

一种新的 PUMA 类型机器人奇异回避算法

徐文福¹ 梁斌¹ 刘宇¹ 李成¹ 强文义²

摘要 传统的奇异回避方法运算量大, 本文提出了一种新的 PUMA 类型机器人奇异回避方法——奇异分离加阻尼倒数法. 首先, 分析产生奇异的条件, 将导致 Jacobian 奇异的参数分离出来, 然后用阻尼倒数代替其普通倒数, 以回避运动学奇异的影响. 该方法无需对 Jacobian 进行 SVD 分解, 也无需估计其最小奇异值, 因而运算量小, 实时性好, 仅牺牲末端部分方向的精度, 适合于预定轨迹和实时轨迹的跟踪. 仿真和实验结果证明了算法的有效性.

关键词 奇异回避, 奇异位形, 奇异分离, 路径规划
中图分类号 TP24

A Novel Approach to Avoid Singularities of PUMA-type Manipulators

XU Wen-Fu¹ LIANG Bin¹ LIU Yu¹ LI Cheng¹ QIANG Wen-Yi²

Abstract Existing methods to avoid the kinematic singularities are complex. A novel approach (named “singularity separation plus damped reciprocal” method) is proposed for PUMA-type manipulators. Firstly, we analyze the singularity conditions and separate the singularity parameters from the Jacobian inverse. Then, the damped reciprocals are used to avoid the singularities by replacing their reciprocals. Since the SVD decomposition and the estimate of the minimum singularity value are not required, the algorithm is more efficient and fit for real-time application. And not all components of the end-effector velocities are sacrificed in accuracy. The method can be used for prescribed or real-time trajectory tracking. Simulation and experiment results verify the method.

Key words Singularity avoidance, singularity configuration, singularity separation, path planning

运动学奇异是机器人的固有特性. 在奇异点附近, 采用基于 Jacobian 矩阵逆的运动学求解方法, 得到的关节角速度和角加速度会变得无穷大. 因此, 回避奇异的规划和控制一直是研究的热点. 常用方法为阻尼最小方差 (Damped least-squares, DLS), 其保证了奇异点附近关节角速度的连续性和有限性, 但牺牲了机械臂末端在各个方向的位姿精度^[1-2]. Chiaverini 进一步改进了 DLS 法, 采用“阻尼最小方差逆 + 数值滤波”的方法, 只将阻尼系数加在最小奇异值上^[3]. Cheng 等针对 PUMA 类型机械臂的特点, 提出了“奇异分离 + 紧密二次型规划” (Singularity isolation plus compact quadratic programming, SICQP) 法^[4]. 但上述方法或者需要对 Jacobian 矩阵进行实时的 SVD 分解, 或者需要实时估计 Jacobian 矩阵的最小奇异值, 运算量较大. 其他方法还有奇异路径参数化或工作空间转换法^[5]、奇异一致法^[6]、正规形式法 (Normal form approach)^[7]、倒数螺旋法^[8] 等^[9-12].

本文针对 PUMA 类型机器人的运动学特点, 提出了“奇异分离 + 阻尼倒数”的方法. 首先推导了以

腕部为参考点的速度级逆运动学方程, 将 6 自由度的奇异回避问题分解为两个 3 自由度的子问题, 然后分离出每个子问题中影响奇异的参数, 并用阻尼倒数代替其倒数, 使机械臂关节角速度在奇异区内连续平滑. 该方法无需对 Jacobian 矩阵进行 SVD 分解, 也无需估计其最小奇异值, 因而运算量小, 实时性好, 而且仅牺牲末端部分方向的精度, 即, 将对末端精度的影响降低到最小限度; 同时, 能实现预定轨迹和实时轨迹的跟踪.

1 PUMA 类型机器人运动学奇异的分离

1.1 PUMA 类型机器人腕部参考运动学方程

本文研究的 MOTOMAN-K10 机器人属于 PUMA 类型机器人, 其后三个关节轴线相互垂直且交于一点 (称为腕部). 定义腕部坐标系 Σ_w : 原点位于腕部, 与连杆 6 固连, 指向与坐标系 Σ_6 始终一致. 该机器人的 DH 坐标及 DH 参数分别如图 1 和表 1 所示.

