

# 不完备多模型混合系统故障诊断的粒子滤波算法

段琢华<sup>1,2</sup> 蔡自兴<sup>1</sup> 于金霞<sup>1,3</sup>

**摘要** 针对模型不完备的混合动态系统故障诊断问题提出了一种粒子滤波算法. 系统未建模动态利用未知故障模式描述, 当存在未知模式时, 常规的粒子滤波器算法存在发散现象. 本文分析了常规粒子滤波器发散的原因, 提取了两个基于粒子集合的统计量: 粒子集的规格化因子  $W$  以及最大后验概率估计状态的信度  $B$ . 在此基础上设计了检测未知故障模式的阈值逻辑, 即当  $W$  几乎为 0 且  $B$  较小时离散状态为未知故障模式. 在一定假设下从理论上证明了算法的正确性. 通过不完备的非线性混合系统诊断问题验证了算法的有效性.

**关键词** 混合系统, 故障诊断, 不完备模型, 粒子滤波, 未知故障

**中图分类号** TP277

## Particle Filtering Algorithm for Fault Diagnosis of Multiple Model Hybrid Systems with Incomplete Models

DUAN Zhuo-Hua<sup>1,2</sup> CAI Zi-Xing<sup>1</sup> YU Jin-Xia<sup>1,3</sup>

**Abstract** A particle filtering algorithm is presented for fault diagnosis of hybrid dynamic systems with incomplete models. Un-modeled dynamics of complex systems is denoted as “unknown-fault”. Firstly, the divergence of general particle filter (GPF) for imperfect systems is discussed. Secondly, two kinds of statistics are put forward, i. e., normalization factor of particles ( $W$ ), and belief of maximal a-posteriori probability estimation state ( $B$ ). Thirdly, threshold logic is presented to detect unknown-faults, and its correctness is proved under some reasonable assumptions. The efficiency of the method is testified by the simulated results.

**Key words** Hybrid system, fault diagnosis, incomplete model, particle filtering, unknown fault

本文研究具有不完备模型的混合动态系统故障诊断问题. 混合动态系统是指离散和连续特性共存且相互作用的一类复杂系统<sup>[1]</sup>. 发生故障的系统是一个典型的混合动态系统, 包含离散的故障模式和连续的状态变量, 不同故障模式以及正常模式之间结构及参数互不相同, 其状态既可跳变也可以连续变化<sup>[2]</sup>.

在混合系统模型框架下对故障诊断进行研究有许多优势, 萧德云等对常被采用的模型如随机 Petri 网模型、马尔可夫链模型、混合键图模型和混合逻辑动态模型等进行了评述<sup>[1]</sup>. 王文辉等对在定性模型中加入定量信息的半定性方法进行了综述<sup>[3]</sup>. 赵

超等说明了基于马尔可夫链模型的交互多模型方法是混合系统故障诊断的值得注意的发展方向<sup>[2]</sup>. 周东华等强调, 基于解析模型的故障诊断方法的主要成果仍然集中在线性系统, 深入研究非线性系统的通用故障诊断技术具有重要意义<sup>[4]</sup>.

针对非线性情形, 基于粒子滤波的多模型混合系统故障诊断得到了广泛的研究<sup>[5-11]</sup>. 粒子滤波器是监视动态系统的蒙特卡罗 (Monte Carlo, 即随机选择) 方法, 通过带权样本 (即粒子) 集非参数化地近似概率分布. 粒子滤波器提供了一种计算上可行的方法, 来估计混合系统的状态. 除了计算上的优势外, 在单个粒子滤波器中可以同时表示离散和连续状态, 而且不受高斯假设的约束 (可以表示任意分布).

目前, 绝大多数研究都假设系统是完备的, 即系统的各种模式及其动力学模型是已知的. 文献 [2] 指出多模型估计的性能首先取决于系统的模型集, 目前研究总是人为地假设模型集满足互斥性和完备性的要求. 同样, 粒子滤波器收敛的前提之一是建议分布的支撑集涵盖了后验分布的支撑集<sup>[12]</sup>, 这就要求系统被完备地建模.

然而, 模型不完备是普遍存在的, 研究不完备系统的故障诊断问题具有很高的实用价值<sup>[13-14]</sup>. 文

收稿日期 2006-12-22 收修改稿日期 2007-05-30  
Received December 22, 2006; in revised form May 30, 2007  
国家自然科学基金 (60234030), 国家基础研究项目 (A1420060159)  
资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (60234030), National Basic Research Project of China (A1420060159)

1. 中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083 2. 韶关学院信息工程学院 韶关 512003 3. 河南理工大学计算机科学与技术系 焦作 454003

1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083 2. School of Information Engineering, Shaoguan University, Shaoguan 512003 3. Department of Computer Science and Technology, Hennan Polytechnic University, Jiaozuo 454003  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00581

献 [15] 在基于模型诊断 (Model-based diagnosis, MBD) 框架下研究了不完备模型诊断问题, 其对未知故障检测能力已在 Livingstone 中得到验证, 成功地监视和诊断了太空探测器 DS-1 的近 4<sup>80</sup> 种操作模式<sup>[16]</sup>. 该方法引入未知故障的概念, 未知故障不对系统元件的行为做任何假设. 文献 [17] 利用混合自动机模型对具有未知异常的混合系统进行诊断. MBD 方法的不足表现为: 为每个元件增加未知异常模式, 会显著地增加候选诊断数量, 这些未知的候选诊断代替了许多有意义的诊断<sup>[18]</sup>.

