



**嵌套运动饱和和下分布式多移动机器人反振荡安全编队控制**

郑志 江涛 杨 苏晓杰

**Distributed Multi-mobile Robot Anti-oscillation Safety Formation Control With Nested Motion Saturation**

ZHENG Zhi, JIANG Tao, YANG Yue, SU Xiao-Jie

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240444>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

[基于自适应动态规划的移动机器人视觉伺服跟踪控制](#)

Adaptive Dynamic Programming Based Visual Servoing Tracking Control for Mobile Robots

自动化学报. 2023, 49(11): 2286–2296 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c211230>

[基于运动控制和频域分析的移动机器人能耗最优轨迹规划](#)

Optimal Energy Consumption Trajectory Planning for Mobile Robot Based on Motion Control and Frequency Domain Analysis

自动化学报. 2020, 46(5): 934–945 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180399>

[基于输出反馈线性化的多移动机器人目标包围控制](#)

Target Fencing Control of Multiple Mobile Robots Using Output Feedback Linearization

自动化学报. 2022, 48(5): 1285–1291 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200335>

[移动机器人长期自主环境适应研究进展和展望](#)

Long-term Autonomous Environment Adaptation of Mobile Robots: State-of-the-art Methods and Prospects

自动化学报. 2020, 46(2): 205–221 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180493>

[基于改进YOLOX的移动机器人目标跟随方法](#)

Target Following Method of Mobile Robot Based on Improved YOLOX

自动化学报. 2023, 49(7): 1558–1572 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220344>

[异构集群系统分布式自适应输出时变编队跟踪控制](#)

Distributed Adaptive Time-varying Output Formation Tracking for Heterogeneous Swarm Systems

自动化学报. 2021, 47(10): 2386–2401 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200185>

# 嵌套运动饱和和下分布式多移动机器人反振荡安全编队控制

郑志<sup>1</sup> 江涛<sup>1</sup> 杨玥<sup>2</sup> 苏晓杰<sup>1</sup>

**摘要** 运动受速度和加速度嵌套饱和约束, 而反应式躲避安全机制下分布式编队互联的移动机器人更易触发该嵌套饱和, 从而引起编队的剧烈振荡, 所以需要研究该情况下多移动机器人平滑安全协同及其自适应振荡抑制方法. 故以分布式网络中的移动机器人为研究对象, 首先构建基于视线和速度的低触发势能函数, 实现邻近编队机器人近距排斥作用下的避碰保持; 引入驱动机器人绕过障碍物的安全加速度包络, 并复合近距排斥的弱能量、低触发势能, 避免与非合作障碍物的碰撞. 其次, 嵌入复合自适应辅助动态系统, 平滑躲避过程中触发的嵌套运动饱和和安全加速度约束引起的轨迹振荡; 设计复合非线性反馈框架下的分布式编队控制器, 融合混合的躲避和振荡抑制机制, 实现多机器人障碍环境下的安全编队. 最后, 与现有安全编队方法进行对比仿真和实验验证, 结果表明该方法在嵌套运动饱和和约束下可显著提升编队的平滑和安全性能.

**关键词** 分布式移动机器人编队, 嵌套运动饱和, 动态安全围栏, 低触发势能函数, 自适应振荡抑制

**引用格式** 郑志, 江涛, 杨玥, 苏晓杰. 嵌套运动饱和和下分布式多移动机器人反振荡安全编队控制. 自动化学报, 2025, 51(3): 1–11

**DOI** 10.16383/j.aas.c240444 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240444

## Distributed Multi-mobile Robot Anti-oscillation Safety Formation Control With Nested Motion Saturation

ZHENG Zhi<sup>1</sup> JIANG Tao<sup>1</sup> YANG Yue<sup>2</sup> SU Xiao-Jie<sup>1</sup>

**Abstract** The motion is constrained by nested saturation of velocity and acceleration. Under the reactive avoidance safety mechanism, distributed formation-connected mobile robots are more likely to trigger this nested saturation, causing severe formation oscillations. Thus, it is necessary to study smooth and safe coordination and adaptive oscillation suppression methods for multi-mobile robots under these conditions. Therefore, Mobile robots in a distributed network are taken as the research subjects. Initially, a low-trigger potential function based on line-of-sight and velocity is constructed, enabling collision avoidance while maintaining proximity under the repulsive action of nearby formation robots; A safety acceleration envelope that allows robots to navigate around obstacles is introduced, and it is combined with low-power, low-trigger potential for close-range repulsion, avoiding collisions with non-cooperative obstacles. Secondly, a composite adaptive auxiliary dynamic system is embedded to smooth the trajectory oscillations caused by nested motion saturation and safety acceleration constraint triggered during the smoothing evasion process; A distributed formation controller under a composite nonlinear feedback framework is designed, integrating composite evasion and oscillation suppression mechanisms to achieve safe formation of multiple robots in an obstacle environment. Finally, comparative simulations and experimental validations with existing safe formation methods are conducted, and the results demonstrate that this method can significantly enhance the smoothness and safety performance of the formation under nested motion saturation constraints.

**Key words** Distributed mobile robot formation, nested motion saturation, dynamic safety geofencing, low-trigger potential function, adaptive oscillation suppression

**Citation** Zheng Zhi, Jiang Tao, Yang Yue, Su Xiao-Jie. Distributed multi-mobile robot anti-oscillation safety formation control with nested motion saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(3): 1–11

收稿日期 2024-06-30 录用日期 2024-10-09  
Manuscript received June 30, 2024; accepted October 9, 2024  
国家自然科学基金 (62173051, 62106027, 62306228), 陕西省重点  
研发项目 (2024GX-YBXM-132) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China  
(62173051, 62106027, 62306228) and Key Research and Develop-  
ment Program of Shaanxi (2024GX-YBXM-132)  
本文责任编辑 李鸿一  
Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi  
1. 重庆大学自动化学院 重庆 400044 2. 西安建筑科技大学信  
息与控制工程学院 西安 710311  
1. School of Automation, Chongqing University, Chongqing

近年来, 移动机器人协同作业由于信息共享、效率倍增等优势, 在物流运输、巡检值卫和智能制造等领域得到大规模应用, 并受到广泛关注. 移动机器人分布式编队是多机协同的关键基础任务, 包括领航跟随法<sup>[1]</sup>、行为法<sup>[2]</sup>、虚拟结构法<sup>[3]</sup>等多种应用框架, 其中, 领航跟随法由于设计的简易性和实  
400044 2. College of Information and Control Engineering,  
Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710311

用性而得到大量研究。

编队协同中的避障、避碰对移动机器人安全保障至关重要。多机器人躲避障碍物和邻近移动单元主要有优化和反应式控制两种策略<sup>[4]</sup>。Franzè 等<sup>[5]</sup>将滚动时域和领航跟随结构相结合,设计分布式模型预测控制架构,用于躲避邻近单元和随机出现的障碍物。Park 等<sup>[6]</sup>设计一种避免陷入局部最优的全局模型预测队形控制方法来避免相邻的移动机器人碰撞。林俊亭等<sup>[7]</sup>提出一种基于人工势场的虚拟编组自适应模型预测控制方法,在确保高精度控制和安全避碰的前提下,提高了优化求解效率。但以上基于优化求解的多机器人协同避障/避碰方法需占用大量计算资源,并不适用于低算力的移动机器人嵌入式设备。引入人工势能函数的排斥作用是避障/避碰最常用的安全控制策略。黎星华等<sup>[8]</sup>和姚瀚晨等<sup>[9]</sup>分别引入斥力势场和虚拟弹簧模型用于编队中的移动机器人避障。Wang 等<sup>[10]</sup>在编队控制器中嵌入斥力势场,避免机器人之间的碰撞。Kamel 等<sup>[11]</sup>利用人工势场同步实现多机器人编队的避障与避碰。类似斥力场的障碍函数或类李雅障碍函数也被用于多机器人之间的避碰。Li 等<sup>[12]</sup>利用避碰距离和障碍函数构造李雅普诺夫函数来设计控制器,实现编队内机器人互相躲避。Dai 等<sup>[13-14]</sup>将避碰距离引入障碍函数,并重构编队控制反馈中的协同误差,实现邻近机器人的避碰。以上反应式避障/避碰方法均是构造与邻近机器人和障碍物视线方向相反的斥力来避免碰撞,且均未考虑控制输入饱和的不利情况,但此类安全机制容易在短时触发饱和,从而引起编队剧烈振荡,破坏移动机器人编队整体的暂态与稳态性能。此外,相对于斥力场极易触发振荡,另外一类基于避碰锥绕过障碍物的反应式安全策略,在控制输入饱和和下,振荡会明显改善,但突发的航向变化也容易使得发生饱和的移动机器人转向不足,从而并不能完全消除碰撞的风险<sup>[15]</sup>。

部分文献考虑了运动饱和和下多移动机器人编队的协同避障/避碰。Wang 等<sup>[15]</sup>设计自适应增益以避免生成的线速度和角速度在躲避过程中超过设定的幅值,但该方法并未考虑实际存在的加速度饱和,且减小的控制增益容易造成转向不足,不能完全保证编队的安全性。Fathian 等<sup>[16]</sup>直接在移动机器人的线速度和角速度上施加幅值饱和,并引入避碰锥绕过邻近的障碍物,但未应对运动饱和触发的振荡影响。Lippay 等<sup>[17]</sup>也采用自适应增益以保证控制输入在饱和阈值内,但该机器人控制模型是二阶模型,控制输入等价于加速度,且未考虑速度的嵌套饱和和作用。张志伟等<sup>[18]</sup>在多机器人避障协同中生成速度和加速度饱和约束的编队轨迹,并直接对后续设计

控制输入的线速度和角速度施加幅值饱和,但也缺少编队控制对速度和加速度嵌套饱和的直接干涉和由其引起的振荡处理。总体来说,现有编队控制方法鲜少在反应式安全策略下同时考虑移动机器人速度和加速度运动嵌套饱和,并缺少抑制饱和振荡的自适应策略和方法研究。