设机械臂腕部的线速度及角速度分别为 v_w 、 ω_w (类似地, 末端的线速度及角速度分别记为 v_e 、 ω_e), 则以 Σ_w 为参考系的运动学方程为

$$\begin{bmatrix} v_w \\ \omega_w \end{bmatrix} = J_w(\Theta)\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} J_{11} & O \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \dot{\Theta} \quad (1)$$

其中, J_w 为腕部 Jacobian 矩阵, J_{11} 、 J_{21} 、 J_{22} 为其分块矩阵, O 为零矩阵. 当线速度、角速度在基坐标系 Σ_0 中描述时, 对应的 Jacobian 矩阵表示为 0J_w .

收稿日期 2007-02-09 收修改稿日期 2007-07-26
Received February 9, 2007; in revised form July 26, 2007
国家自然科学基金 (60775049) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60775049)

1. 哈尔滨工业大学空间智能系统研究所 哈尔滨 150001 2. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系 哈尔滨 150001
1. Institute of Space Intelligent System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001 2. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00670

相应地, 可推导出各分块矩阵如式 (2)~(4) 式 (2) 和 (4) 见本页下方) 所示.

$${}^0J_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -s_1 & -s_1 \\ 0 & c_1 & c_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $s_i = \sin(\theta_i)$, $c_i = \cos(\theta_i)$, $s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$, $c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$. 定义 $\dot{\Theta}_u = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$, $\dot{\Theta}_l = [\dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5, \dot{\theta}_6]^T$, 根据式 (1) 得

$$\dot{\Theta}_u = ({}^0J_{11})^{-1}({}^0\mathbf{v}_w) \quad (5)$$

$$\dot{\Theta}_l = ({}^0J_{22})^{-1} [{}^0\boldsymbol{\omega}_w - ({}^0J_{21})\dot{\Theta}_u] \quad (6)$$

式 (5) 和 (6) 表明, PUMA 类型机器人运动学奇异的条件由使 ${}^0J_{11}$ 和/或 ${}^0J_{22}$ 奇异的条件组成. 其中 ${}^0J_{11}$ 的奇异称为前端奇异 (包括内部奇异和边界奇异), ${}^0J_{22}$ 的奇异称为腕部奇异.

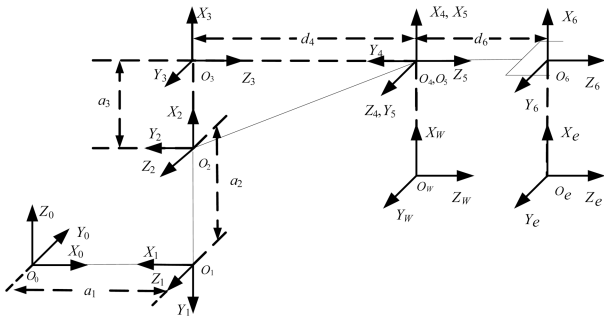


图1 MOTOMAN-K10 机器人 DH 坐标系

Fig.1 D-H frames of MOTOMAN-K10 manipulator

表1 MOTOMAN-K10 机器人 DH 参数

Table 1 The D-H parameters of MOTOMAN-K10 manipulator

连杆 i	θ_i ($^\circ$)	α_i ($^\circ$)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	180	-90	-200	0
2	-90	0	600	0
3	0	90	115	0
4	0	-90	0	770
5	0	90	0	0
6	0	0	0	340

1.2 前端奇异的分离

容易得到, ${}^0J_{11} = ({}^0A_3)({}^3J_{11})$. 0A_3 为 Σ_3 相对于 Σ_0 的旋转矩阵, ${}^3J_{11}$ 为 J_{11} 在 Σ_3 中的表示, 有

$${}^3J_{11} = \begin{bmatrix} 0 & k_t & d_4 \\ k_i & 0 & 0 \\ 0 & k_q & -a_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,

$$\begin{cases} k_i = d_4 s_{23} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1 \\ k_t = d_4 + a_2 s_3 \\ k_q = -(a_3 + a_2 c_3) \end{cases} \quad (8)$$

相应地,

$$\dot{\Theta}_u = ({}^0J_{11})^{-1}({}^0\mathbf{v}_w) = ({}^3J_{11})^{-1}({}^3\mathbf{v}_w) \quad (9)$$

根据式 (7) 可得

$$({}^3J_{11})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{a_3}{a_2} & 0 & \frac{d_4}{a_2} \\ \frac{k_q}{a_2} & 0 & -\frac{k_t}{a_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中,

$$k_b = a_3 s_3 - d_4 c_3 \quad (11)$$

式 (10) 表明, 导致机械臂前端奇异的参数 k_i 、 k_b 被分离出来 ($a_2 \neq 0$). 当 $k_i = 0$ 时, 关节 1 的角速度将为无穷大, 机械臂处于内部奇异; 而当 $k_b = 0$ 时, 关节 2 和关节 3 的角速度将为无穷大, 机械臂处于边界奇异.

