

# 基于信息融合最优估计的非线性离散系统预测控制

甄子洋<sup>1</sup> 王志胜<sup>1</sup> 王道波<sup>1</sup>

**摘要** 针对非线性离散系统的二次型最优预测控制问题, 提出了一种基于信息融合最优估计的迭代预测控制算法. 通过融合二次型性能指标函数中包含的未来参考轨迹和控制能量的软约束信息, 以及系统状态方程和输出方程的硬约束信息, 获得协状态序列和控制序列的最优估计. 通过二自由度机器人操作手的转移控制仿真, 表明了该控制算法具有良好的稳定性和鲁棒性.

**关键词** 信息融合, 预测控制, 非线性离散系统, 最优估计  
**中图分类号** TP273

## Predictive Control Based on Information Fusion Optimal Estimation for Nonlinear Discrete System

ZHEN Zi-Yang<sup>1</sup> WANG Zhi-Sheng<sup>1</sup> WANG Dao-Bo<sup>1</sup>

**Abstract** For the quadratic optimal predictive control problem of the nonlinear discrete system, an iterative predictive control algorithm based on nonlinear information fusion optimal estimation is presented in this paper. By fusing the soft constraints information of the future reference trajectory and the control energy in the quadratic performance index function, and the hard constraints information supplied by the system state equation and the output equation, the optimal estimations of the co-state sequence and the control variable sequence are obtained. Simulation results of the shift control of a two-degree of freedom manipulator indicate the good stability and robustness of the proposed control algorithm.

**Key words** Information fusion, predictive control, nonlinear discrete system, optimal estimation

非线性预测控制主要解决以下两个问题: 1) 模型非线性的预测控制, 2) 算法非线性导致的控制系统不稳定性和鲁棒性, 其核心是求解带约束的非线性优化问题<sup>[1]</sup>. 近年来, 智能控制方法因其在处理非线性和不确定系统方面的优势, 被广泛应用到非线性预测控制中.

信息融合是一种利用计算机进行多源信息处理, 得到可综合利用信息的理论和方法, 其应用领域已从最初的军事应用, 扩展到图像融合、智能机器人、遥感和故障诊断等众多领域<sup>[2-3]</sup>. 信息融合最优估计通常是指利用信息融合技术获得被估计量的最优估计, 而被估计量的信息通常指与被估计量有关的各种约束, 包括由不确定性信息决定的软约束、由确定性信息决定的硬约束和评价准则等. 周军等<sup>[4]</sup>将线性最小方差估计作为融合估计的最优准则, 提出了数据的统一线性融合模型以及信息量的概念, 并得出“利用的信息越多, 融合估计的精度越高”的重要结论. 王志胜等<sup>[5]</sup>利用线性系统的轨迹预见信息, 根据信息融合估计理论将二次型最优控制问题转换

为对协状态序列和控制序列的最优估计问题, 得到的二次性能指标值优于动态系统优化与参数估计集成方法<sup>[6]</sup>. 随后, 王志胜等<sup>[7]</sup>提出了一种迭代计算的非线性信息融合最优预见控制方法.

本文在文献 [5, 7] 的基础上, 利用信息融合估计理论, 求解使非线性系统预测控制中的二次型性能指标函数最小化的最优控制律, 并通过仿真实例验证了其有效性.

## 1 信息融合最优估计

### 1.1 线性模型

**定理 1**<sup>[4]</sup>. 设关于被估计状态向量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  的第  $k$  个量测信息表达式为

$$\mathbf{z}_k = H_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^{m_k}$  为状态向量的量测向量,  $H_k \in \mathbf{R}^{m_k \times n}$  为量测信息传递矩阵,  $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^{m_k}$  为量测误差, 且为零均值、协方差矩阵为  $R_k$  的白噪声. 若  $\sum_{k=1}^N H_k^T R_k^{-1} H_k$  为非奇异, 则基于量测序列  $\{\mathbf{z}_k\}$ ,  $k = 1 \sim N$ , 状态  $\mathbf{x}$  的信息融合最优估计  $\hat{\mathbf{x}}$  可表示为

$$\hat{\mathbf{x}} = \{I[\hat{\mathbf{x}}]\}^{-1} \sum_{k=1}^N H_k^T R_k^{-1} \mathbf{z}_k \quad (2)$$

收稿日期 2007-06-11 收修改稿日期 2007-09-27  
Received June 11, 2007; in revised form September 27, 2007  
教育部高等学校博士点科研基金 (20070287050)  
Supported by Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20070287050)  
1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016  
1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00331

$$I[\hat{\boldsymbol{x}}] = \sum_{k=1}^N I[\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}] \quad (3)$$

$$I[\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}] = H_k^T R_k^{-1} H_k \quad (4)$$

式中,  $I[\hat{\boldsymbol{x}}]$  为  $\hat{\boldsymbol{x}}$  关于  $\boldsymbol{x}$  的信息量矩阵,  $I[\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{x}]$  为  $\boldsymbol{z}_k$  关于  $\boldsymbol{x}$  的信息量矩阵,  $I[\boldsymbol{z}_k] = R_k^{-1}$  为  $\boldsymbol{z}_k$  关于自身的信息量矩阵.