总结现有编队安全机制,基于势能排斥的安全策略更适用于避碰任务,分布式网络下的机器人队形保持相对于邻近编队单元也是斥力作用,可有效减小势能触发或叠加斥力场尽快脱离避碰范围。但应对非合作性的避障任务,单一斥力作用与其他编队任务冲突,极易造成任务博弈下的运动堵滞,触发运动饱和,引起互联的机器人编队轨迹剧烈振荡。基于避碰锥绕过障碍物的安全策略,则由于航向的不连续与控制饱和,也会造成编队的整体性能下降,同时在避碰规则的设计方面也十分复杂。Ghaffari<sup>[19]</sup>提出一种绕过障碍物的静态安全围栏策略,通过生成安全加速度包络来约束机器人运动以保证其安全性,但在动态安全围栏及其饱和振荡方面缺少研究,在扰动影响下,也难以保障其不越过安全边界,限制其在复杂现实环境的深入应用。

综上所述,针对现存问题和现有方法不足,本文提出一种饱和振荡抑制的复合安全多机器人编队控制方法,具体贡献如下:

1) 引入动态安全围栏和低触发势能复合安全策略,通过低触发斥力场保证机器人与邻近单元的安全距离,采用动态安全围栏生成加速度包络引导机器人绕过非合作的障碍物,复合斥力场保证更完备的安全性。相对于传统斥力策略<sup>[9-10, 12, 14]</sup>,更容易在多任务协同下保证轨迹平滑特性。

2) 采用复合自适应辅助动态系统抑制机器人固有的嵌套运动饱和与安全加速度包络引起的编队轨迹振荡。相对于文献<sup>[15-16]</sup>,实际存在的速度和加速度嵌套饱和和约束是首次考虑,且不可忽略。

3) 设计复合非线性反馈下分布式安全编队控制框架,搭建多机器人数值仿真与集群实验平台,通过与现有安全编队方法对比,凸显所提出方法在嵌套运动饱和和下编队安全性和平滑性的优势。

## 1 基础知识和问题描述

多移动机器人分布式编队采用领航跟随结构。跟随者之间的通信关系可通过无向图  $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$  描述。 $\mathcal{V} = \{r_i, i = 1, \dots, m\}$  为顶点集,  $\mathcal{E} = \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  为边集。 $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{m \times m}$  为邻接矩阵,若  $(r_j, r_i) \in \mathcal{V}$  且  $i \neq j$  时,  $a_{ij} = 1$ , 而  $a_{ii} = 0$ 。 $\mathcal{L} = [l_{ij}]_{m \times m}$  为拉普拉斯矩阵,其中,  $l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ ,  $l_{ij} = -a_{ij}$ 。 $\mathcal{B} =$

$\text{diag}\{b_1, \dots, b_m\} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  为跟随者和领导者  $r_0$  的连接权重矩阵, 若第  $i$  个跟随者可获取领导者信息, 则  $b_i = 1$ , 否则  $b_i = 0$ . 所有跟随者和领导者的通信拓扑可通过增广图  $\bar{\mathcal{G}} = \{\bar{\mathcal{V}}, \bar{\mathcal{E}}\}$  描述, 顶点集为  $\bar{\mathcal{V}} = \mathcal{V} \cup r_0$ .

建立如下移动机器人运动学模型<sup>[20]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_{il} = v_i \cos(\theta_i) - l_i w_i \sin(\theta_i) \\ \dot{y}_{il} = v_i \sin(\theta_i) + l_i w_i \cos(\theta_i) \\ \dot{\theta}_{il} = w_i \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $x_i, y_i$  和  $\theta_i$  表示第  $i$  个跟随者位置和姿态;  $x_{il} = x_i + l_i \cos(\theta_i)$ ,  $y_{il} = y_i + l_i \sin(\theta_i)$  和  $\theta_{il} = \theta_i$  是第  $i$  个跟随者测量点位置和姿态;  $l_i$  是测量点偏移;  $v_i$  和  $w_i$  是第  $i$  个跟随者线速度和角速度.

根据式 (1), 可将线速度和角速度转换成如下的纵向与侧向速度:

$$\begin{cases} v_i = \dot{x}_{il} \cos(\theta_i) + \dot{y}_{il} \sin(\theta_i) \\ w_i = \frac{\dot{y}_{il} \cos(\theta_i) - \dot{x}_{il} \sin(\theta_i)}{l_i} \end{cases} \quad (2)$$

式中, 跟随者纵向速度与侧向速度  $v_{ix} := v_i \cos(\theta_i) - l_i w_i \sin(\theta_i)$  和  $v_{iy} := v_i \sin(\theta_i) + l_i w_i \cos(\theta_i)$  可作为后续待设计的安全编队控制输入<sup>[20]</sup>, 并通过式 (1) 转换为实际的线速度  $v_i$  和角速度  $w_i$ .

协同中的移动机器人控制输入受幅值及其速率的嵌套饱和约束<sup>[21]</sup>, 则第  $i$  个跟随者移动机器人受到的速度和加速度嵌套运动饱和描述如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_{is} = \text{sat} \left( -\bar{a}_i, \frac{\text{sat}(-\bar{v}_i, v_i, \bar{v}_i) - v_{is}}{\tau_v}, \bar{a}_i \right) \\ \dot{w}_{is} = \text{sat} \left( -\bar{\omega}_i, \frac{\text{sat}(-\bar{w}_i, w_i, \bar{w}_i) - w_{is}}{\tau_w}, \bar{\omega}_i \right) \end{cases} \quad (3)$$

并且

$$\text{sat}(x_L, x, x_H) = \begin{cases} x_L, & x < x_L \\ x, & x_L \leq x \leq x_H \\ x_H, & x > x_H \end{cases}$$

式中,  $\bar{v}_i, \bar{w}_i \in \mathbf{R}_+$  为其线速度和角速度的饱和阈值;  $\bar{a}_i, \bar{\omega}_i \in \mathbf{R}_+$  是其线加速度和角加速度的饱和阈值;  $v_{is}$  和  $w_{is}$  是相应的饱和线速度和角速度;  $\tau_v$  和  $\tau_w$  为正系统时间常数.

编队中第  $i$  个机器人跟随者相对于其领导者的正交位置坐标为  $p_{ix}$  和  $p_{iy}$ . 该领导者可以是虚拟领导者或实际的移动机器人. 其线速度和角速度设置为  $v_0$  和  $w_0$ , 纵向与侧向位置为  $x_0$  和  $y_0$ , 对应的纵向与侧向速度为  $\dot{x}_0$  和  $\dot{y}_0$ . 通信拓扑中跟随者采用

有向通信方式获取领导者位置和速度信息.

本文的控制目的是在速度/加速度嵌套运动饱和和约束下, 设计移动机器人分布式编队控制方案, 平滑地实现机器人领航跟随、队形保持和安全避障/避碰的多任务协同. 所提出控制框架如图 1 所示, 在复合非线性反馈的分布式编队控制框架下, 在安全编队方面, 根据障碍物分布生成约束编队运动的加速度包络和复合近距低触发躲避势能规避邻近障碍物, 结合队形保持和躲避势能函数避免邻近机器人之间的碰撞; 在自适应抗饱和和方面, 采用复合自适应辅助动态系统抑制嵌套运动饱和与安全围栏触发的剧烈振荡.

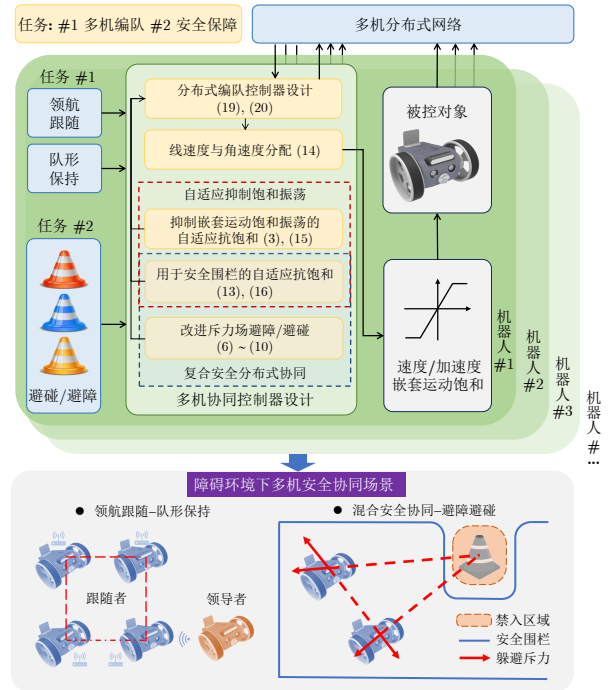


图 1 多机器人分布式控制框图

Fig.1 Multi-robot distributed control diagram

下述为本文控制安全性与稳定性的相关引理.

引理 1. 考虑如下系统:

$$\dot{X} = f(X), X \in \mathcal{X} \subseteq \mathbf{R}^n \quad (4)$$

其中,  $f(X)$  为光滑函数, 给定初始条件  $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$  和不安全集合  $\mathcal{X}_u \subset \mathcal{X}$ . 对于任意给定  $\alpha \in \mathbf{R}_+$ , 若存在一个障碍函数, 即一个连续可微函数  $\mathcal{B}(X) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbf{R}$  满足以下条件:

$$\begin{cases} \forall X \in \mathcal{X}_0 : \mathcal{B}(X) \leq 0 \\ \forall X \in \mathcal{X}_u : \mathcal{B}(X) > 0 \\ \forall X \in \mathcal{X} : \dot{\mathcal{B}}(X) \leq -\alpha \mathcal{B}(X), \dot{\mathcal{B}}(X) = \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial X} f(X) \end{cases} \quad (5)$$



则所有初始于  $\mathcal{X}_0$  内部的状态轨迹均具有安全性属性, 即对于所有这些状态轨迹在初始时刻开始都不会进入不安全集合<sup>[19]</sup>.

