

基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制

范泉涌¹ 张乃宗¹ 唐勇² 许斌¹

摘要 针对多智能体系统中邻居节点间通信资源受限的情况, 研究基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠一致性控制问题. 首先, 设计一种基于自适应参数估计技术的容错控制策略, 来应对未知执行器故障. 其次, 提出一种新型动态事件触发函数, 通过增加具有自适应调节能力的动态变量来延长事件触发间隔. 在此基础上, 证明在智能体之间非连续通信的情况下, 所提方法仅依靠智能体与邻居在触发时刻的交互信息就可以确保一致性误差的收敛. 此外, 从理论上说明智能体间的事件触发通信不存在芝诺现象. 最后, 针对无人船编队系统开展仿真, 结果能够说明所提自适应事件触发可靠控制方法的有效性.

关键词 自适应可靠控制, 多智能体系统, 事件触发通信, 芝诺现象, 执行器故障

引用格式 范泉涌, 张乃宗, 唐勇, 许斌. 基于动态事件触发通信协议的多智能体系统自适应可靠控制. 自动化学报, 2024, 50(5): 924–936

DOI 10.16383/j.aas.c230766

Adaptive Reliable Control of Multi-agent Systems Based on Dynamic Event-triggered Communication Protocol

FAN Quan-Yong¹ ZHANG Nai-Zong¹ TANG Yong² XU Bin¹

Abstract In view of the limited communication resources between neighboring nodes in multi-agent systems, this paper studies the adaptive reliable consensus control problem of multi-agent systems based on dynamic event-triggered communication protocol. Firstly, a fault-tolerant control policy based on adaptive parameter estimation technology is designed to address unknown actuator faults. Secondly, a novel dynamic event-triggered function is proposed, which prolongs the event-triggered interval by introducing a dynamic variable with adaptive adjustment capability. On this basis, it has been proved that the proposed method can ensure the convergence of consensus error solely based on the interaction information between the intelligent agent and its neighbors at the triggering time, in the case of discontinuous communication between agents. In addition, this paper theoretically demonstrates that there is no Zeno phenomenon in event-triggered communication between agents. Finally, a simulation of unmanned ship formation system is carried out, and the result can illustrate the effectiveness of the adaptive event-triggered reliable control method proposed in this paper.

Key words Adaptive reliable control, multi-agent systems, event-triggered communication, Zeno phenomenon, actuator fault

Citation Fan Quan-Yong, Zhang Nai-Zong, Tang Yong, Xu Bin. Adaptive reliable control of multi-agent systems based on dynamic event-triggered communication protocol. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(5): 924–936

收稿日期 2023-12-07 录用日期 2024-03-21

Manuscript received December 7, 2023; accepted March 21, 2024

国家自然科学基金 (61933010, U23A20337), 陕西省秦创原“科学家+工程师”队伍建设项目 (2022KXJ-92), 陕西省重点研发计划 (2021GXLH-01-13), 陕西省自然科学基金基础研究计划 (2024JC-YBMS-469) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61933010, U23A20337), Qinchuangyuan “Scientist + Engineer” Team Construction Program of Shaanxi Province (2022KXJ-92), Key Research and Development Program of Shaanxi Province (2021GXLH-01-13), and Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province (2024JC-YBMS-469)

本文责任编辑 李鸿一

Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi

1. 西北工业大学自动化学院 西安 710072 2. 中航(成都)无人系统股份有限公司 成都 641500

1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072 2. AVIC (Chengdu) UAS Co., Ltd., Chengdu 641500

近年来, 随着计算机、通信技术的快速发展, 多智能体理论成为研究热点, 并且相关控制方法被广泛应用于无人机集群、无人船编队、车辆编队等领域^[1–3]. 作为多智能体领域的基础研究, 多智能体系统的一致性问题的研究一直备受关注. 多智能体系统的一致性是指智能体间通过信息交互实现系统状态或输出趋同. 在过去十几年间, 基于一致性理论的多智能体系统协同控制得到了广泛研究^[4–6].

对于实际系统来说, 故障是在所难免的, 其中执行机构故障由于其普遍性和破坏性而被广泛研究^[7–8]. 为了保证多智能体系统的安全可靠运行, 容错控制问题一直都是重要研究方向. 文献^[9–10]所设计的

容错控制器旨在保证执行器发生故障时系统的稳定. 为实现执行器故障补偿控制, 文献 [11–12] 通过构造观测器来估计故障参数, 并基于估计结果设计容错控制器. 文献 [12] 研究基于分布式观测器的领导–跟随多智能体系统容错控制问题. 随着自适应技术的发展, 基于自适应技术的容错控制得到了广泛应用. 通过在控制器中引入自适应参数增益, 系统具有良好的容错性. 文献 [13] 在控制器中引入自适应参数, 降低了执行器故障产生的负面影响, 保证了系统的稳定性. 文献 [14] 研究一类离散多智能体系统的容错跟踪控制问题, 基于自适应技术来补偿死区和执行器故障对控制性能的影响. 综上所述, 多智能体系统的容错控制已经得到广泛研究. 考虑到实际多智能体系统中计算、通信等硬件资源的有限性, 研究网络通信受限情况下多智能体系统的可靠控制问题显然更有意义.

众所周知, 数字控制系统主要考虑的是非连续信息传输情况, 网络通信环境下智能体通常也不是每时每刻获取邻居的状态信息. 近年来, 随着事件触发技术在控制领域的广泛应用和不断发展, 科研人员开始研究基于事件触发控制的多智能体系统一致性问题, 以减轻通信资源的占用^[15–16]. 在早期的多智能体系统事件触发控制研究中, 相邻智能体仍然需要持续通信, 这无疑导致了通信带宽的浪费. 为解决这一问题, 文献 [17–19] 提出一种固定采样周期的通信机制, 智能体之间只在特定时刻进行通信. 但是固定时间周期采样通信有很大的局限性, 仍然会产生不必要的采样. 为克服上述问题, 文献 [20] 基于周期采样机制研究线性多智能体系统的事件触发控制问题, 该触发机制要求智能体之间的信息传递仅在离散采样时刻进行.

值得一提的是, 在实际应用过程中智能体的状态可能是未知的. 文献 [21–22] 研究基于观测器的容错控制问题, 控制器所需的状态信息从状态观测器获得, 避免对系统状态的依赖. 文献 [23] 基于事件触发技术设计全分布式观测器和控制器, 该控制器仅需获取邻居的状态以及自身状态的观测信息. 在此基础上, 一种更激进的事件触发通信协议被提出, 该协议只需要获取自身信息, 当满足触发条件时才获取相邻智能体的观测值. 在文献 [24] 中, 智能体的通信触发判定条件仅需要测量误差, 因此克服了连续通信的限制, 同时减少了控制器的更新次数. 文献 [25] 所设计的控制器不仅在自身达到事件触发阈值时更新, 而且在其邻居达到事件触发阈值时更新. 在此基础上, 文献 [26] 使用观测器对领导者的未知参数进行预测. 文献 [27] 针对有向生成树

拓扑结构的多智能体系统, 提出一种基于自触发通信的自适应容错控制方案. 为进一步扩大触发间隔, 文献 [28–29] 提出动态事件触发的概念, 通过在触发函数中引入动态变量或自适应参数, 提高触发阈值^[30]. 近年来, 动态事件触发方法被大量应用于多智能体系统^[31–33], 并取得了很好的效果. 文献 [33] 在触发函数中加入一个正常量, 可以避免芝诺现象, 同时可以延长触发间隔, 但多智能体系统仅可以达成有限共识.