文献 [19] 提出了一种泛化分类器和判别分类器混合的方法来同时检测未知模式和诊断已知模式, 集成了泛化分类器对新类别的在线自适应能力和判别分类器对已知类别的快速识别能力, 它不要求系统被完备地建模, 但要求系统各种模式满足互斥性.

本文在粒子滤波框架下研究了不完备混合动态系统故障诊断问题. 其核心思想是提取两个基于粒子集合的统计量: 粒子集的规格化因子以及最大后验概率估计状态的信度, 并在此基础上设计了检测未知故障模式的阈值逻辑.

## 1 多模型混合系统估计的粒子滤波算法

### 1.1 多模型混合系统

多模型混合系统定义为

$$\dot{\mathbf{x}}_t = f(s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) + \mathbf{v}_t \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_t = h(s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) + \mathbf{n}_t \quad (2)$$

其中,  $s_t \in S$  表示时刻  $t$  的离散系统模式,  $S$  为离散系统模式的有限集合,  $\mathbf{x}_t \in \mathbf{R}^{n_x}$  表示系统在时刻  $t$  的多变量连续状态,  $\mathbf{z}_t \in \mathbf{R}^{n_z}$  表示时刻  $t$  的系统测量,  $\mathbf{u}_t \in \mathbf{R}^{n_u}$  表示时刻  $t$  的系统输入. 过程噪声  $\mathbf{v}_t$  和测量噪声  $\mathbf{n}_t$  为相互独立的白噪声序列.

状态方程 (1) 刻画了系统连续状态转移概率  $p(\mathbf{x}_{t+1}|s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t)$ , 测量模型 (2) 刻画了似然概率  $p(\mathbf{z}_t|s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t)$ .  $\{s_t\}$  表示状态随时间演化的离散一阶马尔可夫链, 转移概率为  $\pi_{ij} = p(s_t = j|s_{t-1} = i)$ ,  $i, j \in S$ .

记  $\mathbf{z}_{1..t} = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t]$ ,  $\mathbf{u}_{1..t} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_t]$ , 从贝叶斯滤波角度, 故障诊断的核心步骤是估计后验分布  $p(s_t, \mathbf{x}_t|\mathbf{z}_{1..t}, \mathbf{u}_{1..t})$  的边缘分布  $p(s_t|\mathbf{z}_{1..t}, \mathbf{u}_{1..t})$ . 后验分布的递推估计可通过如下贝叶斯滤波器获得

$$p(s_t, \mathbf{x}_t|\mathbf{z}_{1..t}, \mathbf{u}_{1..t}) = \eta_t p(\mathbf{z}_t|s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \int \sum_{s_{t-1}} p(s_{t-1}, \mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{z}_{1..t-1}, \mathbf{u}_{1..t-1}) p(s_t, \mathbf{x}_t|s_{t-1}, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}) d\mathbf{x}_{t-1} =$$

$$\eta_t p(\mathbf{z}_t|s_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t) \int \sum_{s_{t-1}} p(s_{t-1}, \mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{z}_{1..t-1}, \mathbf{u}_{1..t-1}) p(s_t|s_{t-1}) p(\mathbf{x}_t|s_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}) d\mathbf{x}_{t-1} \quad (3)$$

其中,  $\eta_t$  为标准化因子. 对于非线性、非高斯系统而言, 式 (3) 中的积分没有闭合形式的解.

### 1.2 混合系统诊断的常规粒子滤波算法

为计算式 (3), 常规的粒子滤波算法 (General particle filter, GPF) 通过  $N$  个完全实例化的状态样本 (即粒子) 集合  $\{(s^{[1]}, \mathbf{x}^{[1]}), \dots, (s^{[N]}, \mathbf{x}^{[N]})\}$  及重要性权值  $\{w^{[1]}, \dots, w^{[N]}\}$  来近似后验概率分布, 即

$$\hat{p}_N(s_t, \mathbf{x}_t|\mathbf{z}_{1..t}, \mathbf{u}_{1..t}) = \sum_{i=1}^N w_t^{[i]} \delta_{s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]}}(s_t, \mathbf{x}_t) \quad (4)$$

其中,  $\delta(\cdot)$  表示 Dirac delta 函数. 由于不能从真实后验分布提取样本, 采取从建议分布 (或称重要性分布)  $q(\cdot)$  提取样本, 重要性权值用于处理建议分布  $q(\cdot)$  和真实分布  $p(\cdot)$  之间的差异. 若建议分布采用转移分布, 即

$$q(\cdot) = p(s_t, \mathbf{x}_t|s_{t-1}, \mathbf{x}_{t-1}) = p(s_t|s_{t-1}) p(\mathbf{x}_t|s_t, \mathbf{x}_{t-1}) \quad (5)$$