**假设 1.** 领导者的线速度和角速度满足速度和加速度的嵌套运动饱和约束, 队形配置参数  $p_{ix}$  和  $p_{iy}$  及其导数有界<sup>[10]</sup>.

**假设 2.** 对于本文领航跟随结构的多机器人系统, 它的通信拓扑图  $\bar{\mathcal{G}}$  至少包含一棵有向生成树 ( $\mathcal{B} \neq 0$ ), 定义矩阵  $\mathcal{M} = \mathcal{L} + \mathcal{B}$ , 且  $\mathcal{M}$  是对称正定的<sup>[2]</sup>.

## 2 移动机器人复合安全协同机制设计

本节采用安全围栏和低触发斥力场混合安全保障机制. 避碰主要通过依赖通信拓扑的低触发斥力场和邻近单元队形保持的复合作用, 避免机器人之间的碰撞. 避障主要依赖绕过障碍物的安全围栏, 辅以近距的低触发斥力场躲避邻近的非合作危险目标.

### 2.1 基于斥力场的低触发躲避机制

参考 Wang 等<sup>[10]</sup> 和 Sharma 等<sup>[23]</sup> 斥力场势能函数, 设计如图 2 所示的基于斥力场的机器人避障与避碰机制及其如下的低触发势能函数:

$$\begin{cases} \theta_{iko} < \varphi_{ko} \\ r_{ko} \leq p_{iko} \leq R_{ko} \\ |v_i| \cos \theta_{iko} \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \theta_{ij} < \varphi_{ij} \\ r_{ij} \leq p_{ij} \leq R_{ij} \\ |v_i| \cos \theta_{ij} + |v_j| \cos \theta_{ji} \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$q_{ik}^o = \begin{cases} \frac{\varrho_{ik}^o \|p_{iko}\| (R_{ko} - r_{ko})^{dn}}{(\|p_{iko}\| - r_{ko})^2 + Q_{col}}, & \text{式 (6)} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (8)$$

$$q_{ij}^v = \begin{cases} \frac{\varrho_{ij}^v \|p_{ij}\| (R_{ij} - r_{ij})^{dn}}{(\|p_{ij}\| - r_{ij})^2 + Q_{col}}, & \text{式 (7)} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (9)$$

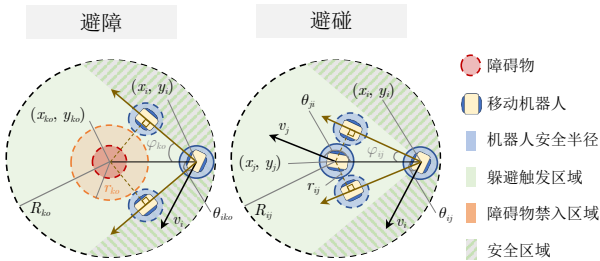


图 2 基于势场的安全协同

Fig. 2 Safety coordination based on potential fields

并且

$$\varrho_{ik}^o = \alpha_{iko} (1 - \exp(-|v_i| \cos \theta_{iko}))$$

$$\varrho_{ij}^v = \alpha_{ijv} (1 - \exp(-|v_i| \cos \theta_{ij} - |v_j| \cos \theta_{ji}))$$

其中,  $q_{ik}^o$  是第  $i$  个跟随者与第  $k$  个障碍物之间的势能函数;  $q_{ij}^v$  是第  $i$  个跟随者与第  $j$  个跟随者之间的势能函数;  $p_{iko} = \|p_i - p_{ko}\|$  表示第  $i$  个跟随者与第  $k$  个障碍物之间的距离, 其  $p_i = [x_{il}, y_{il}]^T$  和  $p_{ko} = [x_{ko}, y_{ko}]^T$  分别是第  $i$  个跟随者和第  $k$  个障碍物的位置;  $p_{ij} = \|p_i - p_j\|$  表示第  $i$  个跟随者与第  $j$  个跟随者之间的距离, 其  $p_i = [x_{il}, y_{il}]^T$  和  $p_j = [x_{jl}, y_{jl}]^T$  分别是第  $i$  个跟随者和第  $j$  个跟随者的位置;  $\theta_{iko}$  表示第  $k$  个障碍物在第  $i$  个跟随者坐标系中的视线角;  $\theta_{ij}$  表示第  $j$  个跟随者在第  $i$  个跟随者坐标系中的视线角度; 若  $\theta_{iko}$  在安全角  $\varphi_{ko}$  范围内或  $\theta_{ij}$  在安全角  $\varphi_{ij}$  范围内, 则第  $i$  个跟随者有与相邻障碍物或车辆碰撞的风险;  $R_{ko}$  和  $R_{ij}$  分别是第  $i$  个跟随者与第  $k$  个障碍物和第  $j$  个跟随者触发碰撞躲避的距离, 而  $r_{ko}$  和  $r_{ij}$  分别是第  $i$  个跟随者与第  $k$  个障碍物和第  $j$  个跟随者的最小安全距离; 参数  $\alpha_{iko}$ ,  $\alpha_{ijv}$ ,  $Q_{col}$ ,  $dn \in \mathbf{R}_+$  用于调整势能的能量响应, 将被设定为适当的值以减弱近距离内移动机器人的躲避反应行为. 此改进结合低触发条件 (6) ~ (7), 旨在提高编队控制的平滑性.

跟随者躲避邻近障碍物和其他移动机器人的纵向与侧向总势能可表示为:

$$\begin{cases} q_i^x = \sum_{j=1}^m o_{ij}^x q_{ij}^v + \sum_{k=1}^{N_o} o_{iko}^x q_{ik}^o \\ q_i^y = \sum_{j=1}^m o_{ij}^y q_{ij}^v + \sum_{k=1}^{N_o} o_{iko}^y q_{ik}^o \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $N_o$  为邻近范围内障碍物总数, 且对应方向如下:

$$\begin{aligned} o_{ij}^x &= \text{sign} \left( \frac{\partial q_{ij}^v}{\partial x_{il}} \right), & o_{ij}^y &= \text{sign} \left( \frac{\partial q_{ij}^v}{\partial y_{il}} \right) \\ o_{iko}^x &= \text{sign} \left( \frac{\partial q_{ik}^o}{\partial x_{il}} \right), & o_{iko}^y &= \text{sign} \left( \frac{\partial q_{ik}^o}{\partial y_{il}} \right) \end{aligned}$$

**注 1.** 式 (8) ~ (9) 所示的势能函数与文献 [23] 的斥力场势能函数相比, 势能作用触发条件更严格、作用域更小, 在配合队形保持作用时, 更容易获得平滑的避碰行为. 在用于避障时, 所提出方法主要用于避免编队机器人轨迹超出下述设定的安全围栏, 通过近距排斥作用, 弹开障碍附近的机器人, 因此在势能函数参数设计时, 躲避距离  $R_{ko}$  相较于  $R_{ij}$  较小,  $\alpha_{iko}$  也设置较小以避免较大的排斥作用.

## 2.2 复合动态安全围栏避障机制

根据障碍物位置分布可生成编队中每个移动机器人动态安全围栏, 在安全围栏内运动的移动机器人不会与障碍物发生碰撞. 基于第  $k$  个障碍物位置, 设定第  $i$  个机器人在纵向和侧向的安全围栏上下边界分别为  $x_{ik}^u$ ,  $x_{ik}^l$ ,  $y_{ik}^u$  和  $y_{ik}^l$ , 它们的一阶和二阶导数有界, 同时也受到速度与加速度的嵌套饱和约束. 此处设定安全围栏的边界满足  $|\dot{x}_{ik}^u|$ ,  $|\dot{x}_{ik}^l|$ ,  $|\dot{y}_{ik}^u|$ ,  $|\dot{y}_{ik}^l| < \bar{v}_i \in \mathbf{R}_+$  和  $|\ddot{x}_{ik}^u|$ ,  $|\ddot{x}_{ik}^l|$ ,  $|\ddot{y}_{ik}^u|$ ,  $|\ddot{y}_{ik}^l| < \bar{\alpha}_i \in \mathbf{R}_+$ , 且  $\bar{v}_i \leq \bar{v}_i$ ,  $\bar{\alpha}_i \leq \bar{\alpha}_i$ .

首先设计第  $i$  个移动机器人相对于第  $k$  个障碍物的纵向上下边界障碍函数:

$$\begin{cases} \mathcal{B}_{ik}^{ux} = \dot{x}_{ik}^u - h(-\dot{x}_{ik}^u) g_i(\bar{x}_{ik}^u) + m_i(\bar{x}_{ik}^u) \bar{x}_{ik}^u \\ \mathcal{B}_{ik}^{lx} = \dot{x}_{ik}^l - h(-\dot{x}_{ik}^l) g_i(\bar{x}_{ik}^l) + m_i(\bar{x}_{ik}^l) \bar{x}_{ik}^l \end{cases} \quad (11)$$

并且

$$h(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$m_i(x) = (1 - h(-x)) \sqrt{\frac{\gamma_i}{\rho_i}}$$

$$g_i(x) = \left( 2\gamma_i \rho_i \ln \left( \cosh \left( \frac{x}{\rho_i} \right) \right) \right)^{\frac{1}{2}}, \quad x \leq 0$$

式中,  $\bar{x}_{ik}^u = x_{il} - x_{ik}^u$  和  $\bar{x}_{ik}^l = x_{ik}^l - x_{il}$ ;  $\gamma_i, \rho_i \in \mathbf{R}_+$  是设计增益, 且  $\gamma_i \leq \bar{\alpha}_i$ .

速度指令变化率的安全边界也就是安全加速度包络  $(a_{ik}^{tx}, a_{ik}^{ty}, t = u, l)$  可被定制设计, 以确保  $\Omega_x^u = \{\mathcal{F}_{ik}^{ux} \leq 0 \cap \bar{x}_{ik}^u \leq 0\}$  与  $\Omega_x^l = \{\mathcal{F}_{ik}^{lx} \leq 0 \cap \bar{x}_{ik}^l \leq 0\}$  是  $\bar{x}_{ik}^u$  和  $\bar{x}_{ik}^l$  的前向不变集, 以保证避障安全性.

