四元数矩阵正交特征向量系的求解方法及其在彩色人脸识别中的应用

郎方年[1] 周激流[2] 闫 斌[3] 宋恩彬[4] 钟 钒[1]

摘 要 针对四元数矩阵正交特征矢量系求解困难的缺点, 本文提出一种获取四元数矩阵正交特征矢量集等效、便捷的方法, 其基本思路为: 首先, 构造四元数矩阵定义于复数域的导出阵, 并利用该导出阵特征矢量空间的一种特殊的等价空间间接获取相应特征值所对应的特征矢量. 然后, 将复数矢量转换为四元数矢量, 按如此方式获取的对应所有特征值的非零特征矢量则构成原始四元数矩阵的正交特征矢量系. 同时, 本文将定义于实数域的主成分分析方法 (Principal component algorithm, PCA) 向四元数体作合理的推广, 给出详细的数学推导过程, 证明该方法的合理性及其在统计模式识别领域得以应用的可能性. 最后, 作者将彩色图像像素的 R、G、B 三分量作为四元数的三个虚数部分, 首次在人脸识别中引入基于四元数的彩色人脸识别方法. 较传统的基于灰度图像的识别方法, 本文方法不仅利用了人脸图像灰度值的空间分布信息, 而且充分利用不同人脸之间的色彩差异, 从而得到更多的鉴别信息. 在四川大学人工智能研究所的彩色人脸库上进行的实验表明, 所提出的基于四元数的识别方法不仅大幅度提高了识别率, 而且具有较高的鲁棒性.

关键词 四元数空间, 广义主成分分析方法, 自共轭矩阵, 模式分类, 彩色人脸识别
中图分类号 TP391.41

Obtain Method of Quaternion Matrix Orthogonal Eigenvector Set and Its Application in Color Face Recognition

LANG Fang-Nian[1] ZHOU Ji-Liu[2] YAN Bin[3] SONG En-Bin[4] ZHONG Fan[1]

Abstract Considering the difficulty of obtaining orthogonal eigenvector set of quaternion matrix, a novel obtaining method is proposed in this paper. The main idea of this method can be described as follows. Firstly, construct the educing matrix of quaternion matrix, which is defined in complex field, secondly get complex eigenvector by using a specific space, which is similar to the eigenvector space of the educing matrix, then the orthogonal eigenvector set can be obtained through transforming the eigenvectors of all eigenvalues to quaternion eigenvectors. Simultaneously, quaternion-based principal component algorithm (PCA) method is proposed and detailed mathematical calculations are also given to explain its rationality and practicability in pattern recognition field. Finally, quaternion-based color face recognition method, which uses R, G, B as the three imaginary numbers of quaternion, is proposed in the paper. Compared with the traditional method, our algorithm uses face grayscale information and color information at the same time in order to get more discrimination information. Experiments performed on color face database of TianSi brainpower graduate school of Sichuan University indicate that the recognition rates are improved significantly and the proposed method is superior to the traditional one in the mass.

Key words Quaternion space, general principal component algorithm, quaternion self-conjugate matrix, classification, color face recognition

身份认证是人们在日常生活中经常会遇到的问题, 比如电子商务、网上银行交易、公共安全以及视频会议等领域, 身份认证均存在广泛的应用前景. 然而, 随着科学技术的迅速发展, 传统的基于个人密码、磁卡以及智能卡的身份认证方式由于安全性差、容易被伪造以及易被窃取等缺点而不能满足现实需要, 因此, 基于人类生物特征的身份识别技术得到了较快的发展. 该研究领域主要的识别内容包括: DNA、指纹、虹膜、语音、人脸以及手掌静脉等, 而人脸识别技术又由于其特征录入的便捷性、鉴别信息的丰富性以及使用范围的广泛性等众多优点而得到研究人员们更多的关注.

人脸识别是模式识别研究领域的重要课题, 成

收稿日期 2006-08-10 收修改稿日期 2007-06-05
Received August 10, 2006; in revised form June 5, 2007
教育部博士点基金 (20020610013) 资助
Supported by Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20020610013)
1. 四川大学电子信息学院 成都 610064 2. 四川大学计算机学院 成都 610064 3. 电子科技大学自动化工程学院 成都 610054 4. 四川大学数学学院 成都 610064
1. School of Electronic and Information Science, Sichuan University, Chengdu 610064 2. College of Computer Science, Sichuan University, Chengdu 610064 3. College of Automation, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054 4. College of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00121

功的识别算法在很大程度上依赖于模式特征的抽取和选择, 其目标在于从原始样本数据中导出具有显著区分信息的特征, 同时降低模式空间的维数, 以提高算法的运行速度, 从而满足其实时性要求. 众所周知, 线性鉴别分析法和主成分分析方法 (Principal component algorithm, PCA) 在人脸识别技术的研究中得到了较为成功的应用[1]. 两种方法均充分利用训练集样本的统计信息而进行识别处理, 其中线性鉴别分析法是基于样本分类的目的而构造鉴别矢量, PCA 方法则是基于模式样本重构而寻找主元投影矢量. 除了这两种经典的识别算法外, 还有很多成熟的算法, 比如: 基于 SVD 分解的算法[2]、人脸等密度线分析匹配算法[3]、弹性图匹配算法[4] 以及隐马尔可夫模型方法[5]、SVM 方法、神经网络方法以及基于小波变换的识别算法[6] 等, 这些方法均在不同程度上获得了好的识别效果.

上述各类识别算法主要针对灰度人脸图像进行处理, 充分利用人脸轮廓的形状信息以及灰度值的空间分布信息, 同时被广泛使用的人脸库如 MIT 库、Yale 库、CMU 库以及 Manchester 人脸库等均以灰度人脸图像作为主要的收集对象, 而较为成功的针对彩色人脸图像的识别算法并不多见. 2004 年 IEEE 上一篇关于彩色人脸识别的文章, 将图像的 R、G、B 三分量各自组成列矢量, 然后以首尾相连的方式排列成长矢量进行识别处理. 由于图像矢量本身的维数已经很高, 按这种方式构成的矢量其维数为原始图像矢量维数的 3 倍, 因此, 在进行鉴别分析的时候不仅耗费大量的计算时间, 而且在小样本情况下, 高维样本矢量容易造成各种散布矩阵的奇异性, 从而为后续鉴别矢量的抽取造成困难. 同时, 这种处理问题的方式也缺乏说服力, R、G、B 三分量原本是有机的整体, 相互之间具有较强的关联性, 因此, 如果人为地将其分开处理, 势必会对图像本身的信息结构造成影响, 对此, 原文并没有作详细的分析与说明.

