



## 基于零和微分博弈的航天器编队通信链路故障容错控制

任好 马亚杰 姜斌 刘成瑞

### Fault-tolerant Control for Spacecraft Formation With Communication Faults Based on Zero-sum Differential Game

REN Hao, MA Ya-Jie, JIANG Bin, LIU Cheng-Rui

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c240115>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### 航天器位姿运动一体化直接自适应容错控制研究

Adaptive Direct Fault-tolerant Control Design for Spacecraft Integrated Attitude and Orbit System

自动化学报. 2023, 49(3): 678–686 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220501>

### 故障诊断与容错控制的一个新框架

A New Framework for Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control

自动化学报. 2021, 47(5): 1035–1042 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c190004>

### 未知非线性零和博弈最优跟踪的事件触发控制设计

Event-triggered Control Design for Optimal Tracking of Unknown Nonlinear Zero-sum Games

自动化学报. 2023, 49(1): 91–101 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220378>

### 具有角速度和输入约束的航天器姿态协同控制

Spacecraft Attitude Coordination Control With Angular Velocity and Input Constraints

自动化学报. 2021, 47(6): 1444–1452 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180736>

### 基于层级结构的空地协同预设时间最优容错控制

Hierarchical-based Prescribed-time Optimal Fault-tolerant Control for Air-ground Cooperative System

自动化学报. 2024, 50(8): 1589–1600 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c230699>

### 基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制

Adaptive Reliable Control of Multi-agent Systems Based on Dynamic Event-triggered Communication Protocol

自动化学报. 2024, 50(5): 924–936 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c230766>

# 基于零和微分博弈的航天器编队通信链路故障容错控制

任好<sup>1</sup> 马亚杰<sup>1,2</sup> 姜斌<sup>1,2</sup> 刘成瑞<sup>3,4</sup>

**摘要** 针对可能由不确定干扰和网络攻击引起的通信链路故障的航天器编队控制系统, 提出一种基于零和微分博弈的最优容错控制方法. 该方法通过构建描述编队协同控制的性能函数, 将通信链路故障容错控制问题等效转换为零和微分博弈模型. 采用 Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJI) 方程和极小极大原则设计博弈中的优化解, 并利用自适应动态规划算法对其进行在线逼近, 以获得编队的最优容错控制策略, 保证航天器通信链路故障下的在轨稳定性和最优性能. 仿真结果表明本文设计的分布式最优容错控制律的有效性.

**关键词** 自适应动态规划, 通信链路故障, 容错控制, 航天器编队控制系统, 零和微分博弈

**引用格式** 任好, 马亚杰, 姜斌, 刘成瑞. 基于零和微分博弈的航天器编队通信链路故障容错控制. 自动化学报, 2025, 51(1): 1-12

**DOI** 10.16383/j.aas.c240115 **CSTR** 32138.14.j.aas.c240115

## Fault-tolerant Control for Spacecraft Formation With Communication Faults Based on Zero-sum Differential Game

REN Hao<sup>1</sup> MA Ya-Jie<sup>1,2</sup> JIANG Bin<sup>1,2</sup> LIU Cheng-Rui<sup>3,4</sup>

**Abstract** This paper presents an optimal fault-tolerant control approach for spacecraft formation control systems in the presence of communication faults arising from uncertain disturbance and cyber-attacks. The approach is based on zero-sum differential games and involves transforming the fault-tolerant control problem of communication faults into an equivalent zero-sum and differential game model. This transformation is achieved through the construction of a performance function that describes cooperative formation control. The methodology employs Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJI) equations and the minimax principle for designing optimization solutions within the game. Furthermore, an adaptive dynamic programming algorithm is utilized for online approximation. This approach yields the optimal fault-tolerant control strategy for the formation, ensuring both on-orbit stability and optimal performance in the event of spacecraft communication faults. Simulation results provide empirical evidence of the effectiveness of the proposed distributed optimal fault-tolerant control law.

**Key words** Adaptive dynamic programming, communication faults, fault-tolerant control, spacecraft formation control systems, zero-sum differential game

**Citation** Ren Hao, Ma Ya-Jie, Jiang Bin, Liu Cheng-Rui. Fault-tolerant Control for spacecraft formation with communication faults based on zero-sum differential game. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(1): 1-12

收稿日期 2024-03-05 录用日期 2024-08-07

Manuscript received March 5, 2024; accepted August 7, 2024

国家自然科学基金 (62273177, 62020106003, 62233009), 江苏省自然科学基金 (BK20211566, BK20222012), 高校学科创新引智基地 (B20007), 空间智能控制技术全国重点实验室开放基金 (HTKJ2023KL502006), 中央高校基本科研业务费 (NI2024001), 江苏省研究生科研与实践创新 (KYCX23\_0383), 国家留学基金 (202306830097) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62273177, 62020106003, 62233009), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20211566, BK20222012), Program of Introducing Talents of Discipline to Universities of China (B20007), National Key Laboratory of Space Intelligent Control (HTKJ2023KL502006), Fundamental Research Funds for the Central Universities (NI2024001), Postgraduate Research and Practice Innovation Program of Jiangsu Province (KYCX23\_0383), and National Scholarship Council of China (202306830097)

本文责任编辑 秦家虎

Recommended by Associate Editor QIN Jia-Hu

1. 南京航空航天大学自动化学院 南京 210016 2. 直升机动力学全国重点实验室 南京 210016 3. 北京控制工程研究所 北京 100190 4. 空间智能控制技术全国重点实验室 北京 100190

近年来, 随着航天技术的迅速发展, 航天器编队飞行已经成为进行空间探索、科学研究和空间资源开发的重要手段. 然而, 随着空间任务的不断复杂化, 确保编队控制系统的可靠性和抗干扰能力面临着关键性挑战. 航天器编队控制涉及多个航天器在编队内协调运动和相对定位. 太空环境的复杂性, 包括极端温度、对辐射的高敏感性以及通信限制等, 给航天器编队系统带来重大风险, 可能导致组件故障或通信中断<sup>[1-5]</sup>. 在实际飞行任务中, 多种因素, 如电磁干扰、大气折射、太阳风暴干扰以及空间微粒, 都可能对航天器间通信链路造成故障干扰, 导致接

1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016 2. National Key Laboratory of Helicopter Aeromechanics, Nanjing 210016 3. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190 4. National Laboratory of Space Intelligent Control, Beijing 100190

收信息的误差. 除环境干扰外, 如来自敌对方的恶意干扰和网络攻击等因素也会给拓扑中的航天器编队飞行产生不利影响. 然而, 在航天器编队飞行任务中, 高质量的通信链路对于航天器之间的信息交流和协调至关重要. 一旦通信链路发生故障, 航天器间的数据传输质量可能下降, 甚至无法建立有效连接<sup>[6]</sup>. 因此, 为确保航天器编队飞行任务的成功和安全, 建立可靠的容错控制策略变得至关重要<sup>[7-11]</sup>.

大多数航天器编队系统的故障考虑了单个航天器飞行过程中执行器发生的问题. 这类故障影响范围主要局限于该故障航天器本身, 造成失控或功能异常. 研究人员已经提出一系列与航天器执行器故障容错控制相关的研究方案, 包括自适应控制<sup>[12-14]</sup>、滑模控制<sup>[15-16]</sup>、模糊控制<sup>[17]</sup>等. 然而, 考虑到在航天器编队飞行过程中可能发生通信故障, 这可能导致航天器间的通信或拓扑故障, 从而对编队飞行任务执行和航天器自身状态产生影响. 这将导致个体航天器接收到与其通信相连的其他航天器的故障信息, 可能导致编队航天器出现状态发散、失控等问题. 该故障影响通常不局限于单一航天器, 而是影响到整个编队中的多个航天器, 尤其是受干扰航天器的邻近航天器. 目前, 针对航天器编队飞行任务中通信故障的容错控制问题的研究还相对较少.

目前, 关于考虑通信故障的研究主要集中在通信拓扑故障方面, 通常可分为两大类情况: 第一类侧重于不可恢复的通信, 可能是由于硬件故障、信号退化或环境障碍造成的, 这种情况下通信连接无法恢复. 例如, 文献 [18] 提出在故障拓扑中引入新的通信连接, 以确保在故障情况下多智能体系统仍能实现一致性目标; 另一类情况是通信拓扑发生混乱, 即通信链路中存在不确定性, 这些故障是由链路条件波动或间歇性影响信号的物理障碍引起的. 例如, 文献 [19] 针对通信延迟、信号衰减和外部干扰等问题研究了分布式一致性算法的鲁棒性. 文献 [20] 提出针对岛内交流微电网通信故障的分布式自适应控制方案, 以保持控制性能; 文献 [21] 研究了具有通信链路故障的线性系统的弹性控制问题, 并提出一种基于拓扑链路权值调整的自适应控制策略; 文献 [22] 研究了具有事件触发通信的不确定非线性系统的分布式一致性跟踪问题; 文献 [23] 研究了受到随机扰动影响下环面网络平均一致性的均方误差性能, 而文献 [24] 则分析并研究了不确定拓扑下一致性网络的鲁棒稳定性问题. 此外, 国内外学者还对诸如丢包<sup>[25]</sup>、时间延迟<sup>[26]</sup>、信道噪声和干扰<sup>[27]</sup>、带宽约束<sup>[28]</sup>和动态拓扑<sup>[29]</sup>等通信故障问题进行了

研究. 然而这些研究主要关注处理通信拓扑权重故障, 即通信链路的权重发生常值或时变变化. 对于拓扑中发生的由网络攻击、不确定干扰等原因引起的通信链路故障, 将使得航天器邻域编队信息存在不确定性, 进而影响航天器编队队形的准确性, 可能导致编队任务不能顺利进行, 目前针对该故障研究尚相对较少.

