



## 状态相关衰落信道下异构工业物联网系统的最优无线控制

王淑玲 李沛哲 朱善迎 陈彩莲 关新平

## Optimal Wireless Control Over State-dependent Fading Channels for Heterogeneous Industrial Internet of Things Systems

WANG Shu-Ling, LI Pei-Zhe, ZHU Shan-Ying, CHEN Cai-Lian, GUAN Xin-Ping

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240241>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### 工业物联网中的精确时钟同步: 网络化控制理论观点

Precise Clock Synchronization in Industrial Internet of Things: Networked Control Perspective

自动化学报. 2021, 47(7): 1720–1738 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180811>

#### 基于旋翼无人机近地面空间应急物联网节点动态协同部署

Dynamic Cooperative Deployment of Emergency Internet of Things Near Ground Space Based on Drone

自动化学报. 2021, 47(8): 2002–2015 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180146>

#### 状态转移算法原理与应用

The Principle of State Transition Algorithm and Its Applications

自动化学报. 2020, 46(11): 2260–2274 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190624>

#### 无线化工业控制系统: 架构、关键技术及应用

Wireless Industrial Control System: Architecture, Key Technologies and Applications

自动化学报. 2023, 49(3): 540–549 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220571>

#### 异构集群系统分布式自适应输出时变编队跟踪控制

Distributed Adaptive Time-varying Output Formation Tracking for Heterogeneous Swarm Systems

自动化学报. 2021, 47(10): 2386–2401 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c200185>

#### 一种基于最优状态点的无人车路径跟踪横向控制方法

Path Tracking Lateral Control of Self-driving Vehicles Based on the Optimal State Point

自动化学报. 2019, 45(10): 1883–1892 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c170531>

# 状态相关衰落信道下异构工业物联网系统的最优无线控制

王淑玲<sup>1,2,3</sup> 李沛哲<sup>1,2,3</sup> 朱善迎<sup>1,2,3</sup> 陈彩莲<sup>1,2,3</sup> 关新平<sup>1,2,3</sup>

**摘要** 随着工业 4.0 的发展, 移动智能体系统 (Mobile agent system, MAS) 与多回路无线控制系统 (Wireless control system, WCS) 被部署到工厂中, 构成异构工业物联网 (Industrial internet of things, IIoT) 系统, 协作执行智能制造任务. 在协作过程中, MAS 与 WCS 紧密耦合, 导致状态相关衰落, 两者性能相互制约. 为解决这一问题, 研究异构工业物联网系统的最优控制问题, 满足 WCS 控制性能约束与 MAS 安全生产约束的同时, 最小化系统平均通信成本. 首先, 利用有限域系统描述 MAS 在不同阴影衰落程度工作区间的转移, 刻画 MAS 与 WCS 耦合下的状态相关衰落信道模型. 基于此, 利用矩阵半张量积理论, 通过构建受限跟随者状态转移图 (Follower state transition graph, FSTG), 建立最优控制问题可行性图判据, 给出关于受限集合镇定的充分必要条件. 其次, 基于加权跟随者状态转移图的最小平均环理论, 建立领航-跟随 MAS 最优控制序列的构造算法, 并证明其最优性. 最后, 通过仿真验证算法的有效性.

**关键词** 异构工业物联网系统, 状态相关衰落信道, 无穷时域最优控制, 矩阵半张量积

**引用格式** 王淑玲, 李沛哲, 朱善迎, 陈彩莲, 关新平. 状态相关衰落信道下异构工业物联网系统的最优无线控制. 自动化学报, 2024, 50(12): 1-12

**DOI** 10.16383/j.aas.c240241 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240241

## Optimal Wireless Control Over State-dependent Fading Channels for Heterogeneous Industrial Internet of Things Systems

WANG Shu-Ling<sup>1,2,3</sup> LI Pei-Zhe<sup>1,2,3</sup> ZHU Shan-Ying<sup>1,2,3</sup> CHEN Cai-Lian<sup>1,2,3</sup> GUAN Xin-Ping<sup>1,2,3</sup>

**Abstract** With the development of Industry 4.0, the mobile agent system (MAS) and wireless control system (WCS) are deployed in factories to collaboratively perform smart manufacturing tasks, forming a heterogeneous industrial internet of things (IIoT) system. In this process, the WCS is coupled with the MAS, leading to state-dependent fading and restricting each other in performance. To address this issue, this paper focuses on the optimal control of the heterogeneous IIoT system to ensure the control performance constraints of WCS and the safety production constraints of MAS, while minimizing the average communication cost of the system. Firstly, the transition of MAS between cells with different levels of shadow effects is modeled by the finite-field system, and the state-dependent fading channel is characterized under MAS and WCS coupling. Based on this, using the theory of semi-tensor product of matrices, a graphical criterion is presented for the feasibility of the optimal control problem by constructing the constrained follower state transition graph, and criteria in terms of constrained set stabilization are established. Secondly, by minimum-mean cycles for weighted follower state transition graph, an algorithm is proposed to construct optimal control sequences for the leader-follower MAS, and the optimality is proved. Finally, an illustrative simulation example is provided to demonstrate effectiveness of the algorithm.

**Key words** Heterogeneous industrial internet of things system, state-dependent fading channel, infinite-horizon optimal control, semi-tensor product of matrices

**Citation** Wang Shu-Ling, Li Pei-Zhe, Zhu Shan-Ying, Chen Cai-Lian, Guan Xin-Ping. Optimal wireless control over state-dependent fading channels for heterogeneous industrial internet of things systems. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(12): 1-12

收稿日期 2024-04-30 录用日期 2024-08-07

Manuscript received April 30, 2024; accepted August 7, 2024

国家重点研发计划 (2022YFB3303900), 国家自然科学基金 (61933009, 62103272) 资助

Supported by National Key Research and Development Program of China (2022YFB3303900) and National Natural Science Foundation of China (61933009, 62103272)

本文责任编辑 杨涛

Recommended by Associate Editor YANG Tao

1. 上海交通大学自动化系 上海 200240 2. 系统控制与信息处理教育部重点实验室 上海 200240 3. 上海工业智能管控工程技术研究中心 上海 200240

1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University,

随着工业 4.0 的蓬勃发展, 工业物联网 (Industrial internet of things, IIoT) 将具有感知、监控能力的各类采集器、传感器或控制器设备, 机器人、自动导向搬运车 (Automated guided vehicle, AGV) 等执行设备, 以及移动通信、智能分析等技术融入到工业生产过程的各个环节, 实现高效和可持续的生产, 推

Shanghai 200240 2. Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai 200240 3. Shanghai Engineering Research Center of Intelligent Control and Management, Shanghai 200240

动传统工业模式向智能化转型<sup>[1-2]</sup>。近年来,随着无线通信技术的迅速发展,IIoT 系统中的设备可以通过无线网络实现远程交互和互联互通,构成多回路无线控制系统(Wireless control system, WCS),大幅提升了系统的灵活性、降低了部署和维护的成本<sup>[3-4]</sup>。

此外,面向智能制造场景,IIoT 系统中的移动机器人、AGV 等智能体与 WCS 协同完成整体制造任务,呈现高度异构性。例如在电子生产、机械装备及汽车制造智能工厂中,自主装配臂与叉车协作进行产品的装配和运输<sup>[5]</sup>。在此系统中,对于由自主装配臂构成的多回路 WCS,通过在设备与远端控制器间基于共享的无线信道交换信息,研究重点在于设计最优控制律实现对预设轨迹的跟踪,完成生产与装载任务<sup>[6]</sup>。而对于移动智能体系统(Mobile agent system, MAS),研究重点则在于通过路径规划、任务规划以及在线控制等手段,实现自主监测以及协作运输等任务的灵活执行<sup>[7]</sup>。在协作执行任务过程中,WCS 与移动智能体相互影响,两者性能相互制约。表现在:一方面,工业现场是典型的非结构化环境,移动智能体在协作运输时需满足避障等安全生产约束;另一方面,工业现场的大型金属物体、机械设备以及智能体的移动会导致 WCS 无线信道阴影衰落。文献[8-9]研究了瑞典伊格森德纸厂的无线信道特性,研究表明,起重机、叉车等设备的移动可能导致链路接收信号强度显著衰减甚至断开,影响控制回路的稳定性。在此耦合存在的情况下,为确保 WCS 的控制性能,有必要明确刻画移动智能体位置对 WCS 信道状态的影响,并基于此设计智能体的受限运动策略,以确保 WCS 的期望性能要求以及 MAS 的安全生产约束。

由于无线信道动态对于 WCS 控制性能具有显著影响,信道的准确建模尤为重要。常用的信道模型主要包括独立同分布的随机过程和马尔科夫链两种。文献[10]将传感器网络中传感器节点与融合中心之间的信道衰落建模为具有瑞利分布的随机过程,并基于粒子滤波器提出一种信道容错的目标跟踪方法。考虑到无线信道的时变特性,文献[11]利用马尔科夫链建模衰落信道状态的演化过程,建立了远程估计均方误差有界的充分必要条件。上述信道模型均假设信道状态独立于物理系统状态,无法建模本文场景中信道的状态相关特性。为进一步刻画车联网 WCS 中车-车通信信道的状态相关性,文献[12]在指数有界突发模型<sup>[13]</sup>基础上提出状态相关突发性衰落信道模型,此模型包含独立同分布随机过程和两状态马尔科夫链模型作为其特殊情况。进而,使用信道状态信息作为反馈信号,分别提出了分布式切换控制<sup>[14]</sup>及功率控制策略<sup>[15]</sup>,以保证

WCS 的控制性能。

然而,上述工作仅考虑车联网 WCS 无线信道与其自身物理系统状态之间的相关性,难以应用于本文所考虑的 WCS 和 MAS 紧密耦合的 IIoT。为刻画 WCS 信道状态与外部物理系统(如移动智能体)状态的相关性,文献[16]提出一种单回路 WCS 的状态相关衰落信道模型,研究无穷时域最优 WCS 传输功率策略与移动智能体控制律的设计问题,通过建立最优策略与受限二人合作博弈平衡点间的等价性,并使用松弛的凸广义几何规划对平衡点进行逼近,得到了近似最优的传输功率与控制策略,同时实现了 WCS 的安全性与能量效率。进一步,考虑到数据率的时变特性,文献[17]将上述信道模型拓展为状态相关马尔科夫信道模型,通过求解受限多项式优化问题,得到了相应的最优策略。文献[18]进一步建立了多回路 WCS 的状态相关衰落信道模型,表明了 WCS 各回路无线传输成功概率与 MAS 状态相关性的同时,刻画了系统各传输链路间的干扰,适用于设备连接数密度较大的实际智能制造场景。基于此信道模型,建立了保证 WCS 控制性能的充分必要条件,为所有智能体构造了可行的状态反馈控制器。此工作采用集中式控制器,且并未在状态相关衰落信道模型基础上,利用信道状态作为反馈信息,进行系统通信成本的优化。此外,对于大规模 MAS,实际中难以对所有智能体施加控制输入<sup>[19-20]</sup>。