现实世界中, 人眼能够分辨的颜色至少有数千种, 而鉴别绝对亮度的能力大约只有 10~15 级灰度[7], 所以彩色人脸图像所包含的鉴别信息要远多于灰度人脸图像. 如果在利用人脸图像反映其形状结构特征的灰度信息的同时充分利用其彩色信息, 则可以获取更多的反映不同人脸之间差异性的鉴别信息, 从而提高算法的识别率. 基于上述想法, 本文提出一种基于四元数的彩色人脸识别算法, 从而解决了如何从数学上同时利用灰度信息和彩色信息的问题, 在提高算法识别率的同时, 增强了算法的鲁棒性.

本文内容安排如下: 首先, 给出四元数及四元数矩阵的相关概念, 然后重点讲述四元数矩阵正交特征矢量集的求解方法, 在此基础上, 在第 3 节中给出四元数体上的 PCA 推广算法. 最后, 将该推广算法应用到彩色人脸识别中. 第 5 节为结论.

1 四元数及四元数矩阵

设 $q = a + ib + jc + kd$, 其中 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, i, j, k 满足: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$, $ki = -ik = j$, 则称 q 为四元数, 而称 a 为四元数 q 的实部, 称 $ib + jc + kd$ 为四元数 q 的虚部. 四元数可以按虚数的乘法规则重写为 $q = (a + ib) + (c + di)\,j$, 因此四元数又被称之为超复数[8].

令 $q_1 = a_1 + ib_1 + jc_1 + kd_1$, $q_2 = a_2 + ib_2 + jc_2 + kd_2$, 则四元数的基本运算法则定义为

相等: $q_1 = q_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2, d_1 = d_2$.

加减法: $q_1 \pm q_2 = (a_1 \pm a_2) + i\,(b_1 \pm b_2) + j\,(c_1 \pm c_2) + k\,(d_1 \pm d_2)$.

乘法: $q_1 \cdot q_2 = (a_1a_2 - b_1b_2 - c_1c_2 - d_1d_2) + (a_1b_2 + b_1a_2 + c_1d_2 - d_1c_2)i + (a_1c_2 + a_2c_1 + b_2d_1 - d_2b_1)j + (a_1d_2 + d_1a_2 + b_1c_2 - c_1b_2)k$.

共轭: $\bar{q} = a - bi - cj - dk$.

矩: $N(q) = q\bar{q} = \bar{q}q = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 0$.

模: $|q| = \sqrt{N(q)} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$.

容易验证四元数加法满足结合律与交换律, 乘法满足结合律, 且对加法满足分配律. 需注意的是, 四元数的乘法不满足交换律, 这也正是四元数与四元数矩阵理论研究起来十分困难的原因[8]. 但是本文研究内容所涉及到的四元数矩阵的相关运算并没有遇到类似的困难, 这主要得益于统计模式识别问题中散布矩阵构造的特殊性, 关于这一点, 将在第 3 节中详细论述.

在图像模式识别的应用中, 需要用到的有关四元数矩阵的概念和命题有: 令 Q 表示四元数的集合, 设矩阵 $A \in Q^{n\times n}$, 则:

1) 若 $A^{\mathrm{H}} = A$, 则称 A 为自共轭四元数矩阵, n 阶四元数自共轭矩阵的集合记为 $SC_n(Q)$;

2) 若存在 $B \in Q^{n\times n}$, 使得 $AB = BA = I$, 则称四元数矩阵 A 是可逆的, 且称 B 为 A 的逆阵, 记为 A^{-1};

3) 若存在 $\lambda \in Q$ 及 $\mathbf{0} \neq \boldsymbol{a} \in Q^{n\times 1}$, 使得 $A\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}\lambda$(或 $A\boldsymbol{a} = \lambda\boldsymbol{a}$), 则称 λ 为 A 的右 (或左) 特征值, 而 $\boldsymbol{a}$ 为 A 的属于右 (或左) 特征值的特征向量. 如果 λ 既是 A 的右特征值又是 A 的左特征值, 则称 λ 为 A 的特征值;

4) 若 $U \in Q^{n\times n}$, 且 $UU^{\mathrm{H}} = U^{\mathrm{H}}U = I$, 则称 U 为广义酉矩阵;

5) 由四元数的超复数表示可知, 四元数矩阵可

以表示为两个复数矩阵和的形式, 即: $A = A_1 + A_2 j$, 称复数矩阵 $A^\sigma = \begin{pmatrix} A_1 & -A_2 \\ \overline{A_2} & \overline{A_1} \end{pmatrix}$ 为原始四元数矩阵 A 的导出阵;

6) 若 A 为自共轭四元数矩阵, 则 A^σ 是 Hermite 矩阵.

有关命题: 1) $(AB)^{\mathrm{H}} = B^{\mathrm{H}} A^{\mathrm{H}}$; 2) 设 $A \in SC_n(Q)$, 则 A 的特征值为实数; 3) 四元数矩阵 A 的特征值与其导出阵 A^σ 的特征值相同; 4) 如果矩阵 A 的导出阵 A^σ 的特征值为 λ, 相应的特征矢量为 $\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$, 则对应于矩阵 A 的特征值 λ 的特征矢量为 $\alpha_1 + \overline{\alpha_2} j$.

2　四元数矩阵正交特征矢量集的编程求解算法

由于四元数乘法不满足交换律, 从而使四元数矩阵的相关计算比实数或复数矩阵的计算复杂得多. 为了将实数域的 PCA 方法向四元数体作合理推广, 以使其能够应用到彩色人脸识别中, 则必须求出四元数矩阵的正交特征向量系. 理论上求解四元数矩阵特征值、特征向量的方法已经存在[8], 即先求出四元数矩阵对应导出阵的特征矢量, 然后按第 1 节命题 4 的方法可获得相对应四元数矩阵的特征矢量, 然而, 要得到四元数矩阵正交的特征矢量集却不是一件容易的事情. 因为, 在实际编程计算过程中, 为求解方便, 使用 Matlab 7.0 先求解导出阵的复数特征矢量, 然后构造四元数特征矢量, 这样做并不能保证这些四元数矢量之间相互正交. 对此, 本文提出一种解决该问题的计算方法, 通过详细的数学推导, 说明该方法的正确性、合理性以及实用性. 首先给出该方法所必需的结论 1, 然后给出结论 2, 即获取四元数正交矢量集的方法.

