



## 未知大规模互联系统在线分散式动态事件触发控制

何怡睿 苏涵光 张化光 栾鑫洋

### Online Decentralized Dynamic Event-triggered Control of Unknown Large-scale Interconnected Systems

HE Yi-Rui, SU Han-Guang, ZHANG Hua-Guang, LUAN Xin-Yang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240262>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### 具有未建模动态的互联大系统事件触发自适应模糊控制

Event-triggered Adaptive Fuzzy Control for Interconnected Large-scale Systems With Unmodeled Dynamics

自动化学报. 2021, 47(8): 1932–1942 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200846>

### 基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制

Adaptive Reliable Control of Multi-agent Systems Based on Dynamic Event-triggered Communication Protocol

自动化学报. 2024, 50(5): 924–936 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c230766>

### 随机非线性系统基于事件触发机制的自适应神经网络控制

Event-triggered Adaptive Neural Network Control for a Class of Stochastic Nonlinear Systems

自动化学报. 2019, 45(1): 226–233 <https://doi.org/10.16383/j.aas.2018.c180404>

### 基于异步动态事件触发通信策略的综合能源系统分布式协同优化运行方法

Distributed Collaborative Optimization Operation Approach for Integrated Energy System Based on Asynchronous and Dynamic Event-Triggering Communication Strategy

自动化学报. 2020, 46(9): 1831–1843 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200172>

### 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control of Multi-agent Systems Under Switching Topologies

自动化学报. 2023, 49(6): 1295–1305 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c211123>

### 基于事件触发的离散 MIMO 系统自适应评判容错控制

Event-triggered Adaptive Critic Fault-tolerant Control for a Class of Discrete-time MIMO Systems

自动化学报. 2022, 48(5): 1234–1245 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200721>

# 未知大规模互联系统在线分散式动态事件触发控制

何怡睿<sup>1</sup> 苏涵光<sup>1</sup> 张化光<sup>1</sup> 栾鑫洋<sup>1</sup>

**摘要** 针对一类系统动态未知且受互联项影响的非线性互联大规模系统, 提出一种新的在线分散式动态事件触发控制 (Dynamic event-triggered control, DETC) 方案. 首先, 构建基于神经网络的辨识器来重构互联系统的未知内部动态. 其次, 使用自适应评判网络在事件触发机制下学习近似最优控制策略. 在所设计的动态事件触发控制机制下, 各子系统独立地设计自己的控制策略, 且各控制策略的更新是异步进行的. 也就是说, 各个分散式事件触发条件和控制器仅依赖于各自子系统的局部状态信息, 而无需频繁获取相邻子系统的信息, 从而规避通过通信网络在子系统间传递状态信息的需求. 然后, 借助李雅普诺夫稳定性定理, 从理论上证明所提出的闭环控制系统状态和评判网络权值估计误差都是最终一致有界的. 最后, 通过一个数值仿真示例和一个实际工程示例验证了所提出的动态事件触发控制方法的有效性和实用性.

**关键词** 自适应动态规划, 动态事件触发控制, 大规模系统, 控制受限

**引用格式** 何怡睿, 苏涵光, 张化光, 栾鑫洋. 未知大规模互联系统在线分散式动态事件触发控制. 自动化学报, 2025, 51(1): 161-176

**DOI** 10.16383/j.aas.c240262 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240262

## Online Decentralized Dynamic Event-triggered Control of Unknown Large-scale Interconnected Systems

HE Yi-Rui<sup>1</sup> SU Han-Guang<sup>1</sup> ZHANG Hua-Guang<sup>1</sup> LUAN Xin-Yang<sup>1</sup>

**Abstract** This article introduces a novel online decentralized dynamic event-triggered control (DETC) scheme designed for a class of nonlinear interconnected large-scale systems whose system dynamics are unknown and influenced by interconnections. Firstly, we utilize a neural network-based identifier to reconstruct these unknown internal dynamics. Secondly, we develop an adaptive critic network to learn the approximate optimal control policies under a dynamic event-triggered mechanism. In this mechanism, the control policies for each subsystem are designed independently, and the update of the control policies is completed asynchronously. In other words, each decentralized event trigger condition and controller only rely on the local state information of their respective subsystems, and there is no need to frequently obtain information from adjacent subsystems, thus circumventing the need to transfer state information between subsystems through communication networks. Furthermore, by employing Lyapunov theorem, we demonstrate that both the closed-loop control system states and the critic network weights estimation errors are ultimately uniformly bounded. Finally, the effectiveness and feasibility of the developed dynamic event-triggered control method are validated through both a numerical example and a real-world application.

**Key words** Adaptive dynamic programming (ADP), dynamic event-triggered control (DETC), large-scale systems, control constraint

**Citation** He Yi-Rui, Su Han-Guang, Zhang Hua-Guang, Luan Xin-Yang. Online decentralized dynamic event-triggered control of unknown large-scale interconnected systems. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(1): 161-176

收稿日期 2024-05-13 录用日期 2024-08-27

Manuscript received May 13, 2024; accepted August 27, 2024

国家自然科学基金 (62373091, 62103087, 62203311, U22A2055), 中国博士后科学基金 (2024T170112, 2021M690567), 国家重点研发计划项目 (2018YFA0702200), 中央高校基本科研业务费 (N2104016, N2304009), 辽宁省自然科学基金联合基金 (2023-MSBA-082), 辽宁省综合能源优化与安全运行重点实验室, 中国工程院院地合作咨询项目 (2023-DFZD-60, 2023-DFZD-60-03) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62373091, 62103087, 62203311, U22A2055), China Postdoctoral Science Foundation (2024T170112, 2021M690567), National Key R & D Program of China (2018YFA0702200), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (N2104016, N2304009), Natural Science Foundation of Liaoning Province (2023-MSBA-082), Key Laboratory of Integrated Energy Optimization and Secure Operation of Liaoning Province, and China Academy of Engineering Institute of Land Cooperation Consulting Project

近年来, 物理互联的大规模系统协调控制问题已成为研究热点. 在这类系统中, 确保全局稳定性需要仔细考虑众多高度耦合的子系统和控制组件. 这些系统广泛应用于处理海量数据, 提供关键服务以及执行复杂控制任务, 如航空航天系统<sup>[1-2]</sup>、机器人系统<sup>[3-5]</sup>和能源管理系统<sup>[6-8]</sup>等. 本文重点关注一类大规模非线性互联系统, 旨在提出一种高效、可

(2023-DFZD-60, 2023-DFZD-60-03)

本文责任编辑 莫红

Recommended by Associate Editor MO Hong

1. 东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110819

1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819

靠的分散式控制方案, 以提升系统的控制性能. 大规模互联系统往往由众多子系统组成, 各子系统间通过无线通信实现彼此间的信息交流. 采用这种无线通信网络系统<sup>[9-11]</sup>设计可实现对物理环境中各种参数的实时监测和精准控制. 这类系统不仅具有高度的灵活性和可扩展性, 还能够在复杂环境中保持稳定的性能, 因此在生产生活中具有广泛的应用场景和推广前景.

然而, 在工业应用中, 大规模系统的控制问题面临着两大技术挑战<sup>[12-14]</sup>: 1) 网络控制架构的有限通信带宽和计算资源导致通信延迟、数据丢失的问题日益突出, 尤其是当涉及更多子系统和复杂互联操作时, 数据传输和计算负担急剧增加, 从而严重影响控制性能; 2) 大规模系统通常展现出未知的系统动态和非线性互联特性, 使得借助精确数学模型分析控制过程变得极为困难. 此外, 测量误差和环境噪声的存在进一步加剧了这一问题的复杂性.

针对问题 1), 为满足互联大规模系统在通信带宽方面的限制, 研究者们提出了基于事件触发的控制方法<sup>[15-20]</sup>, 以解决分散式或分布式控制中通信资源有限、带宽受限的问题. 与传统时间触发控制方法不同, 它允许控制动作只在需要时被执行, 避免不必要的控制策略更新. 同时, 信息传输仅在满足特定触发条件时才会执行, 可显著减少子系统与控制器之间以及不同子系统之间的信息交换.

针对问题 2), 多位研究者致力于开发分散式或分布式控制架构<sup>[15, 21-25]</sup>. 例如 Wu 等<sup>[18]</sup>通过采用多项式系统框架对非线性大规模系统进行建模, 这种方法不仅提高了模型的准确性, 还使得控制系统更加高效和可靠. 文献<sup>[21-22]</sup>中采用辨识器模型来消除未测量状态和未建模动态的影响, 从而提高系统的稳定性和性能. 其中, 文献<sup>[21]</sup>所提出的在线事件触发方法和自适应模糊分散式控制算法为系统动态未知的互联非线性大规模系统提供有效途径. 综上所述, 基于事件触发的控制方法以及分散式或分布式控制架构为解决复杂的互联大规模系统的控制问题提供了有效的技术手段.

近年来, 自适应动态规划 (Adaptive dynamic programming, ADP) 方法在理论研究<sup>[26-32]</sup>和实际应用<sup>[32-37]</sup>中都取得了显著进展. 在理论研究方面, ADP 方法已被广泛应用于解决各类控制问题, 王鼎等<sup>[26]</sup>开发了一种离散时间非线性系统的迭代神经动态规划方法, 用于设计近似最优调节器. 文献<sup>[27]</sup>通过设计孤立子系统的相应最优控制器解决未知互联大规模系统的分散跟踪控制问题. Zhao 等<sup>[29]</sup>通过设

计基于神经网络的辨识器, 提出一种基于 ADP 的分散式控制方法, 有效避免互联项有界性的常见假设. 在实际应用方面, ADP 方法同样展现出了强大的潜力. Wei 等<sup>[36]</sup>借助 ADP 算法提出一种微电网中最优约束自适应学习电池顺序管理方法, 通过迭代得到最优的电池顺序控制策略, 为微电网的稳定运行提供有力支持. 此外, 文献<sup>[37]</sup>首次将基于强化学习的 ADP 方法应用于漂浮式风力涡轮机的结构控制, 取得了显著的效果.

然而, 上述文献在探讨互联大规模系统的分散或分布式控制时, 并未充分考虑到巨大的传输负担问题. 尽管文献<sup>[15, 17-19, 25]</sup>采用基于事件触发的控制策略来减轻通信负荷, 但这些研究的前提都是系统动态已知, 且未将输入受限的情况纳入考量. 同时, 在工业过程控制中, 输入受限是一个必须面对的现实问题. 这意味着设计的控制器需要在满足这些外部条件的限制下依然能够实现预期的性能. 文献<sup>[16]</sup>针对受不确定性和未知动态影响的大规模系统, 研究其在输入受限下的事件触发控制问题. 然而, 该研究主要侧重于解决特定参考轨迹的跟踪问题, 所提出的方法并不能直接应用于大规模系统的调节问题. 鉴于此, 本文的研究动机在于开发一种针对未知非线性大规模系统的输入受限分散式控制方法. 该方法旨在保证系统稳定性的同时, 有效减少系统资源的占用空间, 从而满足工业过程控制中对于通信效率和性能稳定性的双重需求.

本文关注一类非线性大规模系统, 设计基于神经网络的辨识器来识别系统内部的未知动态和互联项. 此外, 为减轻通讯网络的通信和计算负担, 本文设计出一种新的分散式控制策略. 同时, 在理论上证明互联系统的稳定性和权值估计误差的最终一致有界性. 本文的贡献可以概括为三个方面.

1) 针对系统内部动态未知的非线性大规模互联系统, 本文基于现有事件触发 ADP 算法<sup>[38-40]</sup>, 提出一种基于动态事件触发的自适应动态规划控制算法, 推导一种输入受限下的触发条件, 因为该方法不需要控制输入信息, 所以避免控制器和事件生成器之间的信息传输, 因此节省更多的通信资源. 此外, 本文通过在触发条件中引入死区运算进一步减少算法的计算负担.

2) 与现有的离线辨识算法<sup>[40-41]</sup>不同, 本文使用基于神经网络设计的辨识器在线逼近未知的系统内部动态. 同时使用辨识得到的系统动态指导控制策略的设计, 从而实现系统的稳定运行, 这一即时控制特性使得本文所提出的方法更适于工业推广运用.

3) 所设计的分散控制器仅使用对应子系统的本地状态信息, 不依赖于系统的全局状态, 并且动态事件触发算法的设计也是相互独立的. 因此, 不同子系统间的测量数据和控制信息是异步传输和更新的.

本文的内容安排如下: 第 1 节首先建立具有未知动态的互联大规模系统, 并设计基于事件的控制框架. 第 2 节设计辨识器模型和评判神经网络模型, 并给出受控系统的全局稳定性证明. 第 3 节提供对事件间隔时间下限的理论推导过程. 第 4 节使用两个仿真算例证明本文方法的正确性. 最后, 第 5 节对本文进行总结.

符号表示: 在本文中, 符号  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{R}^n$  和  $\mathbf{R}^{n \times m}$  分别代表所有实数的集合、实数向量的集合和所有矩阵的集合. 此外,  $\mathcal{N}$  表示集合  $\{1, 2, \dots, N\}$ ,  $\mathcal{N}^+$  是所有正整数的集合. 对于任意矩阵  $A$ ,  $\lambda_{\min}(A)$  和  $\lambda_{\max}(A)$  分别代表其最小和最大的特征值. 矩阵  $I_{n \times n}$  是  $n$  维单位矩阵, 而  $0_{n \times m}$  是具有相应维数的零值矩阵, 关于时间  $t$  的函数  $f(x(t))$  可以重写为  $f(t)$ ,  $x(t^-) := \lim_{\Delta t \rightarrow 0^-} x(t + \Delta t)$ .