除了确保航天器控制系统的稳定性, 优化控制性能以获得最优控制效果也非常重要. 现有的容错控制方法虽然能够在故障发生后保证系统稳定运行, 但大多不能同时确保控制性能的最优化. 微分博弈方作为一种特殊的最优控制方法, 最初用于决策问题的分析, 主要应用于军事战略和追踪问题. 随着理论的发展, 微分博弈方法在控制技术和容错控制技术方面的应用也逐渐广泛化, 在航天器上的主要研究包括追逃博弈<sup>[30-31]</sup>、接管失效航天器<sup>[32]</sup>、攻击防御<sup>[33]</sup>等. 在文献 [30-33] 中, 分别将主动航天器和逃逸航天器、主动航天器和失效航天器、攻击航天器和防御航天器视作博弈对抗方. 随着微分博弈理论的成熟, 其更广泛地应用在控制领域. 然而目前采用微分博弈方法解决故障补偿问题的研究较少. 文献 [34] 针对非线性互联系统执行器加性故障, 研究了基于零和微分博弈的最优控制策略. 文献 [35] 针对严格反馈的非线性离散控制系统执行器失效故障和偏置故障, 基于自适应神经网络设计了容错控制律. 但是上述文献均针对执行器故障, 未考虑航天器编队飞行中的通信链路故障问题. 就容错控制问题而言, 与传统方法相比, 如图 1 所示, 微分博弈控制方法的主要优点在于对抗策略优化, 同时最大限度地减少能量消耗并实现特定的控制目标, 应对故障, 特别是可能由恶意干扰或网络攻击产生的故障能有更好的控制效果. 并且利用微分博弈论的动态对抗特性, 能够更灵活地适应和应对不断变化的

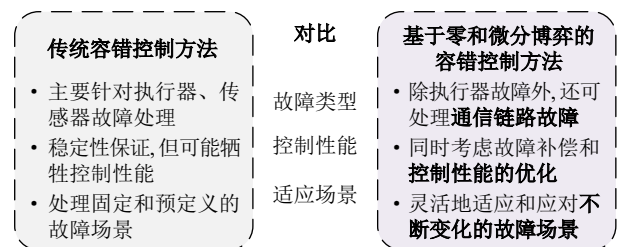


图 1 传统容错控制方法与基于零和微分博弈容错控制方法对比图

Fig. 1 Comparison between traditional fault-tolerant control methods and fault-tolerant control methods based on zero-sum differential games

故障场景, 实现优化和调整.

基于以上文献的启发, 本文针对航天器编队控制系统通信链路故障问题, 提出一种基于零和微分博弈的最优容错控制方法. 本文的主要贡献如下:

1) 本文运用零和微分博弈理论, 设计了一种分布式容错控制策略, 旨在同时确保航天器编队系统的稳定性和最小化编队控制的能耗.

2) 本文考虑航天器编队控制系统中可能由环境干扰、恶意干扰或者网络攻击产生的通信链路故障, 通过解决由故障引起的邻域状态误差的不确定性问题, 采用零和微分博弈理论, 确保即使在接收到故障的邻域信息时, 单个航天器仍能在编队中维持其性能的稳定性和控制消耗最优化, 即维持航天器编队飞行.

3) 针对通信链路故障引起的未知邻域误差, 本文采用自适应动态规划算法构建评价网络, 基于已知故障邻域信息重新构建权值网络, 以实现分布式协同控制.

本文其余内容结构如下: 第 1 节介绍航天器编队控制系统的运动学及动力学模型, 并描述、构建了通信链路故障及其故障补偿问题; 第 2 节给出基于零和微分博弈的航天器编队控制系统最优容错控制方法的具体设计过程; 第 3 节给出仿真条件及仿真结果, 验证了所设故障补偿方法的有效性; 第 4 节总结了全文.

## 1 问题描述

本节建立了有向通信拓扑下航天器编队相对运动数学模型, 提出了多航天器间通信传输故障的容错控制问题.

### 1.1 图论知识

本文将考虑有向拓扑图  $G$  下由  $N$  个航天器构成的飞行编队. 图  $G$  包含  $(V, E)$ , 其中  $V = \{v_1, \dots, v_N\}$  表示节点集,  $E \subseteq V \times V$  表示所有航天器之间的边集. 邻接矩阵  $E = [\varepsilon_{ij}]$ , 且若  $(v_i, v_j) \in E$  则  $\varepsilon_{ij} > 0$ , 否则  $\varepsilon_{ij} = 0$ . 航天器  $i$  的邻集定义为  $\mathcal{N}_i = \{v_j : (v_j, v_i) \in E, v_j \in V, j \neq i\}$ , 表示航天器  $i$  可以接收到航天器  $j$  的位置和速度信息.

### 1.2 航天器相对运动模型

考虑在圆轨道上运行的航天器作为虚拟参考航天器, 第  $i$  个航天器在如图 2 所示的虚拟参考航天器对地定向姿态 (Local vertical local horizontal, LVLH) 坐标系  $O-XYZ$  下的动力学建模为<sup>[36]</sup>

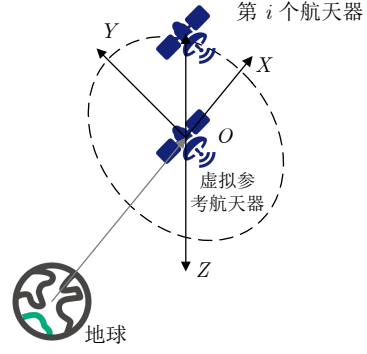


图 2 LVLH 坐标系

Fig.2 LVLH coordinate system

$$\begin{cases} \ddot{x}_i - 2\omega\dot{y}_i - 3\omega^2x_i = u_{xi} \\ \ddot{y}_i + 2\omega\dot{x}_i = u_{yi} \\ \ddot{z}_i + \omega^2z_i = u_{zi} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ ,  $\omega$  表示虚拟参考航天器的角速度,  $x_i, y_i, z_i \in \mathbf{R}$  和  $u_{xi}, u_{yi}, u_{zi} \in \mathbf{R}$  分别为第  $i$  个航天器的三轴坐标和控制输入. 标记  $p_i = [x_i, y_i, z_i]^T \in \mathbf{R}^3$ ,  $u_i = [u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}]^T \in \mathbf{R}^3$ , 定义  $v_i = [\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^T \in \mathbf{R}^3$  为跟踪航天器的相对速度. 结合式 (1), 定义  $X_i = [p_i^T, v_i^T]^T \in \mathbf{R}^6$ , 跟踪航天器的相对运动模型可以表示为

$$\dot{X}_i = \begin{bmatrix} \dot{p}_i \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ F_1 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix} u_i = FX_i + Bu_i \quad (2)$$

其中,

$$F_1 = \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega & 0 \\ -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ F_1 & F_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

第  $i$  个跟踪航天器的邻域编队误差  $\delta_i \in \mathbf{R}^6$  可表示为

$$\delta_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (X_i - X_j - X_{ij}^d) \quad (6)$$

其中,  $X_{ij}^d = [(p_{ij}^d)^T, (v_{ij}^d)^T]^T \in \mathbf{R}^6$ ,  $p_{ij}^d \in \mathbf{R}^3$  和  $v_{ij}^d \in \mathbf{R}^3$  分别表示第  $i$  个航天器相对于虚拟参考航天器理想的位置和速度.



### 1.3 通信链路故障模型

本文考虑多航天器之间发生的通信链路故障,如图3所示,其中第*i*个航天器也许会接收到与它相连的第*j*,  $(j, i) \in \mathcal{N}_i$ 个航天器的错误的状态信息. 第*i*个航天器的故障的邻域编队误差可以表示为

$$\delta_{fi} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (X_i - X_j^{f_i} - X_{ij}^d) \quad (7)$$

其中,  $X_j^{f_i} = X_j + \Delta X_{ij}$  表示第*i*个航天器接收到的第*j*个航天器故障的邻居航天器状态信息,  $\Delta X_{ij}$  表示不确定故障信号.