针对上述问题,本文研究了异构 IIoT 系统的无穷时域最优控制问题,在满足 WCS 控制性能约束与 MAS 安全生产约束的同时,使得系统的通信成本达到最优。本文的创新点主要包含以下两点。1) 基于多回路 WCS 的状态相关衰落信道模型,建立了异构 IIoT 系统的无穷时域最优控制设计问题。相比于已有结果<sup>[16-17]</sup>,保证了 MAS 的安全生产约束;相比于已有结果<sup>[18]</sup>,以信道状态作为反馈信息,实现了 WCS 的能耗与无线通信服务质量间的权衡。2) 在具有切换拓扑的领航-跟随框架下研究 MAS 的最优控制设计,采用有限域系统建模 MAS 在不同工作区间的转移,利用矩阵半张量积方法将逻辑变量向量化,建立了 MAS 的等价双线性形式。基于此,利用广度优先搜索算法建立了最优控制问题的可行性图判据,进一步通过分析最优控制序列的性质,利用最小环理论建立了最优控制序列的设计算法。相比于已有结果<sup>[18]</sup>,只需对领航者施加外部控制输入,通过系统内部各智能体之间的交互实现整体控制目标,控制设计无需依赖于所有智能体的状态信息,更适合应用于较大规模的 MAS 场景。

本文所涉及的符号含义见表 1 所示。

表 1 主要符号说明  
Table 1 Notations

符号	含义
$\mathbf{N}$	自然数集合
$\mathcal{D}_n$	逻辑域 $\{0, 1, \dots, n-1\}$
$\mathcal{D}_n^m$	笛卡尔乘积 $\underbrace{\mathcal{D}_n \times \dots \times \mathcal{D}_n}_m$
$I_n$	$n$ 维单位阵
$\delta_n^i$	单位阵 $I_n$ 的第 $i$ 列
$[A]_{:,j}$	矩阵 $A$ 的第 $j$ 列
$[A]_{i,j}$	矩阵 $A$ 的 $(i, j)$ 元
$\delta_m[i_1 i_2 \dots i_n]$	逻辑矩阵 $A$ , $[A]_{:,j} = \delta_m^{i_j}$
$\mathcal{L}^{m \times n}$	$m \times n$ 逻辑矩阵集合
$\mathbf{R}^{m \times n}$	$m \times n$ 实矩阵集合
$Col(A)$	矩阵 $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 所有列构成的集合
$\times$	矩阵的半张量积
$\otimes$	克罗内克积
$A \setminus B$	集合 $\{x \in A : x \notin B\}$
$ A $	集合 $A$ 的基数

## 1 预备知识

近年来, 矩阵半张量积被引入到有限值动态系统的研究中, 其可以将有限域系统、布尔网络等有限值动态系统转化为普通的离散时间代数演化方程, 从而为利用经典的控制理论研究此类系统搭建了桥梁. 本节介绍矩阵半张量积的定义以及后文中使用的若干性质, 详细内容可参见文献 [21–22].

**定义 1.** 设  $M \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,  $P \in \mathbf{R}^{p \times q}$ , 定义  $M$  与  $P$  的半张量积为

$$M \times P = (M \otimes I_{l/n})(P \otimes I_{l/p})$$

其中,  $l$  是  $n$  和  $p$  的最小公倍数.

当  $n = p$  时, 上述定义中的半张量积退化为普通矩阵乘积. 在不产生混淆的前提下, 本文中省略半张量积的符号  $\times$ .

将逻辑值  $i - 1 \in \mathcal{D}_\kappa$  等价表示为向量  $\delta_\kappa^i \in Col(I_\kappa)$ , 则逻辑形式与向量形式间有如下转换关系.

**引理 1.** 设  $\times_{j=1}^n x_j = \delta_\kappa^i$ ,  $x_j \in Col(I_\kappa)$ .

1)  $x_j$  的逻辑形式 (仍使用相同的符号表示) 可以按照如下方式迭代求解:

$$\begin{cases} x_1 = \lfloor \frac{i-1}{\kappa^{n-1}} \rfloor \\ x_j = \lfloor \frac{i - \sum_{l=1}^{j-1} x_l \kappa^{n-l} - 1}{\kappa^{n-j}} \rfloor, \quad 1 < j \leq n \end{cases}$$

其中,  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下取整.

2) 根据逻辑形式, 可以得到  $i = \sum_{j=1}^n x_j \kappa^{n-j} + 1$ .

作为普通矩阵乘积的推广, 矩阵的半张量积具有如下性质.

**引理 2.** 设  $x \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ ,  $y \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ , 则  $W_{[m,n]}xy = yx$ , 其中,  $W_{[m,n]} = [I_n \otimes \delta_m^1 \dots I_n \otimes \delta_m^m]$  表示交换矩阵.

**引理 3.** 设  $x \in Col(I_m)$ , 则  $x^2 = P_{r,m}x$ , 其中,  $P_{r,m} = \text{diag}\{\delta_m^1, \dots, \delta_m^m\}$  表示降阶矩阵.

## 2 系统模型与问题描述

考虑一个由多回路 WCS 与 MAS 协作执行制造任务构成的异构 IIoT 系统 (图 1). 在此系统中, 智能体的移动可能造成 WCS 中无线信道阴影衰落, 导致 WCS 和 MAS 间的耦合.

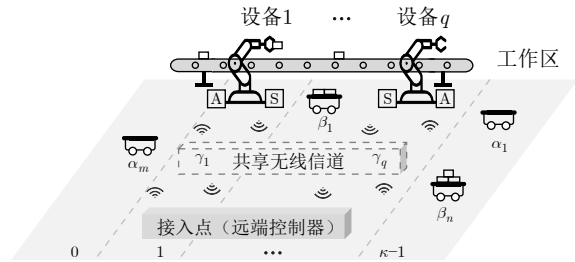


图 1 多回路 WCS 与 MAS 在工作区协作执行整体制造任务构成的异构 IIoT 系统

Fig.1 A heterogeneous IIoT system where a multiloop WCS and an MAS coordinate with each other to jointly perform overall tasks in a workspace

### 2.1 多回路 WCS 模型

$q$  个设备的状态测量信息通过共享的无线信道传输, 构成一个多回路 WCS. 考虑如下的离散时间系统:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i v_i(k) + \xi_i(k) \quad (1)$$

其中,  $A_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ ,  $B_i \in \mathbf{R}^{n_i \times m_i}$  分别表示系统矩阵和输入矩阵,  $v_i \in \mathbf{R}^{m_i \times 1}$  表示系统输入,  $\xi_i(k)$  表示均值为 0、协方差为  $\Xi_i$  的独立同分布噪声.

在第  $i$  个控制回路中, 传感器  $i$  按照预先设计的无线通信策略  $\varphi_i(k) = h_i(\gamma_i(k)) \in \mathcal{D}_2$  决定是否通过共享信道传输设备  $i$  的测量信息, 其中,  $h_i$  为预先确定的函数,  $\gamma_i(k)$  表示控制回路  $i$  在  $k$  时刻的局部信道状态, 本文采用离散信道模型, 即  $\gamma_i(k) \in \mathcal{D}_r$ . 若传输 ( $\varphi_i(k) = 1$ ), 则其按照策略  $P\{\mu_i(k) = \mu_{i,b} | \gamma_i(k) = a\} = \bar{\mu}_i(b, a)$  选择传输功率的等级, 将状态测量以传输功率  $\mu_i(k)$  通过无线网络传输到接入点, 接入点作为远端控制器基于接收到的状态测量做出决策, 其中,  $\bar{\mu}_i : \{\mu_{i,1}, \dots, \mu_{i,p_i}\} \times \mathcal{D}_r \rightarrow [0, 1]$  为预先确定的函数,  $\mu_{i,1}, \dots, \mu_{i,p_i} > 0$  为传输



功率的等级, 对任意满足  $h_i(a) = 0$  的  $a \in \mathcal{D}_r$ ,  $\bar{\mu}_i(b, a) = 0$ ,  $P$  代表概率.

使用  $\lambda_i(k) \in \mathcal{D}_2$  表示  $k$  时刻设备  $i$  传感器测量的成功传输与否. 若  $(A_i, B_i)$  能控, 当传输成功时 ( $\lambda_i(k) = 1$ ), 总可以设计状态控制策略使得闭环系统  $x_i(k+1) = A_{c,i}x_i(k)$  指数稳定<sup>[23]</sup>, 得到如下切换模型:

$$x_i(k+1) = \begin{cases} A_{c,i}x_i(k) + \xi_i(k), & \lambda_i(k) = 1 \\ A_{o,i}x_i(k) + \xi_i(k), & \lambda_i(k) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, 矩阵  $A_{c,i} \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ , 其谱半径小于 1, 矩阵  $A_{o,i} \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$  可能存在单位圆外的特征值.

## 2.2 领航-跟随 MAS 模型

由于智能体的移动可能造成 WCS 中无线信道阴影衰落, 根据所造成信道增益阴影效应的程度, 将工作区划分为  $\kappa$  个不相交的平面子区域, 称为工作单元  $\{0, 1, \dots, \kappa-1\}$ <sup>[18]</sup>. 将每个智能体的状态定义为智能体所在工作单元的索引, 则每个智能体的状态空间为有限集合  $\mathcal{D}_\kappa$ . 为此, 采用有限域系统描述此类有限状态空间上的多智能体系统<sup>[24-25]</sup>.

本文考虑由领航者和跟随者构成的 MAS, 其中跟随者负责完成监测、运输等任务, 领航者则负责控制移动智能体系统的运动行为. 对于第  $l$  个领航者,  $l = 1, \dots, m$ , 其动态方程为

$$\alpha_l(k+1) = u_l(k) \quad (3)$$

其中,  $\alpha_l(k), u_l(k) \in \mathcal{D}_\kappa$  分别表示  $k$  时刻第  $l$  个领航者的状态与外部控制输入.

跟随者通过机载传感器与其他智能体交互. 对于第  $i$  个跟随者,  $i = 1, \dots, n$ , 其状态更新服从

$$\beta_i(k+1) = \left\{ \kappa \sum_{j=1}^n \right\} a_{i,j}^{\sigma(k)} \times_\kappa \beta_j(k) + \kappa \left\{ \kappa \sum_{l=1}^m \right\} b_{i,l}^{\sigma(k)} \times_\kappa \alpha_l(k) \quad (4)$$

其中,  $\beta_i(k) \in \mathcal{D}_\kappa$  表示  $k$  时刻第  $i$  个跟随者的状态,  $+_\kappa, \times_\kappa$  分别表示有限域  $\mathcal{D}_\kappa$  上的模加和模乘运算<sup>[26]</sup>. 这样, 状态  $\beta_i(k)$  将在有限工作单元  $\{0, 1, \dots, \kappa-1\}$  上演化.

