

# 宏观交通流模型参数的迭代学习辨识方法

侯忠生<sup>1</sup> 金尚泰<sup>1</sup> 赵明<sup>1</sup>

**摘要** 利用宏观交通流行为的重复性特性, 将快速路宏观交通流模型转换为包含此模型的一般离散时间非线性系统模型, 然后针对此一般离散时间非线性系统模型设计了基于迭代学习的宏观交通流模型参数辨识算法. 严格的理论推导证明了这种参数辨识方案的收敛性和鲁棒性. 仿真结果验证了该算法的有效性.

**关键词** 宏观交通流模型, 迭代学习控制, 参数辨识, 重复性  
**中图分类号** TP271.72

## Iterative Learning Identification Method for the Macroscopic Traffic Flow Model

HOU Zhong-Sheng<sup>1</sup> JIN Shang-Tai<sup>1</sup> ZHAO Ming<sup>1</sup>

**Abstract** By transforming the macroscopic traffic flow model into a more general discrete-time nonlinear system model, an iterative learning identification method is developed to estimate the parameters of the more general discrete-time nonlinear system, so the macroscopic traffic flow parameters as well, based on the repeatability of the macroscopic traffic flow behavior in a freeway. With rigorous analysis, it is shown that the proposed learning identification scheme can guarantee the convergence and robustness. A number of simulation results are provided to demonstrate the efficacy of the proposed approach.

**Key words** Macroscopic traffic flow model, iterative learning, parameter identification, repeatability

城市交通的快速发展和交通需求的不断增长, 使得城市快速路上的拥堵日益严重, 由此造成的时间延误和经济损失越来越大. 目前国内外公认的解决城市快速路交通拥堵的有效方法就是采用出入口匝道控制<sup>[1]</sup>. 出入口匝道控制可分为两类, 一类是局部匝道控制系统, 主要包括 DC 控制 (Demand capacity control), OC 控制 (Occupancy control)<sup>[2]</sup> 和 ALINEA 控制<sup>[3-4]</sup>. 另一类是区域匝道控制系统, 主要包括多出入口匝道联合控制和整个系统的最优控制<sup>[5-6]</sup> 等. 出入口匝道控制的目的在于保证快速路交通流密度平稳, 使道路资源得到充分利用. 建立一个能准确反映快速路交通流稳态和动态特性的数学模型对城市快速路交通控制系统的设计, 以及对出入口匝道控制系统的评估都至关重要.

然而, 城市交通流系统具有明显的重复性, 如不同天之间同一时刻的交通流状况、不同周同一天的

同一时刻的交通流状况、甚至不同月不同年的交通流状况基本上也是一样的, 因此, 如何利用交通流系统本质上具有的这种重复性来充分考虑重复性的交通流控制系统、交通流模型的参数辨识等, 具有重要的学术意义和实际应用价值的. 目前在交通流研究领域, 研究如何应用系统的重复性和相似性设计出入口匝道控制已经有所报道<sup>[7-12]</sup>, 但在交通流模型的参数辨识方面, 尚未见报道.

值得指出的是, 针对具有重复性的受控对象, 在控制理论研究领域已经有了较好的处理方法, 即迭代学习控制. 迭代学习方法能够非常好地处理在有限区间上的具有重复性受控对象的完全跟踪问题, 详细论述参见文献 [13-14].

关于快速路和宏观交通流模型的参数估计问题, 已有的研究结果均是基于最优化或最小二乘算法的结果<sup>[15-17]</sup>, 它们没有利用系统的重复性, 不能随着系统的重复次数的增加而使参数估计的结果得到改善, 即不具有学习功能.

本文针对快速路宏观交通系统模型的强非线性、时变性和重复性的特点, 研究了迭代学习辨识方法在快速路宏观交通流模型辨识中的应用, 通过严格的数学论证, 证明了所提出的辨识算法具有收敛性和鲁棒性. 最后, 在 Matlab 平台上进行仿真研究, 仿真结果表明所提出辨识方法效果良好.

收稿日期 2006-08-21 收修稿日期 2007-01-15  
Received August 21, 2006; in revised form January 15, 2007  
国家自然科学基金 (60474038, 60774022) 和国家教育部博士点基金 (20060004002) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60474038, 60774022) and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20060004002)  
1. 北京交通大学电子信息工程学院先进控制系统研究所 北京 100044  
1. Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044  
DOI: 10.3724/SP.J.1004.2008.00064

## 1 问题描述

### 1.1 交通流模型

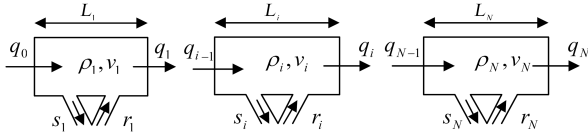


图 1 快速路各区段交通流描述

Fig. 1 A freeway system subdivided into sections

交通流流体理论最早是在 1955 年由 Lighthill 和 Whitham<sup>[17]</sup> 提出的, 后来 Payne<sup>[18]</sup> 等人对上述模型进行了改进. 1990 年 Papageorgiou<sup>[19]</sup> 在 Payne 模型基础上增加了进出口匝道流量变量项, 建立了更为实用的交通流模型. 现在许多的快速路交通流控制方面的研究和实际系统都是基于此模型来进行的<sup>[5-6, 19]</sup>. 因此, 本文基于 Papageorgiou 提出的宏观动态交通流模型来讨论其参数迭代学习估计问题. 考虑具有一段单车道的城市快速路, 如图 1 所示, 将此段快速路分成  $N$  节, 每一节包含有一个入口匝道和一个出口匝道, 其空间和时间离散化模型如下<sup>[19]</sup>

$$\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(k) - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)] \quad (1)$$

$$q_i(k) = \omega \rho_i(k) v_i(k) + (1 - \omega) \rho_{i+1}(k) v_{i+1}(k) \quad (2)$$

$$v_i(k+1) = v_i(k) + \frac{T}{\tau} [V(\rho_i(k)) - v_i(k)] + \frac{T}{L_i} v_i(k) [v_{i-1}(k) - v_i(k)] - \frac{T\nu}{L_i\tau} \frac{[\rho_{i+1}(k) - \rho_i(k)]}{[\rho_i(k) + \kappa]} \quad (3)$$

$$V(\rho_i(k)) = v_{\text{free}} (1 - [\frac{\rho_i(k)}{\rho_{\text{jam}}}]^l)^m \quad (4)$$