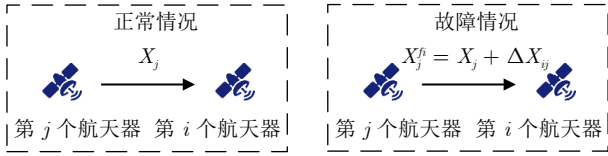


图3 通信链路故障示意图

Fig.3 Schematic diagram of communication faults

**假设 1.** 不确定通信故障  $X_j^{f_i}(t)$  及其一阶导数有界, 即  $\|\Delta X_{ij}(t)\| \leq \Delta X_{ij}^m$ ,  $\|\Delta \dot{X}_{ij}(t)\| \leq \Delta X_{ij}^{dm}$ , 其中:  $\Delta X_{ij}^m, \Delta X_{ij}^{dm} > 0$  为未知常数.

结合式(6),  $\delta_i$  的动力学可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (\dot{X}_i - \dot{X}_j - \dot{X}_{ij}^d) = \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (\dot{X}_i - \dot{X}_j^{f_i} - \dot{X}_{ij}^d) + d_i = \\ & \dot{\delta}_{fi} + d_i \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $d_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \Delta \dot{X}_{ij}$  表示不确定偏置信号,  $\delta_{fi}$  的导数  $\dot{\delta}_{fi} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (\dot{X}_i - \dot{X}_j^{f_i} - \dot{X}_{ij}^d)$  可以进一步表示为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{fi} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (FX_i + Bu_i) - \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (AX_j^{f_i} + Bu_j) \end{aligned} \quad (9)$$

由假设 1 可得通信链路故障产生的不确定偏置信号  $d_i(t)$  有界, 即  $\|d_i(t)\| \leq d_m$ , 且  $d_m > 0$  为一个未知常数.

### 1.4 控制目标

本文的控制目标是在有向拓扑下, 设计分布式自适应容错控制方案使得即使在编队飞行中发生如式(7)所示通信链路故障时, 仍能保证单航天器的稳定性与编队飞行跟踪性能. 本文将通信链路故障

直接纳入目标性能函数来评估跟踪性能和对这些故障的鲁棒性. 在这个微分博弈框架中, 目标性能函数的设计不仅可以最小化跟踪误差和控制能耗消耗, 还可以明确地补偿通信链路故障带来的不利影响. 本文定义第*i*个航天器的性能函数为

$$\begin{aligned} J_i(\delta_i(0), u_i, u_{-i}, d_i) &= \int_0^\infty (\delta_i^T Q_i \delta_i + \\ & u_i^T R_{ii} u_i - \theta_i d_i^T P_i d_i + \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i} u_j^T R_{ij} u_j) d\tau \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $Q_i \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ ,  $R_{ii} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ,  $R_{ij} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  和  $P_i \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$  为选定的正定对称矩阵,  $\theta_i > 0$ . 每个航天器的邻域编队误差  $\delta_i(t)$  保持在预定的界内, 且该界满足一致最终有界 (Uniformly ultimately bounded, UUB), 即对  $t > t_0 + T(c, \delta_i(0))$ ,  $\|\delta_i(t)\| \leq c$ ,  $c \geq 0$ .

## 2 最优容错控制设计

本节将针对带有通信链路故障的航天器编队控制系统进行最优容错控制设计, 基于微分博弈控制方法设计的容错控制律  $u_i^*$ , 并对系统性能进行分析.

### 2.1 零和微分博弈构建

由*i*个航天器的性能函数(10)设定微分博弈, 第*i*个航天器的控制信号  $u_i(t)$ , 与该航天器拓扑相连的航天器的控制信号  $u_j(t)$ ,  $(j, i) \in \mathcal{N}_i$  和由通信传输故障产生的偏置信号  $d_i(t)$  为博弈参与者. 航天器控制器需要完成控制目标, 即保证单航天器的稳定性以及航天器编队飞行的跟踪性能, 使性能函数最小; 而故障产生的偏置信号旨在破坏编队系统性能, 使性能函数最大. 因此, 本文的控制目标转化为设计航天器的控制信号使故障对系统影响最小的同时, 控制消耗的系统能量最少. 该航天器编队飞行通信链路故障容错控制问题可以描述为

$$\begin{aligned} J_i^*(\delta_i(0)) &= \min_{u_i} \max_{d_i} \int_0^\infty \left( \delta_i^T Q_i \delta_i + u_i^T R_{ii} u_i + \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} u_j^{*T} R_{ij} u_j^* - \theta_i d_i^T P_i d_i \right) d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

通过使偏置故障信号  $d_i(t)$  和控制信号  $u_i(t)$  达到均衡点, 能够确保编队飞行的跟踪任务得以完成, 并且系统性能达到最优. 该均衡点又称为这个博弈的鞍点  $(u_i^*, u_{-i}^*, d_i^*)$ , 满足

$$J_i(u_i^*, u_{-i}^*, d_i) \leq J_i(u_i^*, u_{-i}^*, d_i^*) \leq J_i(u_i, u_{-i}^*, d_i^*) \quad (12)$$

该不等式可以通过 Nash-Pontryagin 极小极大原理进行求解.

定义第  $i$  个航天器性能函数 (10) 对应的 Hamilton 函数为

$$H_i(\delta_i, \nabla J_i, u_i, u_{-i}, d_i) = \nabla J_i \dot{\delta}_i + u_i^T R_{ii} u_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} u_j^T R_{ij} u_j - \theta_i d_i^T P_i d_i + \delta_i^T Q_i \delta_i \quad (13)$$

其中,  $\nabla J_i(\delta_i) = \frac{\partial J_i(\delta_i)}{\partial \delta_i}$ . 由 Nash-Pontryagin 极小极大原理, 可以进一步得到

$$0 = \min_{u_i} \max_{d_i} H_i(\delta_i, \nabla J_i^*, u_i, u_{-i}, d_i) \quad (14)$$

边界条件为  $J_i(0) = 0$ . 由式 (14) 的极值条件:

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_i} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial d_i} = 0 \quad (16)$$

结合式 (13) 中的 Hamilton 函数, 可得第  $i$  个航天器的控制量与偏置故障值的最优策略分别为

$$u_i^* = -\frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} R_{ii}^{-1} B^T \nabla J_i^*(\delta_i) \quad (17)$$

$$d_i^* = \frac{1}{2\theta_i} P_i^{-1} \nabla J_i^*(\delta_i) \quad (18)$$

其中, 式 (17) 表示第  $i$  个航天器在编队飞行中应对通信链路故障的最优控制策略, 表示能够完成控制目标的最优控制律, 式 (18) 表示由通信传输故障产生的偏置信号的最优解, 表示对系统影响最严重的故障值. 将求解的策略代入 HJI 方程中, 可得:

$$0 = \delta_i^T Q_i \delta_i + \nabla J_i^{*T} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} F X_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (F X_j^{f_i} + B u_j^*) - \dot{X}_{ij}^d \right) - \frac{1}{4} \nabla J_i^{*T} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \right)^2 B R_{ii}^{-1} B^T \nabla J_i^* + \frac{1}{4} \nabla J_j^{*T} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 B R_{jj}^{-1} R_{ij} R_{jj}^{-1} B^T \nabla J_j^* + \frac{1}{4\theta_i} \nabla J_i^{*T} P_i^{-1} \nabla J_i^* \quad (19)$$

## 2.2 性能分析

本部分将针对设计的标称控制器进行性能分析.

**引理 1.** 考虑带有如式 (7) 所示通信链路故障的航天器编队控制系统邻域编队误差动力学方程式 (8), 采用基于微分博弈理论设计的最优控制律 (17) 应对通信故障, 能够保证航天器编队飞行的跟踪性能.

**证明.** 选取 Lyapunov 函数

$$V_{1i}(\delta_i) = J_i^*(\delta_i) \quad (20)$$

结合式 (9), 由于  $Q_i, R_{ii}, P_i, R_{ij}$  均为正定对称矩阵, 且  $\theta_i > 0$ , 因此对于任意的邻域编队误差, 控制输入和故障值, 总能找到合适的参数使得  $V_{1i}(\delta_i) > 0$ . 由控制输入和故障值的最优策略 (式 (17) 和式 (18)) 以及 HJI 方程 (式 (19)),  $V_{1i}(\delta_i)$  的导数可以表示为

$$\dot{V}_{1i}(\delta_i) = \nabla J_i^*(\delta_i) \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} F X_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} B U_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} F X_j^{f_i} - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} B U_j - \dot{X}_{ij}^d + d_i \right) \quad (21)$$

结合 HJI 方程 (19), 进一步可以得到:

$$\dot{V}_{1i} = -\frac{1}{4} \nabla J_i^{*T} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \right)^2 B R_{ii}^{-1} B^T \nabla J_i^* - \frac{1}{4} \nabla J_j^{*T} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 B R_{jj}^{-1} R_{ij} R_{jj}^{-1} B^T \nabla J_j^* + \frac{1}{4\theta_i} \nabla J_i^{*T} P_i^{-1} \nabla J_i^* - \delta_i^T Q_i \delta_i \quad (22)$$

定义

$$\Lambda_i = \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \right)^2 B R_{ii}^{-1} B^T - \frac{1}{\theta_i} P_i^{-1} \quad (23)$$

由于已知矩阵  $B, Q_i, R_{ii}, P_i$ , 已知拓扑邻接矩阵  $E = [\varepsilon_{ij}]$ , 必存在一个参数  $\theta_i$  使得  $\Lambda_i$  为半正定矩阵, 此时  $V_{1i}(\delta_i)$  的导数可以表示为

$$\dot{V}_{1i} = -\delta_i^T Q_i \delta_i - \frac{1}{4} \nabla J_i^{*T} \Lambda_i \nabla J_i^* - \frac{1}{4} \nabla J_j^{*T} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 B T_{ij} B^T \nabla J_j^* \quad (24)$$

其中,  $T_{ij} = R_{jj}^{-1} R_{ij} R_{jj}^{-1}$ . 由式 (25) 可得  $\dot{V}_{1i} \leq 0$ , 表明航天器编队飞行的跟踪性能得到保证.  $\square$

本节构建零和微分博弈框架, 定义航天器控制器和通信链路故障为博弈双方, 给出性能函数, 由 HJI 方程 (19) 求解得到航天器最佳虚拟控制策略.