智能体间的交互通过交互拓扑反映, 其中每个节点  $v_i$  对应智能体  $i$ , 有向边对应智能体间的感知链路. 存在从  $v_j$  到  $v_i$  的边  $(v_j, v_i)$ , 当且仅当智能体  $j$  所在的工作区位于智能体  $i$  的感知距离内, 即智能体  $j$  是智能体  $i$  的邻居. 随着智能体状态的更新, 交互拓扑动态时变, 即拓扑中的边随着智能体

进入或移出彼此的感知区域而出现或消失. 式 (4) 中,  $a_{i,j}^{\sigma(k)}, b_{i,l}^{\sigma(k)} \in \mathcal{D}_\kappa$  表示智能体间动态时变的链路权重, 其中,  $\sigma: z(k) \rightarrow \{1, \dots, w\}$  为拓扑切换信号,  $z(k) = [\alpha_1(k) \cdots \alpha_m(k) \beta_1(k) \cdots \beta_n(k)] \in \mathcal{D}_\kappa^{m+n}$  表示 MAS 在  $k$  时刻的状态,  $w$  是所有可能的交互拓扑个数. 特别地, 若在  $k$  时刻跟随者  $j$  是跟随者  $i$  的邻居, 则  $a_{i,j}^{\sigma(k)} \neq 0$ , 否则,  $a_{i,j}^{\sigma(k)} = 0$ , 权重  $b_{i,l}^{\sigma(k)}$  为跟随者与领航者间的交互权重.

此外, 智能体在工作区移动过程中, 还需避免与生产设备发生碰撞, 即  $\alpha(k) = [\alpha_1(k) \cdots \alpha_m(k)] \in \mathcal{C}_\alpha, \beta(k) = [\beta_1(k) \cdots \beta_n(k)] \in \mathcal{C}_\beta, z(k) \in \mathcal{C} = \mathcal{C}_\alpha \times \mathcal{C}_\beta$ , 其中,  $\mathcal{C}_\alpha$  和  $\mathcal{C}_\beta$  表示安全约束状态集合.

## 2.3 状态相关衰落信道模型

如上所述, 智能体的位置移动可能会造成无线信道的阴影衰落效应, 导致状态测量传输失败, 进而影响 WCS (2) 的稳定性. 记  $\bar{\lambda}_i(z): \mathcal{D}_\kappa^{m+n} \rightarrow [0, 1]$  为系统  $i$  状态测量传输成功的概率, 则有如下状态相关衰落信道:

$$P\{\lambda_i(k) = \lambda | z(k) = z\} = \begin{cases} \bar{\lambda}_i(z), & \lambda = 1 \\ 1 - \bar{\lambda}_i(z), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (5)$$

控制回路  $i$  的数据包在接入点成功解码的概率依赖于信道状态, 进而依赖于 MAS 的状态, 以及该控制回路的传输功率等级, 即有  $P\{\eta_i(k) = 1 | \mu_i(k) = \mu_{i,b}, z(k) = z\} = \bar{\eta}_i(b, z)$ , 其中,  $\eta_i(k) = 1$  表示数据包成功解码,  $\bar{\eta}_i(b, z) \in [0, 1]$ . 因此, 式 (5) 中的状态依赖衰落信道可以刻画为

$$\bar{\lambda}_i(z) = \sum_{b=1}^{P_i} P\{\varphi_i(k) = 1 | z(k) = z\} \times P\{\mu_i(k) = \mu_{i,b} | z(k) = z, \varphi_i(k) = 1\} \times P\{\eta_i(k) = 1 | z(k) = z, \mu_i(k) = \mu_{i,b}\} = \sum_{a=0}^{r-1} \sum_{b=1}^{P_i} \bar{\mu}_i(b, a) \bar{\eta}_i(b, z) \bar{\gamma}_i(a, z), z \in \mathcal{C}$$

其中,  $\bar{\gamma}_i(a, z)$  表示当 MAS 状态为  $z$  时, WCS 控制回路  $i$  局部信道状态为  $a \in \mathcal{D}_r$  的概率<sup>[18]</sup>.

## 2.4 问题描述

给定 MAS 的初始状态  $z_0 \in \mathcal{C}$ , 本文的目标为设计 (3) 中领航者的最优控制序列  $\mathbf{u}^* = \{u^*(k) = [u_1^*(k) \cdots u_m^*(k)] \in \mathcal{D}_\kappa^m : k \in \mathbf{N}\}$ , 在状态相关衰落信道模型 (5) 下保证 WCS 的控制性能<sup>[27-28]</sup>

$$\mathbb{E}[V_i(x_i(k+1)) | x_i(k), z(k; z_0, \mathbf{u})] \leq \rho_i V_i(x_i(k)) + \text{tr}(Q_i \Xi_i), \forall k \geq K_0, x_i(k) \in \mathbf{R}^{n_i \times 1} \quad (6)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$  为矩阵的迹,  $E$  代表期望,  $K_0$  为正整数, 且满足 MAS 安全生产约束

$$z(k; z_0, \mathbf{u}) \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathbf{N} \quad (7)$$

同时使得平均成本函数

$$J_{\mathbf{u}}(z_0) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=1}^q E[\mu_i(k)|z(k; z_0, \mathbf{u})] \quad (8)$$

达到最优, 其中,  $V_i(x_i) = x_i^T Q_i x_i$  和  $\rho_i \in (0, 1)$  分别表示预先定义的 Lyapunov 函数与衰减率,  $Q_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$  为正定矩阵,  $\sum_{i=1}^q E[\mu_i(k)|z(k; z_0, \mathbf{u})]$  量化了 WCS 的能耗。

**注 1.** 对于系统 (1), 只要  $(A_i, B_i)$  能控, 总可以设计状态控制策略, 使得闭环系统  $x_i(k+1) = A_{c,i} x_i(k)$  指数稳定, 则总是存在二次 Lyapunov 函数  $V_i(x_i) = x_i^T Q_i x_i$ , 使得

$$E[V_i(x_i(k+1))|x_i(k)] \leq \rho_i V_i(x_i(k)) + \text{tr}(Q_i \Xi_i)$$

其中, 正定矩阵  $Q_i$  为给定任意正定矩阵  $P_i$  下, Lyapunov 方程  $A_{c,i}^T Q_i A_{c,i} - Q_i = -P_i$  的解,  $\rho_i = 1 - \lambda_{\min}(P_i)/\lambda_{\max}(Q_i) \in (0, 1)$ , 且迹  $\text{tr}(Q_i \Xi_i)$  表示持续噪声扰动<sup>[23]</sup>. 考虑到传感器测量传输失败时反馈控制策略不可用导致系统开环, 在式 (6) 中, 选用衰减率  $\rho_i > \rho_i$ .

### 3 无穷时域最优控制问题的可行性分析

本节利用矩阵半张量积方法将 MAS 转化为等价的双线性形式, 并基于此建立最优控制问题的可行性图判据。

#### 3.1 MAS 模型的代数表示

由于 MAS(式 (3) 和式 (4)) 变量值取自有限域, 动态由有限域上的模加和模乘运算确定, 难以基于经典的非线性系统理论解决此类系统的问题. 此外, 切换信号的存在进一步增加了系统分析与设计的复杂性. 矩阵半张量积方法是处理此类问题的有力工具<sup>[21-22]</sup>, 其能在高维空间中用代数运算建立有限域系统的等价双线性形式, 从而便于后续分析研究。

定义

$$A_{i,j} = [a_{i,j}^1 \cdots a_{i,j}^w], \quad B_{i,l} = [b_{i,l}^1 \cdots b_{i,l}^m] \quad (9)$$

其中,  $i, j = 1, \dots, n, l = 1, \dots, m$ . 给定切换信号的具体形式  $\sigma(z) = i_z$ , 将  $i-1 \in \mathcal{D}_\kappa$  以及切换信号  $\sigma(k) = j \in \{1, \dots, w\}$  分别等价表示为向量  $\delta_\kappa^i, \delta_w^j$ , 则可得逻辑变量  $\alpha_i(k), \beta_i(k), u_i(k) \in \mathcal{D}_\kappa$  以及  $\sigma(k) \in \{1, \dots, w\}$  相应的向量形式 (仍使用相同的

符号表示)  $\alpha_i(k), \beta_i(k), u_i(k) \in \text{Col}(I_\kappa)$  以及  $\sigma(k) \in \text{Col}(I_w)$ . 令  $\alpha(k) = \times_{i=1}^m \alpha_i(k), \beta(k) = \times_{i=1}^n \beta_i(k), u(k) = \times_{i=1}^m u_i(k)$  及  $z(k) = \alpha(k)\beta(k)$ , 可得  $\mathcal{C}_\alpha \subseteq \text{Col}(I_M), \mathcal{C}_\beta \subseteq \text{Col}(I_N)$ , 其中,  $M = \kappa^m, N = \kappa^n$ . 采用与文献 [18] 中类似的计算思路, 可得如下结果。

**引理 4.** MAS (式 (3) 和式 (4)) 具有如下等价形式:

$$\begin{cases} \beta(k+1) = Fz(k) \\ \alpha(k+1) = u(k) \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $F \in \mathcal{L}^{N \times MN}$  满足

$$[F]_{:,l} = \times_{i=1}^n [F_i]_{:,l}, l = 1, \dots, MN$$

$$F_i = F_{i,1} \Theta P_{r,MN}$$

$$F_{i,1} = F_{+\kappa}^n F_{i,2} [I_{MN} \otimes (F_{+\kappa}^{m-1} F_{i,3})] \times (I_w \otimes W_{[wM, N]}) P_{r,w}$$

$$F_{i,2} = F_{\times\kappa} A_{i,1} \times_{j=1}^{n-1} \{ [I_{w\kappa^j} \otimes (F_{\times\kappa} A_{i,j+1})] \times W_{[w, w\kappa^j]} P_{r,w} \}$$

$$F_{i,3} = F_{\times\kappa} B_{i,1} \times_{j=1}^{m-1} \{ [I_{w\kappa^j} \otimes (F_{\times\kappa} B_{i,j+1})] \times W_{[w, w\kappa^j]} P_{r,w} \}$$

$$\Theta = \delta_w [i_{z_1} \cdots i_{z_{MN}}] \in \mathcal{L}^{w \times MN}$$

$z_j$  具有向量形式  $\delta_{MN}^j$ ,  $F_{+\kappa}, F_{\times\kappa}$  分别表示  $+\kappa$  和  $\times\kappa$  的结构矩阵<sup>[29]</sup>,  $W_{[s,t]}$  和  $P_{r,s}$  分别表示交换矩阵和降阶矩阵。