为使多智能体系统具有良好的容错性, 同时降低智能体之间的通信频率, 文献 [34–36] 研究基于事件触发的容错控制问题. 文献 [34] 研究基于自适应事件触发技术的多智能体系统可靠控制问题. 文献 [35] 基于观测器研究多智能体系统自适应事件触发容错同步问题. 文献 [36] 基于事件触发机制设计开环观测器, 减少了智能体间的通信次数, 同时使得多智能体系统具有良好的容错性. 文献 [37] 设计一种新的分布式鲁棒容错控制器, 解决了不连续通信条件下的多智能体系统容错控制问题. 文献 [38] 研究具有执行器失效故障的异构线性多智能体系统的事件触发容错一致性问题. 文献 [39] 针对严格反馈离散多智能体系统, 提出一种自适应多梯度递归强化学习事件触发容错控制方案. 尽管基于事件触发的多智能体的容错控制问题已经得到广泛研究, 但采用事件触发机制的目标是降低智能体的控制器更新频率, 忽略了对多智能体系统通信资源的优化. 此外, 基于事件触发机制的多智能体系统故障类型及其处理方式研究还不够深入. 考虑到已有研究的不足, 本文研究基于事件触发通信协议的多智能体系统可靠共识问题, 提出一种新的事件触发通信机制, 有效地减少智能体之间的通信次数, 证明所设计的事件触发通信机制可以有效地避免芝诺现象. 本文的创新点如下:

- 1) 本文设计的事件触发通信机制是用来决定智能体之间是否通信, 控制器的更新只是多智能体系统通信的结果. 此外, 为延长触发间隔, 同时保持理想的动态特性, 所设计的控制器在触发间隔内是时变的.

- 2) 与现有的动态事件触发机制相比, 本文提出一种新的触发函数, 可以在不影响多智能体系统最终一致性的情况下有效地降低智能体之间的通信频率.

- 3) 不同于已有的多智能体系统动态事件触发自适应可靠控制方法, 本文考虑单个智能体的每个执行器都可能发生不同的失效故障.

1 预备知识

1.1 图论

图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 由顶点集 \mathcal{V} 和边集 \mathcal{E} 组成, 其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示节点, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示节点间的信息流. $\mathcal{A} = [a_{im}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 表示 \mathcal{G} 的加权邻接矩阵. 如果 $a_{im} = 0$, 意味着智能体 i 无法从 m 获取信息; 如果 $a_{im} > 0$, 表示智能体 i 可以接收到 m 的状态信息. $L = [l_{im}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 表示 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵. 若 $i = m$, 则 $l_{ii} = \sum_{m=1, m \neq i}^N a_{im}$; 否则, $l_{im} = -a_{im}$. 如果图之间任意两个相邻节点均可以相互交流信息, 则该图是无向的; 如果任意两个节点之间存在一条连接彼此的路径, 则认为该图是全连通的.

假设 1. 图 \mathcal{G} 是全连通且无向的.

引理 1. 如果假设 1 成立, 拉普拉斯矩阵 L 的最小特征值为 0 且其余的特征值非负, L 矩阵为半正定矩阵^[34].

定义 1. 矩阵的谱范数或向量的欧几里得范数表示为 $\|\cdot\|$, \otimes 表示克罗内克积, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵, $(\cdot\cdot)$ 表示列向量.

定义 2. 本文中的一致意味着任意两个智能体的状态 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_m(t)\| = 0$.

1.2 问题描述

本文考虑具有 N 个智能体的线性多智能体系统, 第 i 个智能体的状态表示为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \quad (1)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}^z$ 表示智能体 i 的系统状态, $u_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 表示智能体 i 的控制输入, A 和 B 为已知的具有适当维数的矩阵.

当系统发生执行器故障时, 智能体 i 的控制输入可以改写成如下形式

$$u_i^F(t) = (\mathbf{I}_n - \Lambda_i)u_i(t) \quad (2)$$

本文考虑到智能体控制输入的每一个执行器均有可能发生故障, 其中 \mathbf{I}_n 表示 n 维单位矩阵, $\Lambda_i = \text{diag}\{\rho_{i1}, \rho_{i2}, \dots, \rho_{in}\}$, ρ_{ij} 为智能体 i 的第 j 个执行器的故障因子. 定义

$$\begin{aligned} \Lambda &= \text{diag}\{\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N\} \\ \hat{\Lambda}_i &= \text{diag}\{\hat{\rho}_{i1}, \hat{\rho}_{i2}, \dots, \hat{\rho}_{in}\} \\ \hat{\Lambda} &= \text{diag}\{\hat{\Lambda}_1, \hat{\Lambda}_2, \dots, \hat{\Lambda}_N\} \\ \bar{\Lambda}_i &= \text{diag}\{\bar{\rho}_{i1}, \bar{\rho}_{i2}, \dots, \bar{\rho}_{in}\} \\ \bar{\Lambda} &= \text{diag}\{\bar{\Lambda}_1, \bar{\Lambda}_2, \dots, \bar{\Lambda}_N\} \end{aligned}$$

$$\underline{\Lambda}_i = \text{diag}\{\underline{\rho}_{i1}, \underline{\rho}_{i2}, \dots, \underline{\rho}_{in}\}$$

$$\underline{\Lambda} = \text{diag}\{\underline{\Lambda}_1, \underline{\Lambda}_2, \dots, \underline{\Lambda}_N\}$$

$$\bar{\bar{\Lambda}}_i = \text{diag}\{\bar{\bar{\rho}}_{i1}, \bar{\bar{\rho}}_{i2}, \dots, \bar{\bar{\rho}}_{in}\}$$

$$\bar{\bar{\Lambda}} = \text{diag}\{\bar{\bar{\Lambda}}_1, \bar{\bar{\Lambda}}_2, \dots, \bar{\bar{\Lambda}}_N\}$$

$$\hat{\hat{\Lambda}}_i = \text{diag}\{\hat{\hat{\rho}}_{i1}, \hat{\hat{\rho}}_{i2}, \dots, \hat{\hat{\rho}}_{in}\}$$

$$\hat{\hat{\Lambda}} = \text{diag}\{\hat{\hat{\Lambda}}_1, \hat{\hat{\Lambda}}_2, \dots, \hat{\hat{\Lambda}}_N\}$$

其中, $\hat{\rho}_{ij}$ 为待设计的自适应参数; $\bar{\rho}_{ij}$ 和 $\underline{\rho}_{ij}$ 分别表示 ρ_{ij} 的上界和下界, $\bar{\bar{\rho}}_{ij}$ 和 $\hat{\hat{\rho}}_{ij}$ 分别表示 $\hat{\rho}_{ij}$ 的上界和下界.

此外, 故障存在上界和下界, 即 $0 < \hat{\rho}_{ij} \leq \bar{\rho}_{ij} \leq \bar{\bar{\rho}}_{ij} < 1$, $\bar{\rho}_{ij} = \bar{\bar{\rho}}_{ij}$, $\underline{\rho}_{ij} = \hat{\hat{\rho}}_{ij}$, $\bar{\Lambda}_i = \bar{\bar{\Lambda}}_i$, $\underline{\Lambda}_i = \hat{\hat{\Lambda}}_i$.

假设 2. 系统状态矩阵 A 和 B 是可控的.

引理 2. 芭芭拉引理^[34], 如果 $y(t)$ 和 $\dot{y}(t)$ 有界, 并且 $\int_0^\infty y^T(t)y(t)dt < \infty$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

引理 3. 杨氏不等式^[38], 如果 $x > 1$, $y > 1$, 并且 $1/x + 1/y = 1$, 则 $\|a^T b\| \leq \|a^x\|/x + \|b^y\|/y$.