然而 HJI 方程为一个非线性偏微分方程, 很难求出解析解. 此外邻域编队误差  $\delta_i(t)$  也存在不确定性. 为了解决这些复杂性, 第 3 节将采用 ADP 算法来设计航天器编队系统自适应最优控制策略.

### 3 基于 ADP 方法最优控制设计

本节为求解 HJI 方程 (19) 中  $\nabla J_i^*$  未知变量, 将构建一个评价网络, 通过已知的故障的邻域编队误差设计权值矩阵的自适应更新律, 近似未知的最优性能函数变量, 得到自适应最优容错控制策略, 最后进行了编队系统性能分析.

#### 3.1 自适应最优容错控制设计

针对 HJI 方程 (19) 中未知的最优性能函数变量  $\nabla J_i^*(\delta_i)$ , 本文采用构建评价网络进行逼近, 将  $\nabla J_i^*(\delta_i)$  写为

$$\nabla J_i^*(\delta_i) = \phi_i^T(\delta_i)w_{ci} + \epsilon_i(\delta_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (25)$$

其中,  $\phi_i(\delta_i) \in \mathbf{R}^{l_0 \times 6}$  表示与邻域编队误差  $\delta_i(t)$  有关的激励函数,  $w_{ci} \in \mathbf{R}^{l_0}$  表示理想的权值向量,  $l_0$  表示神经元的数量,  $\epsilon_i(\delta_i)$  表示表示估计误差. 由于存在通信链路故障, 实际的邻域编队误差  $\delta_i$  未知且无法获得, 评价网络的输入被替换成可获得的故障的邻域编队误差  $\delta_{fi}(t)$ , 且  $\delta_{fi}(t) = \delta_i(t) + \Delta\delta_i(t)$ .

定义原激励函数为  $\phi_i(\delta_i) = [\phi_{i1}(\delta_i), \dots, \phi_{i6}(\delta_i)]$ , 其中每一项表示为

$$\phi_{ij}(\delta_i) = [\phi_{ij1}(\delta_i), \dots, \phi_{ijl_0}(\delta_i)]^T \quad j = 1, \dots, 6 \quad (26)$$

接下来将设计  $\phi_{ijk}(\delta_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, 6$ ,  $k = 1, \dots, l_0$ , 定义  $\delta_i(t) = [\delta_{i1}(t), \dots, \delta_{i6}(t)]^T \in \mathbf{R}^6$ , 采用高斯函数:

$$\phi_{ijk}(\delta_i) = \phi_{i1k}(\delta_{i1}) \cdots \phi_{i6k}(\delta_{i6}) \quad (27)$$

$$\phi_{ijk}(\delta_{ij}) = \exp\left(-\frac{(\delta_{ij} - \mu_{ijk})^2}{(\xi_{ijk})^2}\right) \quad (28)$$

其中,  $\mu_{ijk}, \xi_{ijk} \in \mathbf{R}$  分别表示高斯函数 (28) 的中心和带宽. 基于中值定理, 进一步可得:

$$\begin{aligned} \phi_{ijk}(\delta_{ijf}) &= \phi_{ijk}(\delta_{ij}) - \frac{2(\Delta\delta_{ij} - \mu_{ijk})}{(\xi_{ijk})^2} \Delta_{ijk} \times \\ &\exp\left(-\frac{(\Delta\delta_{ij} - \mu_{ijk})^2}{(\xi_{ijk})^2}\right) = \\ &\phi_{ijk}(\delta_{ij}) + \Delta_{ijk\phi} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{ijk\phi} &= -\frac{2(\delta_{ij\phi} - \mu_{ijk})}{(\xi_{ijk})^2} \Delta_{ijk} \times \\ &\exp\left(-\frac{(\delta_{ij\phi} - \mu_{ijk})^2}{(\xi_{ijk})^2}\right) \end{aligned} \quad (30)$$

其中,  $\delta_{fi}(t) = [\delta_{fi1}(t), \dots, \delta_{fi6}(t)]^T \in \mathbf{R}^6$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, 6$ ,  $k = 1, \dots, l_0$ . 进一步可得:

$$\begin{aligned} \phi_{ijk}(\delta_{fi}) &= (\phi_{i1k}(\delta_{i1}) + \Delta_{i1k\phi})(\phi_{i2k}(\delta_{i2}) + \Delta_{i2k\phi}) \times \\ &\cdots \times (\phi_{i6k}(\delta_{i6}) + \Delta_{i6k\phi}) = \\ &\phi_{i1k}(\delta_{i1}) \cdots \phi_{i6k}(\delta_{i6}) + \Delta_{ik\phi} = \\ &\phi_{ijk}(\delta_i) + \Delta_{ik\phi} \end{aligned} \quad (31)$$

其中,  $\Delta_{ik\phi} = \phi_{ijk}(\delta_{fi}) - \phi_{i1k}(\delta_{i1}) \cdots \phi_{i6k}(\delta_{i6}) \in \mathbf{R}$  为有界常数,  $i = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, \dots, l_0$ . 式 (25) 中的  $\nabla J_i^*(\delta_i)$  可重新表示为

$$\begin{aligned} \nabla J_i^*(\delta_i) &= \phi_i^T(\delta_{fi} - \Delta\delta_i)w_{ci} + \epsilon_i = \\ &(\phi_i(\delta_{fi}) - \Delta_{i\phi})^T w_{ci} + \epsilon_i = \\ &\phi_{fi}^T w_{ci} + w_{\Delta i} + \epsilon_i \end{aligned} \quad (32)$$

其中,  $\phi_{fi} = \phi_i(\delta_{fi})$ ,  $w_{\Delta i} = -\Delta_{i\phi}^T w_{ci}$ . 由式 (28) ~ (31) 可知, 激励函数  $\phi_{fi}$  是有界的.

**假设 2.** 评价网络的权值矩阵有界, 即  $\|w_{ci}\| \leq W_{ci}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . 由于评价网络强大的逼近能力可以使个误差及其偏导有界, 即  $\|\epsilon_i(\delta_i)\| \leq \epsilon_{mi}$ .

结合以上假设, 式 (32) 中的项  $w_{\Delta i}$  有界, 即  $\|w_{\Delta i}\| \leq W_{\Delta i}$ ,  $\|w_{\Delta i} + \epsilon_i\| \leq \beta_{mi}$ , 其中项  $w_{\Delta i}$  的界可以通过调节激励函数的参数进行调整. 将式 (32) 中的  $\nabla J_i^*(\delta_i)$  代入到 HJI 方程 (19) 中, 可得 HJI 估计误差为

$$\begin{aligned} e_i &= \delta_i^T Q_i \delta_i + w_{ci}^T \phi_{fi} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} F X_i - \right. \\ &\left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (F X_j^{f_i} + B u_j^*) \right) - \\ &\frac{1}{4} w_{ci}^T \phi_{fi} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \right)^2 B R_{ii}^{-1} B^T \phi_{fi}^T w_{ci} + \\ &\frac{1}{4} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 w_{cj}^T \phi_{fj} B T_{ij} B^T \phi_{fj}^T w_{cj} + \\ &\frac{1}{4\theta_i} w_{ci}^T \phi_{fi} P_i^{-1} \phi_{fi}^T w_{ci} \end{aligned} \quad (33)$$

其中,  $e_i$  的具体形式如下:

$$\begin{aligned}
e_i = & (w_{\Delta i} + \epsilon_i)^T \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} F X_i - \right. \\
& \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} (F X_j^{f_i} + B u_j^*) + \\
& \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} B R_{ii}^{-1} B^T \phi_{f_i}^T w_c - \frac{1}{2\theta} P_i^{-1} \phi_{f_i}^T w_c + \\
& \frac{1}{4} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} B R_{ii}^{-1} B^T (w_{\Delta i} + \epsilon_i) - \\
& \left. \frac{1}{4\theta_i} P^{-1} (w_{\Delta i} + \epsilon_i) \right) + \\
& \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (w_{\Delta j} + \epsilon_j)^T \left( \frac{1}{4} \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} B^T T_{ij} B \times \right. \\
& \left. (w_{\Delta j} + \epsilon_j + 2\phi_{f_i}^T w_{ci}) \right) \quad (34)
\end{aligned}$$