式中

$\rho_i(k)$ : 在  $t = kT$  时, 路段  $i$  的平均密度 (veh/km);

$v_i(k)$ : 在  $t = kT$  时, 路段  $i$  的平均速度 (km/h);

$q_i(k)$ : 在  $[kT, (k+1)T]$  期间, 从路段  $i$  到路段  $i+1$  的交通量 (veh/h);

$r_i(k)$ : 入口匝道流率, 指在  $[kT, (k+1)T]$  期间从入口匝道  $i$  进入快速路的交通量 (veh/h);

$s_i(k)$ : 出口匝道流率, 指在  $[kT, (k+1)T]$  期间从快速路主线通过出口匝道  $i$  驶出快速路的交通量 (veh/h);

$v_{\text{free}}$ : 自由流速度, 即密度为零时的车流最大行驶速度 (km/h);

$\rho_{\text{jam}}$ : 最大车流密度 (veh/km);

$L_i$ : 第  $i$  节路段的长度 (km);

$T$ : 采样周期 (h);

$\tau$ : 时间常数, 反映驾驶员的反应速度 (h);

$\nu, \kappa, l, m, \omega$ : 常数参数, 反映特定交通系统的道路几何特点、车辆特征、驾驶员行为等, 不同的道路环境, 参数值不同;

$k$ : 时刻标号,  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

式 (1) ~ (4) 组成了快速路宏观动态确定性交通流数学模型. 其中, 式 (1) 称为密度方程, 它反映了车辆守恒关系; 式 (2) 是交通流三参数基本关系式, 称为交通流基本方程; 式 (3) 称为速度方程, 它说明了速度和密度之间的动态关系; 式 (4) 为稳态情况下的速度 - 密度关系式, 即通常所说的速 - 密方程. 在上述的交通流模型中, 要求采样时间满足关系式  $T < L_{\text{min}}/v_{\text{free}}$ , 即车辆以自由速度  $v_{\text{free}}$  行驶时, 不许在一个采样周期  $T$  内经过最短的检测节  $L_{\text{min}}$ , 也就是要求车辆信息全部被检测到, 不能出现漏车现象. 如果采样周期偏大, 动态检测数据将失掉应有的信息, 检测到的车辆信息不完全.

### 1.2 边界条件

假定在  $[kT, (k+1)T]$  期间进入第一个路段的交通流量为  $q_0(k)$ , 进入路段 1 的车辆平均速度等于路段 1 的平均速度, 即  $v_0(k) = v_1(k)$ , 路段  $N+1$  的平均速度和密度等于路段  $N$  的平均速度和密度, 即  $v_{N+1}(k) = v_N(k)$ ,  $\rho_{N+1}(k) = \rho_N(k)$ .

边界条件总结如下

$$\rho_0(k) = q_0(k)/v_1(k) \quad (5)$$

$$v_0(k) = v_1(k) \quad (6)$$

$$\rho_{N+1}(k) = \rho_N(k) \quad (7)$$

$$v_{N+1}(k) = v_N(k) \quad (8)$$

### 1.3 模型变换和假设条件

将式 (2) 代入式 (1) 可得到如下形式的方程

$$\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \frac{T}{L_i} [\rho_{i-1}(k) v_{i-1}(k) - \rho_i(k) v_i(k) + r_i(k) - s_i(k)] \quad (9)$$

$$v_i(k+1) = v_i(k) + \frac{T}{\tau} [v_{\text{free}} (1 - [\frac{\rho_i(k)}{\rho_{\text{jam}}}]^l)^m - v_i(k)] + \frac{T}{L_i} v_i(k) [v_{i-1}(k) - v_i(k)] - \frac{T\nu}{L_i\tau} \frac{[\rho_{i+1}(k) - \rho_i(k)]}{[\rho_i(k) + \kappa]} \quad (10)$$

定义

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= [\rho_1(k), \rho_2(k), \dots, \rho_N(k)]^T \\ \mathbf{y}(k) &= [v_1(k), v_2(k), \dots, v_N(k)]^T \\ \mathbf{u}(k) &= [r_1(k), r_2(k), \dots, r_N(k)]^T \\ \boldsymbol{\theta}(k) &= [v_{\text{free}}(k), \rho_{\text{jam}}(k), l(k), m(k), \nu(k)]^T \\ \mathbf{s}(k) &= [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^T \\ B &= \text{diag}\left[\frac{T}{L_1}, \frac{T}{L_2}, \dots, \frac{T}{L_N}\right]^T\end{aligned}$$

其中  $\boldsymbol{\theta}(k)$  为待辨识的参数. 则模型 (9), (10) 可重写为状态空间的形式

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= f(\mathbf{x}(k), \mathbf{y}(k)) + B(\mathbf{u}(k) - \mathbf{s}(k)) \\ \mathbf{y}(k+1) &= g(\mathbf{x}(k), \mathbf{y}(k), \boldsymbol{\theta}(k))\end{aligned}\quad (11)$$

**注 1.** 对宏观交通流模型的动态行为起主要作用的参数为  $v_{\text{free}}(k), \rho_{\text{jam}}(k), l(k), m(k), \nu(k)$ <sup>[19]</sup>, 这就是我们选择这五个参数作为待辨识参数的原因. 参数实践和理论均已证明, 其他模型参数对交通流行为不敏感. 若考虑全部参数的辨识, 其方法类似.