2 主要结果

2.1 通信协议和容错控制器设计

本节提出一个新的事件触发通信协议和容错控制器 $u_i(t_k^i)$. 智能体 i 的通信触发时刻为 t_k^i , 其中 $k = 0, 1, \dots$. 智能体 i 在 $[0, t_{k+1}^i]$ 期间接收到智能体 m 状态信息的时刻为 $t_{k^m}^i$. 多智能体系统的一致性误差为

$$\xi_i(t) = \sum_{m=1}^N a_{im}(x_i(t) - x_m(t))$$

$$\xi_i(t_k^i) = \sum_{m=1}^N a_{im}(x_i(t_k^i) - x_m(t_{k^m}^i))$$

事件触发状态误差 $e_i(t)$ 为 $e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t)$, 事件触发一致性误差 $e_{\xi_i}(t)$ 定义为

$$e_{\xi_i}(t) = \xi_i(t_k^i) - \xi_i(t) \quad (3)$$

定义

$$\xi^T(t) = (\xi_1^T(t), \xi_2^T(t), \dots, \xi_N^T(t))$$

$$e_{\xi}^T(t) = (e_{\xi_1}^T(t), e_{\xi_2}^T(t), \dots, e_{\xi_N}^T(t))$$

$$\xi^T(t_k) = (\xi_1^T(t_k^1), \xi_2^T(t_k^2), \dots, \xi_N^T(t_k^N))$$

自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$ 的引入可以提升控制器的容错能力, 它被设计为如下形式

$$\dot{\hat{\rho}}_{ij} = \text{Proj}_{[\bar{\rho}_{ij}, \underline{\rho}_{ij}]}(\hat{\rho}_{ij}) = \begin{cases} \begin{cases} \hat{\rho}_{ij}(t) = \bar{\rho}_{ij} & \text{且 } \theta_{ij} > 0 \\ \text{或者} \\ \hat{\rho}_{ij}(t) = \underline{\rho}_{ij} & \text{且 } \theta_{ij} < 0 \end{cases} & 0, \\ \tau_{ij}\theta_{ij}, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\text{Proj}_{[\bar{\rho}_{ij}, \underline{\rho}_{ij}]}(\hat{\rho}_{ij})$ 表示投影运算, $\hat{\rho}_{ij}$ 被投影到区间 $[\bar{\rho}_{ij}, \underline{\rho}_{ij}]$ 内, $\tau_{ij} > 0$, θ_{ij} 被定义为

$$\theta_{ij} = (1 + \hat{\rho}_{ij}(t)) \|\xi_i^T(t_k^i) [PB]_j\|^2 - \sigma_{ij}(t) \hat{\rho}_{ij}(t) \quad (5)$$

其中, $\sigma_{ij}(t)$ 满足 $\int_0^{+\infty} \sigma_{ij}(t) dt = 0$, P 是一个待求解的正实对称矩阵, $[PB]_j$ 为矩阵 PB 的第 j 列.

控制器 $u_i(t_k^i)$ 被设计为

$$u_i(t_k^i) = -(\mathbf{I}_n + \hat{\Lambda}_i(t)) B^T P \xi_i(t_k^i) \quad (6)$$

注 1. 不同于文献 [34] 中所设计的容错控制器, 本文控制器 $u_i(t_k^i)$ 中的 $\xi_i(t_k^i)$ 不仅在自身达到触发条件时更新, 其邻居达到触发条件时也会更新.

注 2. 与文献 [35-36, 40] 的工作不同, 控制器 $u_i(t_k^i)$ 在触发间隔内是时变的. 事件触发通信协议仅决定智能体间是否通信, 通信协议的设计初衷是避免相邻智能体的实时或者频繁通信, 基于通信结果完成控制器更新. 因此, 控制器 $u_i(t_k^i)$ 在触发间隔内时变也是合理的. 基于自适应技术设计的自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$ 可以补偿执行器失效带来的负面影响. 此外, 得益于触发间隔内时变的控制器 $u_i(t_k^i)$, 系统具有更好的动态响应.

智能体 i 的系统动态为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t_k^i) \quad (7)$$

对于多智能体系统而言, 需要针对每一个智能体给出其事件触发通信条件. 动态事件触发协议为

$$t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i : f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t)) \leq 0\} \quad (8)$$

其中, \inf 表示集合的下确界, 动态事件触发函数 $f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t))$ 被设计为如下形式

$$f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t)) = \begin{aligned} & (\omega_i \xi_i^T(t_k^i) PB (\mathbf{I}_n + \hat{\Lambda}_i(t)) B^T P \xi_i(t_k^i) - \\ & \kappa \gamma e_i^T(t) PBB^T P e_i(t)) \varphi_i + \eta_i(t) \end{aligned} \quad (9)$$

其中, φ_i 为正实数, 动态变量 $\eta_i(t)$ 满足如下条件

$$\dot{\eta}_i(t) = \begin{cases} -\lambda \eta_i(t) + \vartheta_i e^{-F_i t}, & \Gamma > 0 \\ -\lambda \eta_i(t) - \Gamma + \vartheta_i e^{-F_i t}, & \text{否则} \end{cases} \quad (10)$$

其中, Γ 为

$$\Gamma = \omega_i \xi_i^T(t_k^i) PB (\mathbf{I}_n + \hat{\Lambda}_i(t)) B^T P \xi_i(t_k^i) - \kappa \gamma e_i^T(t) PBB^T P e_i(t) \quad (11)$$

其中, ω_i , κ , γ , λ , ϑ_i 和 F_i 均为已知正实数.

采用事件触发通信协议是为了减少智能体间不必要的通信, 智能体 i 在未通信时无法获取邻居的实时信息, 事件触发函数 $f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t))$ 仅需要智能体自身的状态信息及其邻居在上一触发时刻的状态信息.

在触发函数中引入动态变量 $\eta_i(t)$ 可以提高触发阈值, 延长触发间隔 $\{t_{k+1}^i - t_k^i\}$. 文献 [33] 通过在事件触发函数中引入正常量来进一步延长触发间隔, 但会对多智能体系统的一致性产生负面影响. 本文设计的触发机制 (9) 不仅可以延长触发间隔, 还可以满足多智能体系统的最终一致性要求.

多智能体系统可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & (\mathbf{I}_N \otimes A)x(t) - (\mathbf{I}_N \otimes B)(\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda + \\ & (\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda)\hat{\Lambda})(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)(e_\xi(t) + \xi(t)) \end{aligned}$$

状态一致性误差 ε 表示为

$$\varepsilon(t) = (M \otimes \mathbf{I}_z)x(t) \quad (12)$$

其中, $M = \mathbf{I}_N - (1/N)\mathbf{1}_N \otimes \mathbf{1}_N^T$, $\mathbf{1}_N$ 表示元素值全为 1 的列向量. 容错控制器 (6) 的设计目的是使多智能体系统状态一致性误差 ε 收敛至 0

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & (M \otimes A)x(t) - (M \otimes \mathbf{I}_z)(\mathbf{I}_N \otimes B)(\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda) \times \\ & (\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t_k) \end{aligned}$$

传统事件触发控制的设计目的是减少控制器 $u_i(t_k^i)$ 的更新次数, 但在多智能体系统中由于通信带宽的限制, 智能体间不能频繁通信. 文中采用事件触发机制 (8) 来决定智能体是否与邻居通信, 在触发通信间隔内控制器 $u_i(t_k^i)$ 只使用自身的状态信息和邻居在触发时刻的已知信息, 减少了不必要的通信.

注 3. 自适应参数 $\hat{\Lambda}_i(t)$ 不仅可以补偿执行器故障, 还可以延长触发间隔 $\{t_{k+1}^i - t_k^i\}$.

2.2 一致性证明

针对多智能体系统事件触发可靠一致性控制问题, 本文给出如下定理.

定理 1. 如果假设 1 和假设 2 成立, 控制器 (6) 和事件触发机制 (8) 可以保证多智能体系统在发生执行器故障时的一致性.

证明. 构造李雅普诺夫函数 $V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$, 其中

$$V_1(t) = \varepsilon^T(t)(L \otimes P)\varepsilon(t)$$

$$V_2(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})^2}{4\tau_{ij}}$$

$$V_3(t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t)$$

已知 $LM = L$, 等式可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & 2\varepsilon^T(t)(L \otimes PB)(\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda + \\ & (\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda)\hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t_k) \end{aligned} \quad (13)$$

易得 $\xi(t) = (L \otimes \mathbf{I}_z)\varepsilon(t)$, 则下式成立

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & 2\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda + \\ & (\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda)\hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t_k) \end{aligned} \quad (14)$$

已知 $e_{\xi_i}(t) = \xi_i(t_k^i) - \xi_i(t)$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & 2\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)e_{\xi}(t) - 2\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{I}_{Nn} - \Lambda = \Omega$.

