

考虑执行器非线性的固定时间全局预设性能车辆队列控制

高振宇¹ 孙振超¹ 郭戈^{1,2}

摘要 针对含有执行器非线性的车辆队列控制系统, 提出一种固定时间全局预设性能控制 (Global prescribed performance control, GPPC) 控制方法. 首先, 设计一种平滑等效变换, 在同一框架下解决死区及饱和问题, 同时消除执行器非线性固有拐点问题. 其次, 构造两个新型性能函数, 并基于此提出一种全局预设性能控制算法, 实现如下目标: 1) 保证跟踪误差在固定时间内收敛到预定稳态区域; 2) 消除初始误差必须已知的限制; 3) 减小误差的超调量. 然后, 基于上述等效变换及预设性能控制算法, 设计一种固定时间滑模队列容错控制方案, 实现固定时间单车稳定及队列稳定. 最后, 通过 MATLAB 仿真实验, 验证了所提算法的有效性.

关键词 车辆队列, 执行器非线性, 全局预设性能控制, 固定时间稳定

引用格式 高振宇, 孙振超, 郭戈. 考虑执行器非线性的固定时间全局预设性能车辆队列控制. 自动化学报, 2024, 50(2): 320–333

DOI 10.16383/j.aas.c230189

Fixed-time Global Prescribed Performance Control for Vehicular Platoons With Actuator Nonlinearities

GAO Zhen-Yu¹ SUN Zhen-Chao¹ GUO Ge^{1,2}

Abstract The paper proposes a fixed-time global prescribed performance control (GPPC) scheme for the vehicular platoon system with actuator nonlinearities. A smooth equivalent transformation is first designed, with which both dead-zone and saturation can be handled under the same framework, while the inflection point problem caused by actuator nonlinearities is also dealt with. A global prescribed performance method, based on two novel performance functions, is constructed, while guaranteeing the tracking error converges to a predetermined range within a fixed time, eliminating the limitation that the initial value of the error needs to be known in advance, and reducing the overshoot of the error. Then, based on the proposed equivalent transformation and prescribed performance method, a fixed-time sliding mode fault-tolerant control algorithm is designed to achieve individual vehicle stability and string stability. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by MATLAB simulation experiment.

Key words Vehicular platoons, actuator nonlinearities, global prescribed performance control, fixed-time stability

Citation Gao Zhen-Yu, Sun Zhen-Chao, Guo Ge. Fixed-time global prescribed performance control for vehicular platoons with actuator nonlinearities. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(2): 320–333

车辆队列协同控制作为智能交通系统的核心技术之一, 可以实现车辆间的自主化、信息化、安全化

等多项功能, 在降低车辆阻力、缩短车辆间距离、提高行车速度、改善道路可靠性等方面展现出巨大潜力^[1-3]. 车辆队列控制旨在通过采用不同的通信模式获取车辆运动信息, 并基于该信息为车辆设计合适的控制器, 确保车辆以给定的间距策略按统一队列行驶. 众所周知, 控制器设计的是否合理直接决定了队列系统性能. 为此, 众多先进的控制技术, 如模型预测控制^[4]、反步控制^[5]、滑模控制^[6]、最优控制^[7]等, 被广泛采用并成功应用到车辆队列控制系统. 基于上述技术, 队列控制目标得以实现, 且获得较好的稳态性能.

从实际角度考虑, 若只保证队列系统的稳态性能, 则无法保证队列成功实现. 以车辆间距为例, 如果间距过小, 发生紧急事故时, 无法避免车辆间碰

收稿日期 2023-04-07 录用日期 2023-06-14

Manuscript received April 7, 2023; accepted June 14, 2023

国家自然科学基金 (62303101), 河北省自然科学基金 (F2023 501001), 中央高校基本科研业务费 (N2223036), 2023 年河北省硕士在读研究生创新能力培养资助项目 (CXZZSS2023205) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62303101), Natural Science Foundation of Hebei Province (F2023 501001), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (N2223036), and 2023 Hebei Provincial Postgraduate Student Innovation Ability Training Funding Project (CXZZSS 2023205)

本文责任编辑 李鸿一

Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi

1. 东北大学秦皇岛分校控制工程学院 秦皇岛 066004 2. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110004

1. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004 2. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110004

撞. 这便要求设计控制算法时, 稳态性能及瞬态性能 (如: 超调、收敛速度等) 需要同时考虑. 当前, 针对具有瞬态性能的队列控制算法主要包括: 基于障碍型李雅普诺夫函数 (Barrier Lyapunov function, BLF) 方法^[8-9] 及预设性能控制 (Prescribed performance control, PPC) 方法^[10-11]. 其中, PPC 算法由于设计简单、计算量低等优点成为处理瞬态性能主要方法. 文献 [12-13] 分别采用 PPC 方法实现了队列控制, 从瞬态和稳态两个角度保证了跟踪误差满足预设性能约束, 避免了车辆间碰撞及通信失联. 然而, 这些 PPC 方法都是基于传统性能函数, 只有当时间趋近无穷时, 跟踪误差才会收敛到预定稳态区域. 最近, 学者们提出了一些新的方法, 消除了上述限制. 例如: 文献 [14-15] 分别设计了基于有限时间性能函数和固定时间性能函数的 PPC 方法, 保证了跟踪误差在给定时间内趋于预定稳态区域. 上述成果^[10-15] 都可以保证系统满足性能约束, 但存在两个共同限制: 1) 性能函数的构建依赖系统初始误差, 而在一些特殊工作场景中, 初始误差无法获得或不确定; 2) 性能函数的边界处于原点的两侧且是固定的, 这一定程度上增加了系统的超调量, 降低了系统性能.

需要指出的是, 上述大部分工作^[10-14] 仅仅对车辆非线性动力学进行了研究, 如参数不确定、外部扰动等, 采用自适应技术、神经网络技术等近似算法对车辆不确定性进行估计, 忽略了执行器具有的非线性, 如: 死区、饱和及执行器故障等. 作为车辆的固有特性, 执行器非线性是不可避免的, 得不到有效处理会降低队列系统性能, 甚至导致系统不稳定^[16]. 早期, 大部分成果仅仅针对单一执行器非线性进行研究. 文献 [17-18] 采用自适应技术解决了车辆执行器死区问题. 文献 [19-20] 采用平滑函数近似车辆执行器饱和, 并采用自适应技术消除近似误差. 文献 [21] 采用辅助设计系统技术对饱和误差进行补偿, 消除饱和影响. 文献 [8-9] 采用自适应技术与 Nussbaum 技术相结合, 解决了车队系统中具有未知方向的执行器故障影响. 近年来, 部分成果针对含有两种执行器非线性的队列系统进行了研究. 文献 [22-23] 研究含执行器饱和及故障的队列控制, 采用平滑函数与自适应技术相结合的方式处理了执行器非线性. 文献 [24] 采用自适应技术解决了队列系统中的执行器故障及死区. 文献 [22-24] 可以有效处理两种执行器非线性, 但都是基于单一执行器非线性处理技术相结合的方式, 无法在同一架构下有效处理多种执行器非线性, 间接增加了系统的计算复杂度. 文献 [25] 给出一种等效变换方法, 将死区及执行器饱和和建模于同一架构下, 采用自适应技术消除了执行器非线性影响, 但该成果忽略了

控制输入的平滑性, 可能引起系统抖动、发动机悸动等, 影响系统性能. 据我们所知, 还没有相关成果可以在同一架构下同时处理执行器死区、饱和及故障三种执行器非线性, 并保证控制输入平滑性.

基于上述分析, 本文针对存在执行器故障、死区及饱和三种执行器非线性的车辆队列系统展开研究, 提出一种固定时间全局预设性能队列控制方案. 与现有工作相比, 本文主要创新性如下:

1) 本文设计了两个新型固定时间预设性能函数, 并基于该函数构造一种全局预设性能控制方法. 与现有成果^[10-16] 相比, 本文给定的 PPC 方法消除了性能函数依赖初始误差的限制, 减小了跟踪误差的超调量范围, 保证了跟踪误差在给定时间内收敛到预定稳态区域.

2) 本文给定一种基于改进 Sigmoid 函数的执行器非线性近似机制, 基于该机制将死区、饱和及故障建模于同一架构, 并采用自适应技术消除近似误差, 确保系统性能. 与已有文献 [15, 17-20, 22-24] 的结果比较, 本文给定的近似算法不仅消除了固有拐点问题, 保证了控制输入的平滑性, 还减少了近似算法的设计参数, 降低了计算复杂度, 改善了队列系统的性能.

