ASCC, 1994. 541–544
  - 8 Ramrath L, Singh T. A minimax approach to robust repetitive learning control. In: International Conference on Control and Automation. Budapest, Hungary: IEEE, 2005. 397–402
  - 9 Chen J W, Liu T S.  $H_\infty$  repetitive control for pickup head flying height in near-field optical disk drives. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2005, **41**(2): 1067–1069
  - 10 Doh T Y, Byoo J R, Chung M J. Design of a repetitive controller: an application to the track-following servo system of optical disk drives. *IEEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2006, **153**(3): 323–330
  - 11 Chang S, Peng T. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, **17**(4): 474–483
  - 12 Yu L, Chu J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems. *Automatica*, 1999, **35**(6): 1155–1159
  - 13 Liu Zhi-Kang, Ji Zhi-Cheng. Guaranteed cost control for fuzzy system with parametric uncertainties via fuzzy Lyapunov approach. *Journal of System Simulation*, 2007, **19**(22): 5178–5181  
(刘志康, 纪志成. 基于模糊 Lyapunov 函数的模糊不确定系统保性能控制. 系统仿真学报, 2007, **19**(22): 5178–5181)
  - 14 Qiu Zhan-Zhi, Zhang Qing-Ling, Liu Ming. Guaranteed performance control for output feedback networked control systems with uncertain time-delay. *Control Theory and Applications*, 2007, **24**(2): 274–278  
(邱占芝, 张庆灵, 刘明. 不确定时延输出反馈网络化系统保性能控制. 控制理论与应用, 2007, **24**(2): 274–278)
  - 15 Paszke W, Galkowski K, Rogers E. H-infinity and guaranteed cost control of discrete linear repetitive processes. *Linear Algebra and Its Applications*, 2005, **412**: 93–131
  - 16 Paszke W, Galkowski K, Rogers E, Owens D H. Guaranteed cost control of uncertain differential linear repetitive processes. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2004, **51**(11): 629–634
  - 17 Xie L H, Du C L.  *$H_\infty$  Control and Filtering of Two-Dimensional Systems*. Berlin: Springer, 2002. 5–25
  - 18 Lan Y H, Wu M, She J H. Optimal repetitive control based on two-dimensional hybrid model. In: Proceedings of the 26th Chinese Control Conference. Zhangjiajie, China: 2007, IEEE, 2007. 89–92
  - 19 Khargonek P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and  $H_\infty$  control theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, **35**(3): 356–361
  - 20 Xie L H. Output feedback  $H_\infty$  control of systems with parameter uncertainty. *International Journal of Control*, 1996, **63**(4): 741–750
  - 21 Balas G, Chiang R, Packard A, Safonov M. *Robust Control Toolbox 3 User's Guide*. New York: The Math Works, 2005. 134–157



吴敏 中南大学教授. 主要研究方向为鲁棒控制、过程控制和智能系统. 本文通信作者. E-mail: min@csu.edu.cn  
(WU Min Professor at Central South University. His research interest covers robust control, process control, and intelligent systems. Corresponding author of this paper.)



陈诗桓 中南大学硕士研究生. 主要研究方向为鲁棒控制和重复控制. E-mail: chenshihan@wuhua.csu.edu.cn  
(CHEN Shi-Huan Master student at Central South University. Her research interest covers robust control and repetitive control.)



余锦华 东京工业大学副教授. 主要研究方向为控制理论与应用、鲁棒控制和智能机器人. E-mail: she@cc.teu.ac.jp  
(SHE Jin-Hua Associate professor at Tokyo University of Technology. His research interest covers control theory and application, repetitive control, and intelligent robot.)



何勇 中南大学教授. 主要研究方向为鲁棒控制及其应用. E-mail: heyong08@yahoo.com.cn  
(HE Yong Professor at Central South University. His research interest covers robust control and its applications.)



中野道雄 拓殖大学教授. 主要研究方向为重复控制理论与应用. E-mail: mnakano@ms.takushoku-u.ac.jp  
(NAKANO Michio Professor, Ph.D. of Takushoku University. His research interest covers repetitive control theory and application.)