## 1 问题陈述

考虑如下形式的无线网络控制系统, 它由  $N$  个互联的子系统组成. 第  $i$  个子系统的动态如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} + g_{i,1}(\underline{x}_{i,1}) + \mathcal{H}_{i,1}(x) \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} + g_{i,2}(\underline{x}_{i,2}) + \mathcal{H}_{i,2}(x) \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i-1} = x_{i,n_i} + g_{i,n_i-1}(\underline{x}_{i,n_i-1}) + \mathcal{H}_{i,n_i-1}(x) \\ \dot{x}_{i,n_i} = u_i + g_{i,n_i}(\underline{x}_{i,n_i}) + \mathcal{H}_{i,n_i}(x) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\underline{x}_{i,j} = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,j}]^T \in \mathbf{R}^j$ ,  $i \in \mathcal{N}$ ,  $1 \leq j \leq n_i$ .  $x_i := \underline{x}_{i,n_i}$  为第  $i$  个子系统在包含原点的紧集  $U_{x_i} \subset \mathbf{R}^{n_i}$  上的状态向量, 全局状态向量  $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T$ . 另外,  $u_i \in \mathbf{R}$  是第  $i$  个子系统的控制输入. 控制输入  $u_i$  受以下条件约束:  $|u_i| < u_{i,G}$ , 其中  $u_{i,G}$  是一个正值常数. 输入函数  $g_{i,j}(x_{i,j}) : \mathbf{R}^j \rightarrow \mathbf{R}$  是一个未知的平滑非线性函数,  $\mathcal{H}_{i,j}(x)$  是一个关于状态  $x$  的未知互联项, 代表其他子系统对第  $i$  个子系统的影响. 记  $g_i(x_i) = [g_{i,1}(\underline{x}_{i,1}), \dots, g_{i,n_i}(\underline{x}_{i,n_i})]^T$  和  $\mathcal{H}_i(x) = [\mathcal{H}_{i,1}(x), \dots, \mathcal{H}_{i,n_i}(x)]^T$ . 在本文中, 假定以下条件得到满足:

**假设 1.** 对于任意  $i \in \mathcal{N}$ , 大规模互联系统 (1) 的状态是可测的, 并且当  $\mathcal{H}_i(x) = 0$  时, 系统 (1) 在

平衡点  $x = 0$  是可控的.

**假设 2.** 对于第  $i$  个子系统, 函数  $g_{i,j}$  和  $\mathcal{H}_{i,j}$  在紧集  $U_{x_i}$  上是局部利普希茨连续的. 即系统的互联项  $\mathcal{H}_i$  满足  $\|\mathcal{H}_i\| \leq \bar{\mathcal{H}}_i$ , 其中常数  $\bar{\mathcal{H}}_i > 0$ .

鉴于系统 (1) 中的内部动态  $g_{i,j}$  和互联项  $\mathcal{H}_{i,j}$  均未知, 直接设计系统 (1) 是困难的. 因此, 本文采用基于神经网络的辨识器模型对子系统动态进行估计, 并设计分散式状态反馈控制器以实现大规模互联系统的稳定控制.

## 2 在线分散式动态事件触发控制设计

本文考虑设计一种基于动态事件触发的分散式控制策略, 旨在减轻系统 (1) 总体的带宽压力. 假设在  $t = t_l$  时, 系统状态误差超出预先设定的触发阈值, 此时触发一个事件, 并同步更新相应的控制信号. 事件触发时刻所组成的集合使用单调递增序列  $\{t_l | l \in \mathbf{N}^+\}$  表示.

由于真实系统 (1) 的动态是未知的, 子系统状态  $x_i$  和实时事件驱动控制信号  $u_i$  首先被传输到相应的辨识器. 然后, 估计状态  $\hat{x}_i$  和子系统状态  $x_i$  被传送到分散式事件生成器以确定是否超出设定的触发阈值. 在第  $l$  次触发时刻, 即  $t = t_l$  时, 辨识器系统状态被采样, 同时控制输入被重新计算并传送到执行器节点. 在本文研究范围内, 假设整个控制过程中不存在计算和通讯上的延迟. 也就是说, 采样状态的收集、控制策略的计算以及控制器输出信号的传输都是同时发生的.

在上述的事件触发机制中, 第  $i$  个子系统的采样状态可表示为:

$$\check{x}_i(t) = \hat{x}_i(t_l), \quad t_l \leq t < t_{l+1} \quad (2)$$

在零阶保持器的作用下, 控制信号保持不变, 直到触发下一个事件, 即基于事件触发的控制策略为:

$$\check{u}_i(t) = u_i(\check{x}_i, t), \quad t_l \leq t < t_{l+1} \quad (3)$$

此外, 本文使用事件触发误差  $z_{x_i}$  来表示子系统状态和采样状态之间的误差:

$$\begin{aligned} z_{x_i}(t) &= x_i(t) - \check{x}_i(t) = \\ &= x_i(t) - \hat{x}_i(t_l), \quad t_l \leq t < t_{l+1} \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.1 基于神经网络的辨识器设计

本节设计一种基于神经网络的辨识器用于在线逼近未知系统的内部动态. 通过引入一个稳态矩阵  $K_i$ , 第  $i$  个子系统在控制策略  $u_i$  作用下的动态可以表示为:

$$\dot{x}_i = M_i x_i - K_i x_i + K_i x_i + g_i(x_i) + \mathcal{H}_i(x) + A_{i, n_i} u_i \quad (5)$$

这里矩阵  $K_i = [[K_{i, 1}^T, 0_{1 \times (n_i-1)}^T]^T, \dots, [K_{i, n_i-1}^T, 0_{1 \times 1}^T]^T, K_{i, n_i}^T] \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$  为一个上三角矩阵. 根据神经网络的全能逼近性质, 未知的非线性函数可以用  $K_{i, j}^T \underline{x}_{i, j} + g_{i, j}(\underline{x}_{i, j}) = \theta_{i, j}^* \phi_{i, j}(\underline{x}_{i, j}) + \varepsilon_{i, j}$  的形式来逼近. 这里  $\theta_{i, j}^* \in \mathbf{R}^{m_{i, j}}$ ,  $\phi_{i, j}(\underline{x}_{i, j}) : \mathbf{R}^j \rightarrow \mathbf{R}^{m_{i, j}}$  以及  $\varepsilon_{i, j} \in \mathbf{R}$  分别是理想的神经网络权值, 激活函数和逼近误差. 因此, 子系统 (5) 可以进一步表述为:

$$\dot{x}_i = (M_i - K_i)x_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \theta_{i, j}^{*T} \phi_{i, j}(\underline{x}_{i, j}) + \varepsilon_i + \mathcal{H}_i(x) + A_{i, n_i} u_i \quad (6)$$

其中,

$$M_i = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & I_{(n_i-1) \times (n_i-1)} & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i, 1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i, n_i} \end{bmatrix},$$

$$A_{i, j} = \underbrace{[0, \dots, 1, 0, \dots, 0]}_j^T \in \mathbf{R}^{n_i}$$

通过选择合适的常数矩阵  $K_i$ , 可使  $C_i := M_i - K_i$  成为一个赫尔维茨矩阵. 那么对于给定的正定矩阵  $B_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ , 存在唯一的对称正定矩阵  $P_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$  满足<sup>[42]</sup>:

$$C_i^T P_i + P_i C_i = -B_i \quad (7)$$

为重构系统动态 (1), 考虑使用如下形式的辨识器:

$$\dot{\hat{x}}_i = C_i \hat{x}_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \hat{\theta}_{i, j}^T \phi_{i, j}(\hat{x}_{i, j}) + A_{i, n_i} u_i \quad (8)$$

式中  $\hat{x}_{i, j} = [\hat{x}_{i, 1}, \dots, \hat{x}_{i, j}]^T \in \mathbf{R}^j$  是  $\underline{x}_{i, j}$  的估计值,  $\hat{\theta}_{i, j} \in \mathbf{R}^{m_{i, j}}$  是理想权重  $\theta_{i, j}^*$  的估计值. 为简化表达式, 在之后的叙述中定义  $\phi_{i, j} = \phi_{i, j}(x_{i, j})$  和  $\hat{\phi}_{i, j} = \phi_{i, j}(\hat{x}_{i, j})$ . 此外, 状态估计误差定义为  $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$ . 将式 (6) 与式 (8) 相减, 可以得到状态估计误差的动态表达式如下:

$$\dot{\tilde{x}}_i = C_i \tilde{x}_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \theta_{i, j}^{*T} (\phi_{i, j} - \hat{\phi}_{i, j}) + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \tilde{\theta}_{i, j}^T \hat{\phi}_{i, j} + \mathcal{H}_i(x) + \varepsilon_i \quad (9)$$

其中,  $\tilde{\theta}_{i, j} = \theta_{i, j}^* - \hat{\theta}_{i, j}$ ,  $\tilde{\theta}_{i, j}$  是评判网络权值估计误差. 取评判网络的自适应律为:

$$\dot{\hat{\theta}}_{i, j} = \delta_{i, j} \hat{\phi}_{i, j} A_{i, j}^T P_i \tilde{x}_i - \beta_i \delta_{i, j} \|\tilde{x}_i\| \hat{\theta}_{i, j} \quad (10)$$

这里  $\delta_{i, j} \in \mathbf{R}^{m_{i, j} \times m_{i, j}}$  是一个对称正定矩阵,  $\beta_i > 0$  是评判网络的学习率.

为深入讨论, 以下假设是必要的<sup>[43]</sup>:

**假设 3.** 对于所有的  $i \in \mathcal{N}$  且  $1 \leq j \leq n_i$ , 在紧集  $U_{x_i}$  上, 目标函数的未知权重  $\theta_{i, j}^*$ , 激活函数  $\phi_{i, j}$  以及神经网络近似误差  $\varepsilon_i$  都是范数有界的, 即  $\|\theta_{i, j}^*\| \leq \bar{\theta}_{i, j}$ ,  $\|\phi_{i, j}(\cdot)\| \leq \bar{\phi}_{i, j}$  且  $\|\varepsilon_i(\cdot)\| \leq \bar{\varepsilon}_i$ , 这里的  $\bar{\theta}_{i, j}$ ,  $\bar{\phi}_{i, j}$  和  $\bar{\varepsilon}_i$  都是正值常数.

受文献 [25] 的启发, 在以下引理中, 以上设计的辨识器的有效性得到证明.

**引理 1.** 考虑满足假设 1 ~ 3 条件的未知子系统 (1), 采用式 (8) 所示的辨识器. 当辨识器中神经网络的权值自适应调节律给定为式 (10) 时, 状态估计误差  $\tilde{x}_i$  和辨识器权值估计误差  $\tilde{\theta}_{i, j}$  都是一致最终有界 (Uniformly ultimately bounded, UUB) 的.

**证明.** 选择李雅普诺夫函数为:

$$\mathcal{F}_i = \mathcal{F}_{i, 1} + \mathcal{F}_{i, 2} = \frac{1}{2} \tilde{x}_i^T P_i \tilde{x}_i + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{\theta}_{i, j}^T \delta_{i, j}^{-1} \tilde{\theta}_{i, j} \quad (11)$$

$\mathcal{F}_{i, 1}$  沿着状态估计误差的动态 (9) 的轨道导数是

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{F}}_{i, 1} &= \frac{1}{2} \tilde{x}_i^T (P_i C_i + C_i^T P_i) \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T P_i \left( \mathcal{H}_i(x) + \varepsilon_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \theta_{i, j}^{*T} (\phi_{i, j} - \hat{\phi}_{i, j}) + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \tilde{\theta}_{i, j}^T \hat{\phi}_{i, j} \right) \leq \\ &= -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(B_i) \|\tilde{x}_i\|^2 + \tilde{x}_i^T P_i \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \tilde{\theta}_{i, j}^T \hat{\phi}_{i, j} + \|\tilde{x}_i\| \|P_i\| \left( 2 \sum_{j=1}^{n_i} \bar{\theta}_{i, j} \bar{\phi}_{i, j} + \bar{\mathcal{H}}_i + \bar{\varepsilon}_i \right) \quad (12) \end{aligned}$$

由于  $\theta_{i, j}^*$  是常数, 则有  $\dot{\tilde{\theta}}_{i, j} = -\dot{\hat{\theta}}_{i, j}$ . 然后有:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{F}}_{i, 2} &= -\tilde{x}_i^T P_i \sum_{j=1}^{n_i} A_{i, j} \tilde{\theta}_{i, j}^T \hat{\phi}_{i, j} + \beta_i \|\tilde{x}_i\| \sum_{j=1}^{n_i} \left( \tilde{\theta}_{i, j}^T \theta_{i, j}^* - \tilde{\theta}_{i, j}^T \tilde{\theta}_{i, j} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

结合式 (12) 和 (13), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i \leq & -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(B_i)\|\tilde{x}_i\|^2 + \|\tilde{x}_i\|\sigma_i + \beta_i\|\tilde{x}_i\| \times \\ & \sum_{j=1}^{n_i} \left( -\left(\|\tilde{\theta}_{i,j}\| - \frac{1}{2}\bar{\theta}_{i,j}\right)^2 + \frac{1}{4}\bar{\theta}_{i,j}^2 \right) = \\ & \|\tilde{x}_i\| \left( -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(B_i)\|\tilde{x}_i\| - \right. \\ & \left. \beta_i \sum_{j=1}^{n_i} \left( \|\tilde{\theta}_{i,j}\| - \frac{1}{2}\bar{\theta}_{i,j} \right)^2 + p_i \right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\sigma_i = \|P_i\|(2\sum_{j=1}^{n_i}\bar{\theta}_{i,j}^T\bar{\phi}_{i,j} + \bar{H}_i + \bar{e}_i)$  且  $p_i = (\beta_i/4)\sum_{j=1}^{n_i}\bar{\theta}_{i,j}^2 + \sigma_i$ . 当  $\|\tilde{x}_i\| > 2p_i/\lambda_{\min}(B_i) := \bar{\eta}_{\tilde{x}_i}$  或  $\|\tilde{\theta}_{i,j}\| > (1/2)\bar{\theta}_{i,j} + (p_i/\beta_i)^{\frac{1}{2}}$  满足时, 有  $\dot{\tilde{x}}_i < 0$ . 由李雅普诺夫扩展定理, 得出  $\tilde{x}_i$  和  $\tilde{\theta}_{i,j}$  都是 UUB 的.  $\square$

引理 1 表明, 随着  $t \rightarrow \infty$ , 评判网络估计权重  $\hat{\theta}_{i,j}$  会收敛到理想权重  $\theta_{i,j}^*$  的小邻域内. 这意味着, 所设计的辨识器能够识别系统 (6) 中的未知内部动态. 同时, 与子系统 (6) 相对应的孤立系统的动态可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = & C_i x_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i,j} \theta_{i,j}^{*\text{T}} \phi_{i,j}(x_{i,j}) + \varepsilon_i + \\ & A_{i,n_i} u_i \end{aligned} \quad (15)$$

比较辨识器动态 (8) 和孤立系统动态 (15), 可以发现, 随着  $\hat{\theta}_{i,j} \rightarrow \theta_{i,j}^*$ , 动态 (8) 可以被看作是式 (15) 的近似形式. 考虑到误差项  $\varepsilon_i$  是范数有界的, 以及通过增加辨识器神经网络的隐藏层节点数, 误差可以进一步减小<sup>[43]</sup>.