根据 $e_{\xi_i}(t) = \xi_i(t_k^i) - \xi_i(t)$, 式 (15) 可写为如下形式

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & 2\xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)e_{\xi}(t) + 2e_{\xi}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_{\xi}(t) - 2\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \\ & PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \end{aligned} \quad (16)$$

已知 $e_{\xi_i}(t) = \xi_i(t_k^i) - \xi_i(t)$, 式 (16) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & 2\xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t_k) + 2\xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) + 2e_{\xi}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \\ & PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_{\xi}(t) - \\ & 2\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \end{aligned}$$

进一步, 根据引理 3 可得

$$\begin{aligned} 2\xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \leq \\ \xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ B^T P)\xi(t_k) + \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \end{aligned} \quad (17)$$

根据不等式 (17), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t_k) + 2e_{\xi}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_{\xi}(t) - \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \\ & PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) \end{aligned} \quad (18)$$

如果 $\hat{\rho}_{ij}(t) = \bar{\rho}_{ij}$ 且 $\theta_{id} > 0$, 或者 $\hat{\rho}_{ij}(t) = \underline{\rho}_{ij}$ 且 $\theta_{id} < 0$, 可以得到 $2(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\theta_{id} \geq 0$.

$\dot{V}_2(t)$ 满足如下不等式

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})((1 + \\ & \hat{\rho}_{ij}(t))\|\xi_i^T(t_k^i)[PB]_j\|^2 - \sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (19)$$

已知 $\hat{\rho}_{ij}(t) \leq \bar{\rho}_{ij}$, 则下式成立

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\bar{\rho}_{ij} - \rho_{ij})(1 + \\ & \hat{\rho}_{ij}(t))\|\xi_i^T(t_k^i)[PB]_j\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\bar{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

基于等价变换, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & \frac{1}{2}\xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\bar{\Lambda} - \Lambda)(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t)) \times \\ & (\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t_k) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

已知 $\xi(t_k) = e_{\xi}(t) + \xi(t)$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\bar{\Lambda} - \Lambda)(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t) + e_{\xi}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\bar{\Lambda} - \Lambda)(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_{\xi}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

根据触发函数 (8), 可得

$$\Gamma > -\frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t) \quad (23)$$

关于动态变量 $\eta_i(t)$ 和 $\dot{V}_3(t)$, 如下不等式成立

$$-\lambda \eta_i(t) + \vartheta_i e^{-F_i t} \leq \dot{\eta}_i(t) < -\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i}\right) \eta_i(t) + \vartheta_i e^{-F_i t} \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^N -\lambda \eta_i(t) + \vartheta_i e^{-F_i t} \leq \dot{V}_3(t) < \sum_{i=1}^N -\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i}\right) \eta_i(t) + \vartheta_i e^{-F_i t} \quad (25)$$

综合以上结果, $\dot{V}(t)$ 满足如下不等式

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) < \\ & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t_k) + 2e_\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_\xi(t) - \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \\ & PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) + \\ & \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\bar{\Lambda} - \Lambda)(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t) + e_\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)(\bar{\Lambda} - \Lambda)(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_\xi(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \left(\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) - \vartheta_i e^{-F_i t} \right) \end{aligned}$$

合并同类项, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \xi^T(t_k)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Omega(\mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda})(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t_k) - \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Pi(\mathbf{I}_N \otimes \\ & B^T P)\xi(t) + e_\xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Psi(\mathbf{I}_{Nn} + \\ & \hat{\Lambda}(t))(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)e_\xi(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \left(\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) - \vartheta_i e^{-F_i t} \right) \quad (26) \end{aligned}$$

其中, $\Pi = \mathbf{I}_{Nn} + \hat{\Lambda}(t) - \bar{\Lambda} - \bar{\Lambda}\hat{\Lambda}(t)$, $\Psi = 2\mathbf{I}_{Nn} + \bar{\Lambda} - 3\Lambda$.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N e_{\xi_i}^T(t)PBB^T P e_{\xi_i}(t) = e^T(t)(L^2 \otimes PBB^T P)e(t) \leq \\ \gamma \sum_{i=1}^N e_i^T(t)PBB^T P e_i(t) \quad (27) \end{aligned}$$

其中, $\gamma = \lambda_{\max}(L^2 \otimes \mathbf{I}_n) = \lambda_{\max}(L^2)\lambda_{\max}(\mathbf{I}_n) = \lambda_{\max}(L^2)$, 定义 $\kappa = \max_{i,j}((\hat{\rho}_{ij} + 1)(2 + \hat{\rho}_{ij} - 3\rho_{ij}))$, $\omega_i = \min_i(1 - \bar{\rho}_{ij})$.

对矩阵进行变换, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Pi(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \omega_i \xi_i^T(t_k^i)PB(\mathbf{I}_n + \hat{\Lambda}_i(t))B^T P \xi_i(t_k^i) + \\ & \sum_{i=1}^N \kappa e_{\xi_i}^T(t)PBB^T P e_{\xi_i}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \left(\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) - \vartheta_i e^{-F_i t} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

根据不等式 (27), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Pi(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \omega_i \xi_i^T(t_k^i)PB(\mathbf{I}_n + \hat{\Lambda}_i(t))B^T P \xi_i(t_k^i) + \\ & \kappa \gamma \sum_{i=1}^N e_i^T(t)PBB^T P e_i(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \left(\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) - \vartheta_i e^{-F_i t} \right) \end{aligned}$$

基于所设计的触发函数 (8), 上述不等式可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) - \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ & \xi^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes PB)\Pi(\mathbf{I}_N \otimes B^T P)\xi(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t) - \sum_{i=1}^N \left(\left(\lambda - \frac{1}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) - \vartheta_i e^{-F_i t} \right) \quad (29) \end{aligned}$$

对不等式 (29) 合并同类项, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA))\varepsilon(t) + \sum_{i=1}^N \vartheta_i e^{-F_i t} - \\ \varepsilon^T(t)(L \otimes PB)\Pi(L \otimes B^T P)\varepsilon(t) - \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t) - \\ \sum_{i=1}^N \left(\lambda - \frac{2}{\varphi_i} \right) \eta_i(t) \end{aligned} \quad (30)$$

其中, 需要确保以下不等式成立

$$L \otimes (A^T P + PA) - (L \otimes PB)\Pi(L \otimes B^T P) < 0 \quad (31)$$

在不等式 (31) 左右两边同时乘以 $I_{Nn} \otimes P^{-1}$, 易得

$$L \otimes (P^{-1}A^T + AP^{-1}) - (L \otimes B)\Pi(L \otimes B^T) < 0$$

已知 $\Pi \geq (I_{Nn} + \hat{\Delta})(I_{Nn} - \bar{\Delta})$, 可得

$$\begin{aligned} \varepsilon^T(t)(L \otimes (P^{-1}A^T + AP^{-1}) - (L \otimes B)\Pi(L \otimes \\ B^T))\varepsilon(t) \leq \varepsilon^T(t)(L \otimes (P^{-1}A^T + AP^{-1}) - \\ (L \otimes B)(I_{Nn} + \hat{\Delta})(I_{Nn} - \bar{\Delta})(L \otimes B^T))\varepsilon(t) \leq \\ \varepsilon^T(t)(L \otimes (P^{-1}A^T + AP^{-1}) - \delta(L^2 \otimes BB^T))\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (32)$$

其中, δ 是正实常量, $\delta = \min_{i,j}(\rho_{ij} + 1)(1 - \bar{\rho}_{ij})$.

基于引理 1, 必将存在一个酉矩阵 $U = [(1/\sqrt{N})Y]$, 使得 $U^T L U = \text{diag}\{0, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$. 令 $\bar{\varepsilon} = (U^T \otimes I_z)\varepsilon$, λ_2 表示拉普拉斯矩阵 L 的最小特征根.

基于假设 1, 不等式 (32) 可作如下变换

$$\begin{aligned} \varepsilon^T(t)(L \otimes (P^{-1}A^T + AP^{-1}) - \delta(L^2 \otimes BB^T))\varepsilon(t) \leq \\ \sum_{i=2}^N \lambda_i(\bar{\varepsilon}_i^T(t)(P^{-1}A^T + AP^{-1} - \lambda_2 \delta BB^T)\bar{\varepsilon}_i(t)) < 0 \end{aligned} \quad (33)$$

引理 4. 基于文献 [41] 中的黎卡提不等式 $PA + A^T P - \varpi P B B^T P + Q < 0$, 在系统状态矩阵 (A, B) 可控的情况下, P 可通过如下线性矩阵不等式求解. 其中 P 和 Q 均为正定实对称矩阵, ϖ 为正实数

$$\begin{bmatrix} P^{-1}A^T + AP^{-1} - \varpi BB^T & P^{-1} \\ P^{-1} & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

注 4. 根据引理 4, 不等式 (33) 一定是可解的, 并且文中所提不等式 (31) 具有较小的保守性. 当拉普拉斯矩阵 L 已知时, 可以通过求解不等式 (31) 获

得矩阵 P , 进而完成控制器设计. 若仅已知拉普拉斯矩阵 L 的最小和最大特征值, 可以通过求解不等式 (34) 来完成控制策略设计.