第  $i$  个机器人相对于第  $k$  个障碍物的侧向上下安全加速度包络设计如下:

$$\begin{cases} a_{ik}^{ux} = -\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux} + \mathcal{F}_{ik}^{ux} \dot{x}_{ik}^u + \ddot{x}_{ik}^u \\ a_{ik}^{lx} = -\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{lx} + \mathcal{F}_{ik}^{lx} \dot{x}_{ik}^l - \ddot{x}_{ik}^l \end{cases} \quad (12)$$

并且

$$\mathcal{F}_{ik}^{ux} = \gamma_i \tanh \left( \frac{\bar{x}_{ik}^u}{\rho_i} \right) \frac{h(-\bar{x}_{ik}^u)}{g_i(\bar{x}_{ik}^u)} - m_i(\bar{x}_{ik}^u)$$

$$\mathcal{F}_{ik}^{lx} = \gamma_i \tanh \left( \frac{\bar{x}_{ik}^l}{\rho_i} \right) \frac{h(-\bar{x}_{ik}^l)}{g_i(\bar{x}_{ik}^l)} - m_i(\bar{x}_{ik}^l)$$

式中,  $\alpha_i \in \mathbf{R}_+$  是设计增益.

**注 2.** 式 (12) 增益  $\gamma_i$  主要用于控制编队机器人在接近安全边界时的减速力度, 确保在复杂环境中及时反应, 避免越界;  $\rho_i$  负责调节控制信号的平滑度, 保证机器人在边界附近的平稳动作, 减少控制波动;  $\alpha_i$  则用于调节对障碍函数的反馈力度, 提高

系统对安全边界的敏感性和响应速度. 这些增益共同作用, 可以确保机器人在安全边界内外运动轨迹的安全性, 但激进增益可能会引起不稳定和放大输入饱和和副作用.

在编队协同中的移动机器人加速度上施加式 (12) 所示的饱和约束, 即机器人纵向加速度满足  $\text{sat}(-a_{ik}^{lx}, \ddot{x}_{il}, a_{ik}^{ux})$ , 可以保证机器人编队的纵向位置安全性<sup>[19]</sup>. 同样, 侧向安全加速度包络  $a_{ik}^{uy}$  和  $a_{ik}^{ly}$ , 也可确保编队侧向位置的安全性. 结合自身纵向和侧向加速度饱和, 需施加在编队机器人上的安全加速度包络约束可表示为:

$$\begin{cases} \text{sat}(-\bar{\alpha}_i, \text{sat}(-a_{ik}^{lx}, \ddot{x}_{il}, a_{ik}^{ux}), \bar{\alpha}_i) \\ \text{sat}(-\bar{\alpha}_i, \text{sat}(-a_{ik}^{ly}, \ddot{y}_{il}, a_{ik}^{uy}), \bar{\alpha}_i) \end{cases}$$

后续以机器人加速度未饱和与饱和, 分析纵向上边界安全性行为为例, 确保动态安全围栏机制安全性.

分析机器人编队运动过程中不触发饱和的安全性. 当  $\ddot{x}_{il} \leq a_{ik}^{ux}$ , 则有  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} \leq -\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux}$ . 在实际应用中, 容易设定  $\bar{x}_{ik}^u(0) \in \Omega_x^u$ , 从而有  $\mathcal{B}_{ik}^{ux}(0) \leq 0$ . 因此, 基于引理 1, 对于  $t > 0$ , 可得  $\mathcal{B}_{ik}^{ux}(0) \leq 0$ . 此外, 当  $\bar{x}_{ik}^u \rightarrow 0$  时, 有  $\dot{x}_{ik}^u + \bar{x}_{ik}^u \sqrt{\gamma_i/\rho_i} \leq 0$ , 并且由式 (12) 可知  $\dot{x}_{ik}^u \leq -\sqrt{\gamma_i/\rho_i} \bar{x}_{ik}^u$ , 表明对于  $t \geq 0$ ,  $\bar{x}_{ik}^u \leq 0$ . 综合以上分析, 在  $\ddot{x}_{il}$  的安全加速度包络约束下, 可以确保  $x_{il} < x_{ik}^u$ , 则它不会达到设定的安全上界. 即使额外扰动暂时导致  $\bar{x}_{ik}^u \geq 0$ , 它仍将收敛于  $\bar{x}_{ik}^u = 0$ . 在实际场景中, 通过虚拟弹簧势能在近距离的排斥, 可以避免越过安全边界和与障碍物碰撞. 即使存在额外的扰动暂时导致  $\bar{x}_{ik}^u \geq 0$ , 也会迅速收敛于  $\bar{x}_{ik}^u = 0$ .

分析机器人编队运动中发生饱和时的侧向安全性. 首先考虑  $a_{ik}^{ux} \geq \bar{\alpha}_i$  且  $\ddot{x}_{il} \geq \bar{\alpha}_i$  的情况. 故由式 (12) 得到  $S_{ik}^{ux} \leq 0$ , 其中:

$$S_{ik}^{ux} = \bar{\alpha}_i + \alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux} - \gamma_i \tanh \left( \frac{\bar{x}_{ik}^u}{\rho_i} \right) \frac{\dot{x}_{ik}^u}{g_i(\bar{x}_{ik}^u)} - \ddot{x}_{ik}^u$$

因  $\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux} \leq 0$  在安全集合中成立, 可得  $\dot{x}_{ik}^u/g_i(\bar{x}_{ik}^u) \leq 1$  和  $-1 \leq \tanh(\bar{x}_{ik}^u/\rho_i) \leq 0$ . 故  $S_{ik}^{ux} \leq 0$  可导致  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} \leq -(\bar{\alpha}_i + \gamma_i - \ddot{x}_{ik}^u)/\alpha_i$ . 起始于  $S_{ik}^{ux} \leq 0$  将移动到  $S_{ik}^{ux} = 0$  和  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} = 0$  之间, 此时控制输入为  $a_{ik}^{ux}$ . 从而, 状态到达  $\dot{\mathcal{B}}_{ik}^{ux} = -\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux}$ , 这也表示状态到达安全障碍, 即  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} = 0$ . 因此, 可以有效保证此时状态轨迹安全性. 最后, 考虑  $a_{ik}^{ux} < -\bar{\alpha}_i$ ,  $\ddot{x}_{il} < -\bar{\alpha}_i$  和  $\ddot{x}_{ik}^u + \bar{\alpha}_i - \gamma_i < 0$  的情况. 给定:

$$\bar{S}_{ik}^{ux} = \bar{\alpha}_i - \alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux} + \gamma_i \tanh \left( \frac{\bar{x}_{ik}^u}{\rho_i} \right) \frac{\dot{x}_{ik}^u}{g_i(\bar{x}_{ik}^u)} + \ddot{x}_{ik}^u$$

$\bar{S}_{ik}^{ux} \leq 0$  会导致  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} \geq (\bar{\alpha}_i - \gamma_i + \ddot{x}_{ik}^u) / \alpha_i$ . 起始于  $\bar{S}_{ik}^{ux} \leq 0$  的状态也将移动到  $\bar{S}_{ik}^{ux} = 0$  和  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} = 0$  之间, 控制输入为  $a_{ik}^{ux}$ . 一旦状态到达  $\dot{\mathcal{B}}_{ik}^{ux} = -\alpha_i \mathcal{B}_{ik}^{ux}$ , 意味着状态在安全障碍上, 也就是  $\mathcal{B}_{ik}^{ux} = 0$ . 综上, 在加速度饱和下的状态轨迹安全性可以得到保证.

在实际的安全加速度包络应用中, 必须考虑速度和加速度的嵌套运动饱和, 基于安全围栏的嵌套运动饱和设计如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_{is}^x = \text{sat}(-\bar{\alpha}_i, \text{sat}(-\alpha_i^l x, \bar{a}_{ix}, \alpha_i^{ux}), \bar{\alpha}_i) \\ \dot{v}_{is}^y = \text{sat}(-\bar{\alpha}_i, \text{sat}(-\alpha_i^l y, \bar{a}_{iy}, \alpha_i^{uy}), \bar{\alpha}_i) \end{cases} \quad (13)$$

并且

$$\bar{a}_{ix} = \frac{v_{is}^x - v_{ix}}{\tau_s}, \quad \bar{a}_{iy} = \frac{v_{is}^y - v_{iy}}{\tau_s}$$

$$v_{is}^x = \text{sat}(-\bar{v}_i, v_{ix}, \bar{v}_i), \quad v_{is}^y = \text{sat}(-\bar{v}_i, v_{iy}, \bar{v}_i)$$

式中,  $v_{ix}$  和  $v_{iy}$  分别是后续设计的纵向和侧向速度指令;  $\tau_s$  是系统时间常数;  $v_{is}^x$  和  $v_{is}^y$  是饱和的安全速度指令, 该指令约束在不超过嵌套饱和的情况下, 可激励机器人规避邻近障碍物.

根据式 (1) 和 (13), 可得:

$$\begin{cases} v_i = v_{is}^x \cos(\theta_i) + v_{is}^y \sin(\theta_i) \\ w_i = \frac{v_{is}^y \cos(\theta_i) - v_{is}^x \sin(\theta_i)}{l_i} \end{cases} \quad (14)$$

且  $v_i$  和  $w_i$  同时受到在式 (3) 中嵌套运动饱和的约束.

**注 3.** 其他方向的安全加速度包络与式 (13) 所示的纵向上界安全加速度包络设计思路一致. 新生成嵌套饱和模型与双积分模型的偏差可被当作扰动, 收敛在安全边界上的轨迹, 但也可能会超出边界, 可复合低触发、小能量的近距斥力场保证所提出安全策略避障的安全性. 若领导者是真实机器人, 混合安全躲避机制也可用于躲避邻近障碍,  $v_0, w_0, v_{0x}, v_{0y}$  满足式 (3) 和 (13) 嵌套饱和约束.