1.3 腕部奇异的分离

类似地, ${}^0J_{22} = ({}^0A_5)({}^5J_{22})$, 而

$${}^5J_{22} = \begin{bmatrix} k_w & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c_5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^0J_{11} = \begin{bmatrix} -s_1(d_4 s_{23} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) & c_1(d_4 c_{23} - a_3 s_{23} - a_2 s_2) & c_1(d_4 c_{23} - a_3 s_{23}) \\ c_1(d_4 s_{23} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) & s_1(d_4 c_{23} - a_3 s_{23} - a_2 s_2) & s_1(d_4 c_{23} - a_3 s_{23}) \\ 0 & -(d_4 s_{23} + a_3 c_{23} + a_2 c_2) & -(d_4 s_{23} + a_3 c_{23}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^0J_{22} = \begin{bmatrix} c_1 s_{23} & -c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4 & (c_1 c_{23} c_4 - s_1 s_4) s_5 + c_1 s_{23} c_5 \\ s_1 s_{23} & -s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4 & (s_1 c_{23} c_4 + c_1 s_4) s_5 + s_1 s_{23} c_5 \\ c_{23} & s_{23} s_4 & -s_{23} c_4 s_5 + c_{23} c_5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,

$$k_w = -s_5 \quad (13)$$

所以

$$\dot{\Theta}_l = ({}^5J_{22})^{-1}({}^5\Delta\omega_w) \quad (14)$$

上式中,

$${}^5\Delta\omega_w = ({}^5A_0) \left[{}^0\omega_w - ({}^0J_{21})\dot{\Theta}_u \right] \quad (15)$$

根据式 (12), 有

$$({}^5J_{22})^{-1} = \frac{1}{k_w} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k_w & 0 \\ -c_5 & 0 & k_w \end{bmatrix} \quad (16)$$

可见, 导致机械臂腕部奇异的参数 k_w 被分离出来, 当 $k_w = 0$ 时, 关节 4 和关节 6 的角速度将为无限大, 此时机械臂处于腕部奇异.

2 基于阻尼倒数的奇异回避路径规划算法

2.1 算法原理

由上可知, PUMA 类型机械臂是否处于内部奇异、边界奇异及腕部奇异, 分别由 k_i, k_b 及 k_w 决定, 因此称其为“奇异条件参数”或“奇异参数”. 当奇异参数接近 0 时, 相应的关节角速度会变得很大. 本文采用阻尼倒数代替其普通倒数, 实现奇异回避.

定义 1. 对于参数 k , 若 $0 \leq \lambda$, 则 $k/(k^2 + \lambda^2)$ 称为 k 的阻尼倒数, 而 λ 为其阻尼系数.

阻尼倒数有如下性质

$$\begin{cases} \frac{k}{k^2 + \lambda^2} \approx \frac{1}{k}, & \text{若 } |k| \gg \lambda \\ \frac{k}{k^2 + \lambda^2} \approx \frac{k}{\lambda^2}, & \text{若 } |k| \ll \lambda \end{cases} \quad (17)$$

即, 当奇异参数的绝对值远大于阻尼系数时, 阻尼倒数与普通倒数近似, 阻尼系数产生的影响忽略不计; 而当奇异参数的绝对值很小 (如接近 0) 时, 阻尼倒数将产生作用, 使机械臂平滑地通过奇异区. 因此, 根据式 (10) 和 (16), 可由下式计算关节角速度