则权重  $w_t^{[i]}$  可以递推地计算<sup>[11]</sup>

$$w_t^{[i]} \propto w_{t-1}^{[i]} p(\mathbf{z}_t|s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]}) \quad (6)$$

为了使权重和为 1, 必须对权重进行规格化处理

$$w_t^{[i]} = \frac{w_t^{[i]}}{\sum_{j=1}^N w_t^{[j]}} \quad (7)$$

故障识别过程是计算最大后验概率 (Maximal a-posteriori probability, MAP) 状态

$$\hat{s}_t^{MAP} = \underbrace{\arg \max}_{s_t} \hat{p}_N(s_t|\mathbf{z}_{1..t}) \quad (8)$$

其中  $\hat{p}_N(s_t|\mathbf{z}_{1..t})$  为后验分布的边缘分布.

已经证明, 若  $q(\cdot)$  的支撑集涵盖了  $p(\cdot)$  的支撑集, 则当  $N \rightarrow \infty$  时, 式 (4) 中的近似达到真实后验分布<sup>[19]</sup>.

通常情况下, 为避免由于样本退化导致的计算资源浪费, 粒子滤波还必须进行重采样过程. 重采样根据样本权重对样本进行复制, 重采样后所有粒子的权重都相同, 即为  $1/N$ .

GPF 在满足以下假设条件时可以收敛于真实状态 (证明见第 2.2 节定理 2):

假设 1.  $q(\cdot)$  的支撑集涵盖了  $p(\cdot)$  的支撑集, 即  $\{x|q(x) > 0\} \supseteq \{x|p(x) > 0\}$ ;

假设 2.  $S$  的每个状态都被采样;

假设 3. 不同模式之间具有明显的差别.

其中假设 1 为所有粒子滤波器收敛的必要条件<sup>[20]</sup>. 假设 2 虽然比较苛刻, 但文献 [5] 提出了一种确保其满足的机制, 其代价是粒子数目不小于模式数目, 对于系统模式数目非常大的复杂系统将要求非常多的粒子. 假设 3 是对混合系统模式切换导致系统跳变的刻画. GPF 为混合动态系统估计问题提供了一种通用的解决方案. 但对于不完备系统而言, GPF 可能发散 (参见第 2.2 节推论 1).

## 2 不完备系统诊断的粒子滤波器算法

### 2.1 不完备混合动态系统

不完备混合动态系统泛指具有未建模动态的混合动态系统, 未建模动态具有与已知各种模式不同的行为.

定义 1. 已知系统模式空间 ( $S$ ) 定义为所有已知模式的集合, 即  $S = \{s|s \text{ 的动态模型被确定}\}$ .

定义 2. 未知故障模式泛指与各种已知模式 (包括正常模式) 具有不同动态行为的系统模式, 用  $s_u = 0$  表示. 未知故障模式确定的系统动态模型是未知的.

定义 2 对未知模式的刻画包含两层含义: 1) 未知模式所确定的动态模型是未知的; 2) 未知模式与任何一种已知模式的行为具有明显的差异.

### 2.2 未知模式的检测

定义 3. 权重规格化过程之前得到的权重  $\tilde{w}^{[i]} = p(\mathbf{x}^{[i]})/q(\mathbf{x}^{[i]})$  为非规格化权重, 令  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}^{[i]}$  为规格化因子, 则规格化后的权重为  $w^{[i]} = \tilde{w}^{[i]}/W$ .

定义 4. 令  $e_t^{[i]} = \|\mathbf{z}_t^{[i]} - \mathbf{z}_t\|$  表示粒子  $(s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})$  的估计误差, 其中  $\mathbf{z}_t^{[i]} = h(s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]}, \mathbf{x}_t)$  表示该粒子的预期输出. 特别地, 设系统真实模式为  $s_t = k$ , 粒子  $(s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})$  的估计模式为  $s_t^{[i]} = l$ , 其估计误差记为  $e_{t(k,l)}^{[i]}$ .

显然, 根据假设 3 有  $e_{t(k,l)}^{[i]} \gg e_{t(k,k)}^{[i]} (k \neq l)$ .

定理 1. 设似然概率  $p(\mathbf{z}_t|\mathbf{x}_t^{[i]}, s_t^{[i]})$  随估计误差  $e_t^{[i]}$  的增加而迅速减小, 则  $\tilde{w}_{t(k,l)}^{[i]} \ll \tilde{w}_{t(k,k)}^{[i]} (k \neq l)$ .