定理 1 称为信息融合最优估计的统一线性模型, 其证明过程参见文献 [4]. 由定理 1 可知, 状态的最优融合估计关于自身的信息量即为所有量测关于状态的信息量之和. 通常, 状态估计信息关于自身的信息量矩阵与状态估计信息的协方差矩阵互逆.

## 1.2 非线性模型

针对非线性信息融合最优估计问题, 下面给出一种线性化迭代估计的方法.

考虑如下非线性量测方程

$$\boldsymbol{z}_k = h_k(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{v}_k \quad (5)$$

式中,  $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$  为状态向量,  $\boldsymbol{z}_k \in \mathbf{R}^{m_k}$  为状态向量的量测向量,  $h_k(\cdot): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{m_k}$  是具有单调性的光滑量测映射,  $\boldsymbol{v}_k \in \mathbf{R}^{m_k}$  为零均值且协方差矩阵为  $R_k$  的量测噪声,  $k = 1 \sim N$ .

假设关于状态  $\boldsymbol{x}$  的第  $(i-1)$  次迭代的融合估计为  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)}$ , 将量测方程式 (5) 中的  $h_k(\boldsymbol{x})$  在  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)}$  处作 Taylor 级数线性展开, 略去二次及以上的项, 得到

$$\boldsymbol{z}_k - h_k(\hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)}) = H_k^{(i-1)}(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)}) + \boldsymbol{v}_k \quad (6)$$

式中,  $H_k^{(i-1)} = \frac{\partial h_k}{\partial \boldsymbol{x}}|_{\boldsymbol{x}=\hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)}}$ .

根据定理 1, 假设  $\sum_{k=1}^N H_k^{(i-1)T} R_k^{-1} H_k^{(i-1)}$  非奇异, 则状态  $\boldsymbol{x}$  的第  $i$  次迭代的融合估计  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}$  及其信息量可表示为

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)} = \hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)} + \{I[\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}]\}^{-1} H_k^{(i-1)T} R_k^{-1} [\boldsymbol{z}_k - h_k(\hat{\boldsymbol{x}}^{(i-1)})] \quad (7)$$

$$I[\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}] = \sum_{k=1}^N H_k^{(i-1)T} R_k^{-1} H_k^{(i-1)} \quad (8)$$

式中,  $i = 1 \sim d$ ,  $d$  为最大迭代次数. 迭代融合估计过程的初始值  $\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}$  可以用状态  $\boldsymbol{x}$  的先验值  $\tilde{\boldsymbol{x}}$  替代.

## 2 非线性系统的信息融合最优预测控制

### 2.1 问题描述

考虑如下离散时间非线性控制系统

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) \quad (9)$$

$$\boldsymbol{y}_k = h(\boldsymbol{x}_k) \quad (10)$$

式中,  $\boldsymbol{x}_k \in \mathbf{R}^n$  为系统状态向量,  $\boldsymbol{u}_k \in \mathbf{R}^m$  为系统控制向量,  $\boldsymbol{y}_k \in \mathbf{R}^p$  为系统输出向量,  $f(\cdot, \cdot)$  为  $\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m$  上的  $n$  维单调光滑映射函数,  $h(\cdot)$  为  $\mathbf{R}^n$  上的  $p$  ( $p \leq n$ ) 维单调光滑映射函数,  $k \in \mathbf{N}$  为时间指标.

针对非线性系统的最优预测控制问题, 采取如下滚动闭环优化的二次型性能指标函数

$$J = \sum_{j=k+1}^{k+k_f} [\|\boldsymbol{y}_j^* - \boldsymbol{y}_j\|_{Q_j}^2 + \|\boldsymbol{u}_{j-1}\|_{R_{j-1}}^2] \quad (11)$$

式中,  $k_f$  为预测步数,  $\boldsymbol{y}_j^*$  为经过输入滤波器柔化后的参考轨迹,  $Q_j \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 、 $R_{j-1} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  为正定权重矩阵. 式 (11) 右边第 1 项表示对系统在未来  $(k+1) \sim (k+k_f)$  时刻的输出尽可能跟踪输入参考轨迹的要求; 右边第 2 项表示系统对未来  $(k+1) \sim (k+k_f)$  时刻的总控制能量尽可能小的要求, 以防止系统因固有的饱和特性而导致不稳定.