**假设 1.**  $f(\cdot, \cdot, \cdot), g(\cdot, \cdot, \cdot)$  关于其所有的自变量满足全局 Lipschitz 条件, 即

$$\|f(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) - f(\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j)\| \leq m_{fx} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| + m_{fy} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| \quad (12)$$

$$\|g(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\theta}_i) - g(\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j, \boldsymbol{\theta}_j)\| \leq m_{gx} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| + m_{gy} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\| + m_{g\theta} \|\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j\| \quad (13)$$

其中  $m_{fx}, m_{fy}, m_{gx}, m_{gy}, m_{g\theta}$  分别是 Lipschitz 常数.

**注 2.** 从宏观交通流模型 (9), (10), 可得  $f$  和  $g$  函数在有界闭集上是连续可微的, 因为实际中速度和密度不能无限大, 因此它们组成一个有界闭集. 同时, 时间变量也是一个有限的量, 因此满足假设 2 的条件.

**假设 2.** 当初态位于  $\mathbf{x}_d(0), \mathbf{y}_d(0)$  时, 给定入口匝道流量  $\mathbf{u}_d(k)$  和出口匝道流量  $\mathbf{s}_d(k)$ , 可以量测到速度输出信号  $\mathbf{y}_d(k)$  ( $k \in [0, K]$ ), 密度状态信号  $\mathbf{x}_d(k)$  ( $k \in [0, K]$ ), 模型状态为  $\boldsymbol{\theta}_d(k)$  ( $k \in [0, K]$ ), 有

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_d(k+1) &= f(\mathbf{x}_d(k), \mathbf{y}_d(k)) + B(\mathbf{u}_d(k) - \mathbf{s}_d(k)) \\ \mathbf{y}_d(k+1) &= g(\mathbf{x}_d(k), \mathbf{y}_d(k), \boldsymbol{\theta}_d(k))\end{aligned}\quad (14)$$

其中  $\boldsymbol{\theta}_d(k)$  是交通流模型 (1)~(4) 的真实参数.

**假设 3.** 迭代过程满足严格重复的初始重置条件, 即

$$\mathbf{x}_n(0) = \mathbf{x}_d(0), \mathbf{y}_n(0) = \mathbf{y}_d(0) \quad \forall n \quad (15)$$

其中  $\mathbf{x}_d(0), \mathbf{y}_d(0)$  分别为期望状态和期望轨迹的初始值,  $n$  代表迭代学习的迭代次数.

**注 3.** 假设 2 是一个合理的假设, 不满足此条假设的辨识问题没有实际意义. 假设 3 是对系统的一个限制, 这一点在证明中可以看到, 而且并不要求它严格重复.

## 2 参数辨识算法及收敛性证明

辨识模型取为

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_n(k+1) &= f(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{y}_n(k)) + \\ &B(\mathbf{u}_d(k) - \mathbf{s}_d(k)) + \boldsymbol{\omega}_n(k) \\ \mathbf{y}_n(k+1) &= g(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{y}_n(k), \boldsymbol{\theta}_n(k)) + \boldsymbol{\xi}_n(k)\end{aligned}\quad (16)$$

其中  $\boldsymbol{\omega}_n(k), \boldsymbol{\xi}_n(k)$  为系统的输出量测噪声,  $\boldsymbol{\theta}_n(k)$  是第  $n$  次迭代时的模型参数. 迭代学习辨识算法为

$$\boldsymbol{\theta}_{n+1}(k) = \boldsymbol{\theta}_n(k) + \beta \mathbf{e}_n(k+1) \quad (17)$$

定义第  $n$  次迭代学习的输出误差  $\mathbf{e}_n(k) = \mathbf{y}_d(k) - \mathbf{y}_n(k)$ , 第  $n$  次迭代学习的状态误差  $\Delta \mathbf{x}_n(k) = \mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}_n(k)$ , 第  $n$  次迭代学习的参数误差  $\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k) = \boldsymbol{\theta}_d(k) - \boldsymbol{\theta}_n(k)$ , 向量  $\mathbf{h}(k)$  的  $\lambda$  范数为

$$\|\mathbf{h}(k)\|_\lambda = \sup_{k \in [0, K]} a^{-\lambda k} \|\mathbf{h}(k)\|$$

其中  $\lambda > 1, a > 1$ .

为了简单, 应用如下符号

$$\begin{aligned}g_x &= \frac{\partial g(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{y}_n(k), \boldsymbol{\theta}_n(k))}{\partial \mathbf{x}_n(k)} \\ g_y &= \frac{\partial g(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{y}_n(k), \boldsymbol{\theta}_n(k))}{\partial \mathbf{y}_n(k)} \\ g_\theta &= \frac{\partial g(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{y}_n(k), \boldsymbol{\theta}_n(k))}{\partial \boldsymbol{\theta}_n(k)}\end{aligned}$$

**定理 1.** 对于辨识模型 (16), 采用迭代学习辨识算法 (17), 假设系统的状态和输出量测噪声满足  $\|\boldsymbol{\xi}_n(k)\| \leq \epsilon_\xi, \|\boldsymbol{\omega}_n(k)\| \leq \epsilon_\omega$ , 且系统满足假设 1~3 条件, 若选择增益矩阵  $\beta$  使得式  $\|(1 - \beta g_\theta)\| < 1$  成立, 则 1) 参数误差  $\boldsymbol{\theta}_n(k) - \boldsymbol{\theta}_d(k)$  一致有界; 2) 当  $\epsilon_\xi = 0, \epsilon_\omega = 0$ , 有  $\lim_{n \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\theta}_n(k) - \boldsymbol{\theta}_d(k)\|_\lambda = 0$ .