### 3 自适应抗饱和和振荡安全编队控制器设计

融合嵌套运动饱和和安全加速度包络的自适应辅助动态系统设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_{ix} = \cosh^2(\lambda_{ix}) \frac{-k_{ix} \lambda_{ix} + \Delta_{ix}}{\gamma_i} \\ \dot{\lambda}_{iy} = \cosh^2(\lambda_{iy}) \frac{-k_{iy} \lambda_{iy} + \Delta_{iy}}{\gamma_i} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_{is}^x = \cosh^2(\lambda_{is}^x) \frac{-k_{is}^x \lambda_{is}^x + \Delta_{is}^x}{\gamma_{is}} \\ \dot{\lambda}_{is}^y = \cosh^2(\lambda_{is}^y) \frac{-k_{is}^y \lambda_{is}^y + \Delta_{is}^y}{\gamma_{is}} \end{cases} \quad (16)$$

并且

$$\begin{aligned} \Delta_{ix} &= (v_{is} - v_i) \cos(\theta_i) - l_i (w_{is} - w_i) \sin(\theta_i) \\ \Delta_{iy} &= (v_{is} - v_i) \sin(\theta_i) + l_i (w_{is} - w_i) \cos(\theta_i) \\ \Delta_{is}^x &= v_{is}^x - v_{ix}, \quad \Delta_{is}^y = v_{is}^y - v_{iy} \end{aligned}$$

式中,  $\lambda_{ix}, \lambda_{iy}, \lambda_{is}^x$  和  $\lambda_{is}^y$  是自适应辅助动态变量;  $k_{ix}, k_{iy}, k_{is}^x, k_{is}^y, \gamma_i, \gamma_{is} \in \mathbf{R}_+$  是自适应增益.

第  $i$  个跟随者的编队轨迹误差  $z_{ix}$  和  $z_{iy}$  定义如下:

$$\begin{cases} z_{ix} = x_{il} - x_{0l} - p_{ix} - \gamma_i \tanh(\lambda_{ix}) - \\ \quad \gamma_{is} \tanh(\lambda_{is}^x) + q_i^x \\ z_{iy} = y_{il} - y_{0l} - p_{iy} - \gamma_i \tanh(\lambda_{iy}) - \\ \quad \gamma_{is} \tanh(\lambda_{is}^y) + q_i^y \end{cases} \quad (17)$$

则对应的纵向和侧向协同位置误差为:

$$\begin{cases} e_{1i} = b_i z_{ix} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (z_{ix} - z_{jx}) \\ e_{2i} = b_i z_{iy} + \sum_{j=1}^m a_{ij} (z_{iy} - z_{jy}) \end{cases} \quad (18)$$

同时实现领航跟随、队形保持和安全保障的分布式编队控制器被设计如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_{ix} = -k_{1i} e_{1i} - \rho_{1i} (e_{1i}) e_{1i} + \hat{h}_{ix} - \dot{q}_i^x - \\ \quad k_{is}^x \lambda_{is}^x - k_{ix} \lambda_{ix} + \dot{p}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} = -k_{2i} e_{2i} - \rho_{2i} (e_{2i}) e_{2i} + \hat{h}_{iy} - \dot{q}_i^y - \\ \quad k_{is}^y \lambda_{is}^y - k_{iy} \lambda_{iy} + \dot{p}_{iy} \end{cases} \quad (19)$$

并且

$$\begin{aligned} \rho_{1i}(e_{1i}) &= \kappa_{1i} |e^{-\beta_{1i}|e_{1i}|} - e^{-\beta_{1i}|e_{1i}(0)|}| \\ \rho_{2i}(e_{2i}) &= \kappa_{2i} |e^{-\beta_{2i}|e_{2i}|} - e^{-\beta_{2i}|e_{2i}(0)|}| \end{aligned}$$

式中,  $k_{1i}, k_{2i} \in \mathbf{R}_+$  是线性控制增益;  $\kappa_{1i}, \kappa_{2i}, \beta_{1i}, \beta_{2i} \in \mathbf{R}_+$  是复合非线性控制增益;  $\hat{h}_{ix}$  和  $\hat{h}_{iy}$  为对领导者纵向和侧向上的速度估计, 对应的分布式估计器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{h}}_{ix} = -k_{ih}^x \left( \sum_{j=1}^m a_{ij} (\hat{h}_{ix} - \hat{h}_{jx}) + b_i (\hat{h}_{ix} - \dot{x}_{0l}) \right) \\ \dot{\hat{h}}_{iy} = -k_{ih}^y \left( \sum_{j=1}^m a_{ij} (\hat{h}_{iy} - \hat{h}_{jy}) + b_i (\hat{h}_{iy} - \dot{y}_{0l}) \right) \end{cases} \quad (20)$$

式中,  $k_{ih}^x$  和  $k_{ih}^y$  为正估计增益.

**注 4.** 式 (19) 线性项提供基础的反馈控制作用, 调节  $k_{1i}, k_{2i}$  确保系统的基本稳定性和快速响应, 误差较大时迅速调整, 快速回到目标状态. 复合非

线性反馈项用于在系统误差较小时进行更精细的控制, 利用  $\kappa_{1i}$ ,  $\kappa_{2i}$ ,  $\beta_{1i}$ ,  $\beta_{2i}$  增加阻尼比, 防止过冲和振荡, 确保系统的平稳过渡和高精度稳态响应。

**注 5.** 分布式估计器可用于领导者的纵向与侧向速度估计, 并前馈引入分布式编队控制器, 增强编队中不能直接获取领导者信息的跟随者机器人在整体编队控制中的瞬态与稳态响应特性。

**注 6.** 若领导者是真实机器人, 也可以融合嵌套运动饱和与安全包络约束下式 (15), (16) 自适应辅助动态系统和混合安全机制, 生成对应的纵向与侧向速度指令  $v_{0x} = -k_{10}e_{10} - \rho_{10}(e_{10})e_{10} + \dot{x}_d - \dot{q}_0^x - k_{0s}^x\lambda_{0s}^x - k_{0x}\lambda_{0x}$  和  $v_{0y} = -k_{20}e_{20} - \rho_{20}(e_{20})e_{20} + \dot{y}_d - \dot{q}_0^y - k_{0s}^y\lambda_{0s}^y - k_{0y}\lambda_{0y}$ , 实现参考轨迹跟踪 ( $x_d$ ,  $y_d$ ) 和安全避障。

**定理 1.** 对于式 (1) 所示的多机器人系统, 满足假设 1 和假设 2, 在受原有速度和加速度运动饱和 (3) 与安全围栏生成运动饱和 (13) 的多重嵌套约束情况下, 设计复合非线性反馈分布式编队控制器 (19) 和 (20), 并融合改进斥力场势能 (6) ~ (10) 和复合自适应辅助动态系统 (15) ~ (16), 系统编队误差  $e_z$  可以最终收敛到如下不变集  $\Omega_z$  内:

$$\Omega_z = \left\{ e_z \in \mathbf{R}^{2m} \mid V_z \leq \frac{4\bar{\delta}_z^2 \|P_z\| \lambda_{\max}^2(P_z)}{\lambda_{\min}^2(Q_z)} \right\}$$

其中,  $V_z$  是后续定义的李雅普诺夫函数;  $z_x = [z_{1x}, \dots, z_{mx}]^T$ ,  $z_y = [z_{1y}, \dots, z_{my}]^T$ ,  $e_z = \text{col}\{z_x, z_y\}$  是误差向量;  $P_z = \text{diag}\{0.5M, 0.5M\}$  是与多移动机器人通信拓扑相关的对称正定矩阵;  $Q_z = \text{diag}\{MK_1M, MK_2M\}$  是对称正定矩阵;  $K_1 = \text{diag}\{k_{11}, \dots, k_{1m}\}$  与  $K_2 = \text{diag}\{k_{21}, \dots, k_{2m}\}$  是正定增益矩阵;  $\bar{\delta}_z$  是估计领导者状态误差的上限。

**证明.** 定义如下分布式观测器的李雅普诺夫函数:

$$V_h = \frac{1}{2} \tilde{h}_x^T \mathcal{M} \tilde{h}_x + \frac{1}{2} \tilde{h}_y^T \mathcal{M} \tilde{h}_y \quad (21)$$

式中,  $\tilde{h}_x := [\tilde{h}_{1x}, \dots, \tilde{h}_{mx}]^T$  和  $\tilde{h}_y := [\tilde{h}_{1y}, \dots, \tilde{h}_{my}]^T$ , 且  $\tilde{h}_{ix} := \hat{h}_{ix} - \dot{x}_{0l}$ ,  $\tilde{h}_{iy} := \hat{h}_{iy} - \dot{y}_{0l}$ 。

进而, 对  $V_h$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_h = & -\tilde{h}_x^T \mathcal{M} \left( K_h^x \mathcal{M} \tilde{h}_x + \bar{X}_h \right) - \\ & \tilde{h}_y^T \mathcal{M} \left( K_h^y \mathcal{M} \tilde{h}_y + \bar{Y}_h \right) \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_h)}{\lambda_{\max}(P_h)} V_h + 2\bar{\delta}_h \sqrt{V_h} \sqrt{P_h} \end{aligned} \quad (22)$$

并且

$$\begin{aligned} K_h^x &= \text{diag}\{k_{1h}^x, \dots, k_{mh}^x\} \\ K_h^y &= \text{diag}\{k_{1h}^y, \dots, k_{mh}^y\} \end{aligned}$$

$$Q_h = \text{diag}\{MK_h^xM, MK_h^yM\}$$

$$P_h = \text{diag}\{0.5M, 0.5M\}$$

式中,  $K_h^x$ ,  $K_h^y$ ,  $Q_h$  和  $P_h$  是正定对称矩阵;  $\bar{X}_h := [\dot{x}_{0l}, \dots, \dot{x}_{0l}]^T \in \mathbf{R}^m$  和  $\bar{Y}_h := [\dot{y}_{0l}, \dots, \dot{y}_{0l}]^T \in \mathbf{R}^m$ .  $\bar{X}_h$  和  $\bar{Y}_h$  有界, 且存在正数  $\delta_h$ , 使得  $\|\text{col}\{\bar{X}_h, \bar{Y}_h\}\| \leq \delta_h \in \mathbf{R}_+$ 。