为增强系统的稳定性和鲁棒性, 在多步预测控制中, 要求闭环系统的输出不是直接跟踪给定值, 而是沿着一条平滑的参考轨迹到达新的稳定值. 因此, 经滤波器柔化后的输入参考轨迹  $\boldsymbol{y}_j^*$  取为

$$\boldsymbol{y}_j^* = \alpha^{j-k} \boldsymbol{y}_k + (1 - \alpha^{j-k}) \boldsymbol{r}_k \quad (12)$$

式中,  $\boldsymbol{r}_k$  为系统给定值,  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 为柔化系数, 且  $\alpha$  的选取需考虑系统响应特性和鲁棒性之间的综合平衡,  $j = (k+1) \sim (k+k_f)$ .

### 2.2 控制量序列的信息融合估计

信息融合控制的目的是通过融合关于控制量的所有信息, 估计出最优控制量序列. 根据文献 [5], 若采用信息融合集中算法直接求出最优控制量序列, 则相当于开环控制, 且计算较复杂. 下面给出一种求解最优控制量序列的信息融合序贯算法.

假设已经融合  $(j-1)$  时刻之后的所有信息, 并得到协状态融合估计  $\hat{\boldsymbol{x}}_j$  及其信息量  $P_j^{-1}$ . 关于控制量逆时间序列  $\{\boldsymbol{u}_{j-1}\}$ ,  $j = (k+k_f) \sim (k+1)$ , 共包含如下 3 个信息表达式:

1) 由系统状态方程所决定的硬约束信息表达式为

$$\boldsymbol{x}_j = f(\boldsymbol{x}_{j-1}, \boldsymbol{u}_{j-1}) \quad (13)$$

2) 由协状态估计误差所决定的软约束信息表达式为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_j = \boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{w}_j \quad (14)$$

3) 由要求控制能量尽可能小所决定的软约束信息表达式为

$$\mathbf{0} = \boldsymbol{u}_{j-1} + \boldsymbol{n}_{j-1} \quad (15)$$

式中,  $\boldsymbol{w}_j$  为零均值且协方差矩阵为  $P_j$  的白噪声,  $\boldsymbol{n}_{j-1}$  为零均值且协方差矩阵为  $R_{j-1}^{-1}$  的白噪声.

联立式 (13) 和 (14) 可得

$$\hat{\mathbf{x}}_j = f(\mathbf{x}_{j-1}, \mathbf{u}_{j-1}) + \mathbf{w}_j \quad (16)$$

将式 (16) 在控制量  $\mathbf{u}_{j-1}$  的先验值  $\tilde{\mathbf{u}}_{j-1}$  处线性化展开为

$$\hat{\mathbf{x}}_j - f(\mathbf{x}_{j-1}, \tilde{\mathbf{u}}_{j-1}) = B_{j-1}(\mathbf{u}_{j-1} - \tilde{\mathbf{u}}_{j-1}) + \mathbf{w}_j \quad (17)$$

式中,  $B_{j-1} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_{j-1}}|_{\mathbf{u}_{j-1}=\tilde{\mathbf{u}}_{j-1}}$ .

根据信息表达式 (15) 和 (17), 得出关于  $\mathbf{u}_{j-1}$  的融合信息量为

$$I[\hat{\mathbf{u}}_{j-1}] = R_{j-1} + B_{j-1}^T P_j^{-1} B_{j-1} \quad (18)$$

则控制量  $\mathbf{u}_{j-1}$  的融合估计为

$$\hat{\mathbf{u}}_{j-1} = \tilde{\mathbf{u}}_{j-1} + \{I[\hat{\mathbf{u}}_{j-1}]\}^{-1} [B_{j-1}^T P_j^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_j - f(\mathbf{x}_{j-1}, \tilde{\mathbf{u}}_{j-1})) - R_{j-1} \tilde{\mathbf{u}}_{j-1}] \quad (19)$$

### 2.3 协状态序列的信息融合估计

控制量的融合估计  $\hat{\mathbf{u}}_{j-1}$  由先验值  $\tilde{\mathbf{u}}_{j-1}$ 、协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}_j$  及其信息量  $P_j^{-1}$  确定. 因此, 下面首先推导协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}_j$  的递推求解算法.

关于协状态逆时间序列  $\{\mathbf{x}_j\}$ ,  $j = (k + k_f) \sim (k + 1)$ , 共包含 4 个信息表达式, 除了信息表达式 (13) ~ (15) 外, 还包括性能指标函数式 (11) 中的由要求系统输出跟踪输入参考轨迹所决定的软约束信息表达式

$$\mathbf{y}_j^* = \mathbf{y}_j + \mathbf{m}_j \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{m}_j$  为零均值且协方差矩阵为  $Q_j^{-1}$  的白噪声.