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \frac{k_i}{k_i^2 + \lambda_i^2} ({}^3v_{wy}) \\ \dot{\theta}_2 = \frac{k_b}{k_b^2 + \lambda_b^2} \left(\frac{a_3}{a_2} \cdot {}^3v_{wx} + \frac{d_4}{a_2} \cdot {}^3v_{wz} \right) \\ \dot{\theta}_3 = \frac{k_q}{k_b^2 + \lambda_b^2} \left(\frac{k_q}{a_2} \cdot {}^3v_{wx} - \frac{k_t}{a_2} \cdot {}^3v_{wz} \right) \\ \dot{\theta}_4 = \frac{k_w}{k_w^2 + \lambda_w^2} ({}^5\Delta\omega_x) \\ \dot{\theta}_5 = ({}^5\Delta\omega_y) \\ \dot{\theta}_6 = -\frac{k_w c_5}{k_w^2 + \lambda_w^2} ({}^5\Delta\omega_x) + ({}^5\Delta\omega_z) \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\lambda_i, \lambda_b, \lambda_w$ 分别为内部奇异、边界奇异及腕部奇异的阻尼系数, 根据如下条件进行取值

$$\lambda_x^2 = \begin{cases} \lambda_0^2 \left(1 - \frac{|k_x|}{\varepsilon_x}\right)^2, & \text{若 } |k_x| \leq \varepsilon_x \\ 0, & \text{若 } |k_x| > \varepsilon_x \end{cases} \quad (19)$$

对应于内部、边界及腕部奇异各种情况, 下标 x 分别为 i, b 及 w . ε_x 为判断奇异的阈值, λ_0 为名义阻尼系数. 采用阻尼倒数进行奇异回避的原理如图 2 所示. 假设奇异参数 k 从负值连续增加到某个正值, 在奇异区内 (0 附近), 其倒数为无穷大, 导致所规划的关节角速度不连续; 而阻尼倒数却能平滑地通过奇异区, 因此, 所规划的关节角速度连续且平滑. 而在奇异区外, 阻尼倒数与倒数完全一样, 表明其不影响奇异区外的运动精度.

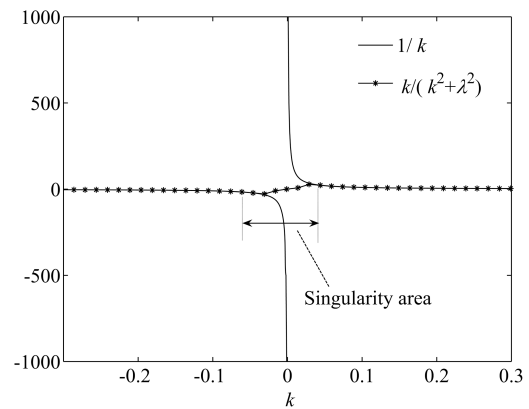


图 2 阻尼倒数及普通倒数的比较

Fig. 2 Comparison of damped reciprocal and reciprocal

2.2 阻尼系数对末端运动精度的影响分析

假定不加阻尼系数时的末端位姿为真值, 而加阻尼系数后的末端位姿用上标“ \wedge ”表示. 根据式 (7)、(12) 及 (18), 可得

$$\begin{cases} {}^3\hat{v}_{wx} = k_i \dot{\theta}_2 + d_4 \dot{\theta}_3 = \frac{k_b^2}{k_b^2 + \lambda_b^2} ({}^3v_{wx}) \\ {}^3\hat{v}_{wy} = k_i \dot{\theta}_1 = \frac{k_i^2}{k_i^2 + \lambda_i^2} ({}^3v_{wy}) \\ {}^3\hat{v}_{wz} = k_q \dot{\theta}_2 - a_3 \dot{\theta}_3 = \frac{k_b^2}{k_b^2 + \lambda_b^2} ({}^3v_{wz}) \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_x = k_w \dot{\theta}_4 = \frac{k_w^2}{k_w^2 + \lambda_w^2} ({}^5\Delta\omega_x) \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_y = \dot{\theta}_5 = ({}^5\Delta\omega_y) \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_z = c_5 \dot{\theta}_4 + \dot{\theta}_6 = ({}^5\Delta\omega_z) \end{cases} \quad (20)$$

相应的末端运动误差为

$$\begin{cases} {}^3\hat{v}_{wx} - {}^3v_{wx} = \frac{\lambda_b^2}{k_b^2 + \lambda_b^2} ({}^3v_{wx}) \\ {}^3\hat{v}_{wy} - {}^3v_{wy} = \frac{\lambda_i^2}{k_i^2 + \lambda_i^2} ({}^3v_{wy}) \\ {}^3\hat{v}_{wz} - {}^3v_{wz} = \frac{\lambda_b^2}{k_b^2 + \lambda_b^2} ({}^3v_{wz}) \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_x - {}^5\Delta\omega_x = \frac{\lambda_w^2}{k_w^2 + \lambda_w^2} ({}^5\Delta\omega_x) \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_x - {}^5\Delta\omega_x = 0 \\ {}^5\Delta\hat{\omega}_x - {}^5\Delta\omega_x = 0 \end{cases} \quad (21)$$