对不等式 (30) 两边从 0 至 t 开始积分

$$\begin{aligned} V(t) - \int_0^t \varepsilon^T(t)(L \otimes (A^T P + PA) - (L \otimes \\ PB)(I_{Nn} + \hat{\Delta}(t))(I_{Nn} - \bar{\Delta}))(L \otimes \\ B^T P)\varepsilon(t)dt < V(0) - \\ \sum_{i=1}^N \int_0^t \left(\lambda - \frac{2}{\varphi_i} \right) \eta_i(t)dt + \sum_{i=1}^N \int_0^t \vartheta_i e^{-F_i t} dt - \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \int_0^t \frac{1}{2}(\hat{\rho}_{ij} - \rho_{ij})\sigma_{ij}(t)\hat{\rho}_{ij}(t)dt \end{aligned} \quad (35)$$

根据芭芭拉引理^[34] (引理 2) 可以得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\varepsilon(t)\| = 0 \quad (36)$$

□

以上完成了多智能体系统一致性的证明, 在第 2.3 节中将证明所设计的事件触发通信机制 (8) 可以排除芝诺现象.

注 5. 根据不等式 (35), 可以看出放松触发条件会对多智能体系统的一致性产生负面影响. 本文设计的事件触发函数 $f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t))$ 可以延长触发间隔且多智能体系统最终可以实现一致性.

注 6. 本文设计事件触发机制的初衷是智能体分布式按需通信, 也就是智能体不需要实时获得邻居的信息. 文中所设计的触发通信机制 (8) 和控制器 (6) 仅需要获取自身状态信息 $x_i(t)$ 和触发时刻的邻居信息 $x_m(t_{km}^i)$.

2.3 芝诺现象的排除

芝诺现象的出现将会对多智能体系统的稳定性带来影响, 当事件触发通信机制在很短的时间内频繁触发, 智能体间频繁的通信势必会对多智能体系统通信带宽和计算资源带来挑战. 本节将证明所设计的事件触发通信协议 (8) 不存在芝诺现象.

定理 2. 如果假设 1 和假设 2 成立, 事件触发通信机制 (8) 可以避免芝诺现象的发生.

证明. 在触发间隔 $[t_k^i, t_{k+1}^i]$ 内, $Ke_i(t)$ 的右迪尼导数 $D^+ \|Ke_i(t)\|$ 可以表示为

$$\begin{aligned} D^+ \|Ke_i(t)\| &\leq \|K\dot{e}_i(t)\| = \|K\dot{x}_i(t)\| \leq \\ &\|KAx_i(t) + KBu_i^F(t)\| \leq \\ &\|A\| \|Ke_i(t)\| + \|KAx_i(t_k^i)\| + \\ &\|KBu_i^F(t)\| \end{aligned} \quad (37)$$

其中, $K = B^T P$, 令 $\Upsilon = \|K A x_i(t_k^i)\| + \|K B u_i^F(t)\|$

$$\|K e_i(t)\| \leq \frac{\Upsilon}{\|A\|} (e^{\|A\|(t-t_k^i)} - 1) \quad (38)$$

根据事件触发条件 (8), 可以得到

$$\begin{aligned} &\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) - \\ &\kappa \gamma e_i^T(t) P B B^T P e_i(t) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t) > 0 \end{aligned} \quad (39)$$

其中, $\Xi = I_n + \hat{\Lambda}_i(t)$.

当事件触发条件 $f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t)) \leq 0$ 满足时, 以下条件成立

$$\begin{aligned} &\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) - \\ &\kappa \gamma e_i^T(t) P B B^T P e_i(t) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} &\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t) \leq \\ &\kappa \gamma e_i^T(t) P B B^T P e_i(t) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\|K e_i(t)\| \geq \sqrt{\frac{\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t)}{\kappa \gamma}} \quad (42)$$

因此, 可以得到

$$\begin{aligned} &\frac{\Upsilon}{\|A\|} (e^{\|A\|(t-t_k^i)} - 1) \geq \\ &\sqrt{\frac{\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t)}{\kappa \gamma}} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} &e^{\|A\|(t-t_k^i)} - 1 \geq \\ &\frac{\|A\|}{\Upsilon} \sqrt{\frac{\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t)}{\kappa \gamma}} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} &t - t_k^i \geq \frac{1}{\|A\|} \times \\ &\ln \left(\frac{\|A\|}{\Upsilon} \sqrt{\frac{\omega_i \xi_i^T(t_k^i) P B \Xi B^T P \xi_i(t_k^i) + \frac{1}{\varphi_i} \eta_i(t)}{\kappa \gamma}} + 1 \right) \end{aligned} \quad (45)$$

□

至此, 证明了所设计的事件触发通信机制可以排除芝诺现象. 在第 3 节中, 将在无人船集群系统中验证所提方法的有效性.

注 7. 相较于文献 [41], 通过引入 Γ 和 $\vartheta_i e^{-F_i t}$, 所设计的动态函数 $\eta_i(t)$ 衰减速率更慢, 可进一步延长触发间隔, 并且设计的动态函数 $\eta_i(t)$ 以指数形式收敛至零.

注 8. 值得一提的是, 当智能体发生较为严重的执行器故障时, κ 将变大且 ω_i 将变小, 触发条件 $f_i(e_i(t), \xi_i(t_k^i), \eta_i(t)) \leq 0$ 会更容易满足, 智能体间的通信会更频繁.

3 仿真结果

在本节中, 将通过仿真验证所提方法可以满足预期要求. 随着无人船的大量应用, 无人船集群控制得到了广泛关注. 本文将文献 [42] 的无人船模型进行线性化, 该模型由六个状态组成: 纵荡位置、横荡位置、偏航角、纵荡速度、横荡速度和偏航速率, 该多智能体系统由五个相同的智能体构成. 系统矩阵 A 和 B 如下式

$$\begin{aligned} &A = \begin{bmatrix} A1 & A2 \\ A3 & A4 \end{bmatrix} \\ &B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2500 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3396 & -0.3774 \\ 0 & 0.3774 & 2.6415 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$

其中

$$\begin{aligned} &A1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &A3 = \begin{bmatrix} -0.0200 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0340 & 0.0377 \\ 0 & 0.0377 & -0.2642 \end{bmatrix} \\ &A4 = \begin{bmatrix} -0.1250 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1358 & 0.1698 \\ 0 & 0.1509 & -1.1887 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

考虑如图 1 所示的由五个智能体组成的多智能体系统, 系统的拉普拉斯矩阵 L 如下

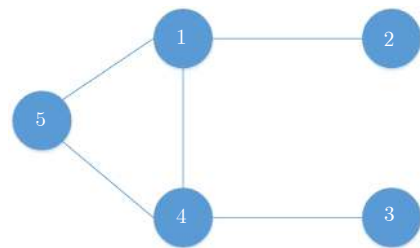


图 1 网络通信拓扑

Fig.1 Network communication topology

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

多智能体系统的故障参数 ρ_{ij} 为

$$\Lambda_1 = \text{diag}\{0.66, 0.68, 0.74\}$$

$$\Lambda_2 = \text{diag}\{0.62, 0.76, 0.69\}$$

$$\Lambda_3 = \text{diag}\{0.73, 0.56, 0.72\}$$

$$\Lambda_4 = \text{diag}\{0.67, 0.33, 0.64\}$$

$$\Lambda_5 = \text{diag}\{0.55, 0.45, 0.67\}$$

动态变量 $\eta_i(t)$ 的初值为

$$\eta_i(t) = (0.055, 0.043, 0.034, 0.047, 0.051)$$

通过求解线性矩阵不等式 (31), 可以得到如下矩阵

$$P = \begin{bmatrix} P1 & P2 \\ P3 & P4 \end{bmatrix} \quad (48)$$

其中

$$P1 = \begin{bmatrix} 0.0035 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0037 & -0.0019 \\ 0 & -0.0019 & 0.0158 \end{bmatrix}$$

$$P2 = \begin{bmatrix} 0.0037 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0029 & -0.0020 \\ 0 & -0.0012 & 0.0152 \end{bmatrix}$$

$$P3 = \begin{bmatrix} 0.0037 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0029 & -0.0012 \\ 0 & -0.0020 & 0.0152 \end{bmatrix}$$

$$P4 = \begin{bmatrix} 0.1462 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1107 & -0.0004 \\ 0 & -0.0004 & 0.1229 \end{bmatrix}$$

如图 2 ~ 图 7 所示, 当多智能体系统发生执行器故障时, 自适应容错控制器可以保证多智能体系统的稳定性. 图 8 表示编队中无人船的纵荡位置和横荡位置, 仿真结果表明本文的容错控制方法可以使无人船集群很好地实现一致性.