3) 本文提出一种新型固定时间滑模队列控制方案, 保证固定时间单车稳定性及固定时间队列稳定性. 与已有固定时间队列控制方案^[15, 20] 相比, 本文控制方案不仅保证跟踪误差在任意初始状态下在预设时间内收敛至零点或其邻域, 且收敛时间仅由控制参数确定, 还消除了原有固定时间滑模方案存在的奇异值问题, 增加了系统的收敛速度.

本文组织结构如下: 第 1 节给出问题描述及预备知识; 第 2 节给出执行器非线性近似及预设性能转换; 第 3 节是控制器设计及稳定性分析; 第 4 节是数值仿真; 最后进行总结.

1 问题描述及预备知识

1.1 问题描述

如图 1 所示, 本文考虑基于双向通信拓扑且由 1 辆领导车 (标记为车辆 0) 和 N 辆跟随车组成的车辆队列系统. 队列的期望轨迹由车辆 0 给出, 其

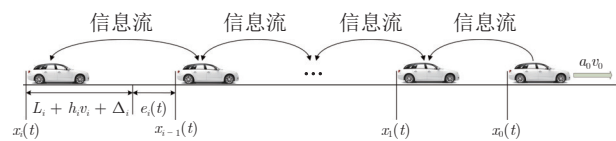


图 1 车辆队列构型

Fig. 1 Configuration of vehicular platoon

动力学描述为: $\dot{x}_0(t) = v_0(t)$, $\dot{v}_0(t) = a_0(t)$.

具有执行器故障、死区及饱和特性的跟随车 i ($i \in 1, 2, \dots, N$) 的运动学及动力学模型描述为如下三阶非线性系统^[22]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = a_i(t) \\ \dot{a}_i(t) = f_i(v_i, a_i) + u_i(t) + \omega_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中,

$$f_i(v_i, a_i) = -\frac{1}{m_i \tau_i} \left[\rho_a A_i C_{ai} \left(\frac{1}{2} v_i^2 + \tau_i v_i a_i \right) + \Xi_i \right] - \frac{1}{\tau_i} a_i \quad (2)$$

故障模型为:

$$u_i(t) = \rho_i(t) u_{ui}(t) + r_i(t) \quad (3)$$

死区及饱和非线性模型为:

$$u_{ui}(t) = \begin{cases} u_{i \max}, & A_i \geq u_{i \max} \\ l_{iu1}(A_i - u_{i+}), & u_{i+} < A_i < u_{i \max} \\ 0, & -u_{i-} \leq A_i \leq u_{i+} \\ l_{iu2}(A_i + u_{i-}), & -u_{i \min} < A_i < -u_{i-} \\ -u_{i \min}, & A_i \leq -u_{i \min} \end{cases} \quad (4)$$

这里, A_i 表示死区及饱和和非线性的输入信号. $u_{i \max}$, u_{i+} , u_{i-} , $u_{i \min}$ 是正常数, 并且满足 $l_{iu1} = \frac{u_{i \max}}{u_{i \max} - u_{i+}}$, $l_{iu2} = \frac{u_{i \min}}{u_{i \min} - u_{i-}}$. $\Xi_i = m_i g b_i \cos(\theta_i) + m_i g \sin(\theta_i)$ 表示道路坡度函数, 车辆 i 的其他参数如表 1 所示.

表 1 车辆 i 各参数的定义

Table 1 The definition of each parameter of vehicle i

参数	定义	参数	定义
m_i	第 i 辆车的质量	ρ_a	空气质量
$\omega_i(t)$	外部扰动	C_{ai}	空气动力阻力系数
g	重力加速度	θ_i	道路坡度角度
A_i	车辆横截面积	b_i	道路阻力滚动系数
$u_i(t)$	控制输入	τ_i	发动机时间常数
$\rho_i(t)$	驱动效率	$r_i(t)$	偏置故障

假设 1^[22-23]. $\rho_i(t)$ 和 $r_i(t)$ 是有界的, 满足 $0 < \rho_{i0} \leq \rho_i(t) \leq 1$, $|r_i(t)| \leq \bar{r}_i < \infty$, 其中, ρ_{i0} 和 \bar{r}_i 为正常数.