结论 1. 四元数方阵 A 的导出阵为 A^σ, 则矩阵 $(A^\sigma)^+ A^\sigma$ 必然为另外一四元数矩阵的导出阵, 即: 一定存在四元数矩阵 B, 使得等式 $(A^\sigma)^+ A^\sigma = B^\sigma$ 成立, 其中 "+" 表示 "伪逆".

证明. 任意四元数方阵 A 存在奇异值分解形式为 $A = UDV^{\mathrm{H}}$, 其中 D 为对角阵, U、V 为四元数体上的广义酉矩阵. 由文献 [8] 命题 2.3.2 可知, 因为 $U^\sigma (U^\sigma)^{\mathrm{H}} = U^\sigma (U^{\mathrm{H}})^\sigma = (UU^{\mathrm{H}})^\sigma = I$, $V^\sigma (V^\sigma)^{\mathrm{H}} = V^\sigma (V^{\mathrm{H}})^\sigma = (VV^{\mathrm{H}})^\sigma = I$, 所以 $A^\sigma = U^\sigma D^\sigma (V^\sigma)^{\mathrm{H}}$. 又由文献 [9] 定理 6.3 知 $(A^\sigma)^+ = V^\sigma (D^\sigma)^+ (U^\sigma)^{\mathrm{H}}$, 显然, $(D^\sigma)^+$ 可以表示为一矩阵 B 的导出阵形式 B^σ, 则 $(A^\sigma)^+ = V^\sigma B^\sigma (U^\sigma)^{\mathrm{H}}$. 因此有 $(A^\sigma)^+ A^\sigma = V^\sigma (D^\sigma)^+ (U^\sigma)^{\mathrm{H}} U^\sigma D^\sigma (V^\sigma)^{\mathrm{H}} = V^\sigma B^\sigma D^\sigma (V^{\mathrm{H}})^\sigma = [VBDV^{\mathrm{H}}]^\sigma$, 即表明任意四元数矩阵导出阵的伪逆矩阵乘以该导出阵, 其乘积在形式上为另一四元数矩阵的导出阵. □

由于四元数及四元数矩阵本身的特殊性, 直接编程计算四元数矩阵的特征值及其特征矢量相当复杂, 同时, 也没有现成的有关四元数矩阵分解的程序, 因此, 有必要寻找新的可行的方法来解决我们所遇到的问题. 本文的做法是利用 Matlab 7.0 计算原始四元数矩阵的导出阵, 然后转换其计算结果以求得原始四元数矩阵的特征值及特征向量. 按照第 1 节命题 4 所述, 由复数导出阵的特征向量可以构造原始四元数矩阵 A 的特征矢量, 如果由 Matlab 7.0 计算出的这些特征矢量相互之间满足正交关系, 则很容易将定义在实数域中的 PCA 方法推广到四元数体, 并且直接应用于彩色人脸识别. 但遗憾的是, 由 Matlab 7.0 计算所得到的复数矢量转换成四元数特征矢量后, 这些矢量之间并不正交, 如果直接通过正交化来求取原始四元数矩阵的正交特征矢量系, 由于四元数本身结构的复杂性, 需要计算的矢量数目较大, 因此, 不但时间复杂度较高, 而且程序编制也相当麻烦. 但是利用结论 1 很容易找到如下求解正交特征矢量集的办法.

结论 2. 任意 $n \times n$ 自共轭四元数矩阵 A (在本文的彩色人脸识别应用中, 训练样本散布矩阵为自共轭的四元数矩阵), 其导出阵 A^σ 所对应的特征方程为 $A^\sigma \boldsymbol{X} = \lambda \boldsymbol{X}$, 即 $(A^\sigma - \lambda I)\boldsymbol{X} = 0$, 令导出阵的特征值为 $\lambda_i \in \mathbf{R}$, 对应的特征向量为 $\boldsymbol{X}_i, i = 1, 2, \cdots, n$, 对不同的特征值 λ_i, λ_j, 构造表达式

$$I - (A^\sigma - \lambda_i I)^+ (A^\sigma - \lambda_i I)$$
$$I - (A^\sigma - \lambda_j I)^+ (A^\sigma - \lambda_j I)$$

如果两式第一列列矢量分别为 $\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}$, 其中 α_1、α_2、β_1 及 β_2 的维数相同, 则四元数矢量 $\alpha_1 + \overline{\alpha_2} j$, $\beta_1 + \overline{\beta_2} j$ 为原始四元数矩阵 A 的特征值 λ_i、λ_j 所对应的特征矢量, 并且两者相互正交, 即下式成立

$$\left\langle \alpha_1 + \overline{\alpha_2} j \quad \beta_1 + \overline{\beta_2} j \right\rangle = (\alpha_1 + \overline{\alpha_2} j)^{\mathrm{H}} (\beta_1 + \overline{\beta_2} j) = 0$$

证明. 将表达式 $I - (A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I)$ 左乘 $A^\sigma - \lambda I$, 则有下式成立

$$(A^\sigma - \lambda I) \left[I - (A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I) \right] =$$
$$(A^\sigma - \lambda I) - (A^\sigma - \lambda I)(A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I)$$

由 "+" 伪逆的定义可知 $(A^\sigma - \lambda I)(A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma -$

$\lambda I) = (A^\sigma - \lambda I)$, 则有等式

$$(A^\sigma - \lambda I) - (A^\sigma - \lambda I)(A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I) = (A^\sigma - \lambda I) - (A^\sigma - \lambda I) = 0$$