从图 9 和图 10 可以看出, 如果智能体之间的状态差异过大, 智能体间的通信会更加频繁. 因此在实现一致性的过程中, 智能体之间需要频繁的通信. 当多智能体系统逐渐达成一致时, 智能体之间的通信频率不断降低, 所设计的事件触发通信机制减少了不必要的通信. 为说明本文所提事件触发机

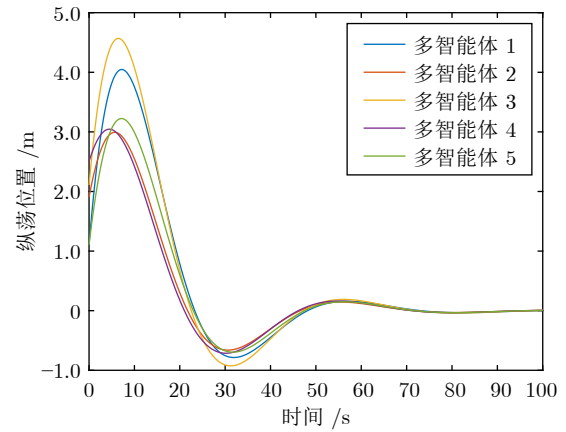


图 2 纵荡位置

Fig.2 Surge position

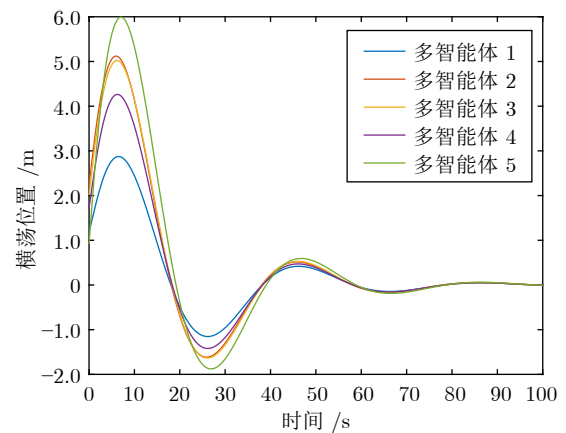


图 3 横荡位置

Fig.3 Sway position

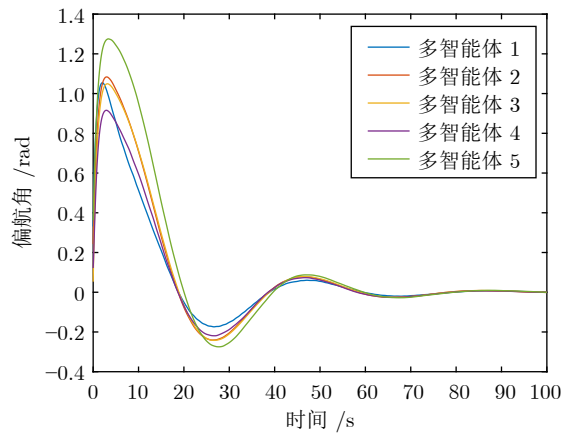


图 4 偏航角

Fig.4 Yaw angle

制具有更好的应用效果, 将文献 [25] 所提事件触发控制方法应用于本例中的无人船编队系统, 相应的事件触发时刻与触发间隔仿真效果如图 10 所示.

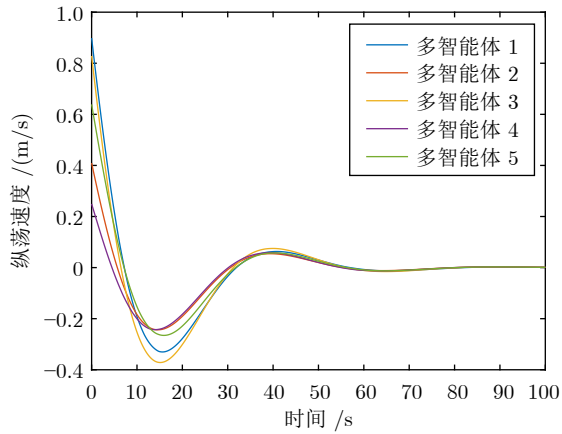


图 5 纵荡速度
Fig.5 Surge velocity

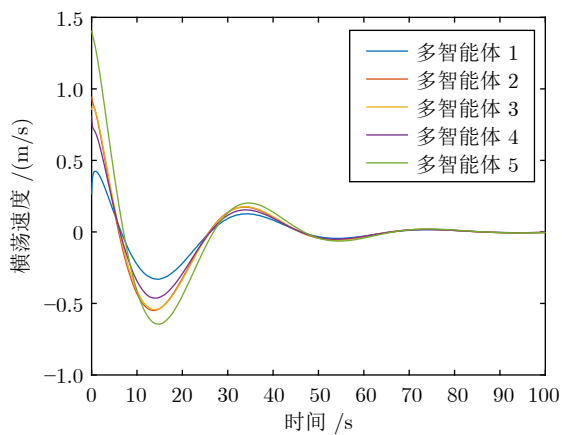


图 6 横荡速度
Fig.6 Sway velocity

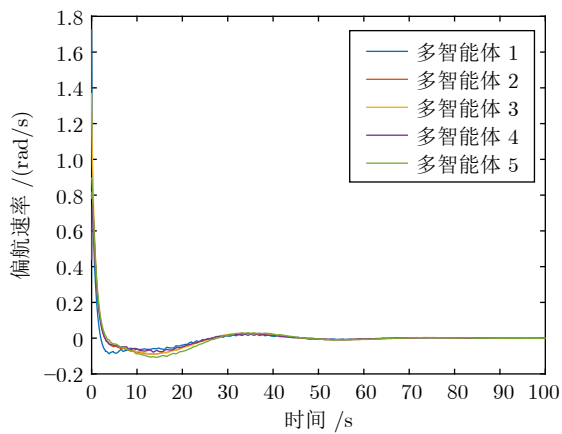


图 7 偏航速率
Fig.7 Yaw rate

对比图 9 和图 10 可以看出, 本文所提方法能够更好地节省通信资源。

自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$ 和动态变量 $\eta_i(t)$ 如图 11 和图 12 所示. 当多智能体系统趋于一致时, 自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$