#### 3.2 可行性图判据

在本文考虑的最优控制问题中, WCS 控制性能约束 (6) 引入了 WCS 和 MAS 间的耦合, 使得此问题的求解富有挑战性。

由于  $E[\xi_i(k)] = \mathbf{0}$ , 且  $\lambda_i(k)$  独立于  $x_i(k)$ , 因此可以得到

$$E[V_i(x_i(k+1))|x_i(k), z(k; z_0, \mathbf{u})] = P\{\lambda_i(k) = 1|z(k; z_0, \mathbf{u})\} x_i^T(k) A_{c,i}^T Q_i A_{c,i} x_i(k) + P\{\lambda_i(k) = 0|z(k; z_0, \mathbf{u})\} x_i^T(k) A_{o,i}^T Q_i A_{o,i} x_i(k) + \text{tr}(Q_i \Xi_i)$$

因此, 约束 (6) 满足: 当且仅当对于所有  $x_i(k) \neq \mathbf{0}$ , 有下式成立

$$P\{\lambda_i(k) = 1|z(k; z_0, \mathbf{u})\} \geq \frac{x_i^T(k) (A_{o,i}^T Q_i A_{o,i} - \rho_i Q_i) x_i(k)}{x_i^T(k) (A_{o,i}^T Q_i A_{o,i} - A_{c,i}^T Q_i A_{c,i}) x_i(k)}$$

即  $\bar{\lambda}_i(z(k; z_0, \mathbf{u})) \geq s_i$ , 其中

$$s_i = \sup_{y \in \mathbf{R}^{n_i \times 1}, y \neq 0} \frac{y^T (A_{o,i}^T Q_i A_{o,i} - \rho_i Q_i) y}{y^T (A_{o,i}^T Q_i A_{o,i} - A_{c,i}^T Q_i A_{c,i}) y}$$

为此, 定义  $\Omega(s) = \{z \in \mathcal{C} : \bar{\lambda}_i(z) \geq s_i\}$ , 其中  $s = [s_1 \cdots s_q]$ . 可以看出,  $\Omega(s)$  为 MAS 所有满足 WCS 控制性能约束 (6) 的状态构成的集合. 从而可将约束 (6) 等价转化为

$$z(k; z_0, \mathbf{u}) \in \Omega(s), \forall k \geq K_0 \quad (11)$$

这样, 最优控制问题转化为 MAS 的最优受限  $\Omega(s)$  镇定问题.

基于文献 [18] 中的引理 3, 对于 MAS (10) 的集合镇定, 可以得到下列结论.

**引理 5.** 给定初始状态  $z_0 \in \mathcal{C}$ , MAS (10) 关于  $z_0$  受限  $\Omega(s)$  镇定, 当且仅当其关于  $z_0$  受限  $I(\Omega(s))$  镇定, 即存在控制序列  $\bar{\mathbf{u}} \subseteq \text{Col}(I_M)$  和正整数  $K_0$ , 使得  $z(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in \mathcal{C}$  对任意  $k < K_0$  成立, 同时  $\beta(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in I(\Omega(s))$  对任意  $k \geq K_0$  成立, 其中,  $I(\Omega(s)) \subseteq \mathcal{C}_\beta$  为关于  $\Omega(s)$  最大受限控制不变集<sup>[18]</sup>.

**证明.** 只需证明必要性. 由于  $I(\Omega(s))$  为关于  $\Omega(s)$  的最大受限控制不变集, 根据其定义及引理 4, 对于任意  $\bar{\beta} \in \Phi(\mathcal{M}) \setminus I(\Omega(s))$  以及领航者状态序列  $\alpha = \{\alpha(k) \in \mathcal{C}_\alpha^{\Omega(s)}(\beta(k)) : k \in \mathbf{N}\}$ , 存在整数  $k(\bar{\beta}, \alpha)$  使得  $\beta(k(\bar{\beta}, \alpha); \bar{\beta}, \alpha) \notin \Phi(\Omega(s))$ , 其中,  $\Phi(\Omega(s)) = \{\beta \in \mathcal{C}_\beta : \exists \alpha \in \mathcal{C}_\alpha \text{ s.t. } \alpha\beta \in \Omega(s)\}$ ,  $\mathcal{C}_\alpha^{\Omega(s)}(\beta) = \{\alpha \in \mathcal{C}_\alpha : \alpha\beta \in \Omega(s)\}$ ,  $\beta \in \Phi(\Omega(s))$ . 若 MAS (10) 关于  $z_0$  受限  $\Omega(s)$  镇定, 可以得到控制序列  $\bar{\mathbf{u}}$  以及正整数  $K_0$  使得  $z(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in \mathcal{C}$  对任意  $k < K_0$  成立, 同时  $\beta(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in \Phi(\Omega(s))$ ,  $\alpha(k) \in \mathcal{C}_\alpha^{\Omega(s)}(\beta(k))$  对任意  $k \geq K_0$  成立. 若存在整数  $K_1 \geq K_0$  使得  $\beta(K_1; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \notin I(\Omega(s))$ , 则有  $\beta(K_1 + k(\beta(K_1; z_0, \bar{\mathbf{u}}), \bar{\alpha}); z_0, \bar{\mathbf{u}}) \notin \Phi(\Omega(s))$ ,  $\bar{\alpha}(k) = \bar{\mathbf{u}}(k-1)$ , 产生矛盾. 因此, MAS (10) 关于  $z_0$  受限  $I(\Omega(s))$  镇定.  $\square$

通过上述分析, 对于本文所考虑最优控制问题的可行性, 可以得到下列充分必要条件.

**引理 6.** 给定 MAS 的初始状态  $z_0 \in \mathcal{C}$ , 在状态相关衰落信道 (5) 以及安全生产约束 (7) 下, WCS (2) 的控制性能要求 (6) 满足, 当且仅当 MAS (10) 关于  $z_0$  受限  $I(\Omega(s))$  镇定.

**证明.** 根据式 (11) 可以得到, 在状态相关衰落信道 (5) 以及安全生产约束 (7) 下, WCS (2) 的控制性能要求 (6) 满足, 当且仅当存在控制序列  $\bar{\mathbf{u}} \subseteq \text{Col}(I_M)$  和正整数  $K_0$ , 使得  $z(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in \mathcal{C}$ ,  $k < K_0$ ,  $z(k; z_0, \bar{\mathbf{u}}) \in \Omega(s)$ ,  $k \geq K_0$ , 即 MAS (10) 关于  $z_0$  受限  $\Omega(s)$  镇定, 进而根据引理 5 可得结论成立.  $\square$

通过引理 6 可以看出, 在可行控制序列作用下,

领航者状态序列满足安全生产约束, 同时跟随者状态序列收敛到集合  $I(\Omega(s))$ . 这启发我们建立受限跟随者状态转移图 (FSTG)  $\mathcal{G} = (V(\mathcal{G}), E(\mathcal{G}))$ .

将每个跟随者状态  $\delta_N^a \in \mathcal{C}_\beta$  表示为图中的一个顶点  $v_a$ , 所有顶点构成顶点集  $V(\mathcal{G})$ . 在受限领航者状态驱使下, 将每个从状态  $\delta_N^a$  到  $\delta_N^b$  的受限一步状态转移表示为图中的一条有向边  $(v_a, v_b)$ . 记初始条件  $z_0 = \bar{\alpha} \times \delta_N^{\bar{\alpha}}$ , 考虑到集合  $E = \{(v_{\bar{\alpha}}, v_b) : v_b \in \mathcal{C}_\beta, v_b \neq Fz_0\}$  中的边违背初始条件, 取边集  $E(\mathcal{G}) = \{(v_a, v_b) \in V(\mathcal{G}) \times V(\mathcal{G}) : \delta_N^b \in \mathcal{R}_1(\delta_N^a)\} \setminus E$ , 其中  $\mathcal{R}_1(\delta_N^a)$  表示状态  $\delta_N^a$  的受限一步能达集. 基于引理 4 可以得到  $\mathcal{R}_1(\delta_N^a) = \{\delta_N^b \in \mathcal{C}_\beta : [F\delta_M^l]_{b,a} = 1, \delta_M^l \in \mathcal{C}_\alpha\}$ . 相应地, 对于每一条边  $(v_a, v_b) \in E(\mathcal{G})$ , 将所有驱使其所对应状态转移的受限领航者状态构成的集合定义为

$$\Pi_{a,b}(\mathcal{G}) = \{\delta_M^l \in \mathcal{C}_\alpha : [F\delta_M^l]_{b,a} = 1\} \quad (12)$$

对于  $\mathcal{G}$  为加权有向图的情形, 上述定义仍然适用.

基于广度优先搜索算法<sup>[30]</sup>, 可得如下最优控制问题的可行性图判据.

**定理 1.** 给定 MAS 的初始状态  $z_0 \in \mathcal{C}$ , 在状态相关衰落信道 (5) 以及安全生产约束 (7) 下, WCS (2) 的控制性能要求 (6) 满足, 当且仅当  $I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_{\bar{\alpha}}}) \neq \emptyset$ , 其中  $T_{v_{\bar{\alpha}}}$  是受限 FSTG  $\mathcal{G}$  以  $v_{\bar{\alpha}}$  为根的广度优先生成树.

**证明.** 条件  $I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_{\bar{\alpha}}}) \neq \emptyset$  成立, 当且仅当存在正整数  $K_0$  和领航者状态序列  $\bar{\alpha}_1 = \{\bar{\alpha}(k) \in \mathcal{C}_\alpha : k = 1, \dots, K_0 - 1\}$ , 使得  $\beta(K_0; z_0, \bar{\alpha}_1) \in I(\Omega(s))$  且  $z(k; z_0, \bar{\alpha}_1) \in \mathcal{C}$  对任意  $k < K_0$  成立. 由于  $I(\Omega(s))$  是关于  $\Omega(s)$  的受限控制不变集, 存在领航者状态序列  $\bar{\alpha}_2 = \{\bar{\alpha}(k) \in \mathcal{C}_\alpha : k = K_0, K_0 + 1, \dots\}$ , 使得  $\beta(k; \beta(K_0; z_0, \bar{\alpha}_1), \bar{\alpha}_2) \in I(\Omega(s))$  对任意  $k \geq K_0$  成立. 令  $\bar{\mathbf{u}} = \{\bar{\mathbf{u}}(k) = \bar{\alpha}(k+1) : k = 0, 1, \dots\}$ . 基于以上分析, 条件  $I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_{\bar{\alpha}}}) \neq \emptyset$  成立, 当且仅当存在控制序列  $\bar{\mathbf{u}}$ , 使得 MAS (10) 关于初始状态  $z_0$  受限  $I(\Omega(s))$  镇定. 进一步, 根据引理 6 可得结论成立.  $\square$

**注 2.** FSTG  $\mathcal{G}$  的设计灵感来源于输入-状态转移图<sup>[31]</sup> 以及受限状态转移图<sup>[18]</sup>. 与之相比,  $\mathcal{G}$  的构造过程中仅关注跟随者状态的转移情况, 且在顶点集与边集构造时同时考虑了安全生产约束与初始条件, 有效缩小了广度优先搜索的空间.