根据式 (21) 和 (22), 存在集合  $\Omega_h = \{e_h \in \mathbf{R}^{2m} \mid V_h \leq \frac{4\bar{\delta}_h^2 \|P_h\| \lambda_{\max}^2(P_h)}{\lambda_{\min}^2(Q_h)}\}$ ,  $e_h := \text{col}\{\tilde{h}_x, \tilde{h}_y\}$  使得对于  $e_h \in \{\mathbf{R}^{2m} \setminus \Omega_h\}$ , 则  $V_h \leq 0$  成立, 也就是  $e_h$  会收敛到  $\Omega_h$  内,  $e_h$  有界。此处,  $\bar{\delta}_z$  为领导者估计误差的上界。

定义如下的编队控制李雅普诺夫函数:

$$V_z = \frac{1}{2} z_x^T \mathcal{M} z_x + \frac{1}{2} z_y^T \mathcal{M} z_y \quad (23)$$

嵌套运动饱和下的  $x_{il}$  和  $y_{il}$  可写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{il} = v_{ix} + (v_{is}^x - v_{ix}) + (v_{is} - v_i) \cos(\theta_i) - \\ \quad l_i(w_{is} - w_i) \sin(\theta_i) = \\ \quad v_{ix} + \Delta_{is}^x + \Delta_{ix} \\ \dot{y}_{il} = v_{iy} + (v_{is}^y - v_{iy}) + (v_{is} - v_i) \sin(\theta_i) + \\ \quad l_i(w_{is} - w_i) \cos(\theta_i) = \\ \quad v_{iy} + \Delta_{is}^y + \Delta_{iy} \end{cases} \quad (24)$$

结合式 (19) 和 (24),  $z_{ix}$  和  $z_{iy}$  可被推导为:

$$\begin{cases} \dot{z}_{ix} = \dot{x}_{il} - \dot{x}_{0l} - \dot{p}_{ix} + k_{ix}\lambda_{ix} - \\ \quad \Delta_{ix} + k_{is}^x\lambda_{is}^x - \Delta_{is}^x + \dot{q}_i^x = \\ \quad v_{ix} - \dot{x}_{0l} - \dot{p}_{ix} + k_{ix}\lambda_{ix} + k_{is}^x\lambda_{is}^x + \dot{q}_i^x = \\ \quad \tilde{h}_{ix} - k_{1i}e_{1i} - \rho_{1i}(e_{1i})e_{1i} \\ \dot{z}_{iy} = \dot{y}_{il} - \dot{y}_{0l} - \dot{p}_{iy} + k_{iy}\lambda_{iy} - \\ \quad \Delta_{iy} + k_{is}^y\lambda_{is}^y - \Delta_{is}^y + \dot{q}_i^y = \\ \quad v_{iy} - \dot{y}_{0l} - \dot{p}_{iy} + k_{iy}\lambda_{iy} + k_{is}^y\lambda_{is}^y + \dot{q}_i^y = \\ \quad \tilde{h}_{iy} - k_{2i}e_{2i} - \rho_{2i}(e_{2i})e_{2i} \end{cases} \quad (25)$$

进而, 对  $V_z$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_z = & z_x^T \mathcal{M} \dot{z}_x + z_y^T \mathcal{M} \dot{z}_y \leq \\ & -z_x^T \mathcal{M} K_1 \mathcal{M} z_x - z_y^T \mathcal{M} K_2 \mathcal{M} z_y + \\ & z_x^T \mathcal{M} \tilde{h}_x + z_y^T \mathcal{M} \tilde{h}_y \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_z)}{\lambda_{\max}(P_z)} V_z + 2\bar{\delta}_z \sqrt{\|P_z\|} \sqrt{V_z} \leq \\ & -\frac{\lambda_{\min}(Q_z)}{\lambda_{\max}(P_z)} \sqrt{V_z} \left( \sqrt{V_z} - \frac{\lambda_{\max}(P_z) 2\bar{\delta}_z \|P_z\|}{\lambda_{\min}(Q_z)} \right) \end{aligned} \quad (26)$$



明显可知, 当  $e_z \in \{\mathbf{R}^{2m} \setminus \Omega_z\}$ , 则  $\dot{V}_z \leq 0$ . 因此, 编队误差  $e_z$  会最终收敛到不变集  $\Omega_z$  内. 编队控制精度依赖不变集  $\Omega_z = \{e_z \in \mathbf{R}^{2m} | V_z \leq \frac{4\delta_z^2 \|P_z\| \lambda_{\max}^2(P_z)}{\lambda_{\min}^2(Q_z)}\}$ .  $\Omega_z$  的边界大小由  $\lambda_{\min}(Q_z)$  决定. 因此, 编队误差精度可由  $K_h^x$  和  $K_h^y$  调节, 同时复合非线性增益  $\kappa_{1i}$ ,  $\kappa_{2i}$ ,  $\beta_{1i}$  和  $\beta_{2i}$  可调节阻尼特性, 进一步改善编队控制的暂态与稳态响应.  $\square$

## 4 仿真和实验验证

### 4.1 仿真结果分析

在 MATLAB R2021b 环境中搭建三个移动机器人组成集群数值仿真平台, 仿真时长为 100 s, 仿真步长为 1 ms. 一个机器人作为领导者, 另外两个机器人作为无向通信的跟随者, 其中一个跟随者可获取领导者的位置和速度. 编队参考轨迹为线速度 0.4 m/s、角速度 0.1 rad/s 的圆形轨迹  $(x_d, y_d)$ . 领导者与跟随者采用相同的控制架构, 但由于编队通信拓扑, 除跟踪参考轨迹外, 无需与邻近机器人保持队形和避免碰撞. 机器人尺寸设定为 0.1 m, 仿真环境中四个圆形障碍物的位置和尺寸被设置为:

$$\begin{aligned} (x_{1o}, y_{1o}, r_{1o}) &= (4.35, 4.00, 0.20) \text{ m} \\ (x_{2o}, y_{2o}, r_{2o}) &= (4.00, 4.00, 0.10) \text{ m} \\ (x_{3o}, y_{3o}, r_{3o}) &= (-3.55, 4.00, 0.10) \text{ m} \\ (x_{4o}, y_{4o}, r_{4o}) &= (-4.38, 4.00, 0.20) \text{ m} \end{aligned}$$

为验证所提方法的有效性, 设计三组仿真实验作为对照组, 分别采用所提出分布式编队控制方法, 融合自适应抗饱和的文献 [23] 提出的分布式编队控制方法与无融合自适应抗饱和的文献 [23] 所提出

的分布式编队控制方法, 并标记为 Proposed, Sharma2020AW 和 Sharma2020. 考虑编队移动机器人的速度和加速度饱和阈值均为 1.5 和 0.4. 饱和阈值设定结合电机额定参数、最大负载和运动安全多次进行测试获取, 并在仿真和实验中设定为相对保守值以验证抗饱和能力. 对比控制器采用相同的线性控制和观测器增益  $k_{1i} = 0.5$ ,  $k_{2i} = 0.5$ ,  $k_{ih}^x = 100$  和  $k_{ih}^y = 100$ . 所提出复合非线性控制增益为  $\kappa_{1i} = \kappa_{2i} = 3$  和  $\beta_{1i} = \beta_{2i} = 10$ , 自适应增益为  $k_{ix} = k_{iy} = 10$  和  $k_{is}^x = k_{is}^y = 100$ . 躲避势能函数相关参数被设计为  $R_{1o} = R_{4o} = 0.4$  m,  $R_{2o} = R_{3o} = R_{ij} = 0.4$  m,  $\alpha_{i1o} = \alpha_{i2o} = \alpha_{i3o} = \alpha_{i4o} = 0.001$  和  $\alpha_{ij} = 0.1$ . 安全围栏相关设计参数为  $\gamma_i = \bar{\alpha}_i = 0.4$ ,  $\bar{v}_i = 1.0$ ,  $\rho_i = 0.5$ ,  $\alpha_i = 20$ ,  $\kappa_i = 5$  和  $\beta_i = 10$ . 仿真和后续实验的动态安全边界融合运动区域、势能躲避方向和范围与运动饱和和限制预设生成. 编队中机器人领导者在仿真和实验验证中, 在所提出方法和对比的 Sharma2020AW, Sharma2020 方法均采用与跟随者相同的控制增益和设计参数.