证明. 据式 (6) 有  $\tilde{w}_t^{[i]} = w_{t-1}^{[i]} p(\mathbf{z}_t|s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})$ , 由于重采样后  $w_{t-1}^{[i]}$  均为  $1/N$ , 因此有  $\tilde{w}_t^{[i]} = p(\mathbf{z}_t|s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})/N$ . 又  $e_{t(k,l)}^{[i]} \gg e_{t(k,k)}^{[i]} (k \neq l)$ , 因此,  $\tilde{w}_{t(k,l)}^{[i]} \ll \tilde{w}_{t(k,k)}^{[i]} (k \neq l)$ .  $\square$

定理 1 中的假设在实际系统中是合理和有效的. 测量模型必须反映期望值和测量值之间的差异, 许

多传感器的测量模型可以简化为高斯分布. 特别地, 对于  $p(\mathbf{z}_t|s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})$  为高斯分布的情形, 有

$$\begin{aligned} \tilde{w}_t^{[i]} &= \frac{p(\mathbf{z}_t|s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})}{N} = \\ &= \frac{1}{N(2\pi)^{d/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_t^{[i]} - \mathbf{z}_t)^T \Sigma^{-1}(\mathbf{z}_t^{[i]} - \mathbf{z}_t)\right] = \\ &= \frac{1}{N(2\pi)^{d/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(r_t^{[i]})^2\right] \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $r_t^{[i]} = \sqrt{(\mathbf{z}_t^{[i]} - \mathbf{z}_t)^T \Sigma^{-1}(\mathbf{z}_t^{[i]} - \mathbf{z}_t)}$  为实际测量  $\mathbf{z}_t$  与粒子期望  $\mathbf{z}_t^{[i]}$  之间的 Mahalanobis 距离,  $\Sigma$  为测量噪声的协方差阵. 似然概率与 Mahalanobis 距离之间的关系如图 1 所示.

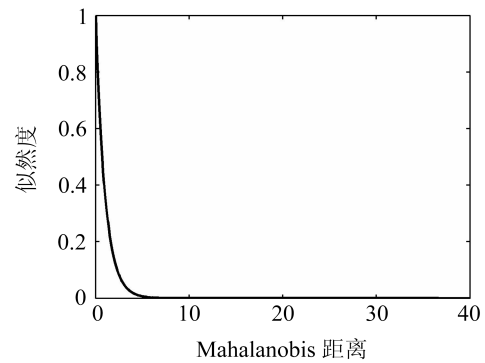


图 1 似然概率与期望和测量之间 Mahalanobis 距离的关系

Fig. 1 Relations of likelihood probability and Mahalanobis distance between expected and actual measurements

定理 2. 若假设 1~3 成立, 则最大后验概率估计  $\hat{s}_t^{MAP}$  收敛于真实状态.

证明. 设真实的系统模式为  $k$ , 根据假设 2, 至少有一个粒子  $(\mathbf{x}_t^{[i]}, s_t^{[i]})$  的估计是正确的 (即  $s_t^{[i]} = k$ ), 因此  $p(s_t = k) \geq \tilde{w}_{t(k,k)}^{[i]}$ . 对于任何一个非真实模式  $l (k \neq l)$ , 设落入该模式的粒子数目为  $N_l$ , 根据定理 1 有  $p(s_t = l) = \sum_{s_t^{[i]}=l} \tilde{w}_{t(k,l)}^{[i]} = N_l \tilde{w}_{t(k,l)}^{[i]} \ll \tilde{w}_{t(k,k)}^{[i]}$ , 因此  $\hat{s}_t^{MAP} = k$ .  $\square$

当系统存在未知的模式时, 假设 1 和 2 将不再成立, 因而算法 GPF 可能不收敛. 事实上, 当真实状态为未建模模式时, 由于该模式不在系统模式集合中, GPF 将不可能收敛于真实模式.

推论 1. 当真实状态为未知模式时, 利用 GPF 对已知系统模式空间进行估计将发散.

证明. 结论是显然的, 因为真实状态不在  $S$  中.  $\square$

推论 2. 当真实状态为已知模式时, 在满足假设 2 和 3 的情况下, 利用 GPF 对已知系统模式空间进

行估计将收敛于真实状态.

**证明.** 假设 2 确保了真实状态被采样. 由定理 1 可知, 采样为真实状态的粒子权重将远远大于非真实状态的粒子权重, 因而 GPF 得到的最大后验概率估计为真实状态.  $\square$

**定理 3.** 当系统真实模式为未知模式时, 以下结论成立: 1) 所有粒子的权重都是微不足道的 (几乎为 0); 2) 粒子集的规格化因子  $W_t = \sum_{i=1}^N w_t^{[i]}$  是微不足道的 (几乎为 0).

**证明.** 当真实模式为未知模式时, 所有的粒子都与真实模式不匹配, 根据定理 1 可知所有粒子的权重都远远小于 1 (例如:  $1E-50$ ). 考虑计算代价对于粒子数目的限制, 粒子集的规格化因子仍然是微不足道的.  $\square$

例如, 单个粒子的非规格化权重小于  $1E-50$  时, 1 000 000 个粒子的规格化因子小于  $1E-44$ .