## 4 无穷时域最优控制器设计

在第 3.2 节中, 本文考虑的最优控制问题转化为 MAS (10) 的无穷时域最优集合镇定问题. 近年来, 有限状态系统的最优控制问题得到了广泛关注.



文献 [32–33] 基于策略迭代法研究了 (概率) 布尔网络的最优控制问题, 可在有限次迭代内给出最优策略. 文献 [34] 研究了马尔科夫决策过程的最优控制问题, 通过将其转化为等价的线性可解形式, 利用最大后验估计设计了最优动作. 上述工作均仅考虑系统动态约束. 将状态约束考虑在内, 文献 [35] 研究了切换有限值系统的最优控制问题, 通过图论的角度改善了已有结果的时间复杂度. 文献 [36] 考虑了布尔控制网络的最优集合镇定问题, 然而其仅考虑了到达目标状态为止的有限时域优化. 另外, 上述结果大多针对同构系统建立, 即系统中所有节点的动力学模型相同, 不适用于本文所考虑的控制性能约束下异构 IIoT 的优化. 在本节中, 通过分析 MAS (10) 最优控制序列的性质, 构建最优控制序列设计算法.

给定控制序列  $\mathbf{u}$ , 若  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}) = \{z(k; z_0, \mathbf{u}) : k \in \mathbf{N}\} \subseteq \mathcal{C}$ , 称  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u})$  为 MAS (10) 的受限状态轨迹. 进一步, 若  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u})$  中不包含重复状态, 称其为简单受限状态轨迹. 另外, 若在有限时间后  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u})$  进入并重复受限状态环  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u})$ , 称  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u})$  有限时间收敛到  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u})$ . 对于长度为  $K$ ,  $K \geq 1$  的受限状态轨迹 (环)  $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}(k) : k = 0, \dots, K-1\}$ , 定义其平均成本为

$$\psi(\mathcal{T}) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} g(\mathcal{T}(k))$$

其中,  $g(\mathcal{T}(k)) = \sum_{i=1}^q \sum_{b=1}^{p_i} \mu_{i,b} \sum_{a=0}^{r-1} \bar{\gamma}_i(a, \mathcal{T}(k)) \times \bar{\mu}_i(b, a)$ . 则可以证明最优控制序列具有如下性质.

**引理 7.** 假设  $\mathbf{u}^*$  为最优控制序列, 若受限状态轨迹  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}^*)$  有限时间收敛到受限状态环  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)$ , 则

- 1)  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*) \subseteq \{z = \alpha\beta \in \Omega(s) : \beta \in I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_a})\}$ ;
- 2) 平均成本  $J_{\mathbf{u}^*}(z_0)$  极限存在, 且有

$$J_{\mathbf{u}^*}(z_0) = \psi(\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)) \quad (13)$$

**证明.** 根据定理 1 和安全生产约束 (7) 可以得到结论 1) 成立. 对于受限状态轨迹  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}^*) = \{z(k; z_0, \mathbf{u}^*) : k = 0, \dots, K-1\}$ , 由于考虑无穷时域最优控制问题, 假设  $K$  足够大, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\phi(\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}^*))}{K} &= \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \\ &r|\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)|\psi(\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)) + \frac{\phi(\mathcal{T}_2)}{K} \end{aligned}$$

其中,  $\phi(\mathcal{T}) = \psi(\mathcal{T})|\mathcal{T}|$  表示状态轨迹  $\mathcal{T}$  对应的总成本,  $\mathcal{T}_1$  为进入环  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)$  前的有限状态轨迹,  $\mathcal{T}_2$  为环  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)$  的子轨迹, 其可能为空集,  $r = (K -$

$|\mathcal{T}_1| - |\mathcal{T}_2|)/|\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)|$  表示轨迹  $\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}^*)$  中环  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*)$  的个数. 则有

$$J_{\mathbf{u}^*}(z_0) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\phi(\mathcal{T}(z_0, \mathbf{u}^*))}{K} = \psi(\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}^*))$$

□

根据引理 7 中的结论 1), 在最优控制序列作用下, 领航者状态序列满足安全生产约束, 同时跟随者状态序列最终收敛到集合  $\mathcal{I} = I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_a})$ . 因此, 进一步考虑受限 FSTG  $\mathcal{G}$  由  $\mathcal{I}$  诱导出的子图, 并在此基础上构造最优受限加权 FSTG  $\bar{\mathcal{G}} = (V(\bar{\mathcal{G}}), E(\bar{\mathcal{G}}), w)$ , 其中  $V(\bar{\mathcal{G}}) = \mathcal{I}$ ,  $E(\bar{\mathcal{G}}) = \{(v_a, v_b) \in V(\bar{\mathcal{G}}) \times V(\bar{\mathcal{G}}) : [F\delta_M^l]_{b,a} = 1, \delta_M^l \in \mathcal{C}_\alpha, \delta_M^l \delta_N^a \in \Omega(s)\}$ ,  $w_{a,b} = g(\delta_M^l \delta_N^a)$  表示边  $(v_a, v_b)$  的权重,  $\delta_M^l \in \bar{\Pi}_{a,b}(\bar{\mathcal{G}})$  满足

$$\bar{\Pi}_{a,b}(\bar{\mathcal{G}}) = \arg \min_{\delta_M^l \in \bar{\Pi}_{a,b}(\bar{\mathcal{G}})} g(\delta_M^l \delta_N^a) \quad (14)$$

即边  $(v_a, v_b)$  的权重为从跟随者状态  $\delta_N^a$  到  $\delta_N^b$  的最小一步状态转移成本,  $\bar{\Pi}_{a,b}(\bar{\mathcal{G}})$  类似 (12) 定义. 则对于任意受限状态环  $\mathcal{C} = \{\alpha_k v_{a_k}, k = 0, \dots, |\mathcal{C}| - 1\} \subseteq \bar{\mathcal{I}}$ ,  $\bar{\mathcal{I}} = \{z = \alpha\beta \in \Omega(s) : \beta \in \mathcal{I}\}$ , 总存在  $\bar{\mathcal{C}} = \{\bar{\alpha}_k v_{a_k}, k = 0, \dots, |\bar{\mathcal{C}}| - 1\} \subseteq \bar{\mathcal{I}}$ , 其二者对应  $\bar{\mathcal{G}}$  中同一个跟随者状态环  $c = \{v_{a_k} : k = 0, \dots, |c| - 1\}$ , 且有

$$\psi(\bar{\mathcal{C}}) \leq \psi(\mathcal{C}), \quad \psi(\bar{\mathcal{C}}) = \bar{w}(c) \quad (15)$$

其中,  $\bar{w}(c) = \sum_{k=0}^{|c|-1} w_{a_k, a_{k+1}} / |c|$  表示环  $c$  的平均权重,  $v_{a_{|c|}} = v_{a_0}$ .

将 FSTG  $\bar{\mathcal{G}}$  中具有最小平均权重的环定义为最小平均环<sup>[37]</sup>. 由于  $\mathcal{I}$  为有限集合, 一定存在最小平均环  $c^* \subseteq \mathcal{I}$ . 结合引理 7 中的结论 2), 为构造最优控制序列, 首先寻找  $\bar{\mathcal{G}}$  中的简单最小平均环  $c^*$ . 然后, 构造从初始顶点  $v_{\bar{a}}$  出发到达环  $c^*$  中顶点的路径. 最后, 设计控制序列, 使得跟随者状态从初始顶点  $v_{\bar{a}}$  出发沿此路径进入并重复环  $c^*$ . 根据文献 [37], 若  $\bar{\mathcal{G}}$  中最小平均环的平均权重为  $\bar{w}(c^*) = \theta^*$ , 则有

$$\theta^* = \min_{v_a \in \mathcal{I}} \max_{0 \leq k \leq |\mathcal{I}|-1} \frac{H(|\mathcal{I}|, a) - H(k, a)}{|\mathcal{I}| - k} \quad (16)$$

其中,  $H(k, a)$  表示任意从顶点  $o$  到  $v_a \in \mathcal{I}$  长度为  $k$  的路径的最小权重. 若这样的边不存在, 则有  $H(k, a) = \infty$ , 顶点  $o$  为  $\bar{\mathcal{G}}$  中的任意源顶点, 即从其出发可以到达任意顶点. 假设式 (16) 的最优解为  $a^*, k^*$ . 则任意位于从  $o$  到  $v_{a^*}$ 、长度为  $|\mathcal{I}|$  的路径上, 权重为  $H(|\mathcal{I}|, a^*)$  的环均为最小平均环. 若  $\bar{\mathcal{G}}$  中不存在源顶点, 只需将其划分为若干强连通分支, 进而在每个分支中寻找最小平均环<sup>[38]</sup>. 最优控制序列的具体构造流程如算法 1 所示.



**算法 1. 最优控制序列的构造算法**

输入.  $\mathcal{G}, \bar{\mathcal{G}}, \beta(0) = \delta_{\bar{\mathcal{N}}}^{\alpha}$

输出.  $\mathbf{u}^*$

- 1: 查找  $\bar{\mathcal{G}}$  的所有强连通分支  $\bar{\mathcal{G}}_i = (V_i, E_i, w)$ , 个数记为  $\varsigma$
- 2: **for**  $i = 1 : \varsigma$  **do**
- 3: 创建  $(|V_i|+1) \times |V_i|$  数组  $H_i, I_i$ , 并初始化为  $\infty$
- 4:  $H_i[0, a_i] \leftarrow 0, v_{a_i} \in V_i$  为  $\mathcal{G}_i$  的一个源顶点
- 5: **for**  $k = 1 : |V_i|$  **do**
- 6: **for**  $v_a \in V_i$  **do**
- 7:  $H_i[k, a] \leftarrow \min_{(v_b, v_a) \in E_i} H_i[k-1, b] + w(v_b, v_a)$
- 8:  $I_i[k, a] \leftarrow b^*$ ,  $b^*$  为上式取最小值时自变量的取值
- 9: **end for**
- 10: **end for**
- 11: 求解式 (16), 得到  $\theta_i^*, a_i^*, b_{i, |V_i|} \leftarrow a_i^*$
- 12: **end for**
- 13: 令  $\iota \leftarrow \arg \min_{1 \leq i \leq \varsigma} \theta_i^*$
- 14: 创建  $|V_i| + 1$  维数组  $c^*$ , 令  $c^*[|V_i|] \leftarrow b_{i, |V_i|}$
- 15: **for**  $k \leftarrow |V_i| : 1$  **do**
- 16:  $c^*[k-1] \leftarrow I_i[k, c^*[k]]$
- 17: **end for**
- 18: 寻找  $\{c^*[0], c^*[1], \dots, c^*[|V_i|]\}$  中第 1 个简单环  $c^*$
- 19: 以  $v_{\bar{a}}$  为根, 利用广度优先搜索构造图  $\bar{\mathcal{G}}$  中从  $v_{\bar{a}}$  到  $c^*$  的最短路径  $\{v_{a_0}, v_{a_1}, \dots, v_{a_{\iota_1}}, v_{c_0}\}$ ,  $v_{a_0} = v_{\bar{a}}, \{v_{a_i} : i = 0, \dots, \iota_1\} \cap c^* = \emptyset, v_{c_0} \in c^*$
- 20: 在不改变顶点对应状态转移关系的前提下, 对  $c^*$  中元素重排得到  $c^* = \{v_{c_j} : j = 0, \dots, \iota_2\}$
- 21: 令

$$u^*(k) \in \begin{cases} \Pi_{a_{k+1}, a_{k+2}}(\mathcal{G}), & k = 0, \dots, \iota_1 - 1 \\ \bar{\Pi}_{c_{k-\iota(\epsilon)}, c_{k-\iota(\epsilon)+1}}(\bar{\mathcal{G}}), & k = \iota(\epsilon), \dots, \iota(\epsilon) + \iota_2 \end{cases}$$