对比 A^σ 的特征方程 $(A^\sigma - \lambda I)\boldsymbol{X} = 0$ 和表达式 $(A^\sigma - \lambda I)\left[I - (A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I)\right] = 0$, 可知导出阵对应特征值 λ 的特征矢量空间与表达式 $I - (A^\sigma - \lambda I)^+ (A^\sigma - \lambda I)$ 的列向量所形成的空间等价, 则该表达式中任意非零列向量均为导出阵对应特征值 λ 的特征向量, 即包含 λ_i 的表达式中所有非零列矢量均为特征值 λ_i 所对应的特征矢量, 包含 λ_j 的表达式中所有非零列矢量均为特征值 λ_j 所对应的特征矢量. 因为本文采用的矩阵 A 为自共轭的四元数矩阵, 则有 $(A^\sigma - \lambda I)^{\rm H} = (A^\sigma)^{\rm H} - (\lambda I)^{\rm H} = (A^{\rm H})^\sigma - \lambda I = A^\sigma - \lambda I$, 即 $A^\sigma - \lambda I$ 为 Hermite 矩阵, 因此该矩阵不同特征值所对应的特征矢量相互正交[9], 从而可知包含 λ_i 的表达式的所有列矢量与包含 λ_j 的表达式的所有列矢量之间均存在正交关系 (在实际编程计算过程中, 由 Matlab 7.0 的计算结果可知, 两种矢量之间确实存在正交关系).

由结论 1 可知, 包含 λ_i、λ_j 的表达式可以写成如下形式

$$I - (A^\sigma - \lambda_i I)^+ (A^\sigma - \lambda_i I) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \cdots & \alpha_{n,1} & \alpha_{n+1,1} & \alpha_{n+2,1} & \cdots & \alpha_{2n,1} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{n,2} & \alpha_{n+1,2} & \alpha_{n+2,2} & \cdots & \alpha_{2n,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \cdots & \alpha_{n,1} & -\overline{\alpha_{12}} & -\overline{\alpha_{22}} & \cdots & -\overline{\alpha_{n,2}} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{n,2} & \overline{\alpha_{11}} & \overline{\alpha_{21}} & \cdots & \overline{\alpha_{n,1}} \end{pmatrix}$$

$$I - (A^\sigma - \lambda_j I)^+ (A^\sigma - \lambda_j I) = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \cdots & \beta_{n,1} & \beta_{n+1,1} & \beta_{n+2,1} & \cdots & \beta_{2n,1} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{n,2} & \beta_{n+1,2} & \beta_{n+2,2} & \cdots & \beta_{2n,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \cdots & \beta_{n,1} & -\overline{\beta_{12}} & -\overline{\beta_{22}} & \cdots & -\overline{\beta_{n,2}} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{n,2} & \overline{\beta_{11}} & \overline{\beta_{21}} & \cdots & \overline{\beta_{n,1}} \end{pmatrix}.$$

由前述证明可知, 存在关系 $\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} \beta_{n+1,1} \\ \beta_{n+1,2} \end{pmatrix}$, 而 $\begin{pmatrix} \beta_{n+1,1} \\ \beta_{n+1,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\overline{\beta_{12}} \\ \overline{\beta_{11}} \end{pmatrix}$, 因此有如下关系成立

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix}^{\rm H} \begin{pmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \end{pmatrix} = \left(\alpha_{11}^{\rm H}\ \alpha_{12}^{\rm H}\right) \begin{pmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{12} \end{pmatrix} = \alpha_{11}^{\rm H}\beta_{11} + \alpha_{12}^{\rm H}\beta_{12} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix}^{\rm H} \begin{pmatrix} -\overline{\beta_{12}} \\ \overline{\beta_{11}} \end{pmatrix} = \left(\alpha_{11}^{\rm H}\ \alpha_{12}^{\rm H}\right) \begin{pmatrix} -\overline{\beta_{12}} \\ \overline{\beta_{11}} \end{pmatrix} = -\alpha_{11}^{\rm H}\overline{\beta_{12}} + \alpha_{12}^{\rm H}\overline{\beta_{11}} = 0 \tag{2}$$

如果我们用分别包含 λ_i 和 λ_j 的表达式中第一列列矢量来构造原始四元数矩阵 A 对应特征值 λ_i、λ_j 的特征矢量, 则为 $\alpha_{11} + \overline{\alpha_{12}}j$, $\beta_{11} + \overline{\beta_{12}}j$, 将两者作内积运算则

$$\begin{aligned}
&(\alpha_{11} + \overline{\alpha_{12}}j)^{\rm H}(\beta_{11} + \overline{\beta_{12}}j) = \\
&\left[\alpha_{11}^{\rm H} + (\overline{\alpha_{12}}j)^{\rm H}\right](\beta_{11} + \overline{\beta_{12}}j) = \\
&(\alpha_{11}^{\rm H} - \alpha_{12}^{\rm H}j)(\beta_{11} + \overline{\beta_{12}}j) = \\
&\alpha_{11}^{\rm H}\beta_{11} + \alpha_{11}^{\rm H}\overline{\beta_{12}}j - \alpha_{12}^{\rm H}j\beta_{11} - \alpha_{12}^{\rm H}j\overline{\beta_{12}}j = \\
&\alpha_{11}^{\rm H}\beta_{11} + \alpha_{11}^{\rm H}\overline{\beta_{12}}j - \alpha_{12}^{\rm H}\overline{\beta_{11}}j + \alpha_{12}^{\rm H}\beta_{12} = \\
&(\alpha_{11}^{\rm H}\beta_{11} + \alpha_{12}^{\rm H}\beta_{12}) + (\alpha_{11}^{\rm H}\overline{\beta_{12}} - \alpha_{12}^{\rm H}\overline{\beta_{11}})j = 0
\end{aligned}$$

因此, 按结论 2 的方法构造四元数矩阵 A 全部特征值所对应的特征矢量, 则形成矩阵 A 的正交特征矢量系. □

3 主成分分析方法在四元数体上的推广

关于四元数体上 PCA 方法的推广问题, 文献 [10] 曾有过详细的讲述, 该文利用单幅图像本身的信息构造方差矩阵, 将图像进行 K-L 分解, 以观察对应不同主元成分的图像分量对原始图像质量的贡献, 但是, 该文并没有涉及到四元数体上广义 PCA 方法在模式识别领域中的应用问题, 也没有说明有关四元数 PCA 方法的实际编程计算问题. 要在工程实践中应用基于四元数的 PCA 方法, 根本问题在于要能够方便地获取四元数矩阵的正交特征矢量集, 如果该问题不能得到彻底地解决, 则无法谈及四元数中 PCA 方法的实际应用问题.