**注 1.** HJI 估计误差有界, 即  $\|e_i\| \leq e_{mi}$ ,  $e_{mi} > 0$ . 由于未知权值矩阵  $w_{ci}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , 采用自适应动态规划方法估计  $\nabla J_i^*(\delta_i)$ , 即

$$\nabla \hat{J}_i = \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci}, \quad i = 1, \dots, N \quad (35)$$

其中,  $\hat{w}_{ci} \in \mathbf{R}^{l_0}$  表示估计的权值向量. 将估计的  $\nabla \hat{J}_i$  代入到最优策略中, 可得:

$$\hat{u}_i = -\frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} R_{ii}^{-1} B^T \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci} \quad (36)$$

$$\hat{d}_i = \frac{1}{2\theta_i} P_i^{-1} \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci}, \quad i = 1, \dots, N \quad (37)$$

定义权值  $w_{ci}$  的自适应估计误差为:  $\tilde{w}_{ci} = w_{ci} - \hat{w}_{ci}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . 由式 (33) 中的 HJI 方程可得:

$$\begin{aligned}
\varpi_i = & \delta_i^T Q_i \delta_i + \hat{w}_{ci}^T \phi_{f_i} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} F X_i - \right. \\
& \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} (F X_j^{f_i} + B \phi_{f_j}^T \hat{w}_{cj}) \left. \right) - \\
& \frac{1}{4} \hat{w}_{ci}^T \phi_{f_i} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} \right)^2 B R_{ii}^{-1} B^T \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci} + \\
& \frac{1}{4} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} \right)^2 \hat{w}_{cj}^T \phi_{f_j} B^T T_{ij} B^T \phi_{f_j}^T \hat{w}_{cj} + \\
& \frac{1}{4\theta_i} \hat{w}_{ci}^T \phi_{f_i} P_i^{-1} \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci} \quad (38)
\end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\varpi_i = & e_i - \tilde{w}_{ci}^T \phi_i \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} (F X_i + B \hat{u}_i) - \right. \\
& \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} (F X_j^{f_i} + B \hat{u}_j) + \hat{d}_i \right) \quad (39)
\end{aligned}$$

定义平方误差:

$$E_i = \frac{1}{2} \varpi_i^T \varpi_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (40)$$

由梯度下降法, 设计权值向量的自适应律为

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{w}}_{ci} = & -a_i \frac{\tilde{\rho}_i}{k_i} \varpi_i + a_i \frac{\tilde{\rho}_i}{4k_i} \left( \hat{w}_{ci}^T \phi_{f_i} \Lambda_i \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci} + \right. \\
& \left. \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} \right)^2 \hat{w}_{cj}^T \phi_{f_j} B^T T_{ij} B^T \phi_{f_j}^T \hat{w}_{cj} \right) - \\
& a_i (H_{i2} \hat{w}_{ci} - H_{i1} \tilde{\rho}_i^T \hat{w}_{ci}) \quad (41)
\end{aligned}$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ ,  $a_i > 0$  为选定的常数,  $\rho_i = \phi_{f_i}^T (\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \epsilon_{ij} (F X_i + B \hat{u}_i) - \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} (F X_j^{f_i} + B \hat{u}_j) + \hat{d}_i)$ ,  $\tilde{\rho}_i = \rho_i / k_i$ ,  $k_i = 1 + \phi_{f_i}^T \rho_i$ ,  $H_{i1}$  和  $H_{i2}$  表示自适应参数. 权值自适应律 (41) 中的第 2 项用于保证神经网络学习过程中闭环系统的稳定性, 第 3 项为鲁棒项. 因此, 自适应估计误差  $\tilde{w}_{ci}$ ,  $i = 1, \dots, N$  的导数表示为

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{w}}_{ci} = & -a_i \tilde{\rho}_i \tilde{\rho}_i^T \tilde{w}_{ci} + a_i \frac{\tilde{\rho}_i}{k_i} \left( \frac{1}{4} \tilde{w}_{ci}^T \phi_{f_i} \Lambda_i \phi_{f_i}^T \tilde{w}_{ci} - \right. \\
& \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} \right)^2 \left( \frac{1}{2} w_{cj}^T \phi_{f_j} B^T T_{ij} B^T \phi_{f_j}^T \tilde{w}_{cj} - \right. \\
& \left. \frac{1}{4} \tilde{w}_{cj}^T \phi_{f_j} B^T T_{ij} B^T \phi_{f_j}^T \tilde{w}_{cj} \right) + \\
& \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{1}{2} w_{ci}^T \epsilon_{ij} B \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} R_{jj}^{-1} B^T \phi_{f_j}^T \tilde{w}_{cj} + \\
& e_i \left. \right) - a_i \frac{\tilde{\rho}_i}{4k_i} \left( \hat{w}_{ci}^T \phi_{f_i} \Lambda_i \phi_{f_i}^T \hat{w}_{ci} + \right. \\
& \left. \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \epsilon_{jk} \right)^2 \hat{w}_{cj}^T \phi_{f_j} B^T T_{ij} B^T \phi_{f_j}^T \hat{w}_{cj} \right) + \\
& a_i (H_{i2} \hat{w}_{ci} - H_{i1} \tilde{\rho}_i^T \hat{w}_{ci}) \quad (42)
\end{aligned}$$

### 3.2 性能分析

由编队系统的动力学方程和设计的评价网络权值矩阵自适应律, 编队控制系统的性能分析如下.

**定理 1.** 考虑带有通信链路故障 (7) 的航天器编队控制系统 (8), 采用基于微分博弈的自适应最优控制律 (36) 和基于自适应动态规划方法设计的



评价网络权值自适应律,可以保证权值估计误差和邻域编队误差 UUB.

**证明.** 选取 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{2} \tilde{w}_{ci}^T a_i^{-1} \tilde{w}_{ci} + V_{1i} \right) \quad (43)$$

对  $V_2$  求导可得:

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^N (\tilde{w}_{ci}^T a_i^{-1} \dot{\tilde{w}}_{ci} + \dot{V}_{1i}) \quad (44)$$

其中,  $\dot{V}_{1i}$  表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} = & w_{ci}^T \phi_{fi} \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (FX_i + B\hat{u}_i) + \hat{d}_i - \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (FX_j^{f_i} + B\hat{u}_j) \right) + \gamma_i = \\ & \frac{1}{2} w_{ci}^T \phi_{fi} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} B \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} R_{jj}^{-1} B^T \phi_{fj}^T \hat{w}_{cj} + \\ & w_{ci}^T \phi_{fi} \alpha_i + \gamma_i - \frac{1}{2} w_{ci}^T \phi_{fi} \Lambda_i \phi_{fi}^T \hat{w}_{ci} \end{aligned} \quad (45)$$

且  $\alpha_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} FX_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} FX_j^{f_i}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,

$$\begin{aligned} \gamma_i = & (w_{\Delta i} + \varepsilon_i)^T \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (FX_i + B\hat{u}_i) - \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} (FX_j^{f_i} + B\hat{u}_j) + \hat{d}_i \right) \end{aligned} \quad (46)$$

定义

$$Y = [\delta^T, \tilde{w}_{c1}^T \tilde{\rho}_1, \tilde{w}_{c1}^T, \dots, \tilde{w}_{cN}^T \tilde{\rho}_N, \tilde{w}_{cN}^T]^T \quad (47)$$

其中,  $\delta = [\delta_1^T, \dots, \delta_N^T]^T$ , 进一步可得:

$$\dot{V}_2 \leq -Y^T \Psi Y + \Phi Y + \eta + e_m \quad (48)$$

其中,

$$\Psi = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{1,1} & M_{1,2} & \cdots & M_{1,2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & M_{2N,1} & M_{2N,2} & \cdots & M_{2N,2N} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$Q = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_N\}$$

$$M_{2i-1, 2i-1} = I_{n \times n}$$

$$M_{2i, 2i} = H_{i2} - \frac{\tilde{\rho}}{2k_i} w_{ci}^T \phi_{fi} \Lambda_i \phi_{fi}^T$$

$$M_{2i-1, 2i} = -\frac{1}{2} H_{i1}^T$$

$$M_{2i-1, 2j} = -\frac{1}{4k_i} w_{ci}^T \phi_{fi} \varepsilon_{ij} B \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} R_{jj}^{-1} B^T \phi_{fj}^T$$

$$M_{2j, 2i-1} = M_{2i-1, 2j}^T$$

$$M_{2i, 2i-1} = M_{2i-1, 2i}^T$$

矩阵  $\Psi$  的其他未定义元素均为 0,

$$\Phi_i = \beta_{mi} \lambda_{\max}(F), \quad i = 1, \dots, N$$

$$\Phi_{N+2i-1} = \frac{e_{mi}}{k_i}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{N+2i} = & H_{i2} w_{ci} + \frac{1}{2} \phi_{fi} \Lambda_i \phi_{fi}^T w_{ci} - \\ & H_{i1} \tilde{\rho}_i^T w_{ci}^T \phi_{fi} \Lambda_i \phi_{fi}^T w_{ci} + \\ & \frac{1}{2} \phi_{fi} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} B \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} R_{jj}^{-1} B^T \phi_{fj}^T w_{cj} - \\ & \frac{\tilde{\rho}_i}{4k_i} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 \tilde{w}_{cj}^T \phi_{fj} B T_{ij} B^T \phi_{fj}^T \tilde{w}_{cj} + \\ & \frac{1}{2} \beta_{mi} \left( \lambda_{\max}(R_{ii}^{-1}) \left( \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \right)^2 B^T B \phi_{mi} + \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right) \lambda_{\max}(T_{ij}) B^T B \phi_{mj} \right) + \\ & \frac{1}{2\theta_i} \beta_{mi} \lambda_{\max}(P_i^{-1}) \phi_{mi} \end{aligned}$$