其中,  $\iota(\epsilon) = \iota_1 + \epsilon(\iota_2 + 1)$ ,  $\epsilon \in \mathbf{N}$ ,  $a_{\iota_1+1} = c_{\iota_2+1} = c_0$ ,  $\Pi_a, c(\cdot), \bar{\Pi}_a, c(\cdot)$  分别在式 (12) 和式 (14) 中定义

- 22: 根据引理 1 的 1), 计算  $u^*(k)$  对应的原始逻辑形式  $u_l^*(k)$ ,  $l = 1, \dots, m, k \in \mathbf{N}$

**定理 2.** 算法 1 所构造的领航者控制序列  $\mathbf{u}^*$  是无穷时域最优控制问题的解. 此外, 最小成本为  $J_{\mathbf{u}^*}(z_0) = \bar{w}(c^*)$ , 其中,  $\bar{w}(c^*)$  表示最小平均环  $c^*$  的平均权重.

**证明.** 根据算法 1, 在控制序列  $\mathbf{u}^*$  作用下 MAS (10) 关于初始状态  $z_0$  受限  $I(\Omega(s))$  镇定. 因此, 根据引理 6 可以得到  $\mathbf{u}^*$  满足 WCS 控制性能约束 (6) 及 MAS 安全生产约束 (7).

对于  $\bar{\mathcal{G}}$  中的任意最小平均环  $c \subseteq \mathcal{I}$ , 若  $c$  为非简单环, 可将其分解为简单环  $c_1, \dots, c_l$ . 下面证明  $\bar{w}(c_i) = \bar{w}(c)$ ,  $i = 1, \dots, l$ . 为方便叙述, 假设成立  $\bar{w}(c_i) \leq \bar{w}(c_{i+1})$ ,  $i = 1, \dots, l-1$ . 由于  $\bar{w}(c) = \sum_{i=1}^l \bar{w}(c_i) |c_i| / \sum_{i=1}^l |c_i|$ , 可得  $\bar{w}(c) \geq \min_{i=1}^l \bar{w}(c_i)$ . 又由于  $c$  为  $\bar{\mathcal{G}}$  中的最小平均环, 有  $\bar{w}(c) = \min_{i=1}^l \bar{w}(c_i) = \bar{w}(c_1)$ . 类似地, 可得  $\bar{w}(c_i) = \bar{w}(c)$ ,  $i = 1, \dots, l$ . 因此,  $\bar{\mathcal{G}}$  中定存在简单最小平均环  $c^* \subseteq \mathcal{I}$ . 另外, 根据引理 7 中的结论 2) 和式 (15), 可以得到  $J_{\mathbf{u}^*}(z_0) = \bar{w}(c^*)$ .

给定任意可行控制序列  $\mathbf{u} = \{u(k) : k = 0, 1, \dots, K-2\}$ , 可得受限状态轨迹  $\mathcal{T} = \{z(k; z_0, \mathbf{u}) : k = 0, 1, \dots, K-1\}$ . 假设  $K$  足够大, 且  $\beta(k; z_0, \mathbf{u}) \in I(\Omega(s))$ , 即  $\mathcal{C}(z_0, \mathbf{u}) \subseteq \bar{\mathcal{I}}$  对任意  $k \geq K_0$  成立, 将受限状态轨迹  $\mathcal{T}$  分割为两条子轨迹  $\mathcal{T}_1 = \{z(k; z_0, \mathbf{u}) : k < K_0\}$  和  $\mathcal{T}_2 = \{z(k; z_0, \mathbf{u}) : k \geq K_0\}$ . 由于  $\bar{\mathcal{I}}$  为有限集合, 则存在  $l \geq 1$ , 使得

$$\begin{aligned} \frac{\phi(\mathcal{T})}{K} &= \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^l \phi(\mathcal{C}_i) + \frac{\phi(\mathcal{T}_3)}{K} = \\ &= \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^l \psi(\mathcal{C}_i) |C_i| + \frac{\phi(\mathcal{T}_3)}{K} \end{aligned}$$

其中,  $\mathcal{T}_1$  是一条有限状态轨迹,  $\mathcal{C}_i$ ,  $i = 1, \dots, l$  是  $\bar{\mathcal{I}}$  中的简单环,  $\mathcal{T}_3$  是一条集合  $\bar{\mathcal{I}}$  中的简单状态轨迹, 满足  $\mathcal{T}_2 = (\uplus_{i=1}^l \mathcal{C}_i) \uplus \mathcal{T}_3$ ,  $\uplus$  表示保留重复元素的集合取并运算.

对于受限状态环  $\mathcal{C}_i \subseteq \bar{\mathcal{I}}$ ,  $i = 1, \dots, l$ , 其对应一个 FSTG  $\bar{\mathcal{G}}$  中的跟随者状态环  $c_i \subseteq \mathcal{I}$ . 由  $c^*$  是  $\bar{\mathcal{G}}$  中的简单最小平均环以及式 (15), 有

$$\begin{aligned} \frac{\phi(\mathcal{T})}{K} &\geq \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \frac{1}{K} \min_i \{\psi(\mathcal{C}_i)\} \sum_{i=1}^l |C_i| + \frac{\phi(\mathcal{T}_3)}{K} \geq \\ &= \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \frac{K - K_0 - |\mathcal{T}_3|}{K} \bar{w}(c^*) + \frac{\phi(\mathcal{T}_3)}{K} \end{aligned}$$

又由于  $\phi(\mathcal{T}_1)$  和  $\phi(\mathcal{T}_3)$  均为有限值, 可以得到

$$\begin{aligned} J_{\mathbf{u}}(z_0) &= \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\phi(\mathcal{T})}{K} \geq \lim_{K \rightarrow \infty} \left( \frac{K - K_0 - |\mathcal{T}_3|}{K} \bar{w}(c^*) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\phi(\mathcal{T}_1)}{K} + \frac{\phi(\mathcal{T}_3)}{K} \right) = \bar{w}(c^*) \end{aligned}$$

因此,  $J_{\mathbf{u}^*}(z_0) = \min_{\mathbf{u}} J_{\mathbf{u}}(z_0)$ .  $\square$

**注 3.** 文献 [18] 在状态相关衰落信道与安全生产约束下设计了保证 WCS 控制性能的状态反馈控制器. 与之相比, 算法 1 构造的最优控制序列进一步实现了系统通信成本的优化. 此外, 最优控制序列的设计无需依赖于所有智能体的状态信息, 更适

合应用于设备密度较大的场景。

## 5 数值例子

考虑由两个自主装配臂与三个 AGV 构成的异构 IIoT 系统, 其中, AGV 系统中包含一个领航者和两个跟随者。当产线的原材料即将耗尽时, AGV 进入自主装配臂所在的工作区, 自主装配臂通过共享无线信道在设备与远端控制器间交换信息, 将货物搬运到 AGV 上, AGV 进一步将原材料运输到相应的产线。

工作区划分为三个二维区域, 两个自主装配臂的动态形式如式 (2) 所示, 其中, 状态  $x_1(k) = [x_{11}(k) \ x_{12}(k)]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$  和  $x_2(k) \in \mathbf{R}$  表示当前状态与期望状态间的差,  $A_{c,1} = [-0.1 \ -0.1; 0.1 \ 0.2]$ ,  $A_{o,1} = [-1 \ -0.4; -0.5 \ 0.3]$ ,  $A_{c,2} = 0.2$ ,  $A_{o,2} = 1$ , 且受均值为 0、方差为 1 的高斯噪声的干扰。令  $\rho_1 = 0.95$ ,  $\rho_2 = 0.9$ ,  $Q_1$  为  $A_{c,1}^T Q_1 A_{c,1} - Q_1 + I = 0$  的解,  $Q_2 = 1$ , 可以得到  $s_1 \approx 0.28$ ,  $s_2 \approx 0.10$ 。

所有智能体均从区域 2 出发, 且如式 (9) 定义, 每个智能体具有三个模式  $A_{1,1} = [1 \ 0 \ 0]$ ,  $A_{1,2} = [2 \ 1 \ 0]$ ,  $A_{2,1} = [1 \ 1 \ 2]$ ,  $A_{2,2} = [0 \ 0 \ 1]$ ;  $B_{1,1} = [0 \ 0 \ 2]$ ,  $B_{2,1} = [2 \ 1 \ 1]$ 。对于状态相关切换信号,  $\Theta = \delta_3 [1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 3 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1]$ 。则  $F = \delta_9 [1 \ 7 \ 3 \ 5 \ 2 \ 8 \ 2 \ 6 \ 1 \ 3 \ 9 \ 8 \ 4 \ 1 \ 7 \ 1 \ 5 \ 2 \ 6 \ 6 \ 5 \ 1 \ 3 \ 9 \ 4 \ 4 \ 1]$ , MAS 的初始状态为  $z_0 = \delta_{27}^7$ 。给定安全生产约束  $C_\alpha = Col(I_3)$ ,  $C_\beta = Col(I_9) \setminus \{\delta_9^5, \delta_9^8\}$ 。

对于自主装配臂系统传递测量信息与控制指令的无线信道, 令  $s = 4$ , 无线通信策略为  $h_i(0) = h_i(1) = h_i(2) = 1$ ,  $h_i(3) = 0$ ,  $i = 1, 2$ 。传输功率的等级构成的集合为  $\{\mu_{i,1}, \mu_{i,2}\} = \{10, 20\}$ , 且  $\bar{\mu}_i(1, 0) = \bar{\mu}_i(2, 2) = 0.8$ ,  $\bar{\mu}_i(2, 0) = \bar{\mu}_i(1, 2) = 0.2$ ,  $\bar{\mu}_i(1, 1) = \bar{\mu}_i(2, 1) = 0.5$ 。局部信道状态与 MAS 状态的相关性, 即  $\bar{\gamma}_i(a, z)$ , 以及成功解码概率与传输功率及 MAS 状态的相关性, 即  $\bar{\eta}_i(b, z)$ , 由表 2 给定, 其中,  $\mathcal{Z}_1 = \{\delta_{27}^1, \dots, \delta_{27}^7\}$ ,  $\mathcal{Z}_2 = \{\delta_{27}^8, \dots, \delta_{27}^{14}\}$ ,  $\mathcal{Z}_3 = \{\delta_{27}^{15}, \dots, \delta_{27}^{21}\}$ ,  $\mathcal{Z}_4 = \{\delta_{27}^{22}, \dots, \delta_{27}^{27}\}$ 。