由第 2 节的结论 2, 很容易将定义于实数域的 PCA 方法推广到四元数体, 同时在本文特殊的模式识别应用范畴—彩色人脸识别中得到应用. 如果归一化后的标准训练样本集为 $\{X \parallel \boldsymbol{x}_i, i = 1, 2, \cdots, m\}$, 其中 $\boldsymbol{x}_i = (\alpha_{i1}\ \alpha_{i2}\ \cdots\ \alpha_{in})$, $\alpha_{ik} \in Q$ (Q 表示四元数集合), 以该训练样本集的总体散布矩阵为产生矩阵, 即: $\sum = \frac{1}{M}\sum\limits_{i=1}^{M}(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})^{\rm H}$, 其中 $\boldsymbol{x}_i$ 为第 i 个训练样本矢量, $\boldsymbol{\mu}$ 为样本集的平均矢量, M 为训练样本的总数, 抽取该矩阵的正交特征矢量系, 并选取一定数目的对应较大特征值的特征矢量作为主元矢量, 则可按常规的定义将实数域中的 PCA 方法应用到四元数体上. 值得注意的是, 按这种方式构造的四元

数矩阵为自共轭的四元数矩阵, 也正因为如此, 在彩色人脸识别应用中, 轻易地解决了很多在常规四元数矩阵计算过程中可能遇到的麻烦.

4　基于四元数的彩色人脸识别

4.1　基于四元数的人脸识别问题的提出

目前存在的众多人脸识别算法, 大多直接针对灰度图像进行处理. 文献 [11] 曾提到过一种彩色人脸识别算法, 将图像的彩色分量 R、G、B 各自分开处理, 然后综合三个结果. 很明显, 这种处理方式有其不可克服的缺点: 首先, 计算时间的耗费问题; 其次, 这种分析问题的思路并不具备很强的说服力, 原因在于该方法人为分割了彩色像素的整体性. 图像每个像素的 R、G、B 三分量为一有机的整体, 相互之间存在较强的相关性[12], 因此, 不应该分开计算. 为解决彩色人脸图像识别中的相关问题, 基于上述 PCA 方法在四元数体上的合理推广及其计算上的可操作性, 本文提出一种新的彩色人脸识别技术, 即基于四元数的彩色人脸识别算法, 解决了如何从数学上同时利用彩色图像中反映人脸轮廓形状的灰度信息和反映人脸肤色情况的彩色信息的问题. 较传统的基于灰度图像的识别算法, 该方法有机地融合了图像的彩色信息, 增加了反映图像之间差异性的鉴别信息, 从而提高了算法的识别率, 增强了算法的鲁棒性.

4.2　彩色人脸样本库的建立

为验证本文提出的彩色图像识别算法确实比传统针对灰度图像的识别算法有更高的正确识别率, 本文建立了一个彩色人脸数据库. 该样本库包括 40 个人的照片, 其中每人含有 41 张不同表情、不同姿态的样本图像. 姿态类型包括正面抬头 10°、正面抬头左偏 10°、正面抬头右偏 10°、正面低头 10°、正面低头左偏 10° 以及正面低头右偏 10°, 这几种姿态的照片各收集一张, 然后还包括正面位置、平面内左右旋转 10° 以及深度方向左右旋转 10° 和 20° 七种不同的姿态, 并且每种位置收集 5 种不同表情 (正常、微笑、生气、惊奇及冷漠) 的样本图像各一张. 因此, 样本库共有 $40\times41 = 1\,640$ 张不同的彩色人脸图像, 其中部分样本图像如图 1 所示.

为考察本文提出的算法对不同人脸图像由于本身内在原因而形成差异的区分能力, 即研究由位置、姿态、性别、表情等不同而形成的图像差异对算法的影响, 暂不考虑光照等外界因素对算法的影响, 因此, 所有图像均采用正面光照. 样本采集在摄影室进行, 为排除不必要外界因素的干扰, 拍摄过程中采用固定的光源距离、光照强度以及光照角度. 同时, 色温作到尽量保持一致, 否则, 对于同一个人的图像, 可能出现部分图像颜色总体偏向于暖色调, 而其余偏向于冷色调, 这种意外的原因将对算法本身的识别性能造成误解.

样本收集过程中应该注意两点: 1) 必须保证样本之间存在由于本身原因造成的差异性, 即收集样本的时候应该满足不同人脸、不同位置、不同姿态以及不同表情的人脸图像之间存在一定的差异性, 否则会给后续的计算造成误解. 比如, 样本训练集中如果有两张人脸图像完全一样, 则按 PCA 方法的要求将图像变成四元数矢量的时候, 由这两张图像构成的矢量将会完全相同, 根据矩阵理论很容易知道[9], 由包含这两张图像的样本训练集构造的散布矩阵其矩阵秩必然少 1, 该散布矩阵非零子空间的主元数目也必然减少 1, 因此, 容易对后续的分析造成误解; 2) 尽量避免因外界因素而造成图像之间的差异, 否则容易引起对算法识别性能好坏的误解, 即本来是由于外界原因造成的图像差异引起较高的识别率, 反而被误认为是算法本身更好的作用. 因此, 收集样本的时候应尽量保持相同的光照环境、相同的背景、相同的拍摄距离以及相同的色温等, 这样形成的样本差异才可能反映不同人脸图像本身内在的不同, 同时, 使用这样的样本去检验算法的识别性能才更具说服力.

图 1　部分彩色人脸样本图示

Fig. 1　Color face samples

4.3 基于四元数的 PCA 方法在彩色人脸识别中的应用原理

四元数定义为 $q = a + bi + cj + dk$, 其中 a, b, c, $d \in \mathbf{R}$, 如果将彩色图像像素的 R、G、B 三分量分别作为四元数的三个虚数部分, 则在数学形式上一幅彩色图像可以表示为 $C(m,n) = 0 + \mathrm{R}(m,n)\,i + \mathrm{G}(m,n)\,j + \mathrm{B}(m,n)\,k$, 其中 (m,n) 为像素的位置坐标, 从而一切识别问题的出发点都可以从这种表示开始, 由第 3 节的分析可以知道, 基于四元数体的广义 PCA 方法很容易在彩色人脸识别中得到应用.