在现有的 ADP 相关工作<sup>[29]</sup>中, 已经证明为孤立子系统设计的最优控制策略所组成的控制序列可以作为整体互联系统的分散式控制策略. 这启发构建一种仅依赖于对应子系统局部状态信息的评价模型, 设计一种新的大规模互联系统分散式控制方法.

## 2.2 事件触发 HJB 方程的推导

由于子系统受到全局系统状态  $x$  的影响, 考虑到系统动态是完全未知的, 直接求解系统 (6) 的最优控制问题相当复杂. 受文献 [29] 的启发, 首先考虑孤立系统的最优控制问题, 随后将获得的近似最优控制策略应用于互联系统中. 对于孤立系统 (15), 时间驱动的性能指标函数是

$$V_i = \int_0^\infty r_i(x_i, u_i) dt \quad (16)$$

这里  $r_i(x_i, u_i) = x_i^T Q_i x_i + G(u_i)$  表示一个效用函数, 它包含两个对称正定矩阵  $Q_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$  和  $R_i \in \mathbf{R}$ .

对于输入受限的控制问题,  $G(u_i)$  被设计为:

$$\begin{aligned} G(u_i) = & 2u_{i,G} \int_0^{u_i} \Phi^{-1}\left(\frac{s}{u_{i,G}}\right)^T R_i ds = \\ & 2u_{i,G}^T R_i \Phi^{-1}\left(\frac{u_i}{u_{i,G}}\right) + \\ & u_{i,G}^2 R_i^T \ln\left(1 - \frac{u_i^2}{u_{i,G}^2}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\Phi(\cdot) := \tanh(\cdot)$  且  $\Phi^{-1}(\cdot) = \operatorname{arctanh}(\cdot)$ .

假设  $V_i(t)$  在  $[0, +\infty)$  上连续可微, 对式 (16) 两端取微分可得:

$$\begin{aligned} 0 = & (\nabla V_i)^T \left( C_i x_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i,j} \theta_{i,j}^{*\text{T}} \phi_{i,j}(x_{i,j}) + \varepsilon_i + \right. \\ & \left. A_{i,n_i} u_i \right) + x_i^T Q_i x_i + G(u_i) \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\nabla V_i = \frac{\partial V_i(x_i)}{\partial x_i}$ . 为简单起见, 定义  $F_i(x_i) = M_i x_i + f_i(x_i) = C_i x_i + \sum_{j=1}^{n_i} A_{i,j} \theta_{i,j}^{*\text{T}} \phi_{i,j}(x_{i,j}) + \varepsilon_i$ . 那么, 时间驱动的汉密尔顿函数表示为:

$$\begin{aligned} H_i(x_i, u_i, V_i) = & r_i(x_i, u_i) + (\nabla V_i)^T \times \\ & (F_i(x_i) + A_{i,n_i} u_i) \end{aligned} \quad (19)$$

孤立子系统对应的最优值函数表示为:

$$V_i^* = \min_{u_i} \int_0^\infty (x_i^T Q_i x_i + G(u_i)) ds \quad (20)$$

假设最优值函数  $V_i^*(t)$  存在并且在  $[0, +\infty)$  上可微. 根据稳态条件的要求, 对应的最优控制策略如下所示:

$$u_i^* = -u_{i,G} \Phi\left(\frac{1}{2u_{i,G}} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T \nabla V_i^*\right) \quad (21)$$

那么, 对应的时间触发 HJB 方程为:

$$\begin{aligned} H_i(x_i, u_i^*, V_i^*) = & r_i(x_i, u_i^*) + (\nabla V_i^*)^T \times \\ & (F_i(x_i) + A_{i,n_i} u_i^*) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

为减轻总体系统的通信负担, 本研究采用动态事件触发控制框架. 根据式 (21), 动态事件触发最优控制策略可表示为:

$$\begin{aligned} \check{u}_i^* := & u_i^*(\check{x}_i) = -u_{i,G} \Phi\left(\frac{1}{2u_{i,G}} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T \nabla \check{V}_i^*\right), \\ & t_l \leq t < t_{l+1} \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\nabla \check{V}_i^* = \frac{\partial V_i^*(x(t))}{\partial x(t)} \Big|_{t=t_l}$ . 同时, HJB 方程 (22) 也转换为如下的事件触发形式:

$$H_i(x_i, \check{u}_i^*, V_i^*) = r_i(x_i, \check{u}_i^*) + (\nabla V_i^*)^T \times (F_i(x_i) + A_{i, n_i} \check{u}_i^*) \quad (24)$$

应当注意的是, 由于存在事件触发误差  $z_{x_i}$ , 所以式 (24) 不等于 0.

以下假设均有助于接下来的证明, 并且已在文献 [3, 28, 43] 中进行详细阐述.

**假设 4.** 控制策略  $u_i^*$  关于事件触发误差  $z_{x_i}$  是利普希茨连续的, 即对于所有  $i \in \mathcal{N}$ , 存在一个正常数  $\xi_i$  使得  $\|u_i^*(\hat{x}_i) - u_i^*(x_i)\| \leq \xi_i \|z_{x_i}\|$  恒成立.

鉴于 HJB 方程 (22) 是一个非线性偏微分方程, 通常很难得到解析解  $V_i^*$ , 这也意味着最优控制策略  $u_i^*$  无法直接确定. 因此, 在第 2.3 节中, 采用 ADP 算法来求得 HJB 方程 (22) 的近似最优解.

### 2.3 基于静态事件触发的自适应评判设计

在本节中, 基于 ADP 算法设计基于静态事件触发 (Static event triggering, SET) 的近似最优控制器. 根据神经网络的全能逼近性, 最优值函数 (20) 可以重写为:

$$V_i^*(x_i) = W_i^{*T} \varphi_i(x_i) + \tau_i \quad (25)$$

其中  $W_i^* \in \mathbf{R}^{q_i}$  是理想权重,  $\varphi_i(x_i) : \mathbf{R}^{n_i} \rightarrow \mathbf{R}^{q_i}$  是激活函数,  $\tau_i$  是神经网络的逼近误差. 基于式 (21) 和 (25), 最优控制策略为:

$$u_i^* = -u_{i, G} \Phi \left( \frac{1}{2u_{i, G}} R_i^{-1} A_{i, n_i}^T \left( (\nabla \varphi_i(x_i))^T W_i^* + \nabla \tau_i(x_i) \right) \right) \quad (26)$$

这里  $\nabla \varphi_i$  和  $\nabla \tau_i$  分别是  $\varphi_i$  和  $\tau_i$  关于  $x_i$  的偏导数. 此外, 考虑到  $V_i^*$  的表达式 (25), 控制策略 (23) 可化为:

$$\check{u}_i^* = -u_{i, G} \Phi \left( \frac{1}{2u_{i, G}} R_i^{-1} A_{i, n_i}^T \left( (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T W_i^* + \nabla \tau_i(\check{x}_i) \right) \right) \quad (27)$$

这里,  $t_l \leq t < t_{l+1}$ .

由于  $W_i^*$  是未知的, 在此引入如下形式的评判神经网络:

$$\hat{V}_i(\hat{x}_i) = \hat{W}_i^T \varphi_i(\hat{x}_i) \quad (28)$$

其中,  $\hat{W}_i \in \mathbf{R}^{q_i}$  是  $W_i^*$  的估计值. 然后基于式 (28), 事件触发控制器被设计成以下形式:

$$\check{u}_i = -u_{i, G} \Phi \left( \frac{1}{2u_{i, G}} R_i^{-1} A_{i, n_i}^T (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \hat{W}_i(t_l) \right), \quad t_l \leq t < t_{l+1} \quad (29)$$

借助辨识器动态  $\hat{x}_i$ , 结合上述推导过程, 可得相应的近似哈密顿函数有如下形式:

$$H_i(\hat{x}_i, \check{u}_i, \hat{W}_i) = r_i(\hat{x}_i, \check{u}_i) + \hat{W}_i^T \nabla \varphi_i(\hat{x}_i) \hat{x}_i := e_{c, i} \quad (30)$$

此外, 定义  $e_i := H_i(\hat{x}_i, \check{u}_i, W_i^*) - r_i(\hat{x}_i, \check{u}_i) + W_i^{*T} \nabla \varphi_i(\hat{x}_i) \hat{x}_i$  和权重误差  $\tilde{W}_i = W_i^* - \hat{W}_i$ , 则有  $e_{c, i} = e_i - \tilde{W}_i^T \nabla \varphi_i(\hat{x}_i) \hat{x}_i$ .

自适应评判网络设计的目标是找到权重  $\hat{W}_i$  来最小化误差函数:

$$E_{c, i} = \frac{1}{2} (H_i(\hat{x}_i, \check{u}_i, \hat{W}_i) - H_i(x_i, u_i^*, W_i^*))^2 = \frac{e_{c, i}^2}{2} \quad (31)$$

借助归一化梯度下降算法, 设计  $\hat{W}_i$  的自适应律如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_i &= -\gamma_i \frac{1}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} \frac{\partial E_{c, i}}{\partial \hat{W}_i} = \\ &= -\gamma_i \frac{\psi_i e_{c, i}}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} = \\ &= -\gamma_i \frac{\psi_i e_i}{\psi_i^T \psi_i + 1} + \gamma_i \frac{\psi_i \psi_i^T}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} \tilde{W}_i \end{aligned} \quad (32)$$

其中,  $\psi_i = \nabla \varphi_i(\hat{x}_i) \hat{x}_i$  且  $\underline{\psi}_i = \psi_i / (\psi_i^T \psi_i + 1)$ . 而  $\gamma_i > 0$  是学习率. 由于  $W_i^*$  是常数,  $\tilde{W}_i$  的动态为:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_i &= \gamma_i \frac{\psi_i e_{c, i}}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} = \\ &= \gamma_i \frac{\psi_i e_i}{\psi_i^T \psi_i + 1} - \gamma_i \frac{\psi_i \psi_i^T}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} \tilde{W}_i \end{aligned} \quad (33)$$

后续分析需要持续性激励 (Persistence of excitation, PE) 条件<sup>[9]</sup>, 即:

**假设 5.** 对于任意时刻  $t$  和  $i \in \mathcal{N}$ , 假设存在常数  $s_i > 0$ ,  $\alpha_i > 0$  和  $T > 0$ , 使得信号  $\psi_i$  在区间  $[t, t+T]$  上持续激励, 并有  $s_i \leq \lambda_{\min}(\underline{\psi}_i \underline{\psi}_i^T) \leq \lambda_{\max}(\underline{\psi}_i \underline{\psi}_i^T) \leq \alpha_i$  成立.

以下假设对于后续讨论是必要的, 该假设已在文献 [44-45] 等使用.

**假设 6.** 对于所有  $i \in \mathcal{N}$ , 在紧集  $U_{x_i}$  上, 理想的评判网络权值  $W_i^*$ , 激活函数的梯度  $\nabla \varphi_i$ , 神经网络近似误差的梯度  $\nabla \tau_i$  以及辅助项  $e_i$  都是范数有界的, 即  $\|W_i^*\| \leq \bar{W}_i$ ,  $\|\nabla \varphi_i\| \leq \bar{\varphi}_i$ ,  $\|\nabla \tau_i\| \leq \bar{\tau}_i$ , 并且  $|e_i| \leq \bar{e}_i$ , 其中  $\bar{W}_i$ 、 $\bar{\varphi}_i$ 、 $\bar{\tau}_i$  和  $\bar{e}_i$  都是正常数.

## 2.4 静态事件触发控制闭环系统稳定性分析

在给出所设计的闭环控制系统的稳定性证明之前, 受文献 [46] 的启发, 评判网络权值估计误差的收敛性质如引理 2 所示.