另,

$$\begin{aligned} \eta = & \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{4} \|\phi_{fi} \Lambda_i \phi_{fi}^T\| W_{ci}^2 + \right. \\ & \frac{1}{4} \left( \sum_{k \in \mathcal{N}_j} \varepsilon_{jk} \right)^2 \|\phi_{fj} B T_{ij} B^T \phi_{fj}^T\| W_{cj}^2 + \\ & \frac{1}{2} B^T B \lambda_{\max}(R_{ii}^{-1}) + \\ & \frac{1}{\theta_i} \lambda_{\max}(P_i^{-1}) \Delta_{mi} \phi_{mi} W_{ci} + \\ & \left. \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \varepsilon_{ij} B^T B \lambda_{\max}(T_{ij}) \Delta_{mj} \phi_{mj} W_{cj} \right) \\ e_m = & \sum_{i=1}^N e_{mi} \end{aligned}$$

通过选择合适的矩阵  $H_{i1}$  和  $H_{i2}$  能够使得矩阵  $\Psi$  正定, 进一步可得:

$$\dot{V}_2 \leq \lambda_{\min}(\Psi)\|Y\|^2 + \|\Phi\|\|Y\| + \eta + e_m \quad (50)$$

因此, 当

$$\Omega_Y = \left\{ Y : \|Y\| \leq \frac{\|\Phi\|}{2\lambda_{\min}(\Psi)} + \sqrt{\frac{\|\Phi\|^2}{4\lambda_{\min}^2(\Psi)} + \frac{\eta + e_m}{\lambda_{\min}(\Psi)}} \right\} \quad (51)$$

即可得评价网络权值估计误差和邻域编队误差满足 UUB, 控制目标达成.  $\square$

## 4 仿真验证

本节将设计的自适应故障补偿方案应用于控制航天器近距离操作相对运动系统来验证其有效性.

### 4.1 航天器编队模型与仿真初值

虚拟参考航天器和编队航天器的轨道参数参考文献 [36], 航天器编队飞行的通信拓扑如图 4 所示.

编队中航天器总数为 4, 即  $N = 4$ . 设置考虑的位姿执行器故障模式如下:

1)  $\delta_{f1} = \delta_1 + \Delta X_{12} + \Delta X_{14}$ ,  $\delta_{fi} = \delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\Delta X_{12} = [2, -0.01, -1, 0, 0, 0]^T$ ,  $\Delta X_{14} = [0, 0, -2, 0, 0, -3 \sin(0.01t)]^T$ ,  $20 \text{ s} \leq t < 40 \text{ s}$ ;

2)  $\delta_{f2} = \delta_2 + \Delta X_{21}$ ,  $\delta_{fi} = \delta_i$ ,  $i = 2, 3, 4$ ,  $\Delta X_{21} = [0, 60, 0, 0, 0, 0.5e^{-0.05t} + 0.3]^T$ ,  $40 \text{ s} \leq t < 60 \text{ s}$ ;

3)  $\delta_{f3} = \delta_3 + \Delta X_{32} + \Delta X_{34}$ ,  $\delta_{fi} = \delta_i$ ,  $i = 1, 2, 4$ ,  $\Delta X_{32} = [0, 1, 0, -2, 0, 0]^T$ ,  $\Delta X_{34} = [0, 9 \sin(0.001t^2), -5, 0, 0, -5 \cos(0.02t)e^{-0.5t}]^T$ ,  $60 \text{ s} \leq t < 80 \text{ s}$ ;

4)  $\delta_{f4} = \delta_4 + \Delta X_{41}$ ,  $\delta_{fi} = \delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\Delta X_{41} = [0, 0, 5e^{-2t}, 0, -0.9, 0]^T$ ,  $t \geq 80 \text{ s}$ ;

5)  $\delta_{fi} = \delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , 其他时刻.

设定编队航天器相对虚拟参考航天器 LVLH 坐标系的初始值为:  $X_1 = [0, 30, 0, 0, 0, 0]^T$ ,

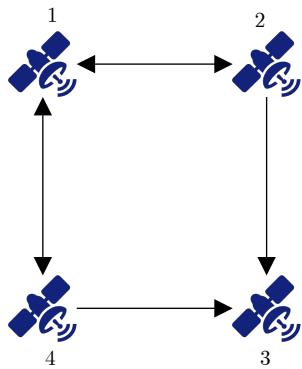


图 4 航天器编队通信拓扑图

Fig. 4 Spacecraft formation communication topology

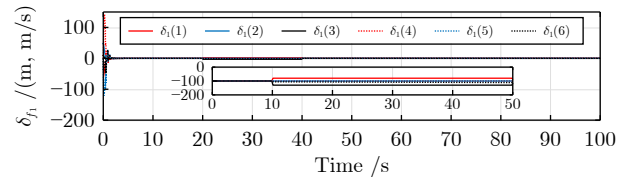
$X_2 = [12, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ ,  $X_3 = [0, -30, 30, 0, 0, 0]^T$ ,  $X_4 = [60, 0, -10, 0, 0, 0]^T$ , 虚拟参考航天器到地心的距离  $R = 7.992\ 851\ 5 \times 10^8 \text{ m}$ , 地球引力常数为  $3.986 \times 10^{14} \text{ (m}^3\text{s}^{-2}\text{)}$ .

选取  $R_{ii} = 0.1I_{3 \times 3}$ ,  $R_{ij} = 0.1I_{3 \times 3}$ ,  $Q_i = I_{6 \times 6}$ ,  $P_i = I_{6 \times 6}$ ,  $\theta_i = 0.01$ ,  $\phi_{ijk}(\delta_{fi}) = [\delta_{fi}(1)^2, \delta_{fi}(2)^2, \delta_{fi}(3)^2, \delta_{fi}(4)^2, \delta_{fi}(5)^2, \delta_{fi}(6)^2]^T$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ,  $j = 1, \dots, 6$ ,  $k = 1, \dots, 6$ .  $a_f = 0.5$ ,  $a_i = 0.5$ ,  $H_{i2} = 5$ ,  $H_{i1} = 2 \times [1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$ . 评价网络的权值初值设置为  $\hat{w}_{ci}(0) = [0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1]^T$ ,  $i = 1, \dots, 4$ .

### 4.2 仿真结果

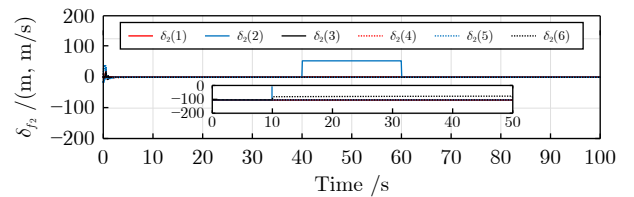
将本文设计的容错控制方案应用到上述航天器编队系统相对位置模型上, 配置系统参数和仿真初值, 注入通信链路故障, 得到如下仿真结果.