本文样本训练集由每个人的 21 张图像, 即 40 个人总共 40×21 = 840 张人脸图像组成, 其余 1 640 − 840 = 800 张图像作为样本测试集. 部分训练集样本如图 2 所示, 训练集样本的平均脸由图 3 所示. 按本文第 3 节讲述的方法构造四元数散布矩阵, 并利用第 2 节的方法获取主元矢量, 由 Matlab 7.0 计算所得到的该散布矩阵的特征值从大到小排列为: 758 225.61, 629 003.537 966, 576 762.182 449, ⋯, 659.363 448, 635.768 916, **611.960 254**, **0.000 027**, 0.000 027, 0.000 026, ⋯, -0.000 002, 很明显特征值变化趋势中存在突变点, 即 611.960 254 与 0.000 027 之间的变化很大, 相差达两千多万倍, 因此, 我们有理由认为由较大特征值对应的特征矢量所组成的空间为样本集的非零空间, 而由其余较小特征值对应的特征矢量所组成的空间为样本集的零空间. 由矩阵构造方式可以知道, 该散布矩阵的秩应该为 840, 即较大特征值的个数应该为 840, 而较小特征值的个数应该为 800, 计算结果表明确实如此.

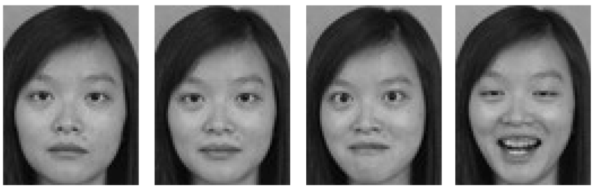

图 2 不同姿态、表情人脸图像示例

Fig. 2 Face image samples with different poses and expressions

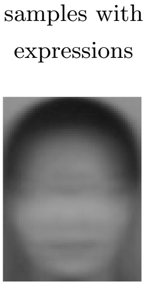

图 3 样本训练集平均脸

Fig. 3 The average face of training sample set

实验过程中, 我们采用的识别方案为: 1) 在样本集非零空间中选取不同数目的特征矢量作为样本的投影空间, 本文选取的主元矢量个数分别为 20、40、60 和 100; 2) 目前, 有文献报道认为, 使用 PCA 方法进行图像识别处理, 样本零空间同样包含很多鉴别信息, 因此, 本文在样本零空间也作了相关的测试, 力求证实有关说法的准确性; 3) 数学上分析, PCA 方法致力于训练样本的完全重构, 所以使用样本非零空间作为样本重构的基空间, 不会丢失任何鉴别信息, 本文采用特征脸和 Fisher 脸相结合的方法, 在样本集的非零空间使用 Fisher 方法进一步降低模式空间的维数, 测试按该方式处理问题, 程序运算速度提高的程度以及算法的稳定程度; 4) 在零空间中同样使用 Fisher 方法测试算法的各项性能指标.

为便于随时观察计算过程中中间数据的准确性, 以保证程序最后计算结果的正确性, 本文联合使用 VC++ 6.0 和 Matlab 7.0 处理有关的计算问题. 首先, 使用 VC++ 6.0 抽取彩色人脸图像的 R、G、B 数据, 计算平均脸, 进而构造训练样本的散布矩阵 (注意该矩阵为自共轭的四元数矩阵), 并求出该散布矩阵的导出阵; 然后, 将导出阵输入 Matlab 7.0, 利用其工具箱中的矩阵计算指令求出导出阵的实数特征值及其对应的复数特征矢量; 最后, 利用本文第 2 节给出的方法构造原始四元数矩阵正交的特征矢量集. 计算过程中, 需要注意的是, 在利用表达式 $I - (A^{\sigma} - \lambda_i I)^{+} (A^{\sigma} - \lambda_i I)$ 求取四元数矢量时, 其中有关于矩阵伪逆的计算步骤, 而 Matlab 7.0 计算矩阵伪逆涉及到奇异值分解过程, 因此计算中内存的花销特别大, 计算时间较长. 本文采用大小为 36×48 (像素) 的人脸图像, 主机配置为 Pentium(R) D CPU 2.80 GHz 2.81 GHz, 2.00 GB 的内存, 计算时需要分配的内存空间最高的时候为 1.2 G, 获取一个特征矢量的时间大约为 45 分钟.

尽管如此, 这种计算硬件上的较高要求以及计算时间的较高耗费并不影响识别算法的实时性, 其原因在于特征矢量的计算过程并不参与最后的识别过程, 仅仅是为识别过程做必要的数据准备, 因此, 本文算法仍然能够保证实时性要求.

4.4 实验结果及分析

本文实验目的主要在于对提出算法的可行性、较传统方法的优越性进行验证, 因此没有对训练集的各种选择方式进行系统的分析, 而仅仅以前三种表情 (正常、微笑以及生气) 的图像作为训练集, 余下两种表情的图像以及抬头、低头的样本图像作为测试集. 至于该算法如何受光照、性别或者年龄等因素的影响 (由于本文样本库收集的局限性, 作者没

有深入地研究该类问题), 不但涉及到彩色人脸库的补充, 还牵涉到算法本身性能的提高, 因此, 需要进一步的理论分析和实验验证.

由表 1 的实验数据结果可知, 本文算法在非零空间的识别率要高于零空间的识别率. 由矩阵分解理论可知, 非零空间主要包含样本的低频信息, 而零空间则体现样本的高频信息, 因此, 由识别结果可以作这样的分析: 反映样本之间差异性的主要鉴别信息存在于样本集的非零空间, 而个别局部高频信息并不成为其关键的鉴别因素. 基于样本完全重构的 PCA 方法[13], 希望用较少的综合变量代替原来较多的变量来描述样本, 同时这几个综合变量又需要能够尽可能多地反映原来变量所包含的信息, 并要求这些综合变量之间互不相关. 因此, 从统计学意义上分析可知, 选取的主元数目越多, 识别率更高. 但是, 到底选取多大数目的主元最为适宜, 则应该根据不同的应用场合作不同的选择. 总之, 主元的选择应该满足: 1) 选取的主成分所反映的信息应该与原始图像所提供的信息尽量接近, 即应尽量保留原始数据的鉴别信息; 2) 选取的主元成分应该能够对原始数据所具有的意义进行清楚的解释. 在实际应用中, 还应该参照实验结果而对主元作出合理的选择.