**证明.**

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k) &= \boldsymbol{\theta}_d(k) - \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k) = \\ &\boldsymbol{\theta}_d(k) - (\boldsymbol{\theta}_n(k) + \beta \mathbf{e}_n(k+1)) = \\ &\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k) - \beta \mathbf{e}_n(k+1)\end{aligned}\quad (18)$$

根据迭代学习的输出误差定义和假设 2 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_n(k+1) &= \mathbf{y}_d(k+1) - \mathbf{y}_n(k+1) = \\ &g_x \Delta \mathbf{x}_n(k) + g_y \mathbf{e}_n(k) + \\ &g_\theta \Delta \boldsymbol{\theta}_n(k) - \boldsymbol{\xi}_n(k) \end{aligned} \quad (19)$$

将式 (19) 代入式 (18) 得

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k) &\leq \|(1 - \beta g_\theta)\| \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k)\| + \\ &M_1 (\|\Delta \mathbf{x}_n(k)\| + \|\mathbf{e}_n(k)\|) + \|\beta \boldsymbol{\xi}_n(k)\| \end{aligned} \quad (20)$$

式 (20) 两边取范数, 并令

$$M_1 = \max_{k \in [0, K]} (\|\beta g_x\|, \|\beta g_y\|)$$

得

$$\begin{aligned} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k)\| &\leq \|(1 - \beta g_\theta)\| \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k)\| + \\ &M_1 (\|\Delta \mathbf{x}_n(k)\| + \|\mathbf{e}_n(k)\|) + \|\beta \boldsymbol{\xi}_n(k)\| \end{aligned} \quad (21)$$

根据假设 2, 状态误差和输出误差的定义, 可得

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{x}_n(k)\| &= \|f(\mathbf{x}_d(k-1), \mathbf{y}_d(k-1)) + \\ &B(\mathbf{u}_d(k-1) - \mathbf{s}_d(k-1)) - \\ &f(\mathbf{x}_n(k-1), \mathbf{y}_n(k-1)) - \\ &B(\mathbf{u}_d(k-1) - \mathbf{s}_d(k-1)) - \boldsymbol{\omega}_n(k-1)\| \leq \\ &m_{fx} \|\Delta \mathbf{x}_n(k-1)\| + m_{fy} \|\mathbf{e}_n(k-1)\| + \\ &\|\boldsymbol{\omega}_n(k-1)\| \\ \|\mathbf{e}_n(k)\| &= \|g(\mathbf{x}_d(k-1), \mathbf{y}_d(k-1), \boldsymbol{\theta}_d(k-1)) - \\ &g(\mathbf{x}_n(k-1), \mathbf{y}_n(k-1), \boldsymbol{\theta}_n(k-1)) - \\ &\boldsymbol{\xi}_n(k-1)\| \leq \\ &m_{gx} \|\Delta \mathbf{x}_n(k-1)\| + m_{gy} \|\mathbf{e}_n(k-1)\| + \\ &m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k-1)\| + \|\boldsymbol{\xi}_n(k-1)\| \end{aligned} \quad (22)$$

由式 (22), 可得

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{x}_n(k)\| + \|\mathbf{e}_n(k)\| &\leq M_2 (\|\Delta \mathbf{x}_n(k-1)\| + \\ &\|\mathbf{e}_n(k-1)\|) + \|\boldsymbol{\omega}_n(k-1)\| + \\ &m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k-1)\| + \|\boldsymbol{\xi}_n(k-1)\| \leq \\ &M_2^2 (\|\Delta \mathbf{x}_n(k-2)\| + \|\mathbf{e}_n(k-2)\|) + \\ &m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k-1)\| + \\ &M_2 m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k-2)\| + \\ &M_2 (\|\boldsymbol{\xi}_n(k-2)\| + \|\boldsymbol{\omega}_n(k-2)\|) + \\ &(\|\boldsymbol{\xi}_n(k-1)\| + \|\boldsymbol{\omega}_n(k-1)\|) \leq \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq M_2^k (\|\Delta \mathbf{x}_n(0)\| + \|\mathbf{e}_n(0)\|) + \\ &\sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| + \\ &\sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} (\|\boldsymbol{\xi}_n(j)\| + \|\boldsymbol{\omega}_n(j)\|) \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $M_2 = \max_{k \in [0, K]} (\|m_{fx}\| + \|m_{gx}\|, \|m_{fy}\| + \|m_{gy}\|)$ .

把式 (23) 代入式 (21) 得

$$\begin{aligned} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k)\| &\leq \|(1 - \beta g_\theta)\| \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k)\| + \\ &M_1 M_2^k (\|\Delta \mathbf{x}_n(0)\| + \|\mathbf{e}_n(0)\|) + \\ &M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| + \\ &M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} (\|\boldsymbol{\xi}_n(j)\| + \\ &\|\boldsymbol{\omega}_n(j)\|) + \|\beta \boldsymbol{\xi}_n(k)\| \end{aligned} \quad (24)$$