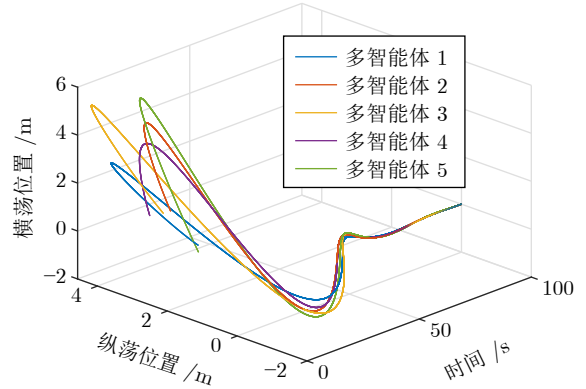


图 8 无人船集群状态
Fig.8 States of unmanned ship cluster

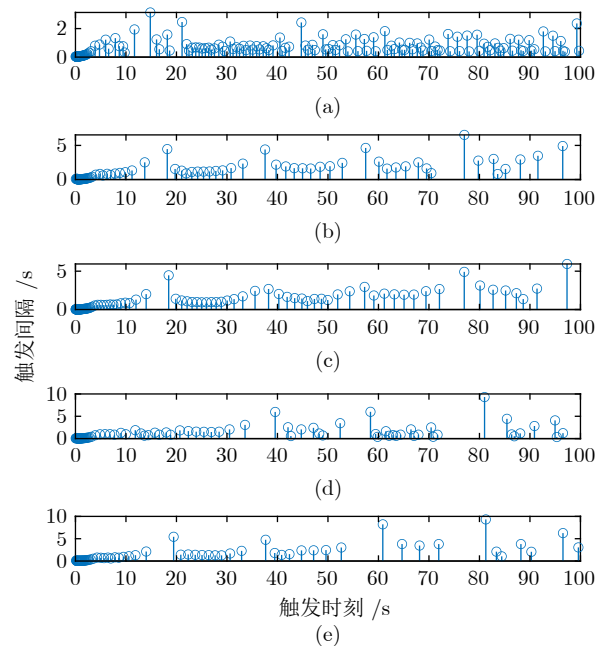


图 9 基于触发通信协议 (8) 的触发时刻和触发间隔, (a)、(b)、(c)、(d) 和 (e) 分别表示智能体 1、智能体 2、智能体 3、智能体 4 和智能体 5 的触发时刻和触发间隔
Fig.9 Triggering moment and triggering interval for each agent by communication protocol (8), where (a), (b), (c), (d) and (e) indicate the triggering moment and triggering interval of the agent 1, agent 2, agent 3, agent 4 and agent 5 respectively

趋于稳定, 动态变量 $\eta_i(t)$ 渐进收敛. 当智能体发生执行器故障时, 自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$ 可以补偿故障, 因此多智能体系统具有更好的控制性能。

仿真结果表明, 在执行器发生故障的情况下, 控制器 (6) 可以保证多智能体系统的稳定性和一致性. 此外, 触发通信协议 (8) 可以有效地降低智能体之间的通信频率。

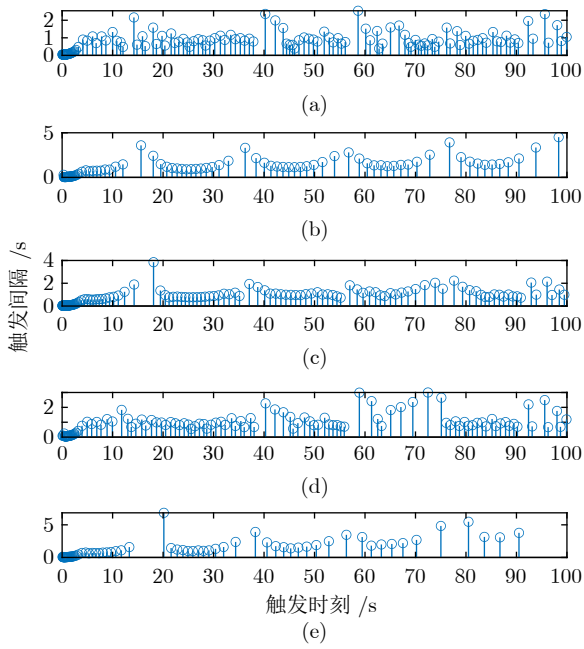


图 10 基于文献 [25] 的触发时刻和触发间隔, (a)、(b)、(c)、(d) 和 (e) 分别表示智能体 1、智能体 2、智能体 3、智能体 4 和智能体 5 的触发时刻和触发间隔

Fig.10 Triggering moment and triggering interval for each agent in reference [25], where (a), (b), (c), (d) and (e) indicate the triggering moment and triggering interval of the agent 1, agent 2, agent 3, agent 4 and agent 5 respectively

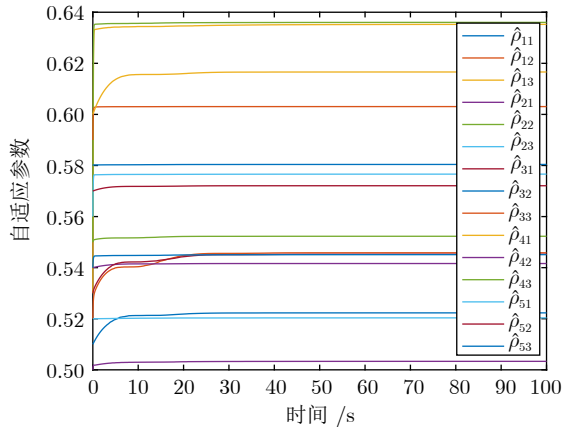


图 11 自适应参数 $\hat{\rho}_{ij}$

Fig.11 Adaptive parameter $\hat{\rho}_{ij}$

4 结束语

本文研究基于事件触发通信机制的多智能体系统可靠控制问题. 通过设计新的自适应事件触发通信条件, 可以有效地减少智能体之间的通信频率. 基于该触发通信机制, 所设计的控制器避免了对于邻居实时状态信息的依赖. 此外, 该控制器具有通

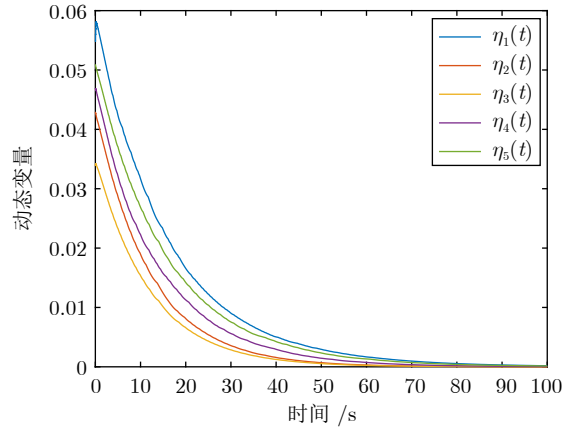


图 12 动态变量 $\eta_i(t)$

Fig.12 Dynamic variable $\eta_i(t)$

信间隔内时变的特点, 能保证在执行器失效故障和非连续通信条件下多智能体系统的一致性和稳定性. 最后, 通过仿真验证所提出的方法可以满足设计要求. 由于考虑的故障类型为线性多智能体系统执行器失效故障, 具有一定的局限性. 未来将面向执行器卡死、偏移故障和异构多智能体系统开展基于事件触发通信的容错控制研究.

References

- 1 Yang X K, Wang W, Huang P. Distributed optimal consensus with obstacle avoidance algorithm of mixed-order UAVs-USVs-UUVs systems. *ISA Transactions*, 2020, **107**: 270–286
- 2 Shou Y X, Xu B, Zhang A D, Mei T. Virtual guidance-based coordinated tracking control of multi-autonomous underwater vehicles using composite neural learning. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, **32**(12): 5565–5574
- 3 Nair A S, Hossen T, Campion M, Selvaraj D F, Goveas N, Kaabouch N, et al. Multi-agent systems for resource allocation and scheduling in a smart grid. *Technology and Economics of Smart Grids and Sustainable Energy*, 2018, **3**: Article No. 15
- 4 Shou Y X, Xu B, Lu H B, Zhang A D, Mei T. Finite-time formation control and obstacle avoidance of multi-agent system with application. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, **32**(5): 2883–2901
- 5 Seyboth G S, Ren W, Allgower F. Cooperative control of linear multi-agent systems via distributed output regulation and transient synchronization. *Automatica*, 2016, **68**: 132–139
- 6 Li Y J, Tan C. A survey of the consensus for multi-agent systems. *Systems Science & Control Engineering*, 2019, **7**(1): 468–482
- 7 Xie C H, Yang G H. Cooperative guaranteed cost fault-tolerant control for multi-agent systems with time-varying actuator faults. *Neurocomputing*, 2016, **214**: 382–390
- 8 Liu Y, Yang G H. Integrated design of fault estimation and fault-tolerant control for linear multi-agent systems using relative outputs. *Neurocomputing*, 2019, **329**: 468–475
- 9 Khalili M, Zhang X D, Polycarpou M M, Parisini T, Cao Y C. Distributed adaptive fault-tolerant control of uncertain multi-agent systems. *Automatica*, 2018, **87**: 142–151
- 10 Deng C, Yang G H. Distributed adaptive fault-tolerant control