**推论 3.** 当系统真实模式为未知模式时, 规格化过程导致信息丢失.

**证明.** 当系统真实模式为未知模式时, 由定理 3 可知规格化因子微不足道, 但经过规格化后变为 1. 规格化过程一方面将微不足道的权都进行了放大, 另一方面由于所有粒子的权都近似地接近 0, 规格化后权重趋于相同, 即  $1/N$ . 所有粒子权重相同是  $q(\cdot) = p(\cdot)$  的重要特征<sup>[12]</sup>, 而当真实模式为未知模式时, 建议分布与后验分布的差异是很大的, 但是权重规格化过程将这一差异掩盖了.  $\square$

根据定理 3 以及推论 3, 为了避免规格化过程导致信息丢失, 本文采取的策略是在规格化过程之前, 将规格化因子保留下来.

**定理 4.** 当  $\hat{s}_t^{MAP}$  为真实状态时, 其信度  $\hat{B}_t^{MAP}$  远远大于其他所有状态的信度之和, 即  $\hat{B}_t^{MAP} \gg 1 - \hat{B}_t^{MAP}$ ; 若  $\hat{s}_t^{MAP}$  不为真实状态, 则其信度  $\hat{B}_t^{MAP}$  不比其他状态的信度明显的大.

**证明.** 根据定理 1, 当  $\hat{s}_t^{MAP}$  为真实状态时, 其概率质量远远大于其他状态的概率质量. 若  $\hat{s}_t^{MAP}$  不为真实状态, 则其他被采样的状态也不是真实状态, 导致所有粒子的非规格化权重都几乎为 0, 所以  $\hat{B}_t^{MAP}$  不比其他状态的信度明显的大.  $\square$

例如, 图 2 显示了两种典型的最大后验估计及其概率质量. 图 2(a) 为典型的误诊, MAP 估计为 11, 但其信度 (0.0044) 并不比其他状态明显的高. 图 2(b) 为典型的估计正确的情况, 真实状态的信度为 1.

根据定理 3 和 4, 本文设计以下两个基于粒子集的统计量来检测未知故障.

统计量 1: 规格化因子  $W_t = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_t^{[i]}$ .

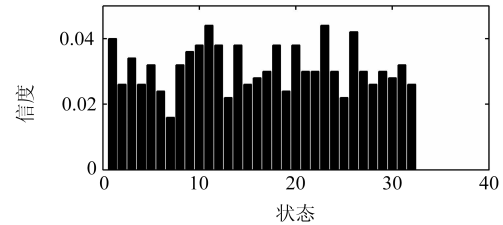
统计量 2: MAP 状态估计  $\hat{s}_t^{MAP}$  的信度  $\hat{B}_t^{MAP}$

$$= \sum_{i=1}^N w_t^{[i]} \delta(s_t^{[i]} - \hat{s}_t^{MAP}).$$

其中, 规格化因子  $W_t$  在规格化过程之前计算, MAP 估计的信度  $\hat{B}_t^{MAP}$  则在规格化过程之后计算.

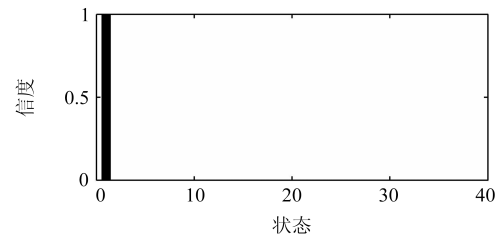
根据定理 3 和 4, 可以由以下逻辑判断确定当前状态是否为未知模式:

若  $W_t < \alpha$  且  $\hat{B}_t^{MAP} < \beta$ , 则当前状态为未知模式.



(a) 异常情况

(a) Abnormal situation



(b) 正常情况

(b) Normal situation

图 2 两种典型的最大后验概率估计及其概率质量  
Fig. 2 Two typical belief states obtained from the particle filter

### 2.3 阈值 $\alpha$ 和 $\beta$ 的确定

对于似然密度为高斯密度的情形, 设  $r_{t(k,l)}^{[i]} > d \gg r_{t(k,k)}^{[i]}$  ( $k \neq l$ ), 其中  $d$  表示模式不匹配时期望值与测量值之间的 Mahalanobis 距离下限.

当真实状态  $s_t = s_u \notin S$  时, 据式 (9) 有  $W_t = \sum_{i=1}^N \hat{w}_t^{[i]} < \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}d^2]$ .

当估计状态  $\hat{s}_t^{MAP}$  为真实状态时, 至少有 1 个粒子的权重为  $w_{t(k,k)}^{[i]}$ , 则  $W_t \gg \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}d^2]$ . 因此可以设置

$$\alpha = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}d^2] \quad (10)$$

根据定理 3 和 4 可知, 当  $\hat{s}_t^{MAP}$  为真实状态时有  $\hat{B}_t^{MAP} \gg 1 - \hat{B}_t^{MAP}$ , 即  $\hat{B}_t^{MAP} \gg 0.5$ . 而当  $\hat{s}_t^{MAP}$  不是真实状态时, 每个被采样状态的信度接近平均水平, 因此只略大于  $1/|S|$ . 考虑到  $S$  中至少包含两个状态, 因此可以选择  $\beta$  在 0.6 至 0.9 之间.