**引理 2.** 考虑在事件触发控制策略 (29) 作用下的子系统 (6), 设假设 1 ~ 6 都成立. 评判神经网络权值的自适应律由式 (32) 给出, 则对于任意  $i \in \mathcal{N}$ , 存在一个时刻  $T_1 > 0$ , 使得当  $t > T_1$  时, 权值估计误差  $\tilde{W}_i$  是 UUB 的.

**证明.** 选取的李雅普诺夫函数为  $\mathcal{P}_i = \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i$ . 由于  $\tilde{W}_i$  在区间  $[0, +\infty)$  上是时间连续的, 可知在触发时刻  $t = t_l$ , 函数  $\mathcal{P}_i$  的一阶差分是  $\Delta \mathcal{P}_i = 0$ . 现在只需要分析相邻两次事件间的控制过程.

当  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 根据式 (33), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{P}}_i &= 2\gamma_i \tilde{W}_i^T \left( \frac{\psi_i e_i}{\psi_i^T \psi_i + 1} - \frac{\psi_i \psi_i^T}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} \tilde{W}_i \right) \leq \\ &\gamma_i \frac{e_i^2 - \tilde{W}_i^T \psi_i \psi_i^T \tilde{W}_i}{(\psi_i^T \psi_i + 1)^2} \leq \\ &\gamma_i (\bar{e}_i^2 - \lambda_{\min}(\psi_i \psi_i^T) \|\tilde{W}_i\|^2) \leq \\ &\gamma_i \bar{e}_i^2 - \gamma_i s_i \|\tilde{W}_i\|^2 \end{aligned} \quad (34)$$

由式 (34) 可知, 当  $\|\tilde{W}_i\| > (\bar{e}_i / \sqrt{s_i}) = \tilde{W}_{i, M}$  时,  $\mathcal{P}_i < 0$  成立, 即存在一个时间常数  $T_1 > 0$ , 对于所有  $t > T_1$ , 权值估计误差  $\tilde{W}_i$  将保持 UUB.  $\square$

依据引理 2, 可推得一旦  $t \geq t_l > T_1$ , 即有  $\|\tilde{W}_i\| \leq \tilde{W}_{i, M}$ , 此性质在后续的定理证明中也将被用到.

接下来, 将证明在事件触发最优控制策略 (27) 的作用下闭环控制系统的稳定性.

**定理 1.** 针对系统 (1), 设假设 1 ~ 6 都成立. 使用如式 (8) 所示的辨识器和如式 (27) 所示的控制策略, 辨识器权值和评判网络权值的自适应律分别如式 (10) 和 (33) 所示. 使用如下形式的事件触发条件:

$$\|z_{x_i}\| \leq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_i \lambda_{\min}(Q_i)}{R_i \xi_i}} \|x_i\| \quad (35)$$

则系统 (1) 的状态  $x_i$  和评判网络权值估计误差  $\tilde{W}_i$  都是 UUB 的. 式 (35) 中  $\rho_i \in (0, \frac{1}{2})$  是阈值调整参数.

**证明.** 选择  $\varpi = \varphi_1 I_1 + \varphi_2 I_2$  作为李雅普诺夫函数, 其中  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  对于任意  $i \in \mathcal{N}$  都是正值常数,  $I_1 = \sum_{i=1}^N V_i^*$  和  $I_2 = \sum_{i=1}^N \mathcal{P}_i$ . 然后对于系统 (1), 有  $\dot{I}_1 = (\nabla V_i^*)^T (F_i(x_i) + A_{i, n} \tilde{u}_i^* + H_i(x_i))$ . 根据式 (22), 可得:

$$(\nabla V_i^*)^T F_i(x_i) = -r_i(x_i, u_i^*) - (\nabla V_i^*)^T A_{i, n} u_i^* \quad (36)$$

那么,  $I_1$  的导数是:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= -x_i^T Q_i x_i - G(u_i^*) + 2u_{i, G} \Phi^{-1} \left( \frac{u_i^*}{u_{i, G}} \right) \times \\ &(u_i^* - \tilde{u}_i^*) + (\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) = \\ &-x_i^T Q_i x_i - G(\tilde{u}_i^*) - \\ &2u_{i, G} \int_{\tilde{u}_i^*}^{u_i^*} \Phi \left( \frac{s}{u_{i, G}} \right)^T R_i ds + \\ &2u_{i, G} \int_{\tilde{u}_i^*}^{u_i^*} \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i, G}} \right)^T R_i du + \\ &(\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) = \\ &2u_{i, G} \int_{\tilde{u}_i^*}^{u_i^*} \left( \left( \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i, G}} \right) - \Phi \left( \frac{s}{u_{i, G}} \right) \right) R_i \right)^T ds - \\ &x_i^T Q_i x_i - G(\tilde{u}_i^*) + (\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) \end{aligned} \quad (37)$$

在式 (37) 中,

$$\begin{aligned} &2u_{i, G} \int_{\tilde{u}_i^*}^{u_i^*} \left( \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i, G}} \right) R_i - \Phi \left( \frac{s}{u_{i, G}} \right) R_i \right)^T ds \leq \\ &2u_{i, G} \|u_i^* - \tilde{u}_i^*\| \left\| \left( \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i, G}} \right) - \Phi \left( \frac{s}{u_{i, G}} \right) \right) R_i \right\| \leq \\ &2R_i \|u_i^* - \tilde{u}_i^*\|^2 \end{aligned} \quad (38)$$

所以可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &\leq -x_i^T Q_i x_i + 2R_i \|u_i^* - \tilde{u}_i^*\|^2 + \\ &(\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) \leq \\ &-\lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + 2R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 + \\ &(\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) \leq \\ &-(1 - \rho_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - \\ &\rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 + \\ &(\bar{\varphi}_i \tilde{W}_i + \bar{\tau}_i) \bar{\mathcal{H}}_i \end{aligned} \quad (39)$$

并且根据引理 2, 当  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 有:

$$\dot{I}_2 \leq \gamma_i \bar{e}_i^2 - \gamma_i s_i \|\tilde{W}_i\|^2 \quad (40)$$

当  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 事件不会被触发, 状态也不会被采样. 总之, 在  $t \in (t_l, t_{l+1})$  的情况下, 结合式 (39) 和 (40), 李雅普诺夫函数  $\varpi$  的导数可以表达为:

$$\begin{aligned} \dot{\varpi} &\leq \sum_{i=1}^N \left( \varphi_1 \left( -(1 - \rho_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - \right. \right. \\ &\left. \left. \rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \right) + \right. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \wp_2(\gamma_i \bar{e}_i^2 - \gamma_i s_i \|\tilde{W}_i\|^2) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N \wp_1(1 - \rho_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + \Omega - \\ & \sum_{i=1}^N \wp_2 \gamma_i s_i \|\tilde{W}_i\|^2 - \sum_{i=1}^N \wp_1 \times \\ & \left( \rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \right) \end{aligned} \quad (41)$$

其中  $\Omega = \sum_{i=1}^N \wp_2 \gamma_i \bar{e}_i^2$ . 当满足触发条件 (35) 时, 对于所有  $i \in \mathcal{N}$ ,  $\rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \geq 0$  成立.

因此, 当  $t_l > T_1$ , 并且至少满足以下条件之一:  $\|x_i\| > \sqrt{\frac{\Omega}{\wp_1(1-\rho_i)\lambda_{\min}(Q_i)}}$  或  $\|\tilde{W}_i\| > \sqrt{\frac{\Omega}{\wp_2 \gamma_i s_i}} := \bar{\eta}_{\tilde{W}_i}$  时, 有  $\dot{\omega} \leq 0$  成立. 那么, 使用如式 (27) 所示的事件触发控制策略, 则大规模系统 (1) 的状态  $x_i$  和评判网络权值估计误差  $\tilde{W}_i$  都是 UUB 的.  $\square$

**注 1.** 定理 2 证明 SET 最优控制策略 (27) 可使整个大规模系统达到稳定. 在后续分析过程中, 动态事件触发 (Dynamic event triggering, DET) 条件将在前述 SET 控制机制的基础上发展得到. DET 机制是在 SET 机制的基础上增加一个内部动态变量, 该动态变量用来存储系统历史状态信息. 在 SET 条件 (35) 的帮助下, 可以在后续设计具体的内部动态变量形式.

## 2.5 基于动态事件触发的自适应评判设计

在本文所设计的 DET 机制中, 引入一个新的内部动态变量  $\mu_i$ , 它在原理上类似一个一阶滤波器, 其中  $\mu_i$  被用来存储系统的历史状态信息.  $\mu_i$  的动态被设计为:

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_i &= -\delta_i \mu_i - \rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2, \\ \mu_i^0 &= \mu_i(0) \geq 0 \end{aligned} \quad (42)$$

这里参数  $\delta_i$  可被视为一个滤波系数, 且满足  $\delta_i \in (0, 1)$ . 同时有

$$D(x_i, z_{x_i}) = \rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \quad (43)$$

在 DET 控制机制下, 本文采用如下形式的事件触发条件:

$$\begin{aligned} \Theta(z_{x_i}) &\leq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_i \lambda_{\min}(Q_i)}{R_i \xi_i}} \|x_i\| + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_i(t)}{h_i R_i \xi_i}} + \\ &\|\tilde{x}_i(t_l)\| := \nu_i(t) \end{aligned} \quad (44)$$

这里引入死区操作  $\Theta(z_{x_i})$ , 以避免不必要的计算和资源浪费:

$$\Theta(z_{x_i}) = \begin{cases} \|z_{x_i}\|, & \|x_i\| > D_i \\ 0, & \|x_i\| \leq D_i \end{cases} \quad (45)$$

其中  $\rho_i \in (0, 0.5)$  是阈值调整参数;  $D_i$  表示动态触发终止参数, 是一个给定的正常数; 参数  $\nu_i(t)$  代表第  $i$  个子系统的触发阈值, 参数  $h_i$  满足  $h_i \geq 1/p_i$ .

分析以上触发过程可知, 当系统状态的范数  $\|x_i\|$  不超过触发阈值  $D_i$  时, DET 误差设定为零. 采用死区运算, 可保证在系统状态达到一定精度范围后强制停止事件触发. 据此, 可以认为死区操作在减少计算资源消耗方面是有效的.

进一步可推得, 在 DET 控制机制下有如下结果:

**引理 3.** 对于子系统 (1), 内部动态变量  $\mu_i$  的动态如式 (42) 所示. 采用如式 (44) 所示的动态事件触发条件, 则  $\mu_i$  在 DET 控制过程中始终保持非负.

**证明.** 对于任意  $t \in [0, +\infty)$ , 根据式 (44), 有  $h_i D(x_i, z_{x_i}) + \mu_i(t) \geq 0$ . 基于此, 可推得:

$$h_i \dot{\mu}_i + (h_i \delta_i + 1) \mu_i \geq 0 \quad (46)$$

参照文献 [47] 进行比较分析, 可得:

$$\mu_i \geq \mu_i^0 e^{-(\delta_i + \frac{1}{h_i})t} \quad (47)$$

由于  $\mu_i^0 \geq 0$ , 可知  $\mu_i(t) \geq 0$  总是成立的.  $\square$

**定理 2.** 考虑未知系统 (1), 设假设 1 ~ 6 都成立. 采用辨识器模型 (8) 和评判网络 (28), 辨识器神经网络权值和评判网络权值的自适应律分别由式 (10) 和 (32) 给出. 采用如式 (44) 所示的触发条件及如式 (45) 所示的死区运算. 当使用基于事件的分散式控制策略 (29) 时, 子系统状态  $x_i$ , 采样状态  $\tilde{x}_i$  和评判网络权值估计误差  $\tilde{W}_i$  都是 UUB 的.

**证明.** 取  $\dot{\mathcal{L}} = \sum_{i=1}^N (g_{i,1} \dot{\mathcal{L}}_{i,1} + g_{i,2} \dot{\mathcal{L}}_{i,2})$  为李雅普诺夫函数.  $\forall i \in \mathbf{N}$ , 参数  $g_{i,1}$ ,  $g_{i,2}$  都是正常数. 这里设:

$$\mathcal{L}_{i,1} = \sum_{i=1}^N \{V_i^*(x_i) + \mu_i(t)\} \quad (48)$$

$$\mathcal{L}_{i,2} = \sum_{i=1}^N P_i \quad (49)$$

在触发时刻,  $x_i$  和  $\tilde{W}_i$  的值保持连续, 所以在触发时刻  $t = t_l$ ,  $\mathcal{L}$  的一阶差分是  $\Delta \mathcal{L} = 0$ . 因此, 只需要分析相邻触发间隔时段内  $\mathcal{L}$  的变化情况.