可见, 当发生边界奇异时 ($k_b = 0$), 仅腕部线速度在 Σ_3 中的 x 、 z 分量的精度受影响; 发生内部奇异时 ($k_i = 0$), 仅 Σ_3 中的 y 分量受影响; 发生腕部奇异时 ($k_w = 0$), 仅 ${}^5\Delta\hat{\omega}_x$ 受影响, 而 ${}^5\Delta\hat{\omega}_y$ 及 ${}^5\Delta\hat{\omega}_z$ 均不受影响. 阻尼系数产生的各速度分量的误差是相应速度分量的 $\lambda_x^2/(k_x^2 + \lambda_x^2)$, $x = i, b, w$ (称为误差比例系数) 倍. 在奇异区外, $\lambda_x = 0$, 误差为 0; 而在奇异点处 ($k_x = 0$), 误差比例系数为 1, 此时的误差最大 (如图 3 所示). 由于误差与所规划的末端运动成比例, 通过规划机械臂末端运动速度, 使其相应的速度分量在奇异区内逐渐减小到 0, 可进一步减小误差.

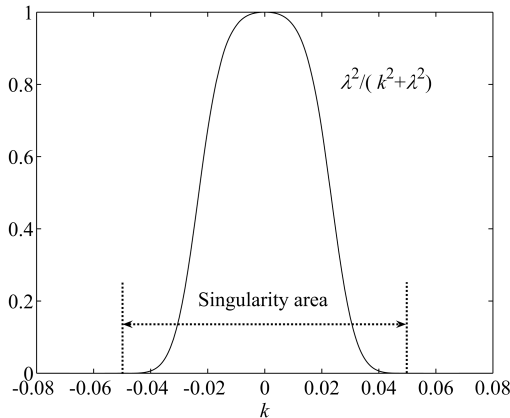


图 3 阻尼系数产生的误差比例系数

Fig. 3 Proportional coefficient of the error resulted by the damped coefficient

2.3 本文方法与其他方法的比较

对 Jacobian 矩阵 J 进行 SVD 分解

$$J = \sum_{i=1}^6 \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (22)$$

其中, $\sigma_1, \dots, \sigma_6$ 为奇异值 ($\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_6 \geq 0$), \mathbf{u}_i , \mathbf{v}_i 为单位正交矢量. 采用普通求逆法时

$$\dot{\Theta} = J^{-1} \dot{\mathbf{x}}_e = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \dot{\mathbf{x}}_e \quad (23)$$

上式中, $\dot{\mathbf{x}}_e = [\mathbf{v}_e^T, \boldsymbol{\omega}_e^T]^T$, 当 J 奇异时, $r = \text{Rank}(J) < 6$, 则 $\sigma_i = 0$ ($i = r + 1, \dots, 6$), 此时某些关节角速度无穷大. 而对于阻尼最小方差法, 采用下式计算机械臂的关节运动速度 ($J^\#$ 为 J 的阻尼最小方差逆)

$$\dot{\Theta} = J^\# \dot{\mathbf{x}}_e = \sum_{i=1}^6 \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \dot{\mathbf{x}}_e \quad (24)$$

可见, 阻尼最小方差法是以牺牲机械臂末端各方向的精度来实现奇异回避的. 其阻尼系数一般根据最小奇异值的大小 (确定奇异区域) 进行调整, 但为便于与本文的方法进行比较, 在下面的仿真中, DLS 的阻尼系数按 $\lambda = \max(\lambda_i, \lambda_b, \lambda_w)$ 取值. 理论分析表明, 本文的方法具有如下特点: 1) 能顺利回避奇异; 2) 逆运动学表达式简单, 将式 (18) 与式 (24) 相比, 可知该算法更加简单有效; 3) 阻尼系数仅影响某些方向的精度, 而根据式 (24) 可知, DLS 方法牺牲所有方向的精度; 4) 直接根据奇异参数判断奇异区域, 无需进行 SVD 分解或估计最小奇异值.