首先, 假设已经融合  $j$  时刻之后的所有信息, 并得到协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}_{j+1}$  及其信息量  $P_{j+1}^{-1}$ , 联立信息表达式 (13) ~ (15), 得到

$$\hat{\mathbf{x}}_{j+1} - \mathbf{w}_{j+1} = f(\mathbf{x}_j, \mathbf{0} - \mathbf{n}_j) \quad (21)$$

可将式 (21) 进一步转化为

$$\hat{\mathbf{x}}_{j+1} = f(\mathbf{x}_j, \mathbf{0}) + \mathbf{v}_j \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{v}_j$  为零均值且协方差矩阵为  $O_j$  的白噪声, 且满足

$$O_j = P_{j+1} + B_j R_j^{-1} B_j^T \quad (23)$$

式中,  $B_j = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_j}|_{\mathbf{u}_j=\mathbf{0}}$ . 假设协状态  $\mathbf{x}_j$  的先验值为  $\tilde{\mathbf{x}}_j$ , 则式 (22) 在  $\tilde{\mathbf{x}}_j$  处的线性化方程为

$$\hat{\mathbf{x}}_{j+1} - f(\tilde{\mathbf{x}}_j, \mathbf{0}) = A_j(\mathbf{x}_j - \tilde{\mathbf{x}}_j) + \mathbf{v}_j \quad (24)$$

式中,  $A_j = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_j}|_{\mathbf{x}_j=\tilde{\mathbf{x}}_j, \mathbf{u}_j=\mathbf{0}}$ .

由此可得,  $(j + 1)$  时刻协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}_{j+1}$  关于  $j$  时刻协状态  $\mathbf{x}_j$  的信息量为  $A_j^T O_j^{-1} A_j$ .

其次, 联立输出方程式 (10) 和信息表达式 (20), 得到

$$\mathbf{y}_j^* = h(\mathbf{x}_j) + \mathbf{m}_j \quad (25)$$

将式 (25) 在协状态  $\mathbf{x}_j$  的先验值  $\tilde{\mathbf{x}}_j$  处线性化展开, 得到信息表达式为

$$\mathbf{y}_j^* - h(\tilde{\mathbf{x}}_j) = C_j(\mathbf{x}_j - \tilde{\mathbf{x}}_j) + \mathbf{m}_j \quad (26)$$

式中,  $C_j = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_j}|_{\mathbf{x}_j=\tilde{\mathbf{x}}_j}$ . 因此,  $j$  时刻输入参考轨迹  $\mathbf{y}_j^*$  关于协状态  $\mathbf{x}_j$  的信息量为  $C_j^T Q_j C_j$ .

因此, 关于协状态  $\mathbf{x}_j$  的信息表达式包括式 (24) 和 (26), 融合信息量为

$$P_j^{-1} = A_j^T O_j^{-1} A_j + C_j^T Q_j C_j = A_j^T (P_{j+1} + B_j R_j^{-1} B_j^T)^{-1} A_j + C_j^T Q_j C_j \quad (27)$$

则协状态  $\mathbf{x}_j$  的融合估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \tilde{\mathbf{x}}_j + P_j \{A_j^T O_j^{-1} [\hat{\mathbf{x}}_{j+1} - f(\tilde{\mathbf{x}}_j, \mathbf{0})] + C_j^T Q_j [\mathbf{y}_j^* - h(\tilde{\mathbf{x}}_j)]\} \quad (28)$$

式中,  $j = (k + k_f) \sim (k + 1)$ .

值得注意的是, 式 (27) 即为逆时间方向递推求解的矩阵 Riccati 差分方程, 它具有如下性质<sup>[8-9]</sup>:

1) 它的唯一解与系统状态变量和控制变量无关, 且是对称正定矩阵; 2) 信息量矩阵序列初始值  $P_{k+k_f}^{-1}$  是对称正定矩阵, 矩阵  $A_j$ 、 $B_j$ 、 $C_j$ 、 $R_j^{-1}$ 、 $Q_j^{-1}$  都变成定常矩阵, 且  $(C, A)$  可检测, 则它的解趋于最大稳态值. 由以上分析可知, 信息量矩阵序列在满足一定弱条件下单调递增并趋于最大稳态值, 即信息量矩阵序列是收敛的. 因此, 当预测步数  $k_f$  增加, 对于任意  $j$  时刻的信息量  $P_j^{-1}$  也是增加的, 从而证实了“利用信息越多, 信息量越大, 融合估计越准”的重要结论.