在式 (24) 两端同乘  $M_2^{-\lambda k}$  (取  $M_2 > 1$ ), 并在  $k \in [0, K]$  上取最大值, 得

$$\begin{aligned} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_{n+1}(k)\|_\lambda &\leq \|(1 - \beta g_\theta)\| \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(k)\|_\lambda + \\ &\sup_{k \in [0, K]} M_1 M_2^k M_2^{-\lambda k} (\|\Delta \mathbf{x}_n(0)\| + \|\mathbf{e}_n(0)\|) + \\ &\sup_{k \in [0, K]} M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} M_2^{-\lambda k} m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| + \\ &\sup_{k \in [0, K]} M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} M_2^{-\lambda k} (\|\boldsymbol{\xi}_n(j)\| + \|\boldsymbol{\omega}_n(j)\|) + \\ &\sup_{k \in [0, K]} M_2^{-\lambda k} \|\beta \boldsymbol{\xi}_n(k)\| \end{aligned} \quad (25)$$

由假设 2 可得,  $\|\Delta \mathbf{x}_n(0)\| + \|\mathbf{e}_n(0)\| = 0$ . 式 (25) 右边第三项

$$\begin{aligned} &\sup_{k \in [0, K]} M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} M_2^{-\lambda k} m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| = \\ &M_1 M_2^{-1} m_{g\theta} \sup_{k \in [0, K]} \left( \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{-\lambda j} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| M_2^{(\lambda-1)(j-k)} \right) \leq \\ &M_1 M_2^{-1} m_{g\theta} \sup_{k \in [0, K]} \left( \sum_{j=0}^{k-1} \left( \sup_{k \in [0, K]} M_2^{-\lambda j} \right. \right. \\ &\left. \left. \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\| \right) M_2^{(\lambda-1)(j-k)} \right) \leq \\ &M_1 M_2^{-1} m_{g\theta} \|\Delta \boldsymbol{\theta}_n(j)\|_\lambda \sup_{k \in [0, K]} \left( \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{(\lambda-1)(j-k)} \right) \leq \end{aligned}$$

$$M_1 m_{g\theta} \frac{1 - M_2^{(1-\lambda)K}}{M_2^\lambda - M_2} \|\Delta\theta_n(k)\|_\lambda \quad (26)$$

式 (25) 右边第四项

$$\begin{aligned} \sup_{k \in [0, K]} M_1 \sum_{j=0}^{k-1} M_2^{k-1-j} M_2^{-\lambda k} (\|\xi_n(j)\| + \|\omega_n(j)\|) &\leq \\ M_1 M_2^{-1} \sup_{k \in [0, K]} (\varepsilon_\xi + \varepsilon_\omega) M_2^{(\lambda-1)(j-k)} &\leq \\ M_1 \frac{1 - M_2^{(1-\lambda)K}}{M_2^\lambda - M_2} (\varepsilon_\xi + \varepsilon_\omega) &\quad (27) \end{aligned}$$

式 (25) 右边第五项

$$\sup_{k \in [0, K]} M_2^{-\lambda k} \|\beta \xi_n(k)\| \leq \beta \varepsilon_\xi \quad (28)$$

由式 (26) ~ (28) 知, 当  $\lambda$  足够大的时候, 式 (25) 右边第二项至第四项的值可以任意小, 因此式 (25) 又可以写成

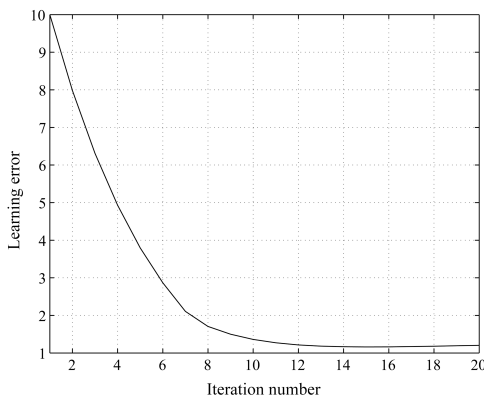
$$\|\Delta\theta_{n+1}(k)\|_\lambda \leq \rho^{n+1} \|\Delta\theta_0(k)\|_\lambda + \frac{1 - \rho^{n+1}}{1 - \rho} \varepsilon \quad (29)$$

其中  $\rho = \|(1 - \beta g_\theta)\|$ ,  $\varepsilon = \beta \varepsilon_\xi$ .

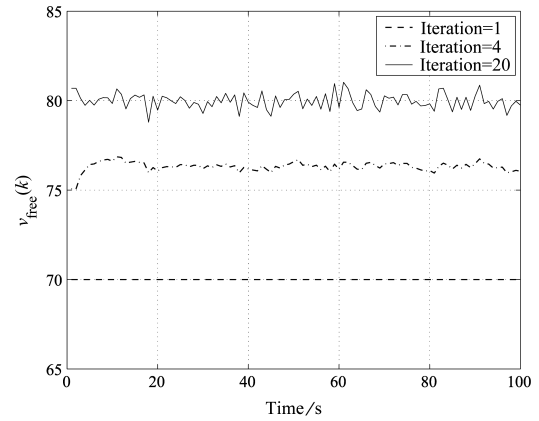
因此, 可以选取合适的学习增益矩阵  $\beta$ , 使得  $\rho = \|(1 - \beta g_\theta)\| < 1$ . 故当  $n$  趋于无穷时, 由式 (29) 可得,  $\|\Delta\theta_{n+1}(k)\|_\lambda$  趋向于  $1/(1 - \rho) \cdot \varepsilon$ .  $\square$

### 3 仿真研究

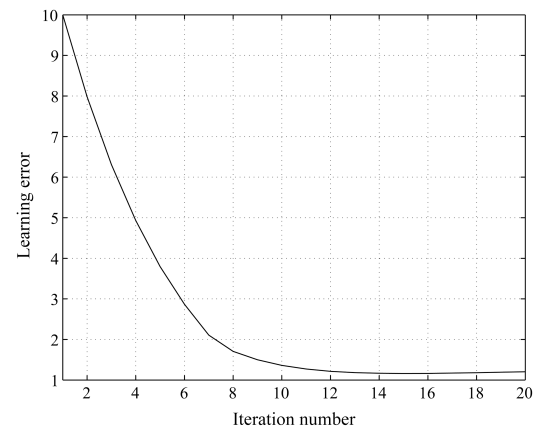
为了验证迭代学习控制方法在快速路宏观交通流模型参数辨识中的有效性, 我们考虑一段 2.5 km 的单车道快速路, 该路段被分为 5 段, 每段长度为 500 m. 第一路段的入口流量  $q_0(k) = 1500 \times (1 + 0.3 \sin(10\pi k/N))$ , 其他的模型参数和初始参数设定取值见表 1 和表 2 (见第 69、70 页).