2.4 仿真研究

机械臂初始关节角为 (相对于零位的转动角度, 单位: $^\circ$, 下同):

$$\Theta_0 = [7.3527, 47.5130, -35.0290, 31.8460, -14.6083, -36.0083]^T \quad (25)$$

末端初始位姿 (位置 \mathbf{p}_{e0} , 单位: m; 姿态 Ψ_{e0} , 单位: $^\circ$) 和期望位姿 (位置 \mathbf{p}_{ed} 和姿态 Ψ_{ed}) 分别为

$$X_{e0} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{e0}^T \\ \Psi_{e0}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8089, 0.1500, 0.6840 \\ 105.00, -85.00, 90.00 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$X_{ed} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ed}^T \\ \Psi_{ed}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2089, -0.1500, 0.5840 \\ 75.00, -85.00, 90.00 \end{bmatrix} \quad (27)$$

末端姿态用 Z-Y-X 欧拉角表示, 规划机械臂做连接 X_{e0} 和 X_{ed} 的直线运动, 总时间 $t_f = 20$ s, 运动过程中将会经过腕部奇异点. 采用梯形法规划机械臂末端运动速度 (注: 规划的是末端运动速度 \mathbf{v}_e , $\boldsymbol{\omega}_e$, 需要转换为腕部运动速度 \mathbf{v}_w , $\boldsymbol{\omega}_w$), 并设加速和减速部分的时间为 $t_s = 2$ s. 奇异回避处理中, 阻尼最小方差法和本文的方法均采用如下参数

$$\begin{cases} \lambda_0^2 = 0.08 \\ \varepsilon_i = \varepsilon_b = 0.05 \\ \varepsilon_w = 0.15 \end{cases} \quad (28)$$

仿真结果如图 4 和图 5 所示, 其中图 4 为采用直接求逆法规划的关节角速度, 在奇异点附近, 第 4、6 关节角速度出现跳变, 而图 5 为采用本文的方

法(实线)和DLS方法(虚线)规划的关节角速度,两种方法都能回避奇异,但DLS方法中,每个关节角速度均受阻尼系数的影响,而本文的方法中,仅4、6关节角速度受到影响,且角速度比DLS更平滑,超调更小。

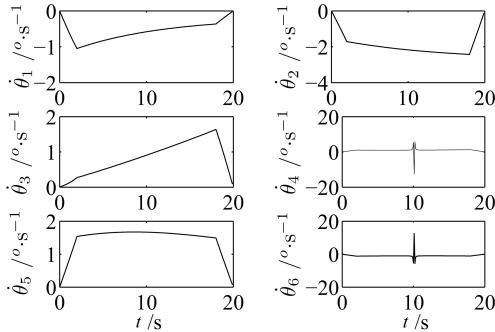


图4 腕部奇异下直接求逆法规划的关节速度

Fig. 4 Joint rate planned by the direct inverse kinematic equation

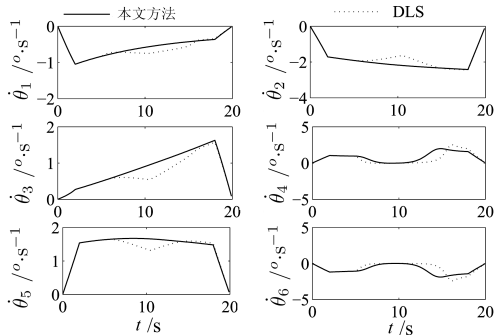


图5 本文方法与最小方差法规划的关节速度

Fig. 5 Joint rates planned by the proposed method and DLS method

3 实验研究

实验系统由两套 MOTOMAN-K10 机器人组成(分别称为 Robot A 和 Robot B)^[13], Robot A 末端装配有夹持器和用于测量的手眼相机, Robot B 抓持目标,并可带动目标运动.利用该实验系统,对上述规划方法进行了多次、多条直线的奇异回避路径规划实验,限于篇幅,在此给出了其中的一个实验结果.初始时刻, Robot A 的关节角为(相对于零位的转动角度)

$$\Theta_0 = [0.1270, 26.2482, -15.5262, 5.8451, -18.0758, -5.3514]^T \quad (29)$$