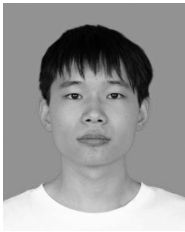
- approach to cooperative output regulation for linear multi-agent systems. *Automatica*, 2019, **103**: 62–68
- 11 Wang X, Yang G H. Adaptive reliable coordination control for linear agent networks with intermittent communication constraints. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018, **5**(3): 1120–1131
 - 12 Yang P, Ma B, Dong Y, Liu J W. Fault-tolerant consensus of leader-following multi-agent systems based on distributed fault estimation observer. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2018, **16**(5): 2354–2362
 - 13 Lü S Y, Jin X Z, Wu X M, Ding L J, Chi J. Robust adaptive event-triggered fault-tolerant control for time-varying systems against perturbations and faulty actuators. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, **426**: Article No. 127133
 - 14 Li H Y, Wu Y, Chen M. Adaptive fault-tolerant tracking control for discrete-time multiagent systems via reinforcement learning algorithm. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **51**(3): 1163–1174
 - 15 Zhao G L, Wang Z, Fu X W. Fully distributed dynamic event-triggered semiglobal consensus of multi-agent uncertain systems with input saturation via low-gain feedback. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, **19**(4): 1451–1460
 - 16 Guo X G, Zhang D Y, Wang J L, Ahn C K. Adaptive memory event-triggered observer-based control for nonlinear multi-agent systems under DoS attacks. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, **8**(10): 1644–1656
 - 17 Bernuau E, Moulay E, Coirault P, Isfoula F. Practical consensus of homogeneous sampled-data multiagent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(11): 4691–4697
 - 18 Josse F, Bernuau E, Moulay E, Coirault P. Robustness of sampled-data homogeneous systems. *Automatica*, 2021, **123**: Article No. 109345
 - 19 Xu Y, Wu Z G. Data-based collaborative learning for multi-agent systems under distributed denial-of-service attacks. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 2024, **16**(1): 75–85
 - 20 Zheng S Q, Shi P, Agarwal R K, Lim C P. Periodic event-triggered output regulation for linear multi-agent systems. *Automatica*, 2020, **122**: Article No. 109223
 - 21 Zhang H, Feng G, Yan H C, Chen Q J. Observer-based output feedback event-triggered control for consensus of multi-agent systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(9): 4885–4894
 - 22 Liu T, Cao M, De Persis C, Hendrickx J M. Distributed event-triggered control for asymptotic synchronization of dynamical networks. *Automatica*, 2017, **86**: 199–204
 - 23 Ruan X L, Feng J W, Xu C, Wang J Y. Observer-based dynamic event-triggered strategies for leader-following consensus of multi-agent systems with disturbances. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2020, **7**(4): 3148–3158
 - 24 Zhu W, Jiang Z P, Feng G. Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models. *Automatica*, 2014, **50**(2): 552–558
 - 25 Deng C, Yang G H. Leaderless and leader-following consensus of linear multi-agent systems with distributed event-triggered estimators. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, **356**(1): 309–333
 - 26 Deng C, Wen C Y, Wang W, Li X Y, Yue D. Distributed adaptive tracking control for high-order nonlinear multiagent systems over event-triggered communication. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, **68**(2): 1176–1183
 - 27 Guo X G, Liu P M, Wang J L, Ahn C K. Event-triggered adaptive fault-tolerant pinning control for cluster consensus of heterogeneous nonlinear multi-agent systems under aperiodic DoS attacks. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2021, **8**(2): 1941–1956
 - 28 Ge X H, Han Q L, Zhang X M, Ding D R. Dynamic event-triggered control and estimation: A survey. *International Journal of Automation and Computing*, 2021, **18**(6): 857–886
 - 29 Liu D, Yang G H. Dynamic event-triggered control for linear time-invariant systems with L_2 -gain performance. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, **29**(2): 507–518
 - 30 Girard A. Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, **60**(7): 1992–1997
 - 31 Hao R L, Wang H B, Zheng W. Dynamic event-triggered adaptive command filtered control for nonlinear multi-agent systems with input saturation and disturbances. *ISA Transactions*, 2022, **130**: 104–120
 - 32 Qian Y Y, Liu L, Feng G. Distributed dynamic event-triggered control for cooperative output regulation of linear multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, **50**(7): 3023–3032
 - 33 Ruan X L, Xu C, Feng J W, Wang J Y, Zhao Y. Adaptive dynamic event-triggered control for multi-agent systems with matched uncertainties under directed topologies. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2022, **586**: Article No. 126450
 - 34 Ye D, Chen M M, Yang H J. Distributed adaptive event-triggered fault-tolerant consensus of multiagent systems with general linear dynamics. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(3): 757–767
 - 35 Xu Y, Wu Z G. Distributed adaptive event-triggered fault-tolerant synchronization for multiagent systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, **68**(2): 1537–1547
 - 36 Hou Q H, Dong J X. Robust adaptive event-triggered fault-tolerant consensus control of multiagent systems with a positive minimum interevent time. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, **53**(7): 4003–4014
 - 37 Sader M, Chen Z Q, Liu Z X, Deng C. Distributed robust fault-tolerant consensus control for a class of nonlinear multi-agent systems with intermittent communications. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, **403**: Article No. 126166
 - 38 Huang J Y, Jia W, Wan T X, Xiao S Y, Wang L Q, Dong J X. Adaptive event-triggered fault-tolerant consensus of linear heterogeneous multiagent systems via hierarchical approach. *Applied Mathematics and Computation*, 2023, **447**: Article No. 127909
 - 39 Li H Y, Wu Y, Chen M, Lu R Q. Adaptive multigradient recursive reinforcement learning event-triggered tracking control for multiagent systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, **34**(1): 144–156
 - 40 Zhu Z B, Wang F Y, Yin Y H, Liu Z X, Chen Z Q. Distributed fault-tolerant containment control for a class of non-linear multi-agent systems via event-triggered mechanism. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, **430**: Article No. 127250
 - 41 Yang Y, Yue D, Xu C. Dynamic event-triggered leader-following consensus control of a class of linear multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, **355**(15): 7706–7734
 - 42 Zhang Z, Zhang S X, Li H P, Yan W S. Cooperative robust optimal control of uncertain multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, **357**(14): 9467–9483



范泉涌 西北工业大学自动化学院副教授. 主要研究方向为非线性系统智能控制与可靠控制, 无人系统强化学习.

E-mail: fanquanyong@nwpu.edu.cn
(**FAN Quan-Yong** Associate professor at the School of Automation,

Northwestern Polytechnical University. His research interest covers intelligent control and reliable control of nonlinear systems and reinforcement learning for unmanned systems.)



张乃宗 西北工业大学自动化学院硕士研究生. 2021 年获得中国矿业大学学士学位. 主要研究方向为事件触发控制, 多智能体系统的容错控制.

E-mail: naizongzhang@mail.nwpu.edu.cn
(**ZHANG Nai-Zong** Master student at the School of Automation,

Northwestern Polytechnical University. He received his bachelor degree from China University of Mining and Technology in 2021. His research interest covers event-triggered control and fault-tolerant control of multi-agent systems.)



唐 勇 中航(成都)无人机系统股份有限公司总设计师. 主要研究方向为无人系统设计.

E-mail: tangyonguas@126.com

(**TANG Yong** Chief designer of AVIC (Chengdu) UAS Co., Ltd. His main research interest is design

of unmanned systems.)



许 斌 西北工业大学教授. 2006 年获得西北工业大学学士学位, 2012 年获得清华大学博士学位. 主要研究方向为智能控制, 自适应控制及其应用. 本文通信作者.

E-mail: smileface.binxu@gmail.com

(**XU Bin** Professor at Northwestern Polytechnical University. He received his bachelor degree from Northwestern Polytechnical University in 2006, and received his Ph.D. degree from Tsinghua University in 2012. His research interest covers intelligent control and adaptive control with applications. Corresponding author of this paper.)