图 5 ~ 图 8 展示了带有通信链路故障的航天器编队系统的关键参数, 包括故障邻域误差  $\delta_f(t)$ 、真实邻域误差  $\delta(t)$ 、控制力矩  $u(t)$ , 以及未施加容错控制律时的航天器邻域误差  $\delta_1(t)$ . 在图 5 和图 6 中, 可以观察到通信链路故障使得邻域编队误差信息产生不确定性, 航天器编队飞行受到影响, 如图 7



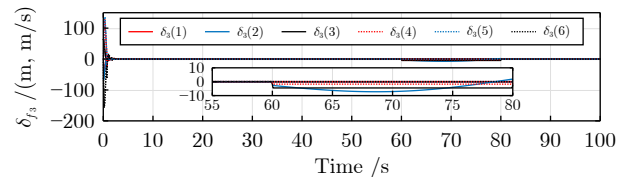
(a) 航天器 1 带通信链路故障邻域编队误差  $\delta_{f1}$

(a) Spacecraft 1 neighborhood tracking error with communication faults  $\delta_{f1}$



(b) 航天器 2 带通信链路故障邻域编队误差  $\delta_{f2}$

(b) Spacecraft 2 neighborhood tracking error with communication faults  $\delta_{f2}$



(c) 航天器 3 带通信链路故障邻域编队误差  $\delta_{f3}$

(c) Spacecraft 3 neighborhood tracking error with communication faults  $\delta_{f3}$

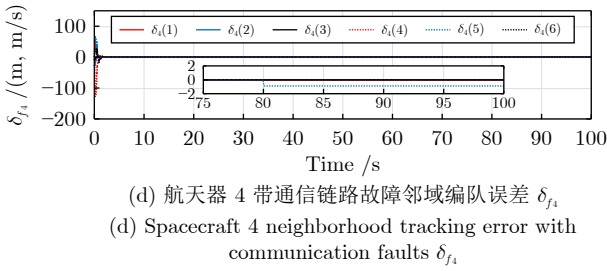


图 5 带有通信链路故障的航天器邻域编队误差  $\delta_f(t)$

Fig.5 Spacecraft formation neighborhood tracking error with communication transmission faults  $\delta_f(t)$

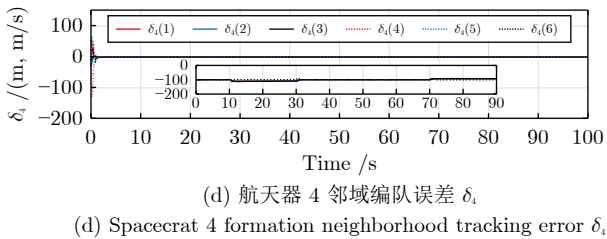
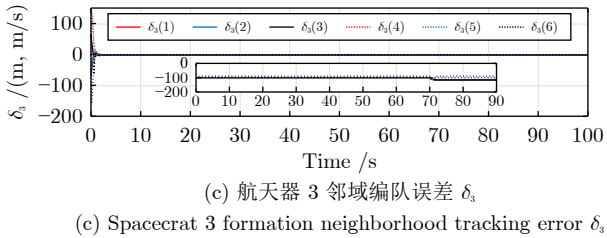
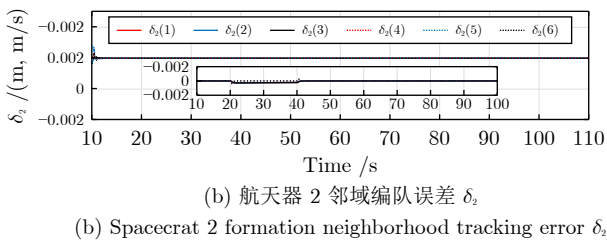
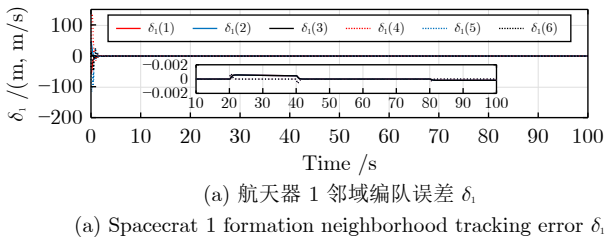


图 6 航天器邻域编队误差  $\delta(t)$

Fig.6 Spacecraft formation neighborhood tracking error  $\delta(t)$

所示, 航天器的控制输入在发生故障后进行补偿; 在  $20\text{ s} \leq t < 40\text{ s}$  期间, 航天器 1 接收到带有通信链路故障的航天器 2 和 4 的状态信息后发生短暂响应, 随后系统的跟踪性能得到恢复. 同时, 该故障也

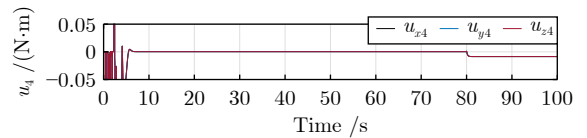
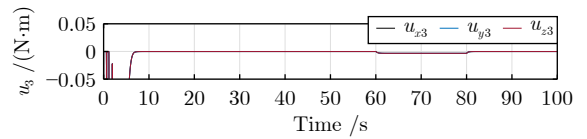
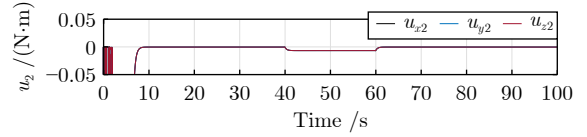
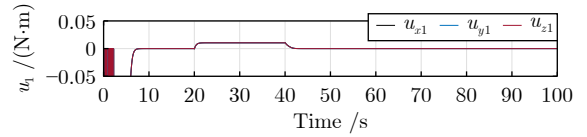


图 7 控制力矩  $u(t)$

Fig.7 Control torques  $u(t)$

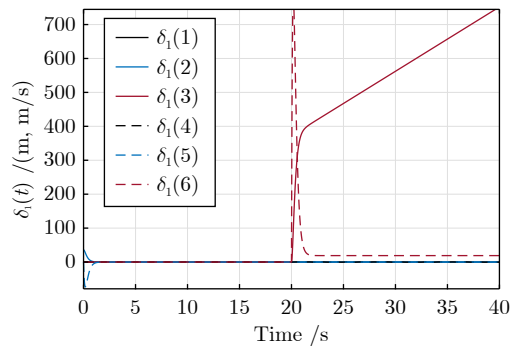


图 8 航天器 1 邻域编队误差 (未施加容错控制律)  $\delta_1(t)$

Fig.8 Spacecraft 1 formation neighborhood tracking error  $\delta_1(t)$  when fault-tolerant law is not applied

影响了接收航天器 1 状态信息的航天器 2 和 4, 导致它们的状态发生波动. 由于航天器 3 与航天器 2 和 4 相连, 因此也受到影. 在  $60\text{ s} \leq t < 80\text{ s}$  期间, 由于通信链路故障, 航天器 3 接收到来自航天器 2 和航天器 4 的故障邻域编队信息. 此外, 航天器 3 在通信拓扑中未向其他航天器传输状态信息, 因此未有其他航天器受到该时段通信故障的影响.

类似地, 当链路故障发生在  $40\text{ s} \leq t < 60\text{ s}$  和  $80\text{ s} \leq t < 100\text{ s}$  期间时, 航天器 2 受到来自航天器 1 的通信链路故障影响, 航天器 4 受到来自航天器 1 的故障邻域编队信息. 由此可见, 除单个航天器自身外, 航天器编队的拓扑结构导致与其相连的其他航天器也会受到故障的影响, 进而可能引起整个编队系统的不稳定性.

此外, 控制力矩能够迅速响应故障, 实施对故障影响的补偿, 从而使航天器编队系统的性能能够迅速恢复. 这表明所设计的最优容错控制方案能够保证系统在故障发生和未发生时都能够保持稳定, 实现编队飞行的跟踪性能. 与此同时, 通过图 6 和图 8 的对比, 可以观察到如果不在控制设计中考虑通信链路故障对编队飞行的影响, 邻域编队误差将会逐渐发散, 无法收敛. 因此, 基于微分博弈设计的最优容错控制策略在这种情况下显得十分必要和有效.

## 5 结束语

本文针对存在通信链路故障的航天器编队控制问题, 提出一种新的基于零和微分博弈的最优容错控制方法. 通过建立编队协同控制的性能函数, 将通信链路故障容错问题等效转换为零和微分博弈模型, 并采用 HJI 方程与极小极大原理设计出博弈的优化解. 为实现编队的在线最优容错控制, 研究者设计了自适应动态规划算法对博弈解进行逼近. 仿真结果验证了所设计控制律的有效性, 提出的基于博弈论的方法能够有效地解决编队通信链路故障的容错控制问题, 实现编队的在轨稳定性和控制性能优化. 未来将考虑带异构或带有挠性附件的航天器编队通信链路故障最优容错控制问题, 并进一步考虑在编队飞行中航天器质量或转动惯量不确定带来的影响.