末端初始位姿(位置 \mathbf{p}_{e0} , 单位: m; 姿态 Ψ_{e0} , 单位: °) 和期望位姿(位置 \mathbf{p}_{ed} 和姿态 Ψ_{ed}) 分别为

$$\mathbf{X}_{e0} = \begin{bmatrix} 1.0069, 0.1013, 0.7514 \\ -1.5077, -82.7246, -176.5677 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{X}_{ed} = \begin{bmatrix} 1.5033, 0.0267, 0.7554 \\ 179.8249, -79.1117, -2.4886 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Robot A 将通过腕部奇异区域捕获 Robot B 所持的目标.末端运动速度按梯形规划,实验结果如图6和图7所示.其中,图6为规划的机械臂关节角速度,可见在奇异点附近,关节角速度没有发生突变,而是平滑地通过奇异区.运动过程中机器人末端当前位姿相对于期望位姿的误差曲线如图7所示.位置、姿态误差是通过安装在机械臂末端相机测出的,在工作坐标系中其分别表示为

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{A}_e (\mathbf{p}_{ed} - \mathbf{p}_e) = [\Delta p_{ex} \ \Delta p_{ey} \ \Delta p_{ez}]^T$$

$$\Delta \mathbf{A} = (\mathbf{A}_{ed})^T \cdot \mathbf{A}_e \Rightarrow \Delta \Psi = [\Delta \alpha_e \ \Delta \beta_e \ \Delta \gamma_e]^T$$

其中, \mathbf{A}_e 、 \mathbf{A}_{ed} 为根据末端当前姿态角 Ψ_e 和期望姿态角 Ψ_{ed} 计算的 3×3 姿态变换矩阵, $\Delta \mathbf{A}$ 为根据 \mathbf{A}_e 和 \mathbf{A}_{ed} 计算的姿态误差矩阵.

实验结果表明,本文提出的“奇异分离 + 阻尼倒数”的奇异回避算法,在实际中能成功回避机器人的运动学奇异,完成预期任务.

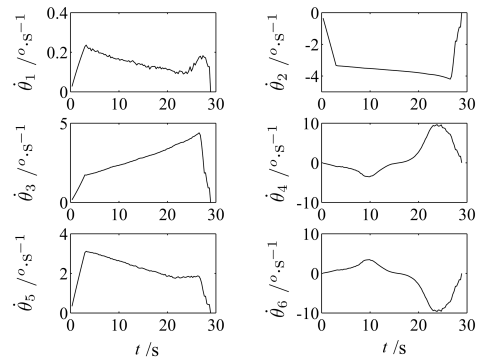


图6 关节角的实际运动速度

Fig. 6 Actual joint rate

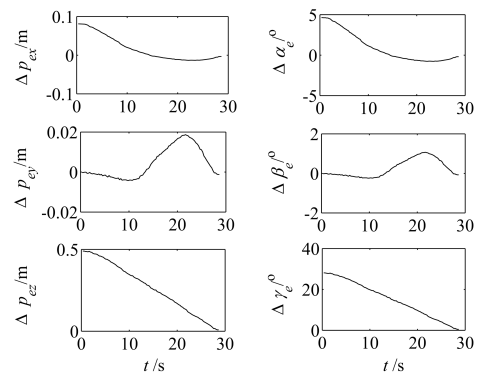


图7 避奇异路径规划实验中末端位姿误差

Fig. 7 The position and attitude errors of the end-effector

4 结论

本文提出的“奇异分离 + 阻尼倒数”方法,不

需要对 Jacobian 矩阵进行 SVD 分解, 也不需要实时估计其最小奇异值, 而是直接得到各关节角速度的解析表达式, 运算量小, 实时性高; 而且该方法仅牺牲机器人末端部分方向的精度. 误差分析结果表明, 阻尼系数产生的速度误差与真值成比例, 因此, 在规划末端运动速度时, 使相应的速度分量在奇异区内逐渐减小到 0, 可进一步减小运动误差. 另外, 从上面的推导过程可知, 该方法也可推广到其他机械臂结构中, 只需针对具体的逆运动学公式, 把影响奇异的参数分离出来, 用阻尼倒数代替其倒数, 即可进行奇异回避处理, 且取得较好的结果. 对于如 Standford 机械臂、PUMA 类型机械臂等常用的工业机器人具有非常好的应用前景. 今后的研究将集中在最优阻尼系数的计算和最佳调整函数的设计, 以及在并联机器人上的运用等, 以充分发挥其潜力.