根据状态相关信道, 保证 WCS 控制性能要

求的 MAS 受限状态集合为  $\Omega(s) = \{\delta_{27}^1, \dots, \delta_{27}^4, \delta_{27}^6, \delta_{27}^7, \delta_{27}^{15}, \delta_{27}^{16}, \delta_{27}^{18}, \dots, \delta_{27}^{21}\}$ 。关于  $\Omega(s)$  的最大受限控制不变集为  $I(\Omega(s)) = \{\delta_9^1, \delta_9^2, \delta_9^3, \delta_9^6, \delta_9^7, \delta_9^9\}$ 。基于受限 FSTG  $\mathcal{G}$  以  $v_9$  为根的广度优先生成树 (如图 2 所示), 可以得到  $V(T_{v_9}) = \{v_1, \dots, v_4, v_6, v_7, v_9\}$ 。由于  $I(\Omega(s)) \cap V(T_{v_9}) \neq \emptyset$ , 在状态相关衰落信道下, 存在可行控制序列满足 WCS 的控制性能要求和 MAS 的安全生产约束。

加权 FSTG  $\bar{\mathcal{G}}$  如图 3 所示。在  $\bar{\mathcal{G}}$  中有五个简单受限跟随者状态环, 分别为  $c_1 = \{v_1\}$ ,  $c_2 = \{v_2, v_7\}$ ,  $c_3 = \{v_1, v_6, v_7\}$ ,  $c_4 = \{v_2, v_6, v_7\}$ ,  $c_5 = \{v_3\}$ 。由于

$$\bar{w}(c_5) = \min_{1 \leq i \leq 5} \bar{w}(c_i) = 21.4$$

根据算法 1, 可以得到最优控制序列  $u^*(0) = 1$ ,  $u^*(k) = 0, k \geq 1$ , 且最优目标值为  $J_{u^*}(z_0) = \bar{w}(c_5) = 21.4$ 。

在相同状态相关衰落信道参数、功率策略以及 MAS 动态下, 将最优控制序列  $u^*$  与文献 [17] 设计的可行控制策略  $\mu_m$  进行对比, 其中  $\mu_m$  对应结构矩阵  $L = \delta_3 [3 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3]$ 。图 4 分别给出控制序列  $u^*$  以及控制策略  $\mu_m$  下跟随者智能体的状态轨迹  $\beta_1 = \{\beta(k; z_0, u^*) : k = 0, \dots, 10\}$  和  $\beta_2 = \{\beta(k; z_0, \mu_m) : k = 0, \dots, 10\}$ 。仿真结果表明最优控制序列  $u^*$  满足 MAS 的安全生产约束, 而在控制策略  $\mu_m$  下,  $\beta(k; z_0, \mu_m) \notin C_\beta, k = 3, 5, 8, 10$ , 不满足 MAS 的安全生产约束。

此外, 基于状态相关衰落信道, 在控制序列  $u^*$  下, 两个链路的成功传输概率满足  $P\{\lambda_1(k) = 1 | z(k; z_0, u^*)\} = 0.31 > s_1$ ,  $P\{\lambda_2(k) = 1 | z(k; z_0, u^*)\} = 0.13 > s_2, k \geq 2$ 。因此, 控制序列  $u^*$  满足 WCS 的控制性能要求。基于蒙特卡罗法, 可以得到控制序列  $u^*(k)$  作用下 WCS 状态经验平均值的演化, 如图 5 所示。

为了进一步验证控制序列  $u^*$  的最优性, 将其与文献 [18] 设计的状态反馈控制器  $\alpha(k) = \pi_i(\beta(k))$  进行对比, 其中各状态反馈律  $\pi_i$  对应结构矩阵  $L_i$ , 且在其控制作用下, 跟随者状态轨迹进入环  $c_i, L_1 =$

表 2 状态相关衰落信道参数  
Table 2 State-dependent fading channel parameters

$(i, b, a)$	(1, 1, 0)	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	(1, 2, 3)	(2, 1, 0)	(2, 1, 1)	(2, 2, 2)	(2, 2, 3)								
$\mathcal{Z}_1$	0.60	<b>0.20</b>	0.60	<b>0.10</b>	0.63	<b>0.20</b>	0.63	<b>0.50</b>	0.44	<b>0.20</b>	0.44	<b>0.10</b>	0.46	<b>0.00</b>	0.46	<b>0.70</b>
$\mathcal{Z}_2$	0.17	<b>0.30</b>	0.17	<b>0.10</b>	0.18	<b>0.20</b>	0.18	<b>0.40</b>	0.33	<b>0.20</b>	0.33	<b>0.10</b>	0.35	<b>0.50</b>	0.35	<b>0.20</b>
$\mathcal{Z}_3$	0.58	<b>0.10</b>	0.58	<b>0.10</b>	0.62	<b>0.30</b>	0.62	<b>0.50</b>	0.42	<b>0.10</b>	0.42	<b>0.10</b>	0.45	<b>0.10</b>	0.45	<b>0.70</b>
$\mathcal{Z}_4$	0.50	<b>0.00</b>	0.50	<b>0.20</b>	0.53	<b>0.10</b>	0.53	<b>0.70</b>	0.60	<b>0.20</b>	0.60	<b>0.10</b>	0.64	<b>0.10</b>	0.64	<b>0.60</b>

注: 粗体数字表示  $\bar{\gamma}_i(a, z)$ , 其他数字表示  $\bar{\eta}_i(b, z)$ ,  $\mathcal{Z}_i, i = 1, \dots, 4$  表示 MAS 状态集合。

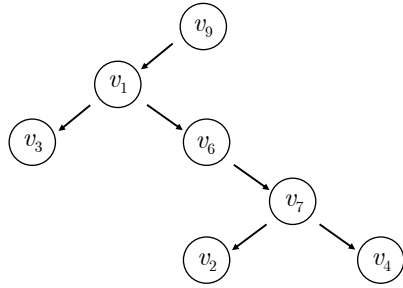


图 2 广度优先生成树  $T_{v_9}$

Fig.2 Breadth-first spanning tree  $T_{v_9}$

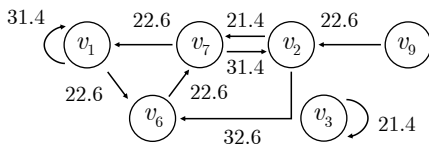


图 3 加权 FSTG  $\bar{G}$

Fig.3 Weighted FSTG  $\bar{G}$

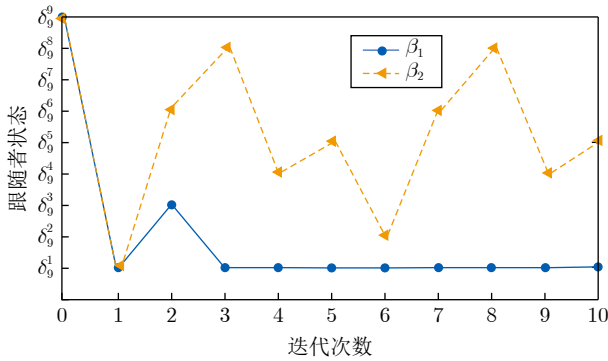


图 4 控制策略  $\mu_m$  和控制序列  $\mathbf{u}^*$  下跟随者智能体状态轨迹的对比结果

Fig.4 Comparison results of followers' state trajectories under control policy  $\mu_m$  and control sequence  $\mathbf{u}^*$

$\delta_3[1 a \cdots a 3]$ ,  $L_2 = \delta_3[3 3 a a a 2 1 a 3]$ ,  $L_3 = \delta_3[3 a a a a 2 2 a 3]$ ,  $L_4 = \delta_3[3 1 a a a 2 1 a 3]$ ,  $a \in \{1, 2, 3\}$ . 图 6 分别给出最优控制序列  $\mathbf{u}^*$  以及状态反馈控制律  $\pi_i$  下的平均成本,  $i = 1, 2, 3, 4$ . 仿真结果表明最优控制序列保证 WCS 控制性能要求的同时, 具有更低的平均成本. 另外, 无穷时域平均成本由跟随者状态轨迹所收敛到的环的平均权重决定. 因此, 所得到的控制序列  $\mathbf{u}^*$  为最优控制序列.

## 6 结束语

本文研究了异构 IIoT 系统的最优控制问题, 在安全生产约束下, 保证多回路 WCS 控制性能的同时最小化 IIoT 系统的平均通信成本. 首先基于状态相关衰落信道模型, 利用矩阵半张量积, 将最

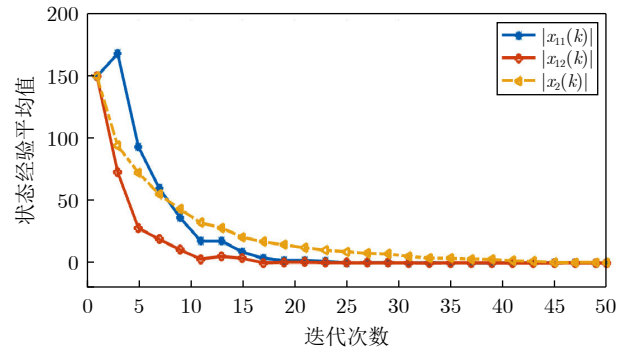


图 5 控制序列  $\mathbf{u}^*$  下 WCS 状态经验平均值的演化

Fig.5 The evolution of the empirical averages of the states for WCS under control sequence  $\mathbf{u}^*$

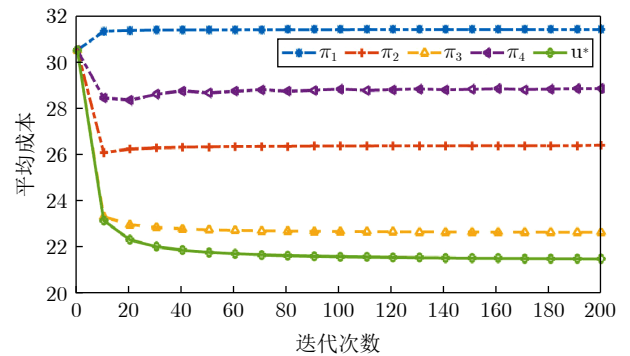


图 6 状态反馈控制律  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  和控制序列  $\mathbf{u}^*$  下平均成本的对比结果

Fig.6 Comparison results of average costs under state feedback laws  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  and control sequence  $\mathbf{u}^*$

优控制问题的可行性等价转化为 MAS 的受限集合镇定问题; 其次, 建立了受限 FSTG, 并基于此提出了最优控制问题的可行性图判据; 最后, 分析了最优控制序列的性质, 基于加权 FSTG 的最小平均环理论, 建立了领航者最优控制序列的构造算法. 相比现有状态相关衰落信道下 IIoT 系统无线控制的结果, 所得到的最优控制序列进一步实现了系统通信成本的优化. 此外, 由于只需对领航者施加外部控制输入, 且控制设计无需依赖于所有智能体的状态信息, 理论结果更适合应用于较大规模的 MAS 场景. 未来的工作将进一步考虑 MAS 的生产任务, 进行 WCS 与 MAS 控制的联合设计.