协状态逆时间序列及其信息量逆时间序列的递推求解过程存在初值选取问题. 从信息融合的角度出发, 由于未来  $k_f$  步之后的协状态信息和输入参考轨迹信息均未知, 即协状态融合估计  $\hat{\mathbf{x}}_{k+k_f+1} = \mathbf{0}$ , 则协状态  $\hat{\mathbf{x}}_{k+k_f+1}$  关于协状态  $\mathbf{x}_{k+k_f}$  的信息量为  $A_{k+k_f}^T O_{k+k_f}^{-1} A_{k+k_f} = 0$ , 此时关于协状态  $\mathbf{x}_{k+k_f}$  的融合信息量为  $P_{k+k_f}^{-1} = C_{k+k_f}^T Q_{k+k_f} C_{k+k_f}$ . 然而, 由于  $C_{k+k_f}^T Q_{k+k_f} C_{k+k_f}$  往往是半正定矩阵, 因此, 为保证信息量非奇异, 取  $(k + k_f + 1)$  时刻协状态  $\hat{\mathbf{x}}_{k+k_f+1}$  的信息量  $P_{k+k_f+1}^{-1} = \lambda I_{n \times n}$ , 其中  $\lambda$  为足够小的非零正数,  $I_{n \times n}$  为  $n \times n$  维的单位矩阵. 此时,

信息量逆时间序列的初始值  $P_{k+k_f}^{-1}$  为

$$P_{k+k_f}^{-1} = C_{k+k_f}^T Q_{k+k_f} C_{k+k_f} + A_{k+k_f}^T (I_{n \times n} / \lambda + B_{k+k_f} R_{k+k_f}^{-1} B_{k+k_f}^T)^{-1} A_{k+k_f} \quad (29)$$

则协状态逆时间序列的初始值为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+k_f} = \tilde{\mathbf{x}}_{k+k_f} + P_{k+k_f} \{ -A_{k+k_f}^T (I_{n \times n} / \lambda + B_{k+k_f} R_{k+k_f}^{-1} B_{k+k_f}^T)^{-1} f(\tilde{\mathbf{x}}_{k+k_f}, \mathbf{0}) + C_{k+k_f}^T Q_{k+k_f} [\mathbf{y}_{k+k_f}^* - h(\tilde{\mathbf{x}}_{k+k_f})] \} \quad (30)$$

#### 2.4 信息融合最优预测迭代递推控制算法

在实际控制时, 仅将控制量逆时间序列的最后一个分量  $\hat{\mathbf{u}}_k$  加入系统. 因此, 为了计算简单, 每次只需求解当前  $k$  时刻控制律的融合估计  $\hat{\mathbf{u}}_k$ . 为减小系统方程线性化所带来的估计误差, 根据非线性信息融合估计理论, 将上一次迭代计算的估计值作为当前迭代计算的先验值.

综上所述, 非线性系统的信息融合最优预测控制算法的主要步骤为:

- 1) 置  $k = 0$ , 系统开始运行;
- 2) 设置初始参数: 柔化系数  $\alpha$ , 预测步数  $k_f$ , 最大迭代次数  $d$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0$ ;
- 3) 输入系统给定信号  $\mathbf{r}_k$ , 设置权重矩阵  $Q_j$  和  $R_j$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_j^{(0)} = f(\hat{\mathbf{x}}_{j-1}^{(0)}, \hat{\mathbf{u}}_{j-1}^{(0)})$ , 其中,  $\hat{\mathbf{u}}_{j-1}^{(0)}$  为零向量,  $j = (k+1) \sim (k+k_f)$ ;
- 4) 置迭代次数  $i = 1$ ;
- 5) 根据式 (27) ~ (30) 逆时间方向求解协状态序列的融合估计  $\{\hat{\mathbf{x}}_j^{(i)}\}$  及其信息量  $\{P_j^{-1(i)}\}$ , 其中, 先验值  $\tilde{\mathbf{x}}_j = \hat{\mathbf{x}}_j^{(i-1)}$ ,  $j = (k+k_f) \sim (k+1)$ ;
- 6) 根据式 (18) 和 (19) 求解当前  $k$  时刻控制量的融合估计  $\hat{\mathbf{u}}_k^{(i)}$ , 其中, 先验值  $\tilde{\mathbf{u}}_k = \hat{\mathbf{u}}_k^{(i-1)}$ ;
- 7) 若迭代次数  $i \geq d$ , 则执行步骤 8); 否则  $i = i + 1$ , 返回步骤 5);
- 8) 若满足  $k \geq K$  ( $K$  为终止时刻), 则系统停止运行; 否则  $k = k + 1$ , 返回步骤 3).