在未触发事件的时间内, 即  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 沿着子系统 (6) 的轨迹,  $\mathcal{L}_{i,1}$  的轨迹导数是:

$$\dot{\mathcal{L}}_{i,1} = (\nabla V_i^*)^T (F_i(x_i) + A_{i,n} \tilde{u}_i + \mathcal{H}_i(x_i) + \dot{\mu}_i(t)) \quad (50)$$

考虑到  $(\nabla V_i^*)^T A_{i,n} R_i = -2u_{i,G} \Phi^{-1} \left( \frac{u_i^*}{u_{i,G}} \right)^T R_i$ ,

当  $t_l > T_1$  时, 将式 (36) 代入式 (50), 有:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_{i,1} = & -x_i^T Q_i x_i - G(u_i^*) + (\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) + \\ & 2u_{i,G} \Phi^{-1} \left( \frac{u_i^*}{u_{i,G}} \right) (u_i^* - \check{u}_i) + \dot{\mu}_i(t) = \\ & -x_i^T Q_i x_i - G(\check{u}_i) + (\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) - \\ & 2u_{i,G} \int_{\check{u}_i}^{u_i^*} \Phi \left( \frac{s}{u_{i,G}} \right)^T R_i ds + \\ & 2u_{i,G} \int_{\check{u}_i}^{u_i^*} \Phi \left( \frac{u_i}{u_{i,G}} \right)^T R_i ds + \dot{\mu}_i(t) = \\ & 2u_{i,G} \int_{\check{u}_i}^{u_i^*} \left( \Phi \left( \frac{u_i}{u_{i,G}} \right) - \Phi \left( \frac{s}{u_{i,G}} \right) \right)^T R_i ds - \\ & x_i^T Q_i x_i - G(\check{u}_i) + (\nabla V_i^*)^T \mathcal{H}_i(x) + \dot{\mu}_i(t) \end{aligned} \quad (51)$$

进一步地, 有:

$$\begin{aligned} 2u_{i,G} \int_{\check{u}_i}^{u_i^*} \left( \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i,G}} \right) - \Phi \left( \frac{s}{u_{i,G}} \right) \right)^T R_i ds \leq \\ 2R_i u_{i,G} \|u_i^* - \check{u}_i\| \left\| \Phi \left( \frac{u_i^*}{u_{i,G}} \right) - \Phi \left( \frac{\check{u}_i}{u_{i,G}} \right) \right\| \leq \\ 2R_i \|u_i^* - \check{u}_i\|^2 \end{aligned} \quad (52)$$

根据式 (27) 和 (29), 有:

$$\begin{aligned} 4R_i \|\check{u}_i^* - \check{u}_i\|^2 = \\ 4R_i u_{i,G}^2 \left\| -\Phi \left( \frac{1}{2u_{i,G}} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T W_i^* + \right. \right. \\ \left. \left. \nabla \tau_i(\check{x}_i) \right) + \Phi \left( \frac{1}{2u_{i,G}} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \times \right. \right. \\ \left. \left. \hat{W}_i(t_l) \right) \right\|^2 \leq \\ 4R_i u_{i,G}^2 \left\| -\Phi \left( \frac{1}{2u_{i,G}} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T ((\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \times \right. \right. \\ \left. \left. W_i^* + \nabla \tau_i(\check{x}_i) - (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \hat{W}_i(t_l)) \right) \right\|^2 \leq \\ 4R_i \left\| \frac{1}{2} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T ((\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T W_i^* + \right. \\ \left. \nabla \tau_i(\check{x}_i) - (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \hat{W}_i(t_l)) \right\|^2 \end{aligned} \quad (53)$$

接下来, 可以推导出:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_{i,1} \leq & -x_i^T Q_i x_i + 4R_i \|u_i^* - \check{u}_i\|^2 + \\ & 4R_i \|\check{u}_i^* - \check{u}_i\|^2 + ((\nabla \phi_i(x_i))^T W_i^* + \\ & \nabla \tau_i(x_i))^T \mathcal{H}_i(x) - \delta_i \mu_i + \\ & p_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \leq \\ & -x_i^T Q_i x_i + 6R_i \|u_i^* - \check{u}_i\|^2 + \\ & (\bar{\varphi}_i \bar{W}_i + \bar{\tau}_i) \bar{\mathcal{H}}_i + 4R_i \left\| \frac{1}{2} R_i^{-1} \times \right. \\ & \left. A_{i,n_i}^T ((\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T W_i^* + \nabla \tau_i(\check{x}_i) - \right. \\ & \left. (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \hat{W}_i(t_l)) \right\|^2 - \delta_i \mu_i + \\ & p_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - 4R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 - \\ & (1-p_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 \leq \\ & 2R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 - \frac{\mu_i(t)}{h_i} + R_i^{-1} \bar{\varphi}_i^2 + \bar{\eta}_{\bar{W}_i}^2 + \\ & R_i^{-1} \bar{\tau}_i^2 + (\bar{\varphi}_i \bar{W}_i + \bar{\tau}_i) \bar{\mathcal{H}}_i \end{aligned} \quad (54)$$

并且根据引理 2, 当  $t_l < t < t_{l+1}$  时, 有下式成立:

$$\dot{\mathcal{L}}_{i,2} \leq \gamma_i \bar{e}_i^2 - \gamma_i s_i \|\bar{W}_i\|^2 \quad (55)$$

当  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 事件不会被触发, 状态也不会被采样. 所以有  $\dot{\mathcal{L}}_{i,3} = 0$ . 总之, 在  $t \in (t_l, t_{l+1})$  的情况下, 结合式 (54) 和 (55),  $\mathcal{L}$  的导数可以表达为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}} \leq & \sum_{i=1}^N \left( g_{i,1} \left( -(1-p_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + \right. \right. \\ & 2R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 - \frac{\mu_i(t)}{h_i} + R_i^{-1} \bar{\varphi}_i^2 \bar{\eta}_{\bar{W}_i}^2 + \\ & \left. \left. R_i^{-1} \bar{\tau}_i^2 + (\bar{\varphi}_i \bar{W}_i + \bar{\tau}_i) \bar{\mathcal{H}}_i \right) \right) + \\ & \sum_{i=1}^N g_{i,2} \left( \gamma_i \bar{e}_i^2 - \gamma_i s_i \|\bar{W}_i\|^2 \right) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N g_{i,1} (1-2\rho_i) \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N g_{i,2} \gamma_i s_i \|\bar{W}_i\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N g_{i,1} \left( \rho_i \lambda_{\min}(Q_i) \|x_i\|^2 + \frac{\mu_i(t)}{h_i} + \right. \\ & \left. 4R_i \xi_i \|\check{x}_i(t_l)\|^2 - 2R_i \xi_i \|z_{x_i}\|^2 \right) + \delta \end{aligned} \quad (56)$$

其中  $\delta = \sum_{i=1}^N (g_{i,1}(R_i^{-1}\bar{\varphi}_i^2\bar{\eta}_{\bar{W}_i}^2 + R_i^{-1}\bar{\tau}_i^2 + (\bar{\varphi}_i\bar{W}_i + \bar{\tau}_i)\bar{\mathcal{H}}_i + 4R_i\|\tilde{x}_i(t_l)\|^2) + g_{i,2}\gamma_i\bar{e}_i^2)$ .

当满足触发条件 (44) 时, 对于所有  $i \in \mathcal{N}$ , 有:

$$\|z_{x_i}\|^2 \leq \frac{\rho_i\lambda_{\min}(Q_i)}{2R_i\xi_i}\|x_i\|^2 + 2\|\tilde{x}_i(t_l)\|^2 + \frac{\mu_i(t)}{2h_iR_i\xi_i} \quad (57)$$

即:

$$0 \leq \rho_i\lambda_{\min}(Q_i)\|x_i\|^2 + 4R_i\xi_i\|\tilde{x}_i(t_l)\|^2 + \frac{\mu_i(t)}{h_i} - 2R_i\xi_i\|z_{x_i}\|^2 \quad (58)$$

根据式 (58), 当  $t_l > T_1$ , 并且至少满足以下条件之一时:

$$\|x_i\| > \sqrt{\frac{\delta}{g_{i,1}(1-2\rho_i)\lambda_{\min}(Q_i)}} := \eta_{x_i} \quad (59)$$

$$\|\tilde{W}_i\| > \sqrt{\frac{\delta}{g_{i,2}\gamma_i s_i}} := \eta_{\tilde{W}_i} \quad (60)$$

$\dot{\mathcal{L}} \leq 0$  成立. 这意味着系统状态  $x_i$  和评判网络权值估计误差  $\tilde{W}_i$  都是 UUB 的.

由于引理 1 已经证明了状态估计误差  $\tilde{x}_i$  是 UUB 的, 则有  $\tilde{x}_i$  也是 UUB 的. 也就是说, 系统采样状态  $\check{x}_i$  是 UUB 的.

基于上述分析, 系统状态  $x_i$ , 系统采样状态  $\check{x}_i$ , 和评判神经网络权重估计误差  $\tilde{W}_i$  在整个控制过程中都是 UUB 的.  $\square$

### 3 事件间隔时间下界分析

在本节中, 将证明设计的动态事件触发控制系统所需的最小间隔时间存在下界, 从而证明 Zeno 现象已被成功规避.

**定理 3.** 考虑子系统 (1), 设假设 1~6 都成立, 当使用动态事件触发条件 (44) 时, 对于任意  $i \in \mathcal{N}$ , 第  $i$  个子系统的最小事件间隔时间存在一个正下界.

$$\Delta t \geq \frac{1}{\Xi_i} \ln \left( 1 + \frac{D_i}{2\bar{\Phi}_i} \sqrt{\frac{\rho_i\lambda_{\min}(Q_i)}{R_i\xi_i}} \right) \quad (61)$$

其中  $\bar{\Phi}_i = \frac{1}{2\Xi_i R_i} (\bar{\varphi}_i\bar{W}_i + \bar{\tau}_i + \bar{\varphi}_i\|\hat{W}_i\|_{\max}) + \frac{\bar{h}_i}{\Xi_i} + \|\tilde{x}_i\|_{\max} + \|\tilde{x}_i\|_{\max}$ ,  $\|\hat{W}_i\|_{\max} = \max_{l \in \mathcal{N}^+} \|\hat{W}_i(t_l)\|$  以及  $\|\tilde{x}_i\|_{\max} = \max_{l \in \mathcal{N}^+} \|\tilde{x}_i(t_l)\|$ . 常数  $\Xi_i > 0$  的定义将在以下证明中给出.

**证明.** 在设计基于动态事件触发的控制策略 (29) 作用下, 第  $i$  个子系统的动态可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= M_i x_i + g_i(x_i) + \mathcal{H}_i(x) + A_{i,n_i} \left( \check{u}_i + u_i^* - u_i^* \right) = \\ &= M_i x_i + g_i(x_i) + A_{i,n_i} u_i^*(x_i) + \mathcal{H}_i(x) + \\ &= \frac{1}{2} A_{i,n_i} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T \left( (\nabla \varphi_i(x_i))^T W_i^* + \right. \\ &= \nabla \tau_i(x_i) - (\nabla \varphi_i(\check{x}_i))^T \hat{W}_i(t_l) \Big), \\ & \quad t_l \leq t < t_{l+1} \end{aligned} \quad (62)$$

基于假设 2 和假设 4, 可得关于  $x_i$  的函数  $M_i x_i + f_i(x_i) + A_{i,n_i} u_i^*(x_i)$  在包含原点的集合  $U_{x_i}$  上也是利普希茨连续的, 因此存在一个正常数  $\Xi_i$ , 使得  $\|M_i x_i + f_i(x_i) + A_{i,n_i} u_i^*(x_i)\| \leq \Xi_i \|x_i\|$  成立. 在式 (62) 中, 有  $\|A_{i,n_i} R_i^{-1} A_{i,n_i}^T\| = R_i^{-1}$  且  $\|\mathcal{H}_i(x)\| \leq \bar{h}_i$ . 进一步地, 由于在区间  $[t_l, t_{l+1})$  上  $\check{x}_i$  保持不变, 可得到以下结论:

$$\begin{aligned} \|\dot{z}_{x_i}\| &= \|\dot{x}_i - \dot{\check{x}}_i\| = \|\dot{x}_i\| \leq \Xi_i \|x_i\| + \Lambda_{i,l} = \\ &= \Xi_i \|z_{x_i}(t) + \check{x}_i(t_l)\| + \Lambda_{i,l} \leq \\ &= \Xi_i \|z_{x_i}(t)\| + \Gamma_{i,l}, \quad t_l \leq t < t_{l+1} \end{aligned} \quad (63)$$

这里  $\Lambda_{i,l} = \frac{1}{2} R_i^{-1} (\bar{\varphi}_i\bar{W}_i + \bar{\tau}_i + \bar{\varphi}_i\|\hat{W}_i(t_l)\|) + \bar{h}_i$ , 并且  $\Gamma_{i,l} = \Xi_i\|\check{x}_i(t_l)\| + \Lambda_{i,l}$ . 通过运用比较引理, 在初始条件  $\|z_{x_i}(t_l)\| = \|\tilde{x}_i(t_l)\|$  下, 不等式 (63) 的解可以被限制在如下范围内:

$$\begin{aligned} \|z_{x_i}(t)\| &\leq \left( \|\tilde{x}_i(t_l)\| + \frac{\Gamma_{i,l}}{\Xi_i} \right) \left( e^{\Xi_i(t-t_l)} - 1 \right) + \\ &= \|\tilde{x}_i(t_l)\| \leq \\ &= \bar{\Gamma}_i \left( e^{\Xi_i(t-t_l)} - 1 \right) + \|\tilde{x}_i(t_l)\| \end{aligned} \quad (64)$$

当  $t \in (t_l, t_{l+1})$  时, 由于  $\tilde{x}_i$ ,  $\check{x}_i$  和  $\tilde{W}_i$  已在定理 2 中被证明是 UUB 的, 可以确保  $\|\tilde{x}_i\|_{\max}$ ,  $\|\check{x}_i\|_{\max}$  和  $\|\hat{W}_i\|_{\max}$  的存在.