由表 1 中数据同样可知, 在选取相同主元矢量的情况下, 由特征脸与 Fisher 脸相结合的方法所得到的识别率总体上比单独使用 PCA 方法所得到的识别率偏低, 但是, 该方法使得描述样本的矢量的维数得到进一步降低, 因此, 最终识别过程所需的时间比单独使用 PCA 方法要少, 从而更利于算法的实时性要求. Fisher 鉴别分析法是基于样本分类的一种算法[14], 因此, 仅对样本之间的分类来讲, 效果要比 PCA 好得多, 但是, 该方法同样存在鉴别投影矢量数目的选取问题. 对相同的分类任务, 到底选取多少投影鉴别矢量为宜, 同主成分分析方法类似, 应该根据实际样本数据作统计分析, 而并没有固定的模式. 因此, 特征脸与 Fisher 脸相结合的识别方法能够达到何种程度好的效果, 不但与主元数目及种类的选择有关, 而且与 Fisher 鉴别矢量数目及种类的选取有关, 实际应用中, 可根据需要作折中选择.

理论上分析, 本文算法相对于传统基于灰度图像的人脸识别算法来说, 由于增加了包含丰富鉴别信息的彩色成分, 因此能够提高算法的识别率. 为证实该结论的正确性, 本文将彩色图像库中的所有人脸图像均转换为灰度图像, 然后用传统经典算法在该灰度库上作识别分析, 并将得到的结果跟本文算法的识别结果进行比较, 结果如表 1 所示. 实验数据表明, 针对彩色人脸图像的识别效果好于针对灰度图像的识别效果, 这与理论分析的结论相吻合, 也就是说, 不但图像轮廓形状、灰度分布情况对人脸图像之间的差异性具有重要的影响, 人脸皮肤的颜色对其差异性的贡献同样占有非常重要的地位.

本文方法同传统灰度化方法一样对光照较为敏感, 在相同的光照条件下, 两种算法各具优势, 这可从如下的定性分析而得知. 人脸图像之间的差异性, 既包含由于光照强度的不同而形成的亮度差异, 也包含因为光照条件的不同而形成的肤色色调差异, 因此如下两种情况均可能发生: 1) 局部区域肤色不同, 但光照强度相同, 即具有相同的灰度值. 传统方法在这些区域将无法获取鉴别信息, 然而, 由于肤色信息存在差异, 用本文提出的识别算法则能够完成这些区域的鉴别; 2) 局部区域色调相同, 但光照强度不同. 将这些区域转换为灰度图像以后能够得到很好的区分信息, 但是, 采用本文方法则不一定能够得到好的鉴别效果. 从以上简单的定性分析可知, 就克服光照影响的问题而言, 本文方法同传统方法相比, 仍然具有其独特的优势, 文献 [12] 的部分内容也证实了该结论的正确性. 但是, 究竟如何改进我们的识别算法, 以使其能够适用于各种不同的情况, 则还需要更多理论上的分析及试验验证.

实验过程中, 联合使用 PCA 方法与 Fisher 脸方法会遇到在四元数中如何推广定义于实数域的 Fisher 鉴别分析法的问题, 这涉及到广义瑞利商在四元数体上的推广以及四元数体上 Fisher 鉴别矢量集的抽取等, 其中相关内容数学上的合理性分析及其可行性证明在文献 [15] 中已有详细的阐述.

表 1　基于四元数的彩色人脸识别结果

Table 1　Color face recognition based on quaternion

空间选择		非零空间					零空间				
方案选择		PCA			PCA+Fisher		PCA			PCA+Fisher	
主元数目		40	60	100	60		40	60	100	60	
鉴别矢量					20	40				20	40
识别率 (%)	彩色	89.1	91.6	94.6	88.4	90.6	0	0	0	0	0
	灰度	84.2	86.3	88.2	85.5	87.6	0	0	0	0	0

5 结论

本文将彩色图像 R、G、B 三分量作为四元数的三个虚数部分, 从而提出一种全新的彩色图像识别算法. 作为新兴数学工具在模式识别领域得以应用的可行性尝试, 本文将定义于实数域的 PCA 方法向四元数体作合理的推广, 并在彩色人脸识别中得到成功的应用. 在实际工程中应用基于四元数的 PCA 算法的首要条件是能够方便地编制程序, 以便获取训练集样本散布矩阵的正交特征矢量集. 作者提出一种变换的求解方法, 通过严密的数学证明, 说明了该求解方法的正确性以及在实际编程求解过程中的可操作性.

本文建立了一个彩色人脸数据库, 并在该数据库上使用本文所提出的识别算法, 实验结果证明了该方法的正确性及其较传统方法的优越性. 尽管该方法的后台操作对计算机硬件资源有较高的要求, 但对最后的识别过程并不造成任何负面影响. 同时, 正交特征矢量集的抽取过程完全独立于算法的识别过程, 因此, 本文算法的实时性要求可以得到保证.

同灰度化方法相比, 本文算法因为考虑了包含丰富鉴别信息的彩色成分, 而具有比传统灰度化方法更好的识别性能. 尽管如此, 本文算法仍然存在一定的缺陷, 这也是作者以后应该重点考虑和致力于解决的地方:

1) 当样本训练集扩大的时候, 重新训练过程中耗费了大量时间以及对硬件资源的要求过高. 由 4.3 节的部分内容可知, 使用本文方法寻找正交特征矢量集, 存在矩阵伪逆的计算过程, 因为使用 Matlab 7.0 计算矩阵伪逆的时候, 对内存空间的需求较高, 对于本文 32×44 (像素) 的人脸图像而言, 获取一个主元矢量大约需要 45 分钟左右. 如果再结合使用 Fisher 鉴别分析方法, 又因为需要计算最优鉴别投影矢量集, 因此, 大量时间的耗费成为必须考虑的问题, 否则不利于实际应用. 对该问题本文后续工作的目标为寻找新的、便捷的、可操作的获取主元矢量的计算方法, 或者对计算程序进行优化处理以提高其运算速度, 节省后台训练时间.