## 2.4 不完备模型诊断的粒子滤波算法

不完备模型粒子滤波器 (Particle filter for incomplete models, PFIM) 算法如下:

**步骤 1. 初始化.**

1.1 设置粒子数目  $N$ , 参数  $\alpha$  及  $\beta$ , 已知模式空间  $S$ , 先验分布  $p(s_0)$ , 转移概率  $\pi_{ij} = p(s_t = j | s_{t-1} = i)$ ,  $i, j \in S$ ;

1.2 从先验分布  $p(s_0)$  采样离散状态  $s_0^{[i]}$ ;

1.3 从先验分布  $p(\mathbf{x}_0 | s_0^{[i]})$  采样连续状态样本  $\mathbf{x}_0^{[i]}$ .

对于每一时间步  $t$ , 递归地进行预测、更新、估计以及重采样过程 (步骤 2~8).

**步骤 2. 状态预测 (重要性采样).**

2.1 根据离散状态转移概率抽取离散样本  $\{s_t^{[i]}\}$ ,  $s_t^{[i]} \sim p(s_t | s_{t-1}^{[i]})$ ;

2.2 根据样本的离散状态确定连续状态转移概率抽取样本  $\{\mathbf{x}_t^{[i]}\}$ ,  $\mathbf{x}_t^{[i]} \sim p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}^{[i]}, s_t^{[i]})$ .

**步骤 3. 权重更新.**

3.1 根据测量方程计算非规格化权重  $\tilde{w}_t^{[i]} = w_{t-1}^{[i]} p(\mathbf{z}_t | s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})$ ;

3.2 计算规格化因子  $W_t = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_t^{[i]}$ ;

3.3 计算边缘分布  $\hat{p}_N(s_t | \mathbf{z}_{1:t}) = \sum_{i=1}^N (\tilde{w}_t^{[i]} \times \delta_{s_t^{[i]}}(s_t))$ .

**步骤 4. 状态估计  $\hat{s}_t^{MAP} = \arg \max_{s_t} \hat{p}_N(s_t | \mathbf{z}_{1:t})$ .**

**步骤 5. 权重规格化  $w_t^{[i]} = \tilde{w}_t^{[i]} / W_t$ .**

**步骤 6. 计算统计量  $\hat{B}_t^{MAP} = \sum_{i=1}^N w_t^{[i]} \delta(s_t^{[i]} - \hat{s}_t^{MAP})$ .**

**步骤 7. 未知故障检测.**

如果  $W_t < \alpha$  且  $\hat{B}_t^{MAP} < \beta$ , 则  $\hat{s}_t^{MAP} = s_u$ .

**步骤 8. 重采样.**

8.1 产生新的样本集  $\{(s_t^{[i]*}, \mathbf{x}_t^{[i]*})\}_{i=1}^N$ , 使得  $p((s_t^{[i]*}, \mathbf{x}_t^{[i]*}) = (s_t^{[j]}, \mathbf{x}_t^{[j]})) = w_t^{[j]}$ ;

8.2  $\{(s_t^{[i]}, \mathbf{x}_t^{[i]})\}_{i=1}^N = \{(s_t^{[i]*}, \mathbf{x}_t^{[i]*})\}_{i=1}^N$ ,  $w_t^{[i]} = 1/N$ .

相对于 GPF, PFIM 算法的主要改进包括: 1) 步骤 3.2 保存了规格化因子; 2) 步骤 6 计算最大后验估计状态的信度; 3) 步骤 7 检测未知故障, 步骤 7 包含两层含义, 若条件满足则检测为未知故障, 否则维持步骤 4 的估计.

## 3 实验分析

考察以下非线性混合系统估计问题, 设系统有 3 种已知模式和 1 种未知模式, 已知模式空间为  $S = \{1, 2, 3\}$ , 未知模式为  $s_u = 0$ . 各模式确定的连续状

态方程为

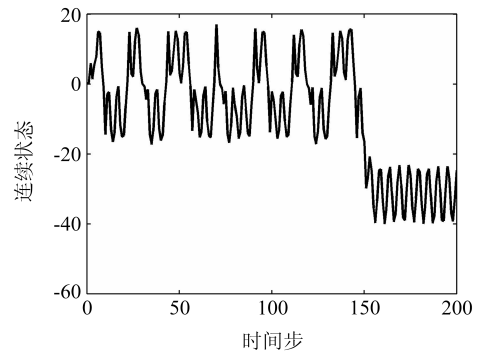
$$x_t = \frac{1}{2}x_{t-1} + \frac{25x_{t-1}}{1+x_{t-1}^2} + 8\cos(1.2t) + a(s_t) + v_t \quad (11)$$

测量模型为

$$z_t = \frac{x_t^2}{20} + b(s_t) + n_t \quad (12)$$

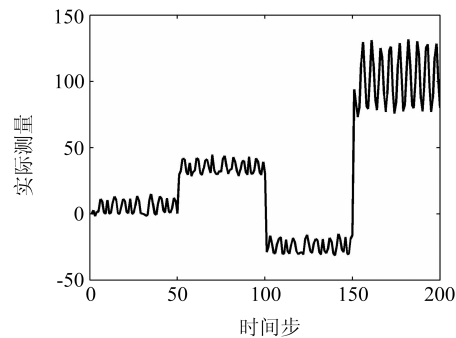
其中  $a(s_t)$ ,  $b(s_t)$  为跳变参数, 设为  $a(1) = a(2) = a(3) = 0$ ,  $b(1) = 0$ ,  $b(2) = 30$ ,  $b(3) = -30$ . 过程噪声和测量噪声为  $v_t \sim N(0, 0.1)$ ,  $n_t \sim N(0, 1)$ .