图 3 ~ 图 5 对比了嵌套运动饱和和下三种方法的编队平面轨迹、协同误差和饱和控制输入. 图 3(a) 显示在安全围栏和躲避势能复合作用下, 所提出方法在躲避前后的振荡幅值和恢复时间均优于图 4(a) Sharma2020AW, 图 5(a) Sharma2020 则在易触发饱和的反应式安全机制下陷入完全的振荡, 编队协同任务完全失败. 由图 3(b)、图 4(b)、图 5(b) 的编队误差可知, 三种编队方法稳态精度相当, 但所提出方法躲避时的暂态响应更加平缓. 而从图 3(c)、图 4(c)、图 5(c) 可见, 在三种方法的饱和控制输入中, 所提出方法控制输入相对于 Sharma2020AW 和 Sharma2020 要更加平滑, 对于执行机构也有更

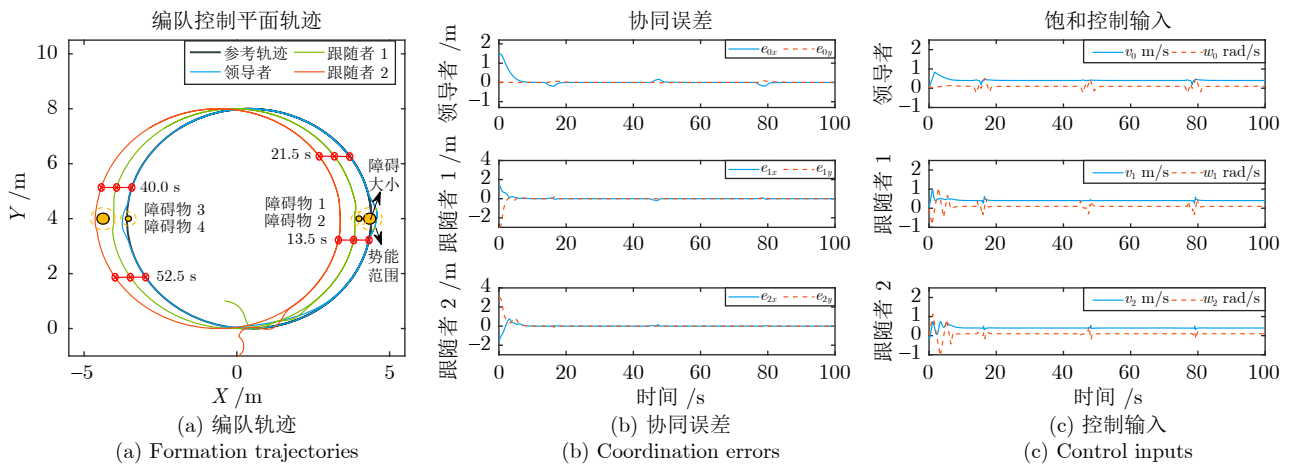


图 3 所提出方法编队控制结果

Fig. 3 The formation control results of proposed method

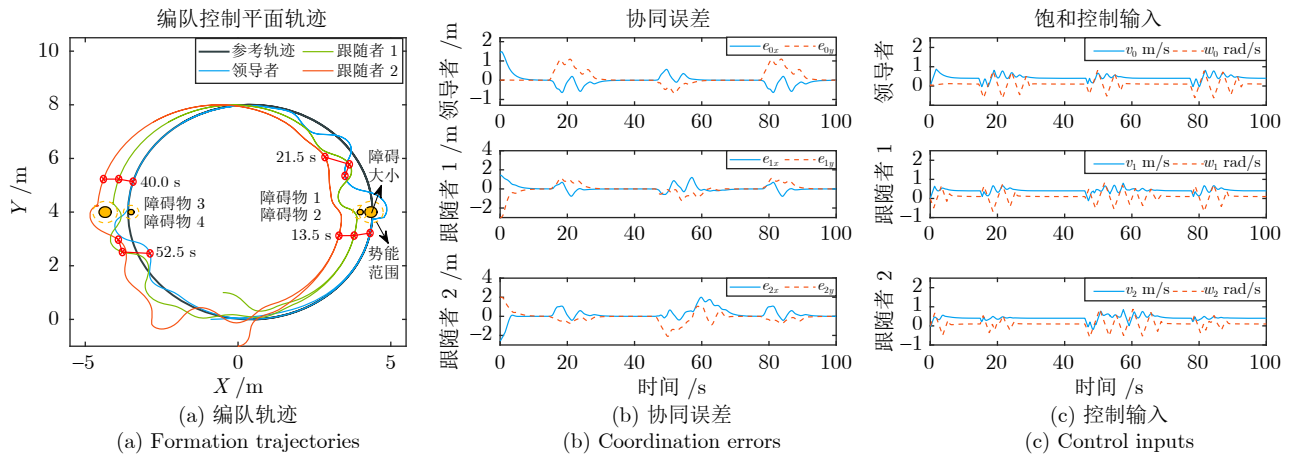


图 4 Sharma2020AW 方法编队控制结果

Fig. 4 The formation control results of Sharma2020AW method

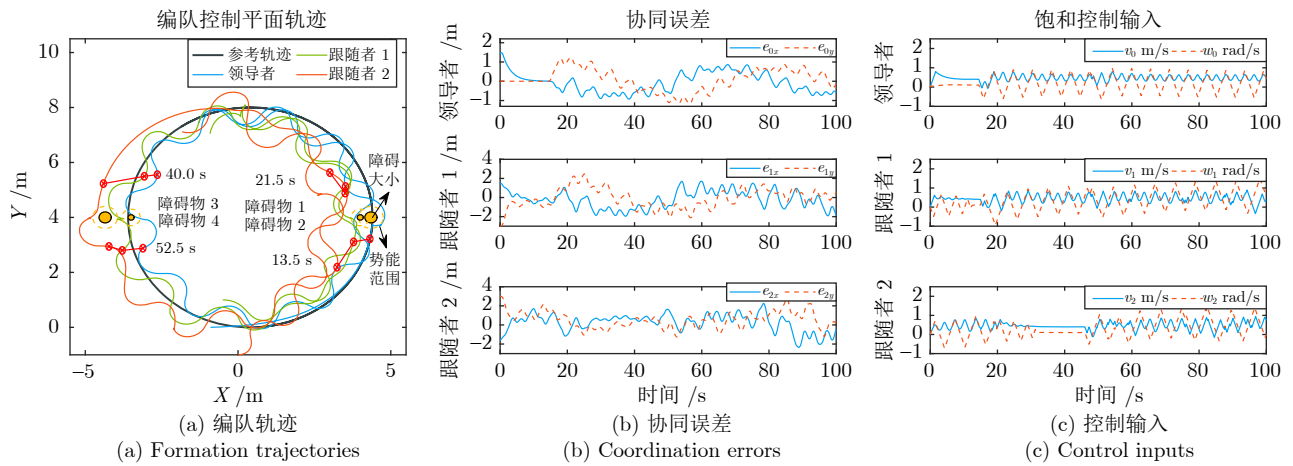


图 5 Sharma2020 方法编队控制结果

Fig. 5 The formation control results of Sharma2020 method

小的能量负担. 以上结果表明, 自适应抗饱和的引入可有效抑制躲避触发的饱和和振荡, 而在此基础上, 相对于单一排斥的躲避势能, 通过复合躲避势能和围栏约束加速度, 实现绕过障碍物的复合安全机制在队形保持完整性和编队轨迹平滑上更具优势, 更加适用于复杂工程场景.

## 4.2 实验结果分析

为验证所提出方法在实际场景的有效性, 搭建如图 6 所示的移动机器人集群平台, 开展多机器人编队和安全保障实验. 编队规模为 3 个机器人, 通信拓扑与仿真一致. 通过识别机器人顶部贴附的 Apriltag 可获取其运动状态, 利用 WiFi 设备和路由器实现它们与上位机的通信. 领导者机器人参考轨迹是线速度为 0.12 m/s 和角速度为 0.20 rad/s 的圆形轨迹, 跟随者与领导者保持等腰直角三角形队形. 编队单元速度和加速度嵌套饱和的阈值分别为

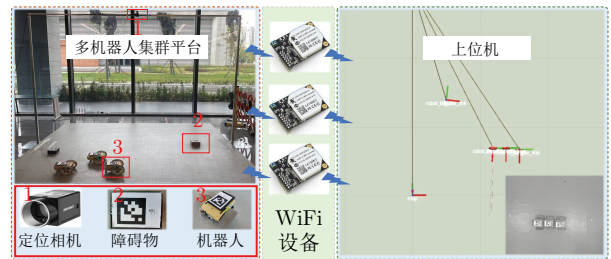


图 6 多机器人集群平台

Fig. 6 Multi-robot cluster platform

1.5 和 0.4. 所提出方法 (标记为 Proposed) 和融合自适应抗饱和的文献 [23] 所提出的编队方法 (标记为 Sharma2020) 被用于实验对比, 两个方法的线性控制增益、观测器增益、自适应增益和势能函数参数被设置为一致, 两个障碍物被放置在场两侧以验证对比方法的安全性和平滑性.

图 7 展示了两种方法在嵌套运动饱和和下平面编

队轨迹, 在 4.5 s, 12 s, 19.5 s 和 29 s, 所提出方法维持期望的直角三角形队形, Sharma2020 则难以保持期望形状的多机器人编队. 相对于 Sharma2020 的跟随者陷入严重的振荡, 所提出方法在躲避障碍物时可以更完整保持编队形状. 表 1 量化了两次躲避的振荡幅值和恢复时间, 图 8 对比了两种方法的协同误差, 两种方法的领导者稳态精度 ( $\leq 7$  m) 类似, 但在它们躲避障碍物时, 所提出方法中的振荡幅值和恢复时间明显优于 Sharma2020, 可以保证更高编队协同的任务完成度. 结合自适应抗饱和措施, 相比于单一斥力的 Sharma2020 安全机制, 以绕过障碍物为主的复合安全机制, 在多机编队上的平滑和振荡抑制能力更具优势, 小幅值、快恢复的编队轨迹更加适用于容易触发饱和振荡的多障碍密集分布的工程场景.