### 3 数值仿真及性能分析

为考察基于信息融合估计的非线性系统最优预测控制算法的有效性, 考虑如下四阶非线性系统的最优预测控制问题<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{pmatrix} x_1(k) + T x_2(k) \\ x_2(k) - \frac{4T x_2(k) x_4(k) [x_3(k) + 0.5]}{1 + 2[x_3(k) + 0.5]} \\ x_3(k) + T x_4(k) \\ x_4(k) + T x_2^2(k) [x_3(k) + 0.5] \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{T}{1 + 2[x_3(k) + 0.5]} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5T \end{pmatrix} \mathbf{u}_k \quad (31)$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}_k \quad (32)$$

该系统代表平面上的二自由度机器人操作手的转移问题, 其中,  $x_1(k)$  和  $x_2(k)$  分别表示一个关节链的位置和速度,  $x_3(k)$  和  $x_4(k)$  分别表示另一个关节链的位置和速度,  $T$  为采样周期.

假设系统的给定输入信号为

$$\mathbf{r}_k = \begin{pmatrix} 1 - \cos(kT) \\ 1 + 0.5 \sin(kT) \end{pmatrix} \quad (33)$$

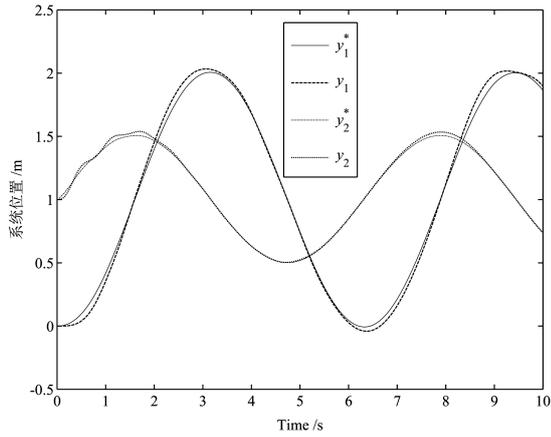
机器人位置跟踪的最优控制律的融合估计过程, 即为如下性能指标函数的最小化过程

$$J(K) = \sum_{k=0}^K [\| \mathbf{y}_{k+1}^* - \mathbf{y}_{k+1} \|_{Q_{k+1}}^2 + \| \mathbf{u}_k \|_{R_k}^2] \quad (34)$$

式中,  $Q_{k+1} = \begin{pmatrix} 10^6 & 0 \\ 0 & 10^6 \end{pmatrix}$ ,  $R_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . 控制仿真的其他参数设置为: 初始状态向量  $\mathbf{x}_0 = [0, 0, 1, 0]^T$ , 初始控制律  $\mathbf{u}_0 = [0, 0]^T$ , 柔化系数  $\alpha = 0.2$ ,  $T = 0.02$  s,  $K = 500$ .

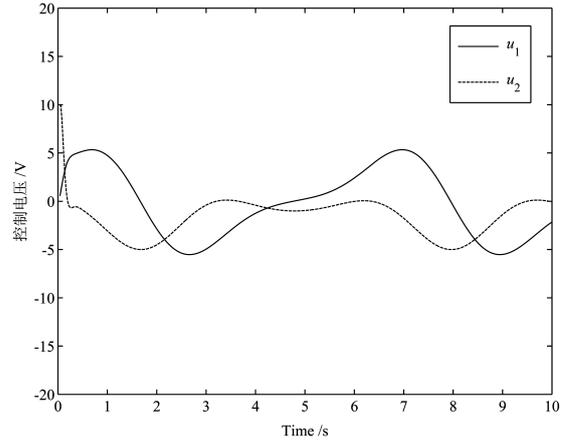
对机器人手的转移控制仿真结果如图 1 ~ 图 5 (见下页) 所示. 图 1 和图 2 分别表示预测步数  $k_f = 2$  和  $k_f = 10$  时的系统动态跟踪响应及其控制量变化情况; 图 3 表示协状态信息量与预测步数之间的关系曲线, 其中,  $P_{ii}^{-1}(K)$  表示  $K$  时刻协状态向量第  $i$  个状态的信息量; 图 4 和图 5 分别表示性能指标函数与预测步数、迭代次数之间的关系曲线.

对仿真结果进行分析, 可以得出: 1) 由图 1 和图 2 可知, 预测步数的增加能够提高系统的动态响应能力和跟踪精度, 并减小控制能量; 2) 由图 3 可知, 协状态的信息量随着预测步数的增加而单调增加, 并趋于最大平稳值, 验证了 Riccati 差分方程解的特性; 3) 从图 4 可看出, 预测步数增加到一定值后, 性能指标函数值趋于不变, 说明某种程度以上的未来信息对当前决策的影响甚微, 此时若再增加预测步数, 将对控制品质改善很小, 反而增加计算量; 4) 从图 5 可看出, 非线性迭代融合估计过程的收敛速度较快.