由于技术限制, 参数 ρ_a 、 C_{ai} 及 A_i 无法精确获得, 因此 $f_i(v_i, a_i)$ 是未知的. 受文献 [26] 启发, 将未知函数 $f_i(v_i, a_i)$ 写成如下形式:

$$f_i(v_i, a_i) = f_{i0}(v_i, a_i) + \Delta f_i(v_i, a_i) \quad (5)$$

其中, $f_{i0}(v_i, a_i)$ 为已知项, $\Delta f_i(v_i, a_i)$ 为不确定项.

基于式 (5), 式 (1) 中的第三式可改写为:

$$\dot{a}_i = f_{i0}(v_i, a_i) + u_i + D_i \quad (6)$$

其中, $D_i = \Delta f_i(v_i, a_i) + \omega_i(t)$ 表示作用到车辆 i 上的由未知扰动及模型不确定性引起的集总扰动.

假设 2^[22-23]. 集总扰动 D_i 是有界的, 满足 $|D_i| \leq \bar{D}_i$, 其中, \bar{D}_i 是未知正常数.

为提高队列安全性及稳定性, 本文采用恒时间间距策略, 则相邻车辆间距跟踪误差为:

$$e_i = x_{i-1} - x_i - L_i - \Delta_i - h_i v_i \quad (7)$$

其中, L_i 为第 i 辆车的长度, Δ_i 为车辆间最小安全距离, h_i 为车辆间行驶时距.

本文目标是针对含有多种执行器非线性及预设性能约束的车辆队列系统, 设计相应的队列控制律, 实现如下指标:

1) 固定时间单车稳定性: 相邻车辆间的跟踪误差在固定时间内收敛到零附近的小邻域内, 描述如下:

$$\lim_{t \rightarrow T_i} |e_i(t)| \leq \epsilon_i \quad (8)$$

其中, T_i 为跟踪误差收敛时间, ϵ_i 为较小正数;

2) 固定时间队列稳定性: 经过一个给定时间 $T_{i\Pi}$ 后, 跟踪误差不沿着队列向上游车辆传播, 描述如下:

$$|G_i(s)| = \left| \frac{E_{i+1}(s)}{E_i(s)} \right| \leq 1, \text{ when } t \geq T_{i\Pi} \quad (9)$$

其中, $E_i(s)$ 表示 $e_i(t)$ 的拉普拉斯变换;

3) 固定时间预设跟踪性能: 跟踪误差在固定时间内收敛到预定区域.

1.2 预备知识

引理 1^[27-28]. 对于系统 $\dot{x} = f(x)$, 如果存在一个连续径向有界函数 $V(x)$, 且满足 $\dot{V}(x) \leq -(\alpha V(x)^p + \beta V(x)^q)^k + \eta$, 下列两种情况可得:

1) 如果标量 $\alpha, \beta, p, q, k \in \mathbf{R}^+$, $pk < 1$, $qk > 1$, 且 $\eta = 0$, 那么系统 $\dot{x} = f(x)$ 是固定时间稳定的, 收敛时间 T 满足:

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)} \quad (10)$$

2) 如果标量 $\alpha, \beta, p, q, k \in \mathbf{R}^+$, $pk < 1$, $qk > 1$ 及 $0 < \eta < \infty$, 那么系统 $\dot{x} = f(x)$ 是实际固定时间稳定的. 系统 $\dot{x} = f(x)$ 状态收敛于:

$$\lim_{t \rightarrow T} |V(x)| \leq \min \left\{ \frac{1}{\alpha^{\frac{1}{p}}} \left(\frac{\eta}{1-\theta^k} \right)^{\frac{1}{pk}}, \frac{1}{\beta^{\frac{1}{q}}} \left(\frac{\eta}{1-\theta^k} \right)^{\frac{1}{qk}} \right\} \quad (11)$$

其中, θ 满足 $0 < \theta < 1$. 收敛时间 T 满足:

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha^k \theta^k (1-pk)} + \frac{1}{\beta^k \theta^k (qk-1)} \quad (12)$$