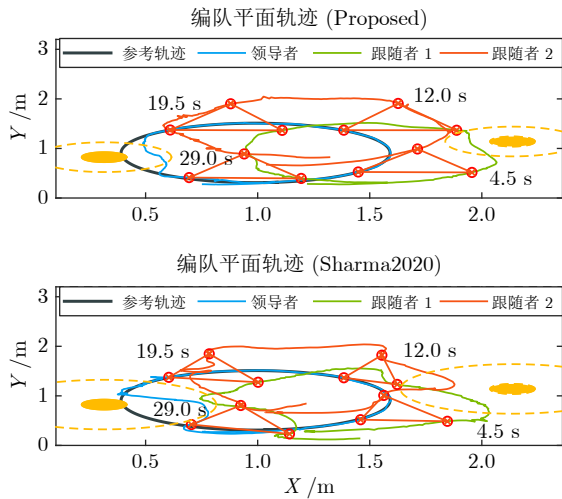


图 7 编队平面轨迹对比  
Fig. 7 Formation plane trajectory comparison

表 1 编队平滑对比指标  
Table 1 Formation smoothness comparison index

对比指标	Proposed	Sharma2020
第一次躲避跟随者振荡幅值 (m)	0.15	0.90
第一次躲避跟随者恢复时间 (s)	6.20	—
第二次躲避领导者振荡幅值 (m)	0.21	0.52
第二次躲避领导者恢复时间 (s)	4.20	11.50
第二次躲避跟随者振荡幅值 (m)	0.07	1.20
第二次躲避跟随者恢复时间 (s)	0.00	—

## 5 结束语

本文首先设计构建安全动态围栏和低触发势能函数的复合安全策略, 实现障碍环境下的多机器人安全保障. 其次, 引入复合自适应辅助动态系统, 平滑抑制编队机器人固有的嵌套运动饱和与安全加速

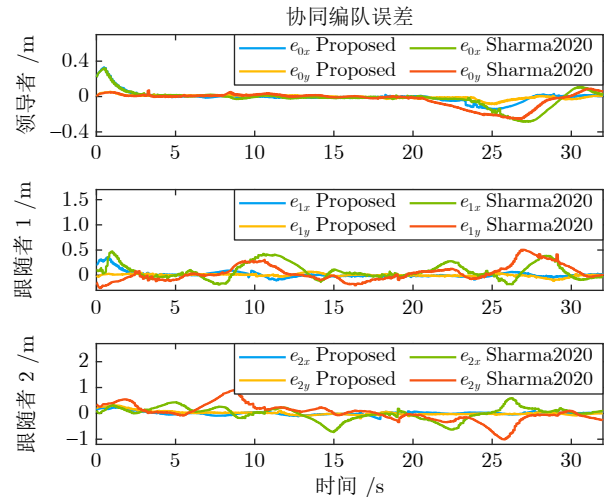


图 8 编队误差对比  
Fig. 8 Formation error comparison

度包络触发的严重振荡. 然后, 融合安全和反振荡机制, 设计复合非线性反馈下的分布式编队控制器, 同步完成领航跟随、队形保持和避障/避碰的多任务协同. 最后, 自建多机器人集群仿真和实验平台, 通过综合对比实验, 验证所提出方法在障碍环境下平滑与安全的优势. 未来拟聚焦本文尚未涉及的非质点/非规则/非静态复杂障碍物类型和复杂决策优化相关的安全围栏自动生成策略, 进一步推动其在复杂场景全无人化应用落地.

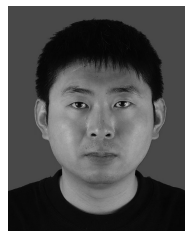
## References

- Li Run-Mei, Zhang Li-Wei, Wang Jian. A control method of unmanned car following under time-varying relative distance and angle. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(11): 2031–2040 (李润梅, 张立威, 王剑. 基于时变间距和相对角度的无人车跟随控制方法研究. *自动化学报*, 2018, **44**(11): 2031–2040)
- Fei Si-Yuan, Xian Bin, Wang Lin. Distributed formation control for multiple unmanned aerial vehicles with dynamic obstacle avoidance based on the flocking behavior. *Control Theory & Applications*, 2022, **39**(1): 1–11 (费思远, 鲜斌, 王岭. 基于集群行为的分布式多无人机编队动态避障控制. *控制理论与应用*, 2022, **39**(1): 1–11)
- Li Zheng-Ping, Xian Bin. Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure. *Control Theory & Applications*, 2020, **37**(11): 2423–2431 (李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制. *控制理论与应用*, 2020, **37**(11): 2423–2431)
- Zhang K, Huang L, He Y, Wang B, Chen J, Tian Y, et al. A real-time multi-ship collision avoidance decision-making system for autonomous ships considering ship motion uncertainty. *Ocean Engineering*, 2023, **278**: Article No. 114205
- Franzè G, Lucia W, Venturino A. A distributed model predictive control strategy for constrained multi-vehicle systems moving in unknown environments. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2021, **6**(2): 343–352
- Park S, Lee S. Formation reconfiguration control with collision avoidance of nonholonomic mobile robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, **8**(12): 7905–7912
- Lin Jun-Ting, Ni Ming-Jun. Adaptive model predictive control of virtual coupled based on artificial potential field. *Journal of*



- Beijing University of Aeronautics and Astronautics, DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0544  
(林俊亨, 倪铭君. 基于人工势场的虚拟编组自适应模型预测控制. 北京航空航天大学学报, DOI:10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0544)
- 8 Li Xing-Hua, Liu Xiao-Ping, Wang Gang, Wu Shao-Bo, Li Wen-Jun. A formation obstacle-avoidance control method for multiple intelligent firefighting robots. *Robot*, 2024, **46**(1): 81–93  
(黎星华, 刘晓平, 王刚, 吴少波, 李文俊. 面向多智能消防机器人的编队避障控制方法. 机器人, 2024, **46**(1): 81–93)
  - 9 Yao Han-Chen, Peng Jian-Wei, Dai Hou-De, Lin Ming-Qiang. A compliant human following method for mobile robot based on an improved spring model. *Robot*, 2021, **43**(6): 684–693  
(姚瀚晨, 彭建伟, 戴厚德, 林名强. 基于改进弹簧模型的移动机器人柔顺跟随行人方法. 机器人, 2021, **43**(6): 684–693)
  - 10 Wang G, Wang X, Li S. A guidance module based formation control scheme for multi-mobile robot systems with collision avoidance. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, **21**(1): 382–393
  - 11 Kamel M, Yu X, Zhang Y. Fault-tolerant cooperative control design of multiple wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, **26**(2): 756–764
  - 12 Li Y, Dong S, Li K, Tong S. Fuzzy adaptive fault tolerant time-varying formation control for nonholonomic multirobot systems with range constraints. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2023, **8**(6): 3668–3679
  - 13 Dai S, He S, Cai H, Yang C. Adaptive leader-follower formation control of underactuated surface vehicles with guaranteed performance. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, **52**(3): 1997–2008
  - 14 Dai S, Lu K, Jun F. Fixed-time rigidity-based formation maneuvering for nonholonomic multirobot systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, **54**(4): 2129–2141
  - 15 Wang Y, Wang D, Yang S, Shan M. A practical leader-follower tracking control scheme for multiple nonholonomic mobile robots in unknown obstacle environments. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2021, **27**(4): 1685–1693
  - 16 Fathian K, Safaoui S, Summers T H, Gans N R. Robust distributed planar formation control for higher order holonomic and nonholonomic agents. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022, **52**(10): 185–205
  - 17 Lippay Z S, Hoagg J B. Formation control with time-varying formations, bounded controls, and local collision avoidance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2022, **30**(1): 261–276
  - 18 Zhang Zhi-Wei, Teng Ying-Yuan, Yang Hui-Xin, Ni Zhi-Yu. Obstacle avoidance control for robots formation with speed and acceleration constraints. *Control Theory & Applications*, 2020, **37**(6): 1388–1396  
(张志伟, 滕英元, 杨慧欣, 倪智宇. 具有速度、加速度约束的机器人编队避障控制. 控制理论与应用, 2020, **37**(6): 1388–1396)
  - 19 Ghaffari A. Analytical design and experimental verification of geofencing control for aerial applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, **26**(2): 1106–1117
  - 20 Chang S, Wang Y, Zuo Z, Yang H. Fixed-time formation control for wheeled mobile robots with prescribed performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2022, **30**(2): 844–851
  - 21 Rad S, Khosravi A, Sarhadi P. Pitch autopilot design for an autonomous aerial vehicle in the presence of amplitude and rate saturation. *Aerospace Science and Technology*, 2021, **108**: Article No. 106371
  - 22 Li S, Wang X. Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs. *Automatica*, 2013, **49**: 3359–3367

- 23 Sharma R, Mondal A, Behera L. Tracking control of mobile robots in formation in the presence of disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, **17**(1): 110–123



**郑志** 重庆大学自动化学院博士研究生. 2020 年获得哈尔滨工程大学硕士学位. 主要研究方向为多智能系统协同.

E-mail: [zhizheng@cqu.edu.cn](mailto:zhizheng@cqu.edu.cn)

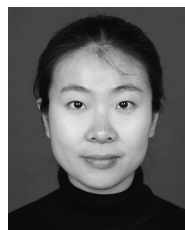
(**ZHENG Zhi** Ph.D. candidate at the School of Automation, Chongqing University. He received his master degree from Harbin Engineering University in 2020. His main research interest is multi-agent system coordination.)



**江涛** 重庆大学自动化学院副教授. 2020 年获得北京理工大学博士学位. 主要研究方向为飞行器控制与轨迹规划. 本文通信作者.

E-mail: [jiangtao\\_1992@cqu.edu.cn](mailto:jiangtao_1992@cqu.edu.cn)

(**JIANG Tao** Associate professor at the School of Automation, Chongqing University. He received his Ph.D. degree from Beijing Institute of Technology in 2020. His research interest covers aircraft control and trajectory planning. Corresponding author of this paper.)



**杨玥** 西安建筑科技大学信息与控制工程学院副教授. 2022 年获得重庆大学博士学位. 主要研究方向为智能控制与自主无人系统应用.

E-mail: [yangyue@xauat.edu.cn](mailto:yangyue@xauat.edu.cn)

(**YANG Yue** Associate professor at the College of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology. She received her Ph.D. degree from Chongqing University in 2022. Her research interest covers intelligent control and application of autonomous unmanned systems.)



**苏晓杰** 重庆大学自动化学院教授. 2013 年获得哈尔滨工业大学博士学位. 主要研究方向为智能控制系统及其在无人系统中的应用.

E-mail: [suxiaojie@cqu.edu.cn](mailto:suxiaojie@cqu.edu.cn)

(**SU Xiao-Jie** Professor at the School of Automation, Chongqing University. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2013. His research interest covers intelligent control systems and their applications in unmanned systems.)