接着, 将相邻事件之间的时间间隔定义为  $\Delta t_l = t_{l+1} - t_l$ , 即  $\|z_{x_i}\|$  从  $\|\tilde{x}_i(t_l)\|$  增长至下一个触发阈值所需的时间. 根据动态事件触发条件 (44), 得到如下关系:

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_i \left( e^{\Xi_i(t_{l+1}-t_l)} - 1 \right) + \|\tilde{x}_i(t_l)\| &\geq \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_i\lambda_{\min}(Q_i)}{R_i\xi_i}} \|x_i(t_{l+1})\| + \|\tilde{x}_i(t_l)\| &+ \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_i(t)}{h_i R_i \xi_i}} & \end{aligned} \quad (65)$$

引理 3 已证明动态变量  $\mu_i$  有零值下界, 因此得到:

$$\Delta t_l \geq \frac{1}{\Xi_i} \ln \left( 1 + \frac{1}{2\bar{\Gamma}_i} \sqrt{\frac{\rho_i \lambda_{\min}(Q_i)}{R_i \xi_i}} \|x_i(t_{l+1})\| \right) \quad (66)$$

由于  $D_i$  是第  $i$  个子系统的触发终止准则, 当触发执行时, 有  $\|x_i(t_{l+1})\| \geq D_i$ , 这表明  $\forall l \in \mathbf{N}^+$ ,  $\Delta t_l$  有正值下界  $\frac{1}{\Xi_i} \ln \left( 1 + \frac{D_i}{2\bar{\Gamma}_i} \sqrt{\frac{\rho_i \lambda_{\min}(Q_i)}{R_i \xi_i}} \right)$ .  $\square$

定理 3 阐明在采用触发条件 (44) 的情况下, 触发事件间的最小时间间隔下界确保为一个正值常数. 这表明在设计基于事件的自适应控制策略中, 已成功规避 Zeno 现象. 除此之外, 通过引入死区操作式 (45), 当系统状态接近并保持在平衡点附近的一个较小邻域内 (上界为  $D_i$ ) 时, 可以减少不必要的事件触发. 这一成果将在第 4 节中通过仿真验证得到进一步阐释.

## 4 仿真说明

在本节中将提供两个数值示例, 以展示所提出的动态事件触发控制算法的有效性和可行性.

**例 1.** 考虑如下形式的非线性互联系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} - 0.2 \tanh(x_{2,1} x_{3,1}) \\ \dot{x}_{1,2} = u_1 - 1.5 \tan(x_{1,1}) - x_{1,2} + \\ \quad 0.12 \sinh(x_{2,1} x_{3,1}) \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} - 0.5 \tanh(x_{1,1} x_{3,1}) \\ \dot{x}_{2,2} = u_2 - 1.5 \tan(x_{2,1}) - x_{2,2} + \\ \quad 0.15 \sinh(x_{1,1} x_{3,1}) \\ \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} - 0.3 \tanh(x_{1,1} x_{2,1}) \\ \dot{x}_{3,2} = u_3 - 1.5 \sin(x_{3,1}) - x_{3,2} + \\ \quad 0.1 \sinh(x_{1,1} x_{2,1}) \end{cases} \quad (67)$$

其中  $x_1 = [x_{1,1}, x_{1,2}]^T$ ,  $x_2 = [x_{2,1}, x_{2,2}]^T$  和  $x_3 = [x_{3,1}, x_{3,2}]^T$  是子系统状态. 由式 (16) 定义的性能指标参数设置为  $Q_1 = I_{2 \times 2}$ ,  $Q_2 = 1.2I_{2 \times 2}$ ,  $Q_3 = 1.5I_{2 \times 2}$  和  $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ .

建立如式 (8) 形式的辨识器, 取  $K_1 = K_2 = K_3 = \text{diag}\{0.5, 1.5\}$  和  $B_1 = B_2 = B_3 = 10I_{2 \times 2}$ . 辨识器权值的学习率为  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0.1$  和  $\delta_{1,1} = \delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \delta_{2,2} = \delta_{3,1} = \delta_{3,2} = 2I_{3 \times 3}$ . 为满足假设 3, 选择辨识神经网络的激活函数为  $\phi_{1,1} = \tanh(Y_{11} \times \hat{x}_{1,1})$ ,  $\phi_{1,2} = \tanh(Y_{12} \hat{x}_1)$ ,  $\phi_{2,1} = \tanh(Y_{21} \hat{x}_{2,1})$ ,  $\phi_{2,2} = \tanh(Y_{22} \hat{x}_2)$ ,  $\phi_{3,1} = \tanh(Y_{31} \hat{x}_{3,1})$  和  $\phi_{3,2} = \tanh(Y_{32} \hat{x}_3)$ , 这里  $Y_{11} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ,  $Y_{12} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ ,  $Y_{21} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ,  $Y_{22} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ ,  $Y_{31} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  和  $Y_{32} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$  中的参数都在  $[-1, 1]$  中随机选择. 为保证  $\nabla \varphi_i$  的有界性, 评判神经网络的激活函数分别取为  $\varphi_1 =$

$[\cos(\hat{x}_{1,1}), \cos(\hat{x}_{1,2}), \text{sech}(\hat{x}_{1,1}), \text{sech}(\hat{x}_{1,2})]^T$ ,  $\varphi_2 = [\cos(\hat{x}_{2,1}), \cos(\hat{x}_{2,2}), \text{sech}(\hat{x}_{2,1}), \text{sech}(\hat{x}_{2,2})]^T$  和  $\varphi_3 = [\cos(\hat{x}_{3,1}), \cos(\hat{x}_{3,2}), \text{sech}(\hat{x}_{3,1}), \text{sech}(\hat{x}_{3,2})]^T$ . 学习率  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 3$ , 触发参数  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0.2$ ,  $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 2$ . 采样周期设为 0.1 s, 自适应控制过程持续 200 s. 为满足 PE 条件, 在控制过程的前 100 s 内, 分别向各子系统和辨识器内加入探测噪声.

图 1 展示整个动态事件触发控制过程中子系统状态、状态估计误差、控制策略以及近似汉密尔顿函数的变化曲线. 设定的输入限制范围为  $[-0.1, 0.1]$ , 这一点在图 1(c) 中有体现. 同时, 从图 1(a) 中可以看出, 子系统状态在  $t = 150$  s 之后迅速趋近于原点附近的小区域, 并且状态的范数  $\|x_1\|$ 、 $\|x_2\|$  和  $\|x_3\|$  均低于触发终止条件  $D_1 = D_2 = D_3 = 10^{-5}$ , 这证实了所设计控制策略的有效性. 图 1 显示, 在本文所设计的 DET 控制机制下, 所有子系统最终均保持稳定. 另外, 图 2 所示的辨识器权值和评价网络权值在移除噪声前均显示出收敛性. 最后, 评判网络权值收敛到  $[0.0107, -0.3155, -0.2612, 0.1103]^T$ ,  $[-0.0772, -0.3021, 0.0195, -0.1262]^T$  和  $[-0.0772, -0.1489, -0.0368, -0.2980]^T$ .

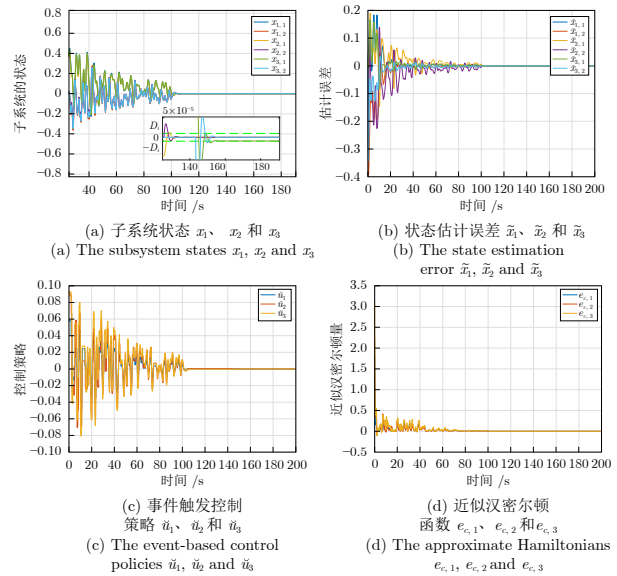


图 1 三阶互联系统 (67) 控制过程

Fig. 1 The control process of the three-order interconnected systems (67)

图 3(a)、图 3(b) 和图 3(c) 分别展示事件触发误差与触发阈值变化情况. 此外, 如图 3(d) 所示, 不同的事件生成器以异步的方式触发. 最终, 图 4 展示三个子系统的累积事件次数. 对应 2 000 次基于时间的采样后, 事件的触发次数分别仅为 363 次、293 次和 310 次, 这表明本文所提出的方法有效降

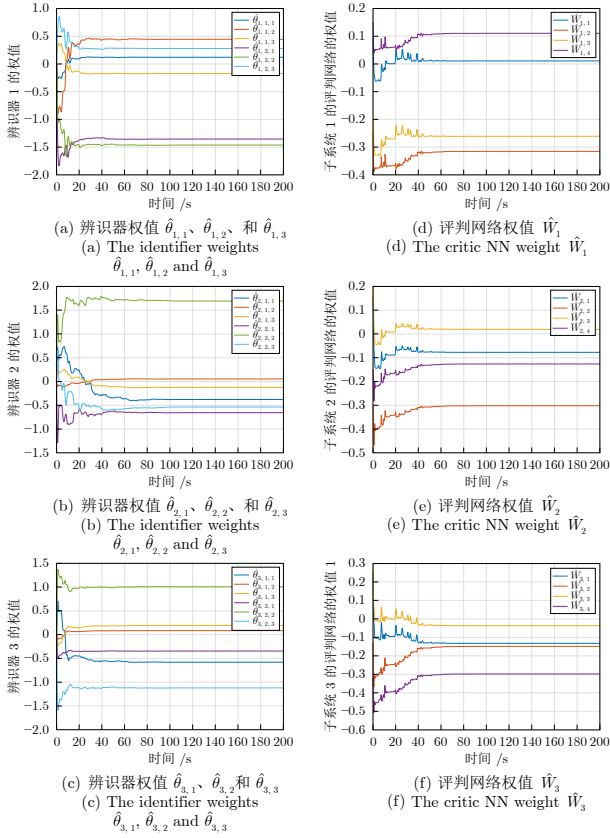


图 2 三阶互联系统 (67) 控制过程中的辨识器权值和评判网络权值

Fig.2 Identifier weights and critic NN weight of the three-order interconnected systems (67)

低了系统总体通信和计算的负担. 特别地, 如图 1(a) 所示, 在  $t = 160$  s 时, 控制精度已满足要求, 即  $|x_1| \leq D_1$ ,  $|x_2| \leq D_2$  和  $|x_3| \leq D_3$ . 因此, 如图 3(d) 所示, 事件的触发在  $t = 120$  s 后停止.

**例 2.** 在第二个示例中, 探讨一个与生产实际密切相关的大规模互联系统案例, 也即三机互联电力系统<sup>[25]</sup>, 其中第  $i$  个子系统的系统动态如下式所示:

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta f_{g,i}(t))}{dt} &= \frac{J_{p,i}}{T_{p,i}} \Delta P_{m,i}(t) - \frac{\Delta f_{g,i}(t)}{T_{p,i}} - \\ &\quad \frac{J_{p,i}}{T_{p,i}} \Delta P_{g,i}(t) \\ \frac{d(\Delta P_{m,i}(t))}{dt} &= \frac{J_{t,i}}{T_{t,i}} \Delta \zeta_i(t) - \frac{1}{T_{t,i}} \Delta P_{m,i}(t) \\ \frac{d(\Delta \zeta_i(t))}{dt} &= -\frac{1}{T_{\zeta,i}} \Delta \zeta_i(t) + \frac{1}{\varpi_i T_{\zeta,i}} \times \\ &\quad \Delta f_{G,i}(t) + \frac{1}{T_{\zeta,i}} u_i(t) \end{aligned} \quad (68)$$

其中, 系统状态  $x_{i,1} = \Delta f_{g,i}(t)$ 、 $x_{i,2} = \Delta P_{m,i}(t)$  和  $x_{i,3} = \Delta \zeta_i(t)$  分别代表增量频率偏差、发电机输

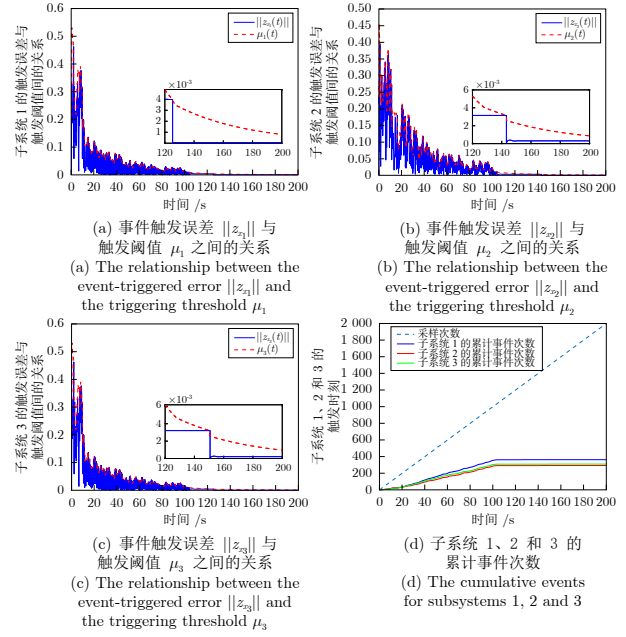


图 3 三阶互联系统 (67) 控制过程事件触发误差与触发阈值之间的关系

Fig.3 The relationship between event-triggered error and triggering threshold in the control process of the three-order interconnected systems (67)

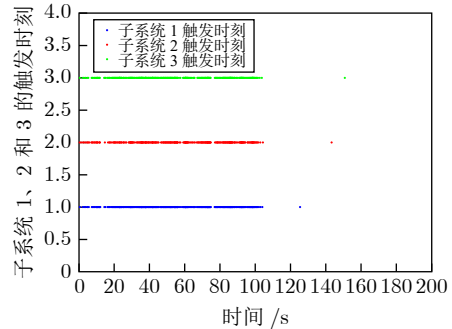


图 4 三阶互联系统 (67) 子系统 1、2 和 3 的触发时刻  
Fig.4 For the three-order interconnected systems (67), the triggering instants for subsystems 1, 2 and 3

出功率的增量变化以及调速器位置的增量调整. 电力系统、涡轮和调速器的时间常数分别为  $T_{p,i}$ 、 $T_{t,i}$  和  $T_{\zeta,i}$ . 此外,  $J_{p,i}$  和  $J_{t,i}$  是电力系统和涡轮模型的增益常数,  $\varpi_i > 0$  是给定的反馈调节常数. 系统的互联项  $\Delta P_{g,i}(t) = \pi_i \sin(\Delta f_{g,i} \Delta P_{m,i})$  表示电力增量变化, 其中  $\pi_1 = \sum_{i=1}^3 l_{1,i} \sin(\Delta f_{g,i}(t))$ ,  $\pi_2 = \sum_{i=1}^3 l_{2,i} \sin(\Delta P_{m,i}(t))$  和  $\pi_3 = \sum_{i=1}^3 l_{3,i} \sin(\Delta \zeta_i(t))$ . 这里假设对于所有的  $i = 1, 2, 3$ , 参数  $l_{1,i}$ ,  $l_{2,i}$ , 和  $l_{3,i}$  都是未知的正常数.