2) 如果待识别的人脸图像在拍摄时的光照条件与人脸库中图像在拍摄时的光照条件不一致, 会对识别造成一定的影响, 如何解决这个问题, 也是作者以后研究的重点. 目前简单的考虑为, 可以对数据库中的训练集图像和需要识别的图像采用相同的处理手段进行预处理, 以尽量减小光照对算法的影响, 从而提高算法的识别率, 增强其鲁棒性.

3) 本文在收集彩色人脸样本建立人脸库的时候, 由于时间上的限制, 没有跨年度进行图像采集, 因此, 本文没能就年龄因素对算法的影响进行实验说明. 对于该问题, 有待于今后长时间的样本采集, 因此不可能在很短的时间内得以完成.

4) 采用本文方法处理彩色图像的 R、G、B 三分量, 应该注意的问题是如何从统计学意义上清楚地解释组合量的物理含义, 又能从理论上进一步证明该方法较传统方法的优越性, 并给出具有说服力的数学证明.

References

1 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linearprojection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, **19**(7): 711−720

2 Howland P, Park H. Generalizing discriminant analysis using the generalized sigular value decomposition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(8): 995−1006

3 Nakamura O, Mathur S, Minami T. Identification of human faces based on isodensity maps. *Pattern Recognition*, 1991, **24**(3): 263−272

4 Lads M, Vorbuggen J C, Buhmann J, Lange J, Malsburg C, Konen W. Distortion invariant object recognition in the dynamic link architecture. *IEEE Transactions on Computers*, 1993, **42**(3): 300−311

5 Samaria F, Young S. HMM-based architecture for face identification. *Image and Vision Computing*, 1994, **12**(8): 537−543

6 IEEE Criteria for Class IE Electric System, IEEE Standard 308, 1969

7 Ou Shan-Hu, Wang Qian-Li, Zhu Zhe-Yu. *The Application and Technology of Digital Image Processing*. Beijing: Tsinghua Press, 2004. 25−48
(欧珊瑚, 王倩丽, 朱哲瑜. 数字图像处理技术与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004. 25−48)

8 Li Wen-Liang. *Quternion Matrix*. Changsha: National Univercity of Defense Technology Press, 2002. 1−5, 34, 76
(李文亮. 四元数矩阵. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002. 1−5, 34, 76)

9 Cheng Yun-Peng. *Matrix Theory*. Xi′an: Northwestern Polytechnical University Press, 2004. 102, 296
(程云鹏. 矩阵论. 西安: 西北工业大学出版社, 2004. 102, 296)

10 Le Bihan N, Sangwine S J. Quaternion principal component analysis of color iamge. In: Proceedings of International Conference on Image Processing. Barcelona, Spain: IEEE, 2003. 809−812

11 Rajapakse M, Tan J, Rajapakse J. Color channel encoding with NMF for face recognition. In: Proceedings of International Conference on Image Processing. Singapore, Singapore: IEEE, 2004. 2007−2010

12 Lang Fang-Nian, Zhou Ji-Liu, Yan Bin, Song En-Bing, Zhong Fan. Quternion and color image edge detection. *Computer Science*, 2007, **34**(11): 212−216
(郎方年, 周激流, 闫斌, 宋恩彬, 钟钒. 四元数与彩色图像边缘检测. 计算机科学, 2007, **34**(11): 212−216)

13 Gao Hui-Xuan. *Multivariate Statistical Analysis Application*. Beijing: Peking University Press, 2005. 265−266
(高惠璇. 应用多元统计分析. 北京: 北京大学出版社, 2005. 265−266)

14 Duda R O, Hart P E, Stork D G [Author], Li Hong-Dong, Yao Tian-Xiang [Translator]. *Pattern Classification*. Beijing: China Machine Press, 2003
(Duda R O, Hart P E, Stork D G [著], 李宏东, 姚天翔 [译]. 模式分类. 北京: 机械出版社, 2003)

15 Lang Fang-Nian, Zhou Ji-Liu, Song En-Bin, He Kun, Zhong Fan. The generalizing of generalized Rayleigh quotient in quaternion and its application in the fusion of image information. *Laser Journal*, 2006, **27**(3): 39−40
(郎方年, 周激流, 宋恩彬, 何坤, 钟钒. 广义 Rayleigh 商在四元数体上的推广及其在图像信息融合中的应用. 激光杂志, 2006, **27**(3): 39−40)

郎方年 四川大学博士研究生. 主要研究方向为数字图像处理、生物特征识别以及人工智能.
E-mail: fnlang@163.com
(**LANG Fang-Nian** Ph. D. candidate at Sichuan University. His research interest covers digital image processing, biology feature recognition, and artificial intelligence.)

周激流 四川大学教授. 主要研究方向为图像处理与模式识别、计算智能、分数阶微积运算理论及其在信号信息处理中的应用. 本文通信作者.
E-mail: zhoujl@scu.edu.cn
(**ZHOU Ji-Liu** Professor at Sichuan University. His research interest covers image manipulation, pattern recognition, artificial intelligence and the theorem of fractional calculous and its application in signal processing. Corresponding author of this paper.)

闫 斌 电子科技大学博士研究生. 主要研究方向为数据融合、无线传感器网络.
E-mail: uestyan@163.com
(**YAN Bin** Ph. D. candidate at Electronical University of Science and Technology. His research interest covers data fusion and wireless sensor networks.)

宋恩彬 四川大学博士研究生. 主要研究方向为数据融合、矩阵理论及其应用、不确定性数学理论及应用.
E-mail: e.b.song@163.com
(**SONG En-Bin** Ph. D. candidate at Sichuan University. His research interest covers information fusion, matrix theory and its application, and uncertainly math theory and its application.)

钟 钒 四川大学硕士研究生. 主要研究方向为数字图像处理、生物特征识别以及人工智能.
E-mail: langrisservzhong@hotmail.com
(**ZHONG Fan** Master student at Sichuan University. His research interest covers digital image processing, biology feature recognition, and artificial intelligence.)