根据系统模型构造 200 个仿真数据, 其中时间步 1~50 系统工作于模式 1, 时间步 51~100 系统工作于模式 2, 时间步 101~150 系统工作于模式 3, 时间步 151~200 系统工作于未知模式. 仿真数据如图 3 所示 (注: 在产生仿真数据的过程中, 未知模式下的数据通过设置不同的模型参数产生, 具体为  $a(0) = -15$ ,  $b(0) = 50$ . 但在粒子滤波算法中只提供 3 种已知模式的模型, 因此可以用于验证本文方法的有效性).



(a) 连续状态

(a) Continuous states



(b) 实际测量

(b) Actual measurements

图 3 连续状态以及测量数据

Fig. 3 Continuous state and measurement data

常规粒子滤波器 (GPF) 以及不完备模型粒子滤波器 (PFIM) 的离散状态估计结果如图 4(a) 所示. PFIM 中的规格化因子以及最大后验概率状态信度分别如图 4(b), (c) 所示. PFIM 中设置  $\alpha = 1E-045$ ,  $\beta = 0.7$ . 两种粒子滤波器的粒子数目均设置为 500, 图 4(a) 说明: 1) GPF 和 PFIM 对已知模式都能正确识别; 2) 对于未知模式, GPF 的 MAP 估计表现出随机性, 而 PFIM 能正确地检测未知异常. 图 4(b), (c) 进一步说明, 当系统处于未知模式时, 规格化因子几乎为 0, MAP 估计的信度也较低; 而当系统处于已知模式时, 规格化因子较大且 MAP 估计的信度几乎为 1.

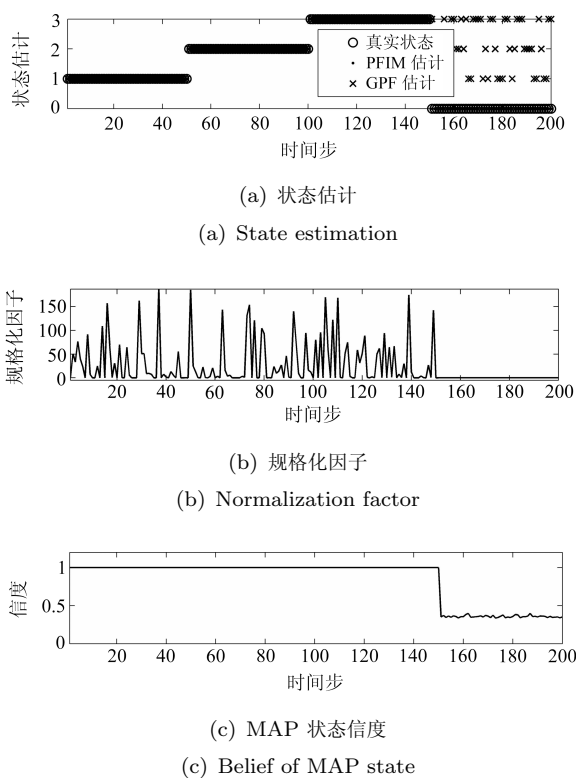


图 4 离散状态估计、规格化因子以及最大后验概率状态信度

Fig. 4 Discrete state estimation, normalization factor and belief of MAP state

## 4 结论

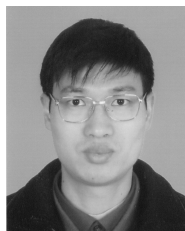
- 1) 模型不完备时常规粒子滤波器规格化过程导致信息丢失;
- 2) 规格化因子以及 MAP 状态信度两个统计量可以检测未知故障;
- 3) PFIM 为粒子滤波器提供了检测未建模动态的能力, 可以指导研究人员进一步分析和完善系统模型. 另一方面, 当粒子滤波器对未知模式敏感时,

可以根据需要将故障空间约束到某个重要的故障子集以获得更高的效率但不至导致漏诊. 在以后的工作中将对这两方面进行研究.