## References

- Guan Xin-Ping, Chen Cai-Lian, Yang Bo, Hua Chang-Chun, Luy Ling, Zhu Shan-Ying. Towards the integration of sensing, transmission and control for industrial network systems: Challenges and recent developments. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(1): 25-36  
(关新平, 陈彩莲, 杨博, 华长春, 吕玲, 朱善迎. 工业网络系统的感知-传输-控制一体化: 挑战和进展. *自动化学报*, 2019, **45**(1): 25-36)

- 2 Sisinni E, Saifullah A, Han S, Jennehag U, Gidlund M. Industrial internet of things: Challenges, opportunities, and directions. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, **14**(11): 4724–4734
- 3 Yu Hai-Bin, Zeng Peng, Liang Wei, Wang Zhong-Feng, Liu Yang, Xu Chi. Wireless industrial control system: Architecture, key technologies and applications. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(3): 540–549  
(于海斌, 曾鹏, 梁炜, 王忠锋, 刘阳, 许驰. 无线化工业控制系统: 架构、关键技术及应用. 自动化学报, 2023, **49**(3): 540–549)
- 4 Qiu Ying, Zhang Jing-Xuan, Ke Jie, Fang Meng-Yuan, Xu Wei-Qiang. A survey of real-time transmission scheduling algorithms for industrial wireless network. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(11): 2102–2127  
(裘莹, 张敬宣, 柯杰, 方梦园, 徐伟强. 工业无线网络实时传输调度算法研究综述. 自动化学报, 2024, **50**(11): 2102–2127)
- 5 Baumann D, Mager F, Wetzker U, Thiele L, Zimmerling M, Trimpe S. Wireless control for smart manufacturing: Recent approaches and open challenges. *Proceedings of the IEEE*, 2021, **109**(4): 441–467
- 6 Park P, Ergen S C, Fischione C, Lu C Y, Johansson K H. Wireless network design for control systems: A survey. *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, 2018, **20**(2): 978–1013
- 7 Chen K C, Lin S C, Hsiao J H, Liu C H, Molisch A F, Fettweis G P. Wireless networked multirobot systems in smart factories. *Proceedings of the IEEE*, 2021, **109**(4): 468–494
- 8 Agrawal P, Ahlén A, Olofsson T, Gidlund M. Long term channel characterization for energy efficient transmission in industrial environments. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, **62**(8): 3004–3014
- 9 Ahlen A, Akerberg J, Eriksson M, Isaksson A J, Iwaki T, Johansson K H, et al. Toward wireless control in industrial process automation: A case study at a paper mill. *IEEE Control Systems Magazine*, 2019, **39**(5): 36–57
- 10 Yang Xiao-Jun, Xing Ke-Yi. Channel fault tolerant target tracking in multi-hop wireless sensor networks based on particle filtering. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(4): 440–448  
(杨小军, 邢科义. 无线多跳传感器网络下基于粒子滤波的信道容错的目标跟踪方法. 自动化学报, 2011, **37**(4): 440–448)
- 11 Liu W C, Quevedo D E, Johansson K H, Vucetic B, Li Y H. Stability conditions for remote state estimation of multiple systems over multiple Markov fading channels. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(7): 4273–4280
- 12 Hu B, Lemmon M D. Using channel state feedback to achieve resilience to deep fades in wireless networked control systems. In: Proceedings of the 2nd ACM International Conference on High Confidence Networked Systems. Philadelphia, USA: ACM, 2013. 41–48
- 13 Yaron O, Sidi M. Performance and stability of communication networks via robust exponential bounds. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1993, **1**(3): 372–385
- 14 Hu B, Lemmon M D. Distributed switching control to achieve almost sure safety for leader-follower vehicular networked systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(12): 3195–3209
- 15 Hu B. Event-based adaptive power control in vehicular networked systems with state-dependent bursty fading channels. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, **67**(3): 506–510
- 16 Hu B, Wang Y B, Orlik P V, Koike-Akino T, Guo J L. Co-design of safe and efficient networked control systems in factory automation with state-dependent wireless fading channels. *Automatica*, 2019, **105**: 334–346
- 17 Hu B, Tamba T A. Optimal transmission power and controller design for networked control systems under state-dependent Markovian channels. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, **67**(10): 5669–5676
- 18 Wang S L, Li P Z, Zhu S Y, Chen C L. Opportunistic wireless control over state-dependent fading channels. In: Proceedings of the 61st IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2022. 3896–3901
- 19 Chen F, Cheng Z Q, Xiang L Y, Liu Z X, Yuan Z Z. Reaching a consensus via pinning control. *Automatica*, 2009, **45**: 1215–1220
- 20 Guan Yong-Qiang, Ji Zhi-Jian, Zhang Lin, Wang Long. Recent developments on controllability of multi-agent systems. *Control Theory and Applications*, 2015, **32**(4): 421–431  
(关永强, 纪志坚, 张霖, 王龙. 多智能体系统能控性研究进展. 控制理论与应用, 2015, **32**(4): 421–431)
- 21 Cheng Dai-Zhan, Qi Hong-Sheng. *Semi-tensor Product of Matrices: Theory and Application, 2nd Edition*. Beijing: Science Press, 2011.  
(程代展, 齐洪胜. 矩阵的半张量积——理论与应用, 第二版. 北京: 科学出版社, 2011.)
- 22 Cheng D Z, Qi H S, Zhao Y. *An Introduction to Semi-tensor Product of Matrices and Its Applications*. Singapore: World Scientific, 2012.
- 23 Hespanha J P. *Linear Systems Theory, 2nd edition*. Princeton, New Jersey, USA: Princeton University Press, 2018.
- 24 Pasqualetti F, Borra D, Bullo F. Consensus networks over finite fields. *Automatica*, 2014, **50**: 349–358
- 25 Sundaram S, Hadjicostis C N. Structural controllability and observability of linear systems over finite fields with applications to multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(1): 60–73
- 26 Lidl R, Niederreiter H. *Finite Fields*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 1996.
- 27 Gatsis K, Pajic M, Ribeiro A, Pappas G J. Opportunistic control over shared wireless channels. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(12): 3140–3155
- 28 Gatsis K, Ribeiro A, Pappas G. Random access design for wireless control systems. *Automatica*, 2018, **91**: 1–9
- 29 Li Y L, Li H T, Ding X Y. Set stability of switched delayed logical networks with application to finite-field consensus. *Automatica*, 2020, **113**: Article No. 108768
- 30 Cormen T H, Leiserson C E, Rivest R L, Stein C. Introduction to Algorithms, 3rd edition. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2009.
- 31 Zhao Y, Qi H S, Cheng, D Z. Input-state incidence matrix of Boolean control networks and its applications. *Systems and Control Letters*, 2010, **59**: 767–774
- 32 Wu L Y, Sun J T. Optimal preview pinning control of Boolean networks. *ISA Transactions*, 2024, **146**: 291–296
- 33 Wu Y H, Guo Y Q, Toyoda M. Policy iteration approach to the infinite horizon average optimal control of probabilistic Boolean networks. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, **32**(7): 2910–2924
- 34 Kharade S, Sutavani S, Yerudkar A, Wagh S, Liu Y, Vecchio C D, Singh N M. Optimal control of Boolean control networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, **69**(2): 1316–1323
- 35 Gao S H, Sun C K, Xiang C, Qin K R, Lee T H. Infinite-horizon optimal control of switched Boolean control networks with average cost: An efficient graph-theoretical approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(4): 2314–2328
- 36 Gao S H, Xiang C, Lee T H. Set invariance and optimal set stabilization of Boolean control networks: A graphical approach. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, **8**(1): 400–412
- 37 Chaturvedi M, McConnell R M. A note on finding minimum



mean cycle. *Information Processing Letters*, 2017, **127**: 21–22

- 38 Karp R M. A characterization of the minimum cycle mean in a digraph. *Discrete mathematics*, 1978, **23**(3): 309–311



**王淑玲** 上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究方向为工业物联网系统的传输与控制设计.

E-mail: [shulingwang2018@163.com](mailto:shulingwang2018@163.com)  
(**WANG Shu-Ling** Ph.D. candidate in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. Her research interest covers transmission and control design of industrial internet of things systems.)



**李沛哲** 上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究方向为工业物联网系统的感知与传输联合设计.

E-mail: [lipeizhe2020@sjtu.edu.cn](mailto:lipeizhe2020@sjtu.edu.cn)  
(**LI Pei-Zhe** Ph.D. candidate in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers co-design of sensing and transmission in industrial internet of things systems.)



**朱善迎** 上海交通大学自动化系研究员, 国家优秀青年科学基金获得者. 主要研究方向为信息物理融合系统的分布式优化与控制. 本文通信作者.

E-mail: [shyzhu@sjtu.edu.cn](mailto:shyzhu@sjtu.edu.cn)  
(**ZHU Shan-Ying** Professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. He is a winner of the National Outstanding Youth Science Foundation. His research interest covers distributed optimization and control of cyber-physical systems. Corresponding au-

thor of this paper.)



**陈彩莲** 上海交通大学自动化系特聘教授, 国家杰出青年科学基金获得者, 教育部青年长江学者. 主要研究方向为无线传感器网络与工业应用, 计算智能, 分布式状态感知与优化, 智能交通中车联网及应用.

E-mail: [cailianchen@sjtu.edu.cn](mailto:cailianchen@sjtu.edu.cn)

(**CHEN Cai-Lian** Distinguished professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. She is a winner of the National Science Fund for Distinguished Young Scholars, and Changjiang Young Scholar of Ministry of Education. Her research interest covers wireless sensor networks and industrial applications, computational intelligence, distributed situation awareness and optimization, and internet of vehicles and applications in intelligent transportation.)



**关新平** IEEE/CAA Fellow. 上海交通大学自动化系讲席教授. 国家杰出青年科学基金获得者, 教育部长江学者特聘教授. 主要研究方向为工业信息物理融合系统, 智能工厂中无线网络及应用, 水下传感器网络.

E-mail: [xpguan@sjtu.edu.cn](mailto:xpguan@sjtu.edu.cn)

(**GUAN Xin-Ping** IEEE/CAA Fellow. Chair professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. He is a winner of the National Science Fund for Distinguished Young Scholars, and Changjiang Scholar of Ministry of Education. His research interest covers industrial cyber-physical systems, wireless networking and applications in smart factory, and underwater sensor networks.)