引理 2^[29]. 对于 $c > 0$, $s \leq c$, $p \geq 0$, $q > 0$, $k > 0$, 下列关系成立:

$$\begin{cases} s^{1+k} - c^{1+k} \leq (c-s)^{1+k} \\ p^k (q-p) \leq \frac{1}{1+k} (q^{1+k} - p^{1+k}) \end{cases} \quad (13)$$

引理 3^[30]. 设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N \geq 0$, 那么

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \xi_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \right)^p, & 0 < p \leq 1 \\ \sum_{i=1}^N \xi_i^p \geq N^{1-p} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \right)^p, & 1 < p < \infty \end{cases} \quad (14)$$

2 执行器非线性近似及预设性能转换

2.1 执行器非线性近似

为克服由执行器死区及饱和拐点导致的非平滑性问题 (如图 2 中虚线圆圈所示), 本文设计一种改进的 Sigmoid 函数, 利用该函数能够以平滑的形式近似式 (4) 中的死区及饱和特性, 即:

$$H_i(\Lambda_i) = \frac{u_{i\max}}{1 + e^{-k_{i1}(\Lambda_i - a_{i1})}} - \frac{u_{i\max}}{1 + e^{k_{i1}a_{i1}}} - \frac{u_{i\min}}{1 + e^{k_{i2}(\Lambda_i + a_{i2})}} + \frac{u_{i\min}}{1 + e^{k_{i2}a_{i2}}} \quad (15)$$

其中, $u_{i\max}$, k_{i1} , a_{i1} , $u_{i\min}$, k_{i2} , a_{i2} 是正常数, 并且定义如下: $a_{i1} = u_{i\max} + u_{i+}/2$, $k_{i1} = 4l_{iu1}/u_{i\max}$, $a_{i2} = u_{i\min} + u_{i-}/2$, $k_{i2} = 4l_{iu2}/u_{i\min}$.

根据近似特性, 可得:

$$u_{ui}(\Lambda_i) = H_i(\Lambda_i) + P_i(\Lambda_i) \quad (16)$$

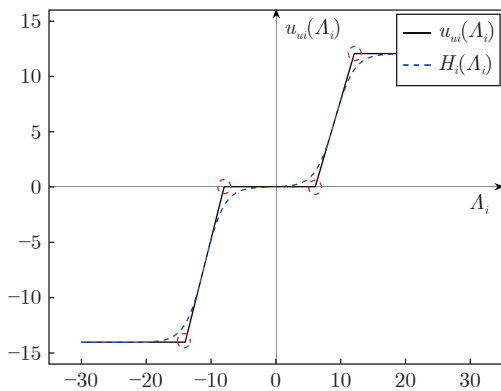


图 2 $u_{ui}(\Lambda_i)$ 和 $H_i(\Lambda_i)$ 的曲线图
Fig.2 Curves of $u_{ui}(\Lambda_i)$ and $H_i(\Lambda_i)$

这里, $P_i(\Lambda_i)$ 为近似误差, 满足 $P_i(\Lambda_i) = |u_{ui}(\Lambda_i) - H_i(\Lambda_i)| \leq |u_{ui}(\Lambda_i)| + |H_i(\Lambda_i)|$. 此外, 车辆系统作为一个实际物理系统: $u_{ui}(\Lambda_i)$ 和 $H_i(\Lambda_i)$ 都是有界的, 所以 $P_i(\Lambda_i)$ 也是有界的. 这里, 假设 $|P_i(\Lambda_i)| \leq \bar{P}_i$, \bar{P}_i 是一个未知正常数.

根据中值定理, 存在一个常数 δ_i ($\delta_i \in (0, 1)$), 使得下式成立:

$$H_i(\Lambda_i) = H'_i(\Lambda_{iu})(\Lambda_i - \Lambda_{i0}) + H_i(\Lambda_{i0}) \quad (17)$$