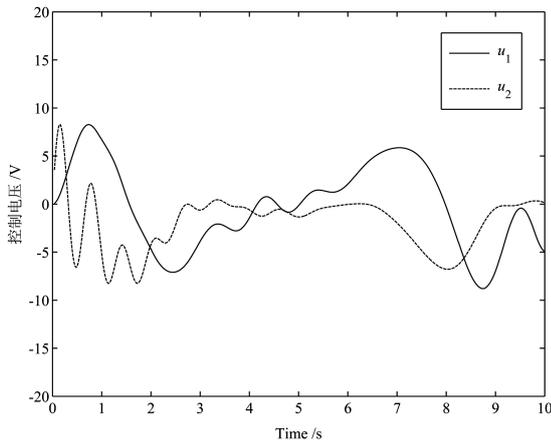
(a) 系统输入输出曲线

(a) System input and output curves



(b) 控制电压曲线

(b) Control voltage curves



(b) 控制电压曲线

(b) Control voltage curves

图1  $k_f = 2$  时的参考轨迹跟踪结果

Fig. 1 Reference trajectory tracking results in case of  $k_f = 2$

图2  $k_f = 10$  时的参考轨迹跟踪结果

Fig. 2 Reference trajectory tracking results in case of  $k_f = 10$

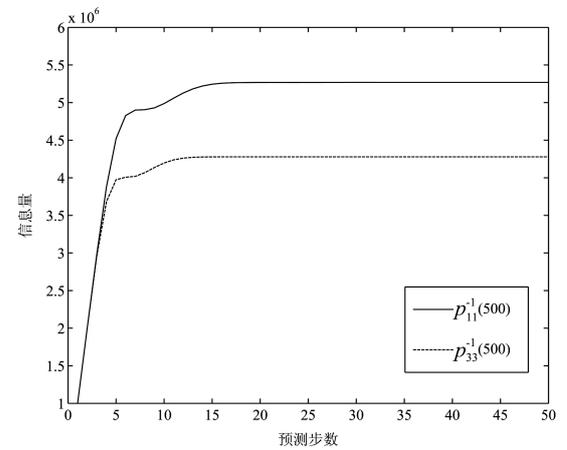
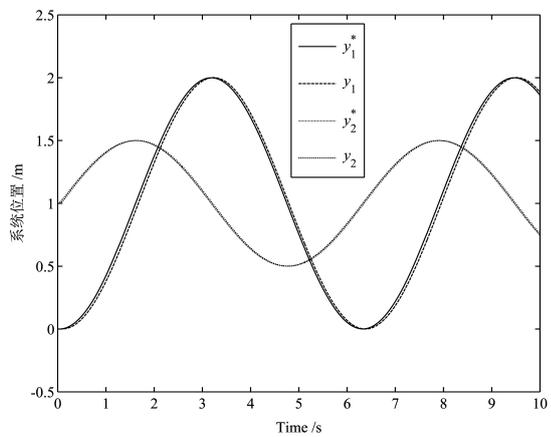


图3 信息量与预测步数之间的关系曲线

Fig. 3 Relation curves between information weight and predictive steps



(a) 系统输入输出曲线

(a) System input and output curves

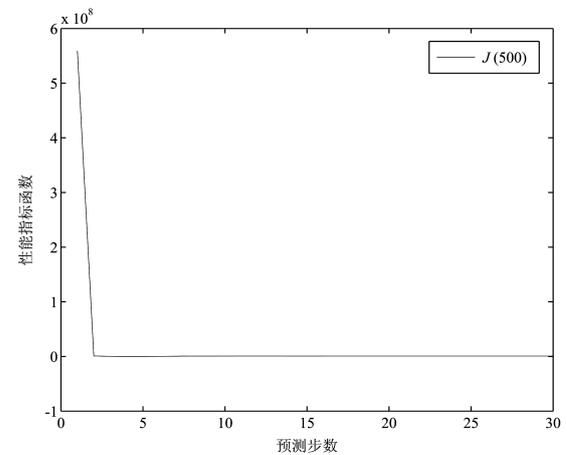


图4  $k_f = 1 \sim 30, d = 1$  时性能指标函数的收敛过程

Fig. 4 Convergence process of performance index function in case of  $k_f = 1 \sim 30, d = 1$

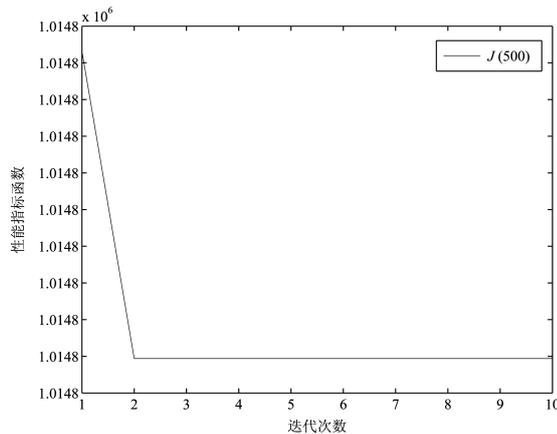


图5  $k_f = 2$ ,  $d = 1 \sim 10$  时性能指标函数的收敛过程  
Fig. 5 Convergence process of performance index function in case of  $k_f = 2$ ,  $d = 1 \sim 10$