## References

- Zheng Zhong, Li Peng, Qian Mo-Shu. Spacecraft attitude coordination control with angular velocity and input constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(6): 1444–1452 (郑重, 李鹏, 钱默抒. 具有角速度和输入约束的航天器姿态协同控制. *自动化学报*, 2021, **47**(6): 1444–1452)
- Yuan Li. Spacecraft intelligent autonomous control technology toward uncertain environment. *Journal of Astronautics*, 2021, **42**(7): 839–849 (袁利. 面向不确定环境的航天器智能自主控制技术. *宇航学报*, 2021, **42**(7): 839–849)
- Wang Da-Yi, Tu Yuan-Yuan, Liu Cheng-Rui, He Ying-Zi, Li Wen-Bo. Connotation and research of reconfigurability for spacecraft control systems: A review. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(10): 1687–1702 (王大轶, 屠园园, 刘成瑞, 何英姿, 李文博. 航天器控制系统可重构性的内涵与研究综述. *自动化学报*, 2017, **43**(10): 1687–1702)
- Yang C, Xia Y. Interval uncertainty-oriented optimal control method for spacecraft attitude control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, **59**(5): 5460–5471
- Golestani M, Esmailzadeh M, Mobayen Saleh. Constrained attitude control for flexible spacecraft: attitude pointing accuracy and pointing stability improvement. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(3): 1566–1572
- Shao Jing-Liang, Shi Lei, Li Tong, Zhang Xi-Lin. Link failure detection for multi-agent systems on cooperation-competition networks. *Scientia Sinica Informationis*, 2022, **52**(8): 1500–1512 (邵晋梁, 石磊, 李彤, 张希琳. 合作竞争网络下的多智能体系统链路故障检测. *中国科学:信息科学*, 2022, **52**(8): 1500–1512)
- Zhou D, Qin L, He X, Yan R, Deng R. Distributed sensor fault diagnosis for a formation system with unknown constant time delays. *Science China Information Sciences*, 2018, **61**: Article No. 112205
- Song Xiu-Lan, Li Yang-Yang, He De-Feng. Secure  $H_\infty$  platooning control for connected vehicles subject to external disturbance and random DoS attacks. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(2): 348–355 (宋秀兰, 李洋洋, 何德峰. 外部干扰和随机 DoS 攻击下的网联车安全  $H_\infty$  队列控制. *自动化学报*, 2024, **50**(2): 348–355)
- Gao Zhen-Yu, Sun Zhen-Chao, Guo Ge. Fixed-time global prescribed performance control for vehicular platoons with actuator nonlinearities. *Acta Automatica Sinica*, 2024, **50**(2): 320–333 (高振宇, 孙振超, 郭戈. 考虑执行器非线性固定时间全局预设性能车辆队列控制. *自动化学报*, 2024, **50**(2): 320–333)
- Ma Y, Jiang B, Tao G, Cheng Y. Uncertainty decomposition based fault-tolerant adaptive control of flexible spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, **51**(2): 1053–1068
- Mao Z, Jiang B, Shi P. Fault-tolerant control for a class of nonlinear sampled-data systems via a Euler approximate observer. *Automatica*, 2010, **46**(11): 1852–1859
- Ma Ya-Jie, Jiang Bin, Ren Hao. Minimum eigenvalue based adaptive compensation of actuator faults for flexible Spacecraft. *Scientia Sinica Informationis*, 2021, **51**(05): 834–850 (马亚杰, 姜斌, 任好. 基于最小特征值的挠性航天器执行器故障自适应补偿技术. *中国科学:信息科学*, 2021, **51**(05): 834–850)
- Ma Yan-Ru, Shi Xiao-Rong, Liu Hua-Hua, Liang Xiao-Hui, Wang Qing. Adaptive neural network fault tolerant control of launch vehicle attitude system. *Journal of Astronautics*, 2021, **42**(10): 1237–1245 (马艳如, 石晓荣, 刘华华, 梁小辉, 王青. 运载火箭姿态系统自适应神经网络容错控制. *宇航学报*, 2021, **42**(10): 1237–1245)
- Liu Q, Liu M, Yu J. Adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of flexible spacecraft with limited data transmission. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, **51**(7): 4400–4408
- Yu Yan-Bo, Hu Qing-Lei, Dong Hong-Yang, Ma Guang-Fu. Sliding mode fault tolerant control for spacecraft under actuator fault and saturation. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2016, **48**(4): 20–25 (于彦波, 胡庆雷, 董宏洋, 马广富. 执行器故障与饱和受限的航天器滑模容错控制. *航空学报*, 2016, **48**(4): 20–25)
- Qian M, Shi Y, Gao Z, Zhang X. Integrated fault tolerant tracking control for rigid spacecraft using fractional order sliding mode technique. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, **357**(15): 10557–10583
- You Z, Yan H, Sun J, Zhang H, Li Z. Reliable control for flexible spacecraft systems with aperiodic sampling and stochastic actuator failures. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(5): 3434–3445
- Giulietti F, Pollini L, Innocenti M. Autonomous formation flight. *IEEE Control Systems Magazine*, 2000, **20**(6): 34–44
- Wang J, Elia N. Distributed averaging under constraints on information exchange: Emergence of Lévy flights. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(10): 2435–2449

- 20 Li X, Wen C, Chen C, Xu Q. Adaptive resilient secondary control for microgrids with communication faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(8): 8493–8503
- 21 Chen C, Xie K, Lewis F, Xie S, Fierro R. Adaptive synchronization of multi-agent systems with resilience to communication link faults. *Automatica*, 2020, **111**: Article No. 108636
- 22 Wang W, Wen C, Huang J, Zhou J. Adaptive consensus of uncertain nonlinear systems with event triggered communication and intermittent actuator faults. *Automatica*, 2020, **111**: Article No. 108667
- 23 Ma X, Elia N. Mean square performance and robust yet fragile nature of torus networked average consensus. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2015, **2**(3): 216–225
- 24 Zelazo D, Bürger M. On the robustness of uncertain consensus networks. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2017, **4**(2): 170–178
- 25 Zhang W, Tang Y, Huang T, Kurths J. Sampled-data consensus of linear multi-agent systems with packet losses. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, **28**(11): 2516–2527
- 26 Wang Z, Xu J, Zhang H. Consensus seeking for discrete-time multi-agent systems with communication delay. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2015, **2**(2): 151–157
- 27 Zhao L, Yang G. Cooperative adaptive fault-tolerant control for multi-agent systems with deception attacks. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, **357**(6): 3419–3433
- 28 Marcotte R, Wang X, Mehta D, Olson E. Optimizing multi-robot communication under bandwidth constraints. *Autonomous Robots*, 2020, **44**(1): 43–55
- 29 Yang H, Li Z. Finite-time consensus for multi-agent systems with directed dynamically changing topologies. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023, **33**(14): 8657–8669
- 30 Ye D, Shi M, Sun Z. Satellite proximate interception vector guidance based on differential games. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, **31**(6): 1352–1361
- 31 Geng Yuan-Zhuo, Yuan Li, Huang Huang, Tang Liang. Terminal-guidance based reinforcement-learning for orbital pursuit-evasion game of the spacecraft. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(5): 974–984  
(耿远卓, 袁利, 黄煌, 汤亮. 基于终端诱导强化学习的航天器轨道追逃博弈. *自动化学报*, 2023, **49**(5): 974–984)
- 32 Han Nan, Luo Jian-Jun, Chai Yuan. Differential game learning approach for multiple microsatellites takeover of the attitude movement of failed spacecraft. *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2020, **50**(4): 588–602  
(韩楠, 罗建军, 柴源. 多颗微小卫星接管失效航天器姿态运动的微分博弈学习控制. *中国科学: 信息科学*, 2020, **50**(4): 588–602)
- 33 Wu C, Li X, Pan W, Liu J, Wu L. Zero-sum game based optimal secure control under actuator attacks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, **66**(8): 3773–3780
- 34 Xu Y, Jiang B, Yang H. Two-level game-based distributed optimal fault-tolerant control for nonlinear interconnected systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, **31**(11): 4892–4906
- 35 Wang Z, Liu L, Wu Y, Zhang H. Optimal fault-tolerant control for discrete-time nonlinear strict-feedback systems based on adaptive critic design. *IEEE Transactions on Neural Networks and*

*Learning Systems*, 2018, **29**(6): 2179–2191

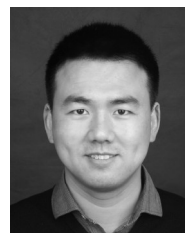
- 36 Hu Q, Dong H, Zhang Y, Ma G. Tracking control of spacecraft formation flying with collision avoidance. *Aerospace Science and Technology*, 2015, **42**: 353–364



**任好** 南京航空航天大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为自适应容错控制及应用.

E-mail: [haoren@nuaa.edu.cn](mailto:haoren@nuaa.edu.cn)

(**REN Hao** Ph.D. candidate at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. Her research interest covers adaptive fault-tolerant control and its applications.)



**马亚杰** 南京航空航天大学自动化学院教授. 主要研究方向为自适应故障诊断与容错控制及应用.

E-mail: [yajiem@nuaa.edu.cn](mailto:yajiem@nuaa.edu.cn)

(**MA Ya-Jie** Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers adaptive fault diagnosis and fault-tolerant control and their applications.)



**姜斌** 南京航空航天大学自动化学院教授. 主要研究方向为智能故障诊断与容错控制及应用. 本文通信作者.

E-mail: [binjiang@nuaa.edu.cn](mailto:binjiang@nuaa.edu.cn)

(**JIANG Bin** Professor at the College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His research interest covers intelligent fault diagnosis and fault-tolerant control and their applications. Corresponding author of this paper.)



**刘成瑞** 北京控制工程研究所高级工程师. 主要研究方向为航天器的故障诊断与容错控制.

E-mail: [liuchengrui\\_502@163.com](mailto:liuchengrui_502@163.com)

(**LIU Cheng-Rui** Senior engineer at Beijing Institute of Control Engineering. His research interest covers fault diagnosis and tolerant control for spacecrafts.)