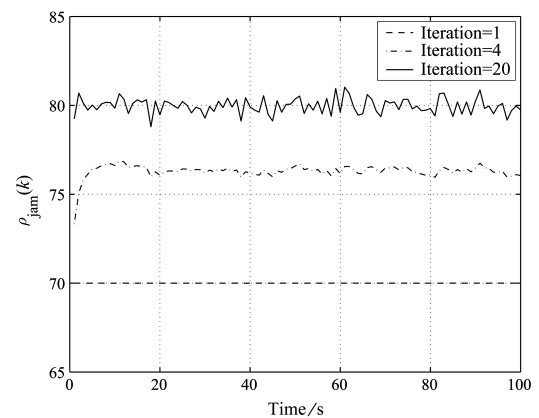
(a)  $v_{\text{free}}(k)$  的迭代学习辨识误差  
(a) Iterative learning identification error of  $v_{\text{free}}(k)$



(b)  $v_{\text{free}}(k)$  的参数辨识效果  
(b) Estimated results of  $v_{\text{free}}(k)$



(c)  $\rho_{\text{jam}}(k)$  的迭代学习辨识误差  
(c) Iterative learning identification error of  $\rho_{\text{jam}}(k)$

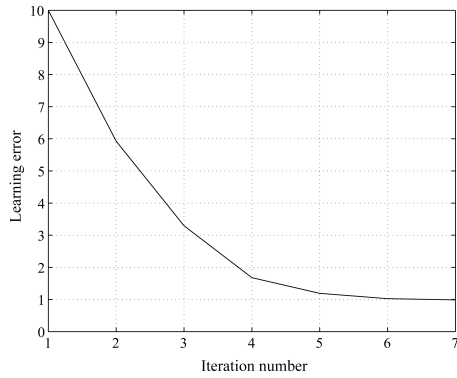


(d)  $\rho_{\text{jam}}(k)$  的参数辨识效果  
(d) Estimated results of  $\rho_{\text{jam}}(k)$

图 2  $v_{\text{free}}(k)$  和  $\rho_{\text{jam}}(k)$  的参数辨识效果  
Fig. 2 Estimated results of  $v_{\text{free}}(k)$  and  $\rho_{\text{jam}}(k)$

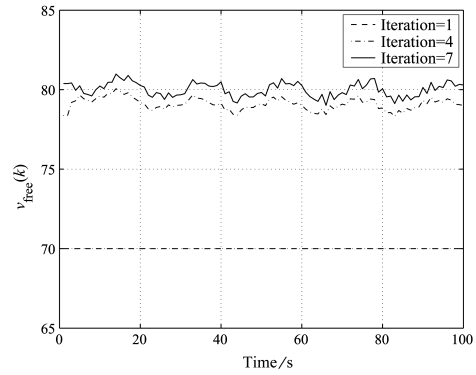
表 1 交通流的初值和参数选取  
Table 1 Initial values and parameters in the simulated traffic model