## References

- 1 Xiao De-Yun, Mo Yi-Wei. Advance in research on fault diagnosis in hybrid dynamical systems. *Journal of Shanghai Maritime University*, 2001, **22**(3): 5-12  
(萧德云, 莫以为. 混合动态系统故障诊断研究进展. 上海海运学院学报, 2001, **22**(3): 5-12)
- 2 Zhao Chao, Zhang Jun-Chang. Fault detection of control system and multi-model estimation method. *Systems Engineering and Electronics*, 2001, **23**(7): 63-65  
(赵超, 张君昌. 控制系统故障检测与多模型混合估计. 系统工程与电子技术, 2001, **23**(7): 63-65)
- 3 Wang Wen-Hui, Zhou Dong-Hua. Survey on qualitative/semi-qualitative based fault detection and diagnostics techniques. *Control Theory and Applications*, 2002, **19**(5): 653-659  
(王文辉, 周东华. 基于定性和半定性的故障检测与诊断技术. 控制理论与应用, 2002, **19**(5): 653-659)
- 4 Zhou Dong-Hua, Ye Yin-Zhong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 10-14  
(周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000. 10-14)
- 5 Mo Yi-Wei, Xiao De-Yun. Hybrid system monitoring and diagnosing based on particle filter algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2003, **29**(5): 641-648  
(莫以为, 萧德云. 基于粒子滤波算法的混合系统故障监测与诊断. 自动化学报, 2003, **29**(5): 641-648)
- 6 Mo Yi-Wei, Xiao De-Yun. Fault diagnosis of hybrid systems based on the evolutionary particle filter. *Control and Decision*, 2004, **19**(6): 611-615  
(莫以为, 萧德云. 基于进化粒子滤波器的混合系统故障诊断. 控制与决策, 2004, **19**(6): 611-615)
- 7 Yang Xiao-Jun, Pan Quan, Zhang Hong-Cai. Adaptive multi-model diagnosis using Monte Carlo method. *Control Theory and Applications*, 2005, **22**(5): 723-727  
(杨小军, 潘泉, 张洪才. 基于 Monte Carlo 方法的自适应多模型诊断. 控制理论与应用, 2005, **22**(5): 723-727)
- 8 Verma V, Gordon G, Simmons R, Thrun S. Real-time fault diagnosis (robot fault diagnosis). *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2004, **11**(2): 56-66
- 9 Xu Hui, Shi Xiu-Hua, Cao Yong-Hui. Failure detection and diagnosis of sensor using adaptive interacting multiple model algorithm. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2005, **18**(2): 269-271  
(许晖, 石秀华, 曹永辉. 基于自适应交互多模型算法的传感器故障诊断. 传感技术学报, 2005, **18**(2): 269-271)
- 10 Xiao De-Yun, Mo Yi-Wei. Fault diagnosis based on hybrid state estimation. *Acta Automatica Sinica*, 2004, **30**(6): 980-985  
(萧德云, 莫以为. 基于混合系统状态估计的故障诊断. 自动化学报, 2004, **30**(6): 980-985)

- 11 Duan Z H, Cai Z X, Yu J X. Fuzzy adaptive particle filter algorithm for mobile robot fault diagnosis. In: Proceedings of the 13th International Conference on Neural Information Processing. Hong Kong, China: Springer, 2006. 711–720
- 12 Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, Clapp T. A tutorial on particle filters for on-line nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 174–188
- 13 MacCallum R C. Working with imperfect models. *Multivariate Behavioral Research*, 2003, **38**(1): 113–139
- 14 Hofbauer M W, Williams B C. Mode estimation of probabilistic hybrid systems. In: Proceedings of the 5th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control. California, USA: Springer, 2002. 253–266
- 15 Bonarini A, Sassaroli P. Opportunistic multimodel diagnosis with imperfect models. *Information Science*, 1997, **103**(1): 161–185
- 16 Williams B C, Nayak P. A model-based approach to reactive selfconfiguring systems. In: Proceedings of the 13th National Conference on Artificial Intelligence. California, USA: IEEE, 1996. 971–978
- 17 Hofbauer M W, Williams B C. Hybrid diagnosis with unknown behavioral modes. In: Proceedings of the 13th International Workshop on Principles of Diagnosis. Semmering, Austria: IEEE, 2002. 97–105
- 18 Console L, Dupre D T, Torasso P. A theory of diagnosis for incomplete causal models. In: Proceedings of the 11th International Joint Conference on Artificial Intelligence. San Mateo, Canada: Morgan-Kaufmann Publishers, 1989. 1311–1317
- 19 Smyth P. Markov monitoring with unknown states. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1994, **12**(9): 1600–1612
- 20 Crisan D, Doucet A. A survey of convergence results on particle filtering for practitioners. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(3): 736–746



**段琢华** 博士, 副教授. 主要研究方向为机器人学、模式识别以及故障诊断. 本文通信作者.

E-mail: duanzhuohua@163.com

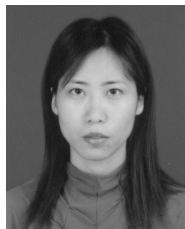
(**DUAN Zhuo-Hua** Ph.D., associate professor. His research interest covers robotics, pattern recognition, and fault diagnosis. Corresponding author of this paper.)



**蔡自兴** 教授. 主要研究方向为机器人学、人工智能以及智能控制.

E-mail: zxcai@csu.edu.cn

(**CAI Zi-Xing** Professor. His research interest covers robotics, artificial intelligence, and intelligent control.)



**于金霞** 博士, 讲师. 主要研究方向为智能系统和移动机器人导航.

E-mail: mellisa2002@163.com

(**YU Jin-Xia** Ph.D., lecturer. Her research interest covers intelligent system and mobile robot navigation.)