## 4 结论

本文提出了一种新的非线性系统最优预测控制算法,它在预测模型的基础上,将二次型最优控制性能指标函数转化为对系统跟踪输入和控制能量的软约束信息,结合非线性系统方程的硬约束信息,根据非线性信息融合最优估计理论,推导出滚动优化性能指标下的最优控制律.该算法在对复杂的机器人操作手系统进行转移运动控制中,表现出较快的收敛速度、良好的鲁棒性和稳定性等特点.

总之,信息融合控制是将“控制”问题从“决策”或“估计”的角度来考察,所有关于控制量的约束信息,包括被控对象状态方程、控制量先验值、系统输入输出以及评价函数等,均视为关于控制量的传感信息,再根据信息融合理论估计出最优控制量.因此,信息融合控制是一种崭新的利用多源传感信息的最优控制方法.

## References

- Zhu Jing, et al. *Intelligent Predictive Control and Its Application*. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2002. 15–22 (诸静等. 智能预测控制及其应用. 杭州: 浙江大学出版社, 2002. 15–22)
- Steinberg A N, Bowman C L, White F E. Revisions to the JDL data fusion model. In: *Proceedings of the SPIE*. Orlando, USA: 1999. 430–441
- Han Chong-Zhao, Zhu Hong-Yan, Duan Zhan-Sheng. *Information Fusion from multiple sources*. Beijing: Tsinghua Press, 2006. 1–13 (韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合. 北京: 清华大学出版社, 2006. 1–13)
- Zhou Jun, Wang Zhi-Sheng, Zhou Feng-Qi. The theory of multi-sensor system data fusion based on linear least estimation. *Journal of Astronautics*, 2003, **24**(4): 364–367 (周军, 王志胜, 周凤岐. 基于线性均方估计的数据融合理论. 宇航学报, 2003, **24**(4): 364–367)
- Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo. Optimal control with ideal control strategy and expected trajectory. *Control and Decision*, 2006, **21**(1): 100–103

(王志胜, 王道波. 含理想控制策略和期望轨迹的最优控制. *控制与决策*, 2006, **21**(1): 100–103)

- Li Jun-Min, Xing Ke-Yi, Wan Bai-Wu. A DISOPE algorithm of optimal control for nonlinear time-delay systems. *Control Theory and Applications*, 2000, **17**(4): 579–582 (李俊民, 邢科义, 万百五. 离散时间非线性时滞系统最优控制的 DISOPE 算法. *控制理论与应用*, 2000, **17**(4): 579–582)
- Wang Zhi-Sheng, Wang Dao-Bo, Zhen Zi-Yang. Primary exploration of nonlinear information fusion control theory. *Science in China (Series F): Information Sciences*, 2007, **50**(5): 686–696
- de Souza C E, Gevers M R, Goodwin G C. Riccati equations in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular state transition matrices. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, **31**(9): 831–838
- Zhou Y S. Convergence of the discrete-time Riccati equation to its maximal solution. In: *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan: IEEE, 1996. 2665–2670
- Kong Jin-Sheng, Wan Bai-Wu. Multi model method of dynamic integrated system optimization and parameter estimation for nonlinear discrete dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(1): 127–131 (孔金生, 万百五. 非线性离散动态系统优化与参数估计集成的多模型方法. *自动化学报*, 2000, **26**(1): 127–131)



**甄子洋** 南京航空航天大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为信息融合估计与控制, 计算智能. 本文通信作者.

E-mail: zhenziyang@nuaa.edu.cn

(**ZHEN Zi-Yang** Ph. D. candidate at College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers

information fusion estimation and control, and computational intelligence. Corresponding author of this paper.)



**王志胜** 南京航空航天大学自动化学院副教授. 主要研究方向为无人机飞行控制和信息融合.

E-mail: wangzhisheng@nuaa.edu.cn

(**WANG Zhi-Sheng** Associate professor at College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research

interest covers unmanned aerial vehicle flight control and information fusion.)



**王道波** 南京航空航天大学自动化学院教授. 主要研究方向为无人机飞行控制和航空仿真.

E-mail: dbwangpe@nuaa.edu.cn

(**WANG Dao-Bo** Professor at College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers

unmanned aerial vehicle flight control and aeronautical simulation.)