References

- Chiaverini S, Siciliano B, Egeland O. Review of the damped least-squares inverse kinematics with experiments on an industrial robot manipulator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1994, **2**(2): 123–134
- Huang Lei-Guang, Li Yao-Tong. An extended form of damped pseudo inverse control of kinematically redundant manipulators. *Acta Automatica Sinica*, 1998, **24**(3): 315–322
(黄磊光, 李耀通. 用阻尼伪逆法控制冗余度机器人的一种新方案. *自动化学报*, 1998, **24**(3): 315–322)
- Chiaverini S. Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, **13**(3): 398–410
- Cheng F T, Hour T L, Sun Y Y, Chen T H. Study and resolution of singularities for a 6-DOF PUMA manipulator. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 1997, **27**(2): 332–343
- Kim J, Marait G, Chung W K, Yun J. A general singularity avoidance framework for robot manipulators: task reconstruction method. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, LA: IEEE, 2004. 4809–4814
- Nenchev D N, Tsumaki Y, Uchiyama M. Singularity-consistent parameterization of robot motion and control. *International Journal of Robotics Research*, 2000, **19**(2): 159–182
- Tchon K, Muszynski R. Singular inverse kinematic problem for robotic manipulators: a normal form approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, **14**(1): 93–104
- Nokleby S B. Singularity analysis of the Canadarm2. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, **42**(4): 442–454
- Lian Guang-Yu, Sun Zeng-Qi. Singular path tracking in the vicinity of bifurcations. *Robot*, 2003, **25**(1): 48–52
(连广宇, 孙增圻. 分支点邻域内的奇异路径跟踪. *机器人*, 2003, **25**(1): 48–52)
- Lian Guang-Yu, Sun Zeng-Qi. Singular path tracking algorithm for non-redundant robot manipulators. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2003, **43**(4): 495–498
(连广宇, 孙增圻. 非冗余机械臂奇异路径跟踪算法. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, **43**(4): 495–498)
- Wang Han-Lei. Research of Kinematics Singularity and First-Order Redundant Kinematic Planning of Robot Manipulators [Master dissertation], Harbin Institute of Technology, 2006
(王汉磊. 机器人运动学奇异与冗余运动规划一阶方法的研究 [硕士学位论文], 哈尔滨工业大学, 2006)
- Liu Yu, Jiang Yan-Shu, Sun Li-Ning. Research on parallel optimization scheme between singularity avoidance and minimum torque for a redundant manipulator. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2006, **38**(1): 1–3
(刘宇, 姜艳殊, 孙立宁. 冗余度机器人最小力矩与回避奇异并行优化. *哈尔滨工业大学学报*, 2006, **38**(1): 1–3)
- Xu W F, Liang B, Xu Y S, Li C, Qiang W Y. A ground experiment system of free-floating space robot for capturing space target. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2007, **48**(2): 187–208



徐文福 哈尔滨工业大学空间智能系统研究所讲师. 主要研究方向为空间机器人、视觉伺服控制. 本文通信作者.

E-mail: wfxu@robotsat.com

(XU Wen-Fu Lecturer in the Institute of Space Intelligent System, Harbin Institute of Technology. His research interest covers space robots and visual servoing control. Corresponding author of this paper.)



梁斌 哈尔滨工业大学空间智能系统研究所教授. 主要研究方向为空间机器人、控制理论及运用.

E-mail: bliang@robotsat.com

(LIANG Bin Professor in the Institute of Space Intelligent System, Harbin Institute of Technology. His research interest covers space robots, control science and application.)



刘宇 哈尔滨工业大学空间智能系统研究所讲师. 主要研究方向为机器人路径规划与标定.

E-mail: yliu@robotsat.com

(LIU Yu Lecturer in the Institute of Space Intelligent System, Harbin Institute of Technology. His research interest covers path planning and calibration of robots.)



李成 哈尔滨工业大学空间智能系统研究所副教授. 主要研究方向为空间机器人、控制理论及运用.

E-mail: cli@robotsat.com

(LI Cheng Associate professor in the Institute of Space Intelligent System, Harbin Institute of Technology. His research interest covers space robots, control science and application.)



强文义 哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授. 主要研究方向为智能机器人、控制理论及运用.

E-mail: wyqiang@hit.edu.cn

(QIANG Wen-Yi Professor in the Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology. His research interest covers intelligent robots, control science and application.)