路段	1	2	3	4	5
$\rho_i(0)$	30	30	30	30	30
$v_i(0)$	50	50	50	50	50



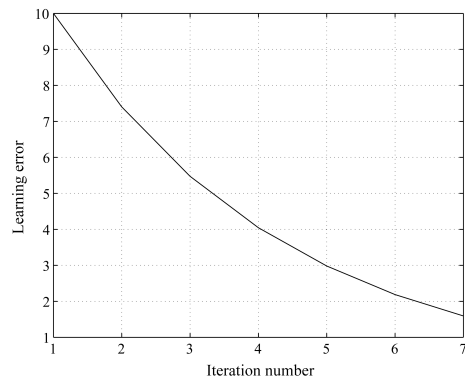
(a)  $v_{free}(k)$  的迭代学习辨识误差

(a) Iterative learning identification error of  $v_{free}(k)$



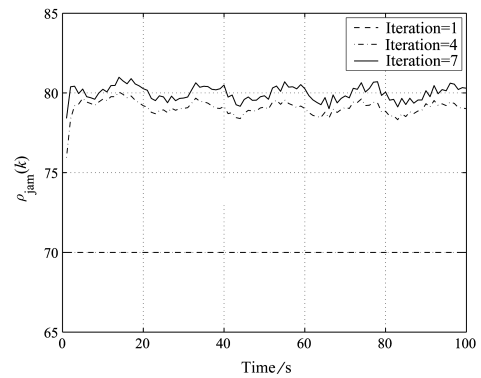
(b)  $v_{free}(k)$  的参数辨识效果

(b) Estimated results of  $v_{free}(k)$



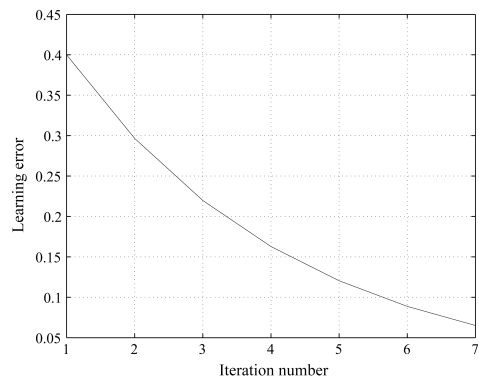
(c)  $\rho_{jam}(k)$  的迭代学习辨识误差

(c) Iterative learning identification error of  $\rho_{jam}(k)$



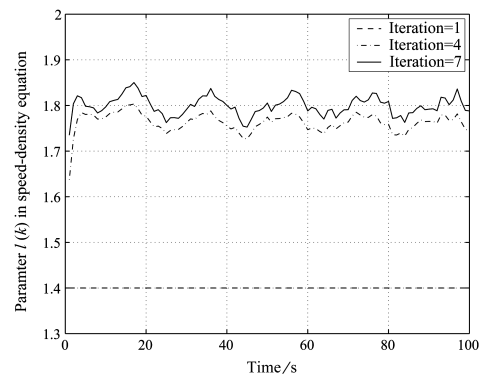
(d)  $\rho_{jam}(k)$  的参数辨识效果

(d) Estimated results of  $\rho_{jam}(k)$



(e)  $l(k)$  的迭代学习辨识误差

(e) Iterative learning identification error of  $l(k)$



(f)  $l(k)$  的参数辨识效果

(f) Estimated results of  $l(k)$

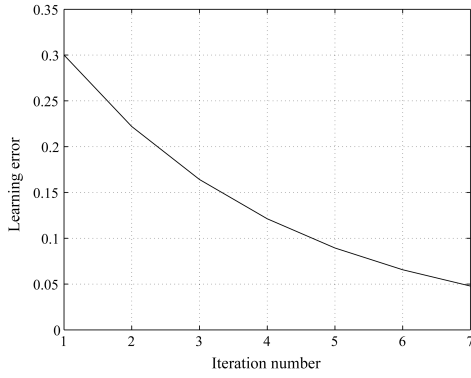
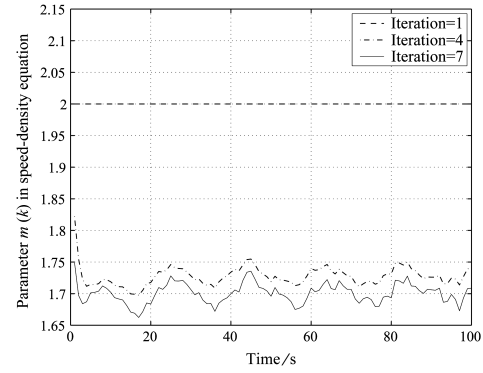
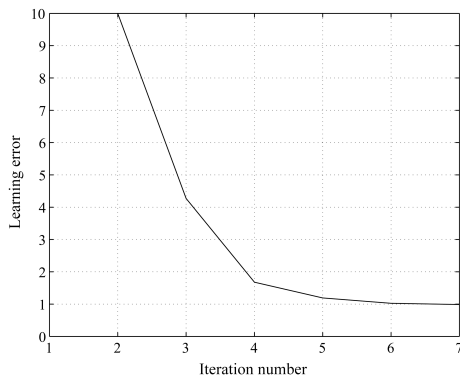
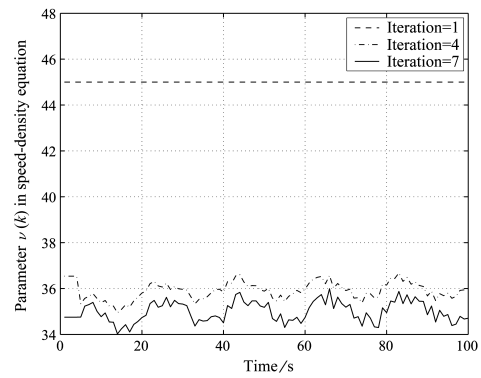
(g)  $m(k)$  的迭代学习辨识误差(g) Iterative learning identification error of  $m(k)$ (h)  $m(k)$  的参数辨识效果(h) Estimated results of  $m(k)$ (i)  $\nu(k)$  的迭代学习辨识误差(i) Iterative learning identification error of  $\nu(k)$ (j)  $\nu(k)$  的参数辨识效果(j) Estimated results of  $\nu(k)$ 图 3  $v_{\text{free}}(k)$ ,  $\rho_{\text{jam}}(k)$ ,  $l(k)$ ,  $m(k)$ , 和  $\nu(k)$  的参数辨识效果Fig. 3 Estimated results of  $v_{\text{free}}(k)$ ,  $\rho_{\text{jam}}(k)$ ,  $l(k)$ ,  $m(k)$ , and  $\nu(k)$ 

表 2 交通流的参数选取

Table 2 Parameters in the simulated traffic model

参数	$v_{\text{free}}$	$\rho_{\text{jam}}$	$l$	$m$	$\kappa$	$\tau$	$T$	$\nu$	$r_i(0)$	$\alpha$
	80	80	1.8	1.7	13	0.01	0.00417	35	0	0.95

### 3.1 双主要参数的辨识

假设干扰形式为  $\xi_n(k) = \text{rand}(k) - 0.5$ ,  $\omega_n(k) = \text{rand}(k) - 0.5$ , 其中  $\text{rand}(k)$  是  $[0, 1]$  区间的均值为 0.5 的白噪声. 辨识参数为  $\theta(k) = [v_{\text{free}}(k), \rho_{\text{jam}}(k)]^T$ , 参数的初始值设定为  $[70, 70]^T$ , 学习增益设定为  $[0.05, 0.05]^T$ , 迭代 20 步之后的双参数的学习误差和辨识效果如图 2 (见第 68 页).