控制过程中性能指标矩阵设置为  $Q_1 = 3.5I_{3 \times 3}$ ,  $Q_2 = 3I_{3 \times 3}$ ,  $Q_3 = 5I_{3 \times 3}$ ,  $R_1 = R_2 = 1$  和  $R_3 = 1.5$ . 在本示例中, 辨识器参数被选择为  $K_1 = K_2 = K_3 =$

$\text{diag}\{0.5, 1, 0.75\}$  和  $B_1 = B_2 = B_3 = \text{diag}\{7.5, 5, 5.5\}$ . 辨识器的学习率为  $\beta_1 = 0.2$ ,  $\beta_2 = 0.1$ ,  $\beta_3 = 0.5$  以及  $\delta_{1,1} = 0.15I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{1,2} = \delta_{1,3} = 0.1I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{2,1} = 0.15I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{2,2} = 0.1I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{2,3} = 0.05I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{3,1} = 0.15I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{3,2} = 0.1I_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{3,3} = 0.05I_{3 \times 3}$ . 辨识神经网络的激活函数选择为  $\tanh(Z_{i,j}\hat{x}_{i,j})$ , 其中  $1 \leq i \leq 3$ ,  $1 \leq j \leq 3$ . 输入层与隐藏层之间的权重矩阵  $Z_{i,j}$  经过精确设计, 以确保其具有合适的维度.

三个评判神经网络的激活函数设计为  $\varphi_i = [\cos(\hat{x}_{i,1}), -\cos(\hat{x}_{i,2}), \cos(\hat{x}_{i,3}), -\text{sech}(\hat{x}_{i,1}), \text{sech}(\hat{x}_{i,2}), -\text{sech}(\hat{x}_{i,3})]^T$ , 其中  $i = 1, 2, 3$ . 学习率设计为  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 3$ ,  $\gamma_3 = 3$ . 触发参数设置为  $\rho_i = 0.1$  和  $\xi_i = 2$ . 采样周期选择为  $0.1 \text{ s}$ , 自适应控制过程实施  $200 \text{ s}$ , 探测噪声在前  $100 \text{ s}$  内工作. 子系统状态、状态估计误差、控制策略和近似汉密尔顿函数的收敛曲线均呈现在图 5 中. 从图 5(a) 可以观察到, 最终状态满足  $\|x_i\| \leq D_i = 5 \times 10^{-4}$ . 此外, 如图 5(d) 所示, 近似汉密尔顿函数收敛到接近零, 实现自适应评判网络设计的目标.

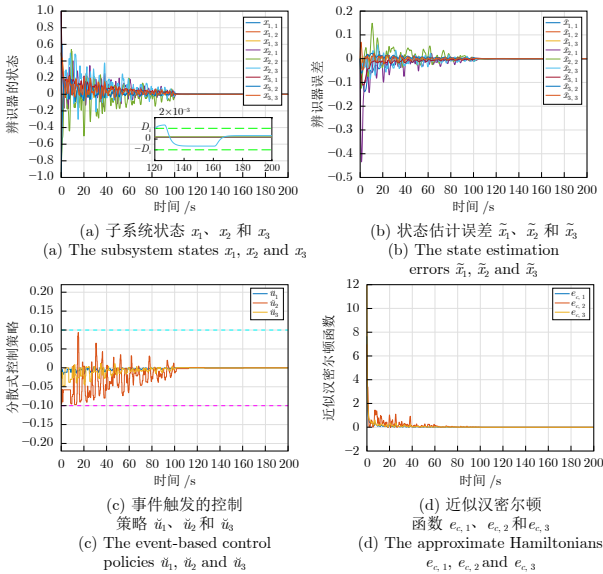


图 5 三机互联电力系统 (68) 控制过程

Fig.5 The three-machine power interconnected systems (68)

图 6 展示辨识器神经网络权值和评判神经网络权值的收敛过程. 这两个网络的权值最终收敛至  $[-0.4989, 0.7653, -0.1940, -0.1201, -0.0172, -0.0522]^T$ ,  $[-0.5895, 0.7487, -0.3555, -0.1575, -0.1442, 0.4160]^T$  和  $[-1.2514, 1.2437, -0.5264, 0.8971, -0.8588, -0.0426]^T$ .

在图 7(a) ~ 7(c) 中, 显示触发条件随时间的演变过程. 从图 7(d) 可以发现, 执行 2000 次基于时

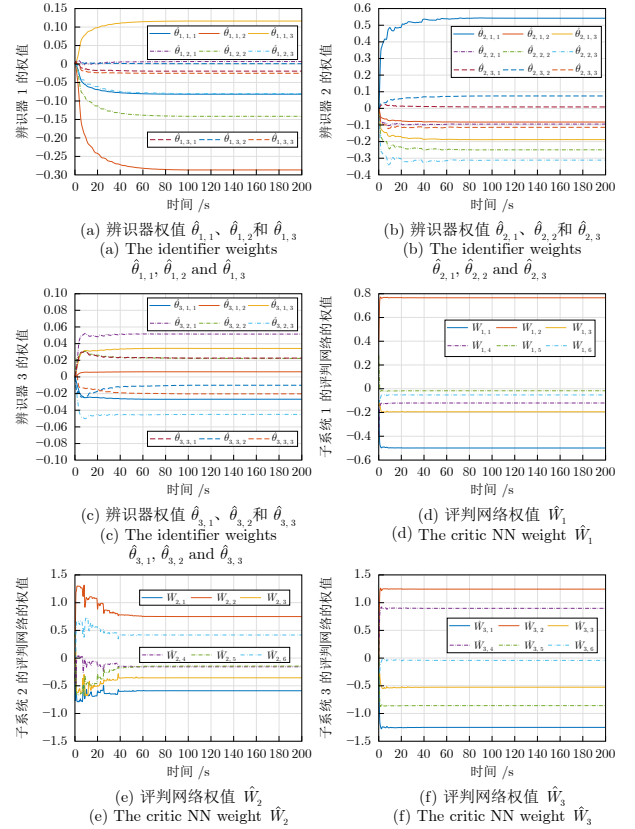


图 6 三机互联电力系统 (68) 控制过程中的辨识器权值和评判网络权值

Fig.6 Identifier weights and critic NN weight of the three-machine power interconnected systems (68)

间的采样后, 对于三个子系统, 累积事件数分别为 183, 272 和 140. 然后, 在图 7 中给出触发时刻的分布. 值得注意的是, 尽管在图 7(a) 中, 事件触发误差的范数在  $t = 160 \text{ s}$  后超过阈值, 但从图 8 中看出在  $160 \text{ s}$  之后没有触发任何事件. 这是因为子系统的状态收敛到原点附近以  $D_i$  为半径的小邻域内, 因此死区操作 (45) 起作用, 事件的触发被终止. 这一点可以通过图 5(a) 来验证.

此外, 为展示本文所提方法的优越性, 在本例中将已有的事件触发自适应动态规划算法<sup>[48-49]</sup>与本文所开发的在线 DETC 算法在计算负载方面的控制结果进行对比. 在文献 [48] 中, 触发条件设计为

$$\|z_{x_i}\|^2 \leq \frac{p_i \lambda_{\min}(Q_i)}{\xi_i} \|x_i\|^2 + \frac{1}{\xi_i} \|\ddot{u}_i(t)\|^2 \quad (69)$$

在文献 [49] 中, 触发条件给出如下

$$\|z_{x_i}\|^2 \leq \frac{p_i \lambda_{\min}(Q_i) R_i \|x_i\|^2 + R_i^2 \|\ddot{u}_i(t)\|^2}{2\ell_i^2 \|\hat{W}_i\|^2} \quad (70)$$

其中,  $\ell_i$  是函数  $\nabla \varphi_i(\cdot)$  的利普希茨常数, 其满足  $\|\nabla \varphi_i(x_i) - \nabla \varphi_i(\check{x}_i)\| \leq \ell_i \|z_{x_i}\|$ . 需要注意的是, 在

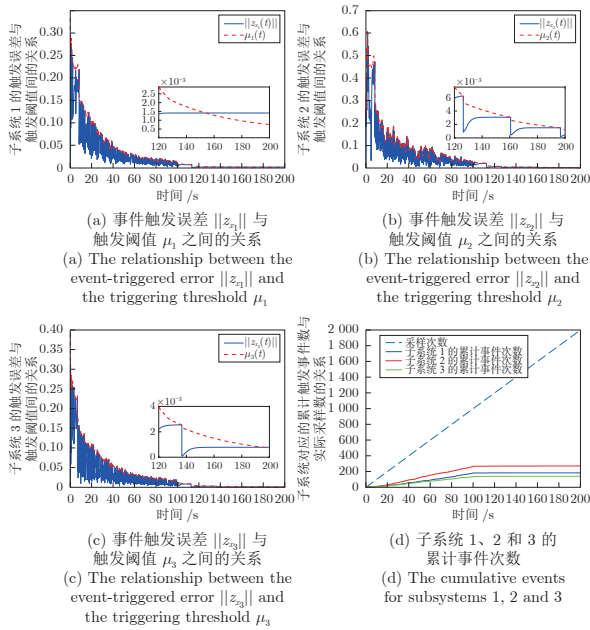


图 7 三机互联电力系统 (68) 控制过程事件触发误差与触发阈值之间的关系

Fig. 7 The relationship between event-triggered error and triggering threshold of the three-machine power interconnection systems (68)

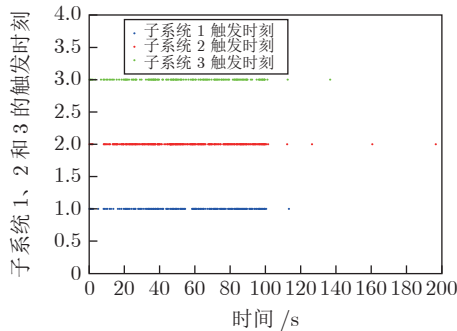


图 8 三机互联电力系统 (68) 子系统 1、2 和 3 的触发时刻

Fig. 8 For the three-machine power interconnection systems (68), the triggering instants for subsystems 1, 2 and 3

本例中, 两个对比组 (即算法 [48] 和 [49]) 与本文所提算法共用相同的触发参数、噪声信号等, 只有触发条件各不相同。

首先比较以上三种事件触发自适应控制算法在计算负担方面的差异。算法 [48] 的总触发次数为 4010 次, 而算法 [49] 的总触发次数为 4875 次。相较之下, 本文所提的事件触发自适应控制算法的总触发次数仅为 595 次, 显著降低了触发频率。

在事件触发控制过程中, 算法 [48] 和 [49] 执行触发条件的计算次数均为 6000 次。而本文算法由于引入死区运算, 只在  $\|x_i\| > D_i$  时才执行触发条件

(44) 的计算, 总计算次数为 4246 次, 再次显示了本文所提算法在降低控制过程中计算频次方面的能力。

为进一步精确比较上述 3 种事件触发机制下计算负担的差异, 进一步考虑整个控制过程的累计加/乘/开方等运算次数。三种算法在控制器内部的加/乘/开方等计算次数相同, 每次触发时刻均需进行 14 次运算方可获得更新后的控制信号值。在触发条件的计算上, 现有算法 [48] 在每次事件触发时刻需要进行 17 次计算, 算法 [49] 需要进行 29 次计算, 而本文算法需要进行 32 次计算。此外, 由于引入死区运算技术, 在非触发采样时刻, 本文算法仍需执行 5 次加/乘/开方运算以得到  $\|x_i\|$ 。

经精确计算后, 可得算法 [48] 的加/乘/开方运算总计算次数为  $4010 \times 14 + 6000 \times 17 = 158140$  次, 算法 [49] 为  $4875 \times 14 + 6000 \times 29 = 242250$  次, 而本文所提出算法的总计算次数则为  $595 \times 14 + 4246 \times 32 + (6000 - 4246) \times 5 = 151782$  次。经过比较可以看出, 本文所提出的动态事件触发自适应控制算法在总计算负荷方面显著低于已有的事件触发自适应控制算法 [48] 和 [49], 在减少计算量和提高效率方面具有明显优势。这表明, 本文所提算法在确保控制性能的同时, 显著降低了计算负荷, 具有更高的实际应用价值。

## 5 结论

本文提出一种面向未知非线性大规模互联系统的分散式自适应事件触发控制策略。首先利用辨识器进行系统动态的重构, 随后分别设计静态事件触发和动态事件触发控制机制下的分散式控制方案以确保互联系统的稳定, 并减少通信网络在数据传输过程中的负担。接着从理论上证明使用本文所设计的事件触发控制条件不会引发 Zeno 现象。文章最后通过一个数值示例和一个实际工程示例验证了所提方法的有效性。

## References

- Ge Quan-Bo, Wang Yuan-Liang, Li Hong. Airborne radar measurement modeling based on improved carrier air wake model and multi-layer coupling analysis. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(3): 617–639 (葛泉波, 王远亮, 李宏. 基于改进舰尾流模型和多层耦合分析的机载雷达测量建模. *自动化学报*, 2024, **50**(3): 617–639)
- Zhang Y Y, Huang Y, Huang C, Huang H L, Nguyen A T. Joint optimization of deployment and flight planning of multi-UAVs for long-distance data collection from large-scale IoT devices. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, **11**(1): 791–804
- Liu Z, Wei H S, Wang H Y, Li H A, Wang H S. Integrated task allocation and path coordination for large-scale robot networks with uncertainties. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2022, **19**(4): 2750–2761
- Zhang H, Chen X Y L, Lu H M, Xiao J H. Distributed and collaborative monocular simultaneous localization and mapping for multi-robot systems in large-scale environments. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2018, **15**(3): 1–20

- 5 Devlin-Hill B, Calinescu R, Cámara J, Caliskanelli I. Towards scalable multi-robot systems by partitioning the task domain. In: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Towards Autonomous Robotic Systems. Culham, UK: Springer, 2022. 282–292
- 6 Wang Ben-Fei, Zhang Rong-Hui, Feng Guo-Dong, Manandhar Ujjal, Guo Ge. Event-triggered deadbeat predictive control for DC microgrid. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(3): 475–485 (王本斐, 张荣辉, 冯国栋, Manandhar Ujjal, 郭戈. 基于事件触发的直流微电网无差拍预测控制. *自动化学报*, 2024, **50**(3): 475–485)
- 7 Wang Rui, Sun Qiu-Ye, Zhang Hua-Guang. Stability analysis of cyber-physical fusion in cyber-energy systems. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(2): 307–316 (王睿, 孙秋野, 张化光. 信息能源系统的信物融合稳定性分析. *自动化学报*, 2023, **49**(2): 307–316)
- 8 Wang Cheng, Liu De-Rong, Wei Qing-Lai, Zhao Dong-Bin, Xia Zhen-Chao. Iterative adaptive dynamic programming approach to power optimal control for smart grid with energy storage devices. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1984–1990 (王澄, 刘德荣, 魏庆来, 赵冬斌, 夏振超. 带有储能设备的智能电网电能迭代自适应动态规划最优控制. *自动化学报*, 2014, **40**(9): 1984–1990)
- 9 Byun H. Learning-based adaptive feedback control for tracking optimisation in wireless sensor actuator networking systems. *IET Communications*, 2022, **16**(3): 218–226
- 10 Chen C H, Lin M Y, Tew W P. Wireless fieldbus networking with precision time synchronization for a low-power WSN. *Microprocessors and Microsystems*, 2022, **90**: Article No. 104509
- 11 Park H S, Moon S, Kwak J, Park K J. CAPL: Criticality-aware adaptive path learning for industrial wireless sensor-actuator networks. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, **19**(8): 9123–9133
- 12 Vu V P. A polynomial decentralized controller design for a large-scale nonlinear system: SOS approach. *IEEE Access*, 2022, **10**: 44008–44022
- 13 Sarbaz M, Zamani I, Manthouri M, Ibeas A. Decentralized robust interval type-2 fuzzy model predictive control for Takagi-Sugeno large-scale systems. *Automatika*, 2022, **63**(1): 49–63
- 14 Sun Y F, Mao Y, Yu H S, Liu H B.  $(Q, S, R)$ -Dissipativity analysis of large-scale networked systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, **70**(12): 4424–4428
- 15 Zhang J, Li S, Ahn C K, Xiang Z R. Decentralized event-triggered adaptive fuzzy control for nonlinear switched large-scale systems with input delay via command-filtered backstepping. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, **30**(6): 2118–2123
- 16 Zhang S C, Zhao B, Liu D R, Zhang Y W. Event-triggered decentralized integral sliding mode control for input-constrained nonlinear large-scale systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, **54**(3): 1914–1925
- 17 Wei J, Wu Q W, Li C B, Huang S, Zhou B, Chen D W. Hierarchical event-triggered MPC-based coordinated control for HVRT and voltage restoration of large-scale wind farm. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2022, **13**(3): 1819–1829
- 18 Wu Z Y, Zhang A B, Yu T, Li Y M, Xiong J L, Xie M. Dynamic probability-density-dependent event-triggered  $L_\infty$  LFC for power systems subject to stochastic delays. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2024, **11**(1): 453–462
- 19 Zhang J, Zhang H G, Gao Z Y, Sun S X. Time-varying formation control with general linear multi-agent systems by distributed event-triggered mechanisms under fixed and switching topologies. *Neural Computing and Applications*, 2022, **34**(6): 4277–4294
- 20 Zhao F Y, Gao W N, Liu T F, Jiang Z P. Event-triggered robust adaptive dynamic programming with output feedback for large-scale systems. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2023, **10**(1): 63–74
- 21 Bi W S, Wang T. Adaptive fuzzy decentralized control for non-strict feedback nonlinear systems with unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(1): 275–286
- 22 Gao Z F, Shen K H, Sha X Q, He J Q. Decentralized adaptive PI fault tolerant tracking control for strong interconnected nonlinear systems subject to unmodeled dynamics and actuator faults. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2023, **50**: Article No. 101394
- 23 Zhang T P, Tang H L, Xia X N, Yi Y. Decentralized adaptive output feedback dynamic surface control for stochastic nonstrict-feedback interconnected nonlinear systems with actuator failures and input quantization via command filter. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, **32**(12): 6739–6766
- 24 Cheng Y, Niu B, Zhao X D, Zong G D, Ahmad A M. Event-triggered adaptive decentralised control of interconnected nonlinear systems with Bouc-Wen hysteresis input. *International Journal of Systems Science*, 2023, **54**(6): 1275–1288
- 25 Su H G, Zhang H G, Liang X D, Liu C. Decentralized event-triggered online adaptive control of unknown large-scale systems over wireless communication networks. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, **31**(11): 4907–4919
- 26 Wang Ding, Mu Chao-Xu, Liu De-Rong. Data-driven nonlinear near-optimal regulation based on iterative neural dynamic programming. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(3): 366–375 (王鼎, 穆朝絮, 刘德荣. 基于迭代神经动态规划的数据驱动非线性近最优调节. *自动化学报*, 2017, **43**(3): 366–375)
- 27 Wang D, Fan W Q, Li M H, Qiao J F. Decentralised tracking control based on critic learning for nonlinear disturbed interconnected systems. *International Journal of Systems Science*, 2023, **54**(5): 1150–1164
- 28 Zhang Q C, Zhao D B, Zhu Y H. Event-triggered  $H_\infty$  control for continuous-time nonlinear system via concurrent learning. *IEEE Transactions on Systems Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(7): 1071–1081
- 29 Zhao B, Wang D, Shi G, Liu D R, Li Y C. Decentralized control for large-scale nonlinear systems with unknown mismatched interconnections via policy iteration. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, **48**(10): 1725–1735
- 30 Li Y, Zhang H, Wang Z P, Huang C, Yan H C. Data-driven decentralized control for large-scale systems with sparsity and communication delays. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(9): 5614–5624
- 31 Hu C H, Zou Y Y, Li S Y. Adaptive dynamic programming-based decentralized event-triggered control of large-scale nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 2022, **24**(4): 1542–1556
- 32 Wang Y J, Wang T, Yang X B, Yang J E. Decentralized optimal tracking control for large-scale nonlinear systems with tracking error constraints. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2021, **35**(7): 1388–1403
- 33 Tan L N, Tran H T, Tran T T. Event-triggered observers and distributed  $H_\infty$  control of physically interconnected nonholonomic mechanical agents in harsh conditions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(12): 7871–7884
- 34 Tan L N, Gupta N, Derawi M. Adaptive dynamic programming and zero-sum game-based distributed control for energy management systems with internet of things. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, **10**(24): 22371–22385
- 35 Luo Biao, Ouyang Zhi-Hua, Yi Xin-Ning, Liu De-Rong. Adaptive dynamic programming based visual servoing tracking control for mobile robots. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(11): 2286–2296 (罗彪, 欧阳志华, 易昕宁, 刘德荣. 基于自适应动态规划的移动机器人视觉伺服跟踪控制. *自动化学报*, 2023, **49**(11): 2286–2296)
- 36 Wei Q L, Liu D R, Liu Y, Song R Z. Optimal constrained self-learning battery sequential management in microgrid via adaptive dynamic programming. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017, **4**(2): 168–176
- 37 Zhang J C, Zhao X W, Wei X. Reinforcement learning-based



structural control of floating wind turbines. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, **52**(3): 1603–1613

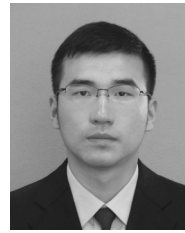
- 38 Wang Z Y, Wei Q L, Liu D R. A tracking control method based on event-triggered adaptive dynamic programming. In: Proceedings of the 38th Chinese Control Conference. Guangzhou, China: IEEE, 2019. 2454–2459
- 39 Peng Z A, Zhang Z Q, Luo R, Kuang Y Q, Hu J P, Cheng H, et al. Event-triggered optimal control of completely unknown nonlinear systems via identifier-critic learning. *Kybernetika*, 2023, **59**(3): 365–391
- 40 Wang D, Mu C X, Liu D R, Ma H W. On mixed data and event driven design for adaptive-critic-based nonlinear  $H_\infty$  control. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, **29**(4): 993–1005
- 41 Dahal R, Kar I. Event-triggered adaptive dynamic programming based guaranteed cost tracking controller for uncertain nonlinear systems. In: Proceedings of the 8th Indian Control Conference (ICC). Chennai, India: IEEE, 2022. 206–211
- 42 Zhong X N, He H B. An event-triggered ADP control approach for continuous-time system with unknown internal states. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **47**(3): 683–694
- 43 Vamvoudakis K G, Lewis F L. Online actor critic algorithm to solve the continuous-time infinite horizon optimal control problem. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks. Atlanta, USA: IEEE, 2009. 3180–3187
- 44 Su H G, Zhang H G, Jiang H, Wen Y L. Decentralized event-triggered adaptive control of discrete-time nonzero-sum games over wireless sensor-actuator networks with input constraints. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, **31**(10): 4254–4266
- 45 Su H G, Luan X Y, Zhang H G, Liang X D, Yang J Z, Wang J W. Decentralized optimal control of large-scale partially unknown nonlinear mismatched interconnected systems based on dynamic event-triggered control. *Neurocomputing*, 2024, **568**: 127013
- 46 Sahoo A, Xu H, Jagannathan S. Near optimal event-triggered control of nonlinear discrete-time systems using neurodynamic programming. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, **27**(9): 1801–1815
- 47 Vamvoudakis K G. Event-triggered optimal adaptive control algorithm for continuous-time nonlinear systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2014, **1**(3): 282–293
- 48 Vamvoudakis K G. An online actor/critic algorithm for event-triggered optimal control of continuous-time nonlinear systems. In: Proceedings of the American Control Conference. Portland, USA: IEEE, 2014. 1–6
- 49 Wang D, Mu C X, He H B, Liu D R. Event-driven adaptive robust control of nonlinear systems with uncertainties through NDP strategy. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(7): 1358–1370



**何怡睿** 东北大学信息科学与工程学院大四。主要研究方向为大规模系统的最优控制，事件触发，自适应动态规划。

E-mail: [20212366@stu.neu.edu.cn](mailto:20212366@stu.neu.edu.cn)  
(**HE Yi-Rui** Undergraduate student at the College of Information

Science and Engineering, Northeastern University. His research interest covers optimal control of large-scale systems, event trigger, and adaptive dynamic programming.)



**苏涵光** 东北大学信息科学与工程学院副教授。主要研究方向为综合能源系统及其优化控制，自适应动态规划，人工智能技术。本文通信作者。

E-mail: [suhanguang@ise.neu.edu.cn](mailto:suhanguang@ise.neu.edu.cn)

(**SU Han-Guang** Associate professor at the College of Information Sci-

ence and Engineering, Northeastern University. His research interest covers integrated energy systems and their optimization control, adaptive dynamic programming, and artificial intelligence technologies. Corresponding author of this paper.)



**张化光** 东北大学信息科学与工程学院教授，教育部长江学者，IEEE Fellow。主要研究方向为自适应动态规划，模糊控制，网络控制，混沌控制，能源互联网。

E-mail: [hgzhang@iecc.org](mailto:hgzhang@iecc.org)

(**ZHANG Hua-Guang** Professor at

the College of Information Science and Engineering, Northeastern University. Changjiang Scholars of Ministry of Education and IEEE Fellow. His research interest covers adaptive dynamic programming, fuzzy control, network control, chaos control, and energy internet.)



**栾鑫洋** 东北大学信息科学与工程学院博士研究生。2024年获得东北大学硕士学位。主要研究方向为大规模系统的最优控制，综合能源系统，自适应动态规划。

E-mail: [luanxinyang\\_daria@163.com](mailto:luanxinyang_daria@163.com)

(**LUAN Xin-Yang** Ph.D. candidate at the College of Information Science and

Engineering, Northeastern University. She received her master degree from Northeastern University in 2024. Her research interest covers optimal control of large-scale systems, integrated energy systems, and adaptive dynamic programming.)