### 3.2 全部 5 个参数同时辨识

设干扰形式为  $\xi_n(k) = \text{rand}(k) - 0.5$ ,  $\omega_n(k) = \text{rand}(k) - 0.5$ , 辨识参数为  $\theta(k) = [v_{\text{free}}(k),$

$\rho_{\text{jam}}(k), l(k), m(k), \nu(k)]^T$ , 参数的初始值设定为  $[70, 70, 1.4, 2.0, 45]^T$ , 学习增益设定为  $[0.05, 0.05, 0.002, 0.0015, 0.05]^T$ , 全部 5 个参数的学习误差和辨识效果见图 3 (见上页).

## 4 结论

本文针对快速路交通的强非线性、不确定性等特点, 探讨了迭代学习辨识方法在快速路宏观交通流模型参数辨识中的应用, 通过严格的数学论证, 证明了该种迭代学习辨识方案下的算法收敛性和鲁棒性. 最后, 在 Matlab 平台上进行仿真研究, 结果表

明辨识方法效果良好。

## References

- 1 Papageorgiou M, Kotsialos A. Freeway ramp metering: an overview. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2002, **3**(4): 271–281
- 2 Masher D P. *Guidelines for Design and Operation of Ramp Control Systems*. California, USA: Transportation Research Board, 1976
- 3 Smaragdis E, Papageorgiou M, Kosmatopoulos E. A flow-maximizing adaptive local ramp metering strategy. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2003, **38**(3): 251–270
- 4 Papageorgiou M, Hadj S H, Blosseville J M. Alinea: a local feedback control law for on-ramp metering. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Road Traffic Control. London, UK: IEEE, 1991. 58–64
- 5 Zhang H M, Ritchie S G, Jayakrishnan R. Coordinated traffic-responsive ramp control via nonlinear state feedback. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2001, **9**(5): 337–352
- 6 Kotsialos A, Papageorgiou M, Mangeas M, Hadj S H. Coordinated and integrated control of motorway networks via non-linear optimal control. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2002, **10**(1): 65–84
- 7 Hou Z S, Xu J X. Freeway traffic density control using iterative learning control approach. In: Proceedings of International Conference on Intelligent Transportation Systems. Shanghai, China: IEEE, 2003. 1081–1086
- 8 Hou Z S, Zhong H W, Xu J X. An iterative learning approach for local ramp metering. In: Proceedings of International Conference on Control Applications. Taipei, Taiwan: IEEE, 2004. 989–994
- 9 Hou Z S, Zhong H W, Xu J X. Freeway traffic control using iterative learning control-based ramp metering and speed signaling. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, **56**(2): 466–477
- 10 Hou Zhong-Sheng, Xu Jian-Xin. Iterative learning control approach for ramp metering. *Journal of Control Theory and Applications*, 2005, **3**(1): 27–34
- 11 Hou Z S, Xu J X. The iterative learning control based traffic volume control approach via local ramp metering. In: Proceedings of the 44th Conference on Decision and Control, and European Control Conference. Seville, Spain: IEEE, 2005. 2883–2888
- 12 Hou Z S, Xu J X, Yan J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering. *Transportation Research Part C* (to be published)
- 13 Sun Ming-Xuan, Huang Bao-Jian. *Iterative Learning Control*. Beijing: National Defense Industry Press, 1999 (孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制. 北京: 国防工业出版社, 1999)
- 14 Xie Sheng-Li, Tian Sen-Ping, Xie Zhen-Dong. *Theory and Application of Iterative Learning Control*. Beijing: Science Press, 2005 (谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用. 北京: 科学出版社, 2005)
- 15 Cremer M, Papageorgiou M. Parameter identification for a traffic flow model. *Automatica*, 1981, **17**(6): 837–843
- 16 Grewall M S, Payne H J. Identification of parameters in a freeway traffic model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1976, **6**(3): 176–286
- 17 Lighthill M J, Whitham G B. On the kinematic waves II: a theory of traffic flow on long crowded roads. In: Proceedings of the Royal Society A: Mathematical and Physical Sciences. London, UK: 1955. 317–345
- 18 Payne H J. Models of freeway traffic and control. *Mathematical Models of Public Systems*, 1971, **1**(1): 51–61
- 19 Papageorgiou M, Blosseville J M, Hadj S H. Modeling and real time control on traffic flow on the southern part of Boulevard Peripherique in Paris (Part I: modeling, Part II: coordinated on-ramp metering). *Transportation Research Part A*, 1990, **24**(5): 345–370

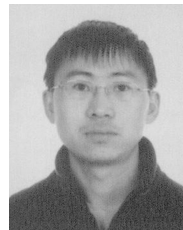


**侯忠生** 北京交通大学电子信息工程学院先进控制系统研究所教授. 主要研究方向为无模型自适应控制理论、数据驱动控制、学习控制、智能交通系统和数据挖掘在医学、交通领域中的应用. 本文通信作者.

E-mail: houzhongsheng@china.com

(**HOU Zhong-Sheng** Professor at

Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University. His research interest covers model free adaptive control, data-driven control, learning control, intelligent transportation systems, and application of data mining in medical and traffic field. Corresponding author of this paper.)



**金尚泰** 北京交通大学电子信息工程学院先进控制系统研究所博士研究生. 主要研究方向为无模型自适应控制理论、学习控制和智能控制.

E-mail: jst1101@163.com

(**JIN Shang-Tai** Ph.D. candidate at

Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University. His research interest covers model free adaptive control, learning control, and intelligent control.)



**赵明** 北京交通大学电子信息工程学院先进控制系统研究所博士研究生. 主要研究方向为学习控制、交通信号控制系统和智能控制.

E-mail: zhaoming713828@163.com

(**ZHAO Ming** Ph.D. candidate at

Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University. His research interest covers learning control, traffic signal control system, and intelligent control.)