其中, $\Lambda_{iu} = \delta_i \Lambda_i + (1 - \delta_i) \Lambda_{i0}$ 和 Λ_{i0} 都是常数. 当 $\Lambda_{i0} = 0$ 时, 式 (17) 可写为:

$$H_i(\Lambda_i) = H'_i(\Lambda_{iu}) \Lambda_i \quad (18)$$

$$H'_i(\Lambda_{iu}) = \frac{u_{i\max} k_{i1} e^{-k_{i1}(\Lambda_i - a_{i1})}}{(1 + e^{-k_{i1}(\Lambda_i - a_{i1})})^2} + \frac{u_{i\min} k_{i2} e^{k_{i2}(\Lambda_i + a_{i2})}}{(1 + e^{k_{i2}(\Lambda_i + a_{i2})})^2} \quad (19)$$

注 1. 对于 $\Lambda_i \in [-M_1, M_2]$, $0 < M_1 < \infty$ 及 $0 < M_2 < \infty$, $H'_i(\Lambda_{iu})$ 是有界的, 满足:

$$0 < \gamma_{i\min} < H'_i(\Lambda_{iu}) < \infty \quad (20)$$

其中, $\gamma_{i\min}$ 是未知的正常数.

注 2. 与文献 [23] 相比, 本文采用的改进 Sigmoid 函数 $H_i(\Lambda_i)$ 可以较好近似非光滑死区及饱和输入 $u_{ui}(t)$, 具有较小的近似误差, 且调节参数更少, 更加适合在实际工程中采用.

根据式 (16) ~ (19), 式 (6) 可以改写为:

$$\begin{aligned} \dot{a}_i(t) &= f_{i0}(v_i, a_i) + \rho_i(t) H'_i(\Lambda_{iu}) \Lambda_i + \\ &\quad \rho_i(t) P_i(\Lambda_i) + r_i(t) + D_i \end{aligned} \quad (21)$$

2.2 预设性能转换

对于具有预设性能的队列系统, 其跟踪误差应严格保持在以下规定区域内^[30]:

$$\begin{cases} A_i(t) < e_i(t) < B_i(t), & e_i(0) \geq 0 \\ B_i(t) < e_i(t) < A_i(t), & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (22)$$

为满足固定时间预设性能, 同时消除与系统初始误差有关的限制, 本文设计两个新型固定时间性能函数:

$$A_i(t) = \begin{cases} a_i \text{sign}(e_i(0)) \left(\frac{1 - \frac{t}{T}}{\ln \left(e + \frac{Tt}{T-t} \right)} - 1 \right), & 0 \leq t < T \\ -a_i \text{sign}(e_i(0)), & t \geq T \end{cases} \quad (23)$$

$$B_i(t) = \begin{cases} b_i \text{sign}(e_i(0)) \left(\frac{\lambda_{i1} \left(1 - \frac{t}{T}\right)}{\ln\left(1 + \frac{Tt}{T-t}\right)} + \lambda_{iT} \right) - \\ \lambda_{iT} \text{sign}(e_i(0)), & 0 \leq t < T \\ (b_i - 1) \lambda_{iT} \text{sign}(e_i(0)), & t \geq T \end{cases} \quad (24)$$

其中, $a_i > 0$; $b_i > 1$; $\lambda_{i1}, \lambda_{iT} > 0$.

注 3. 根据式 (23) 和式 (24) 可以看出性能函数 $A_i(t)$ 和 $B_i(t)$ 的边界会根据车辆初始误差 $e_i(0)$ 的符号改变, 因此, 性能边界会把误差约束到一个比较狭窄的区域. 此外, $A_i(0) = 0$ 和 $B_i(0) = \pm\infty$ 可以消除性能函数对初始误差的严格限制, 实现全局预设性能. 与文献 [8-13] 中的误差约束 $-\xi_i \rho_i(t) < e_i(t) < \bar{\xi}_i \rho_i(t)$ 及性能函数相比, 本文对误差的约束不需要考虑误差初始值, 同时可以减小误差的超调, 增大误差的收敛速度.

由于误差约束 (22) 的存在, 直接根据跟踪误差设计控制器会变得异常困难. 为解决该问题, 引入下面的误差转换, 将有约束的跟踪误差转换成无约束误差:

$$e_i(t) = K(\mathcal{E}_i(t)) (B_i(t) - A_i(t)) + A_i(t) \quad (25)$$

其中, $K(\mathcal{E}_i(t))$ 需要满足下列条件

$$\begin{cases} \lim_{\mathcal{E}_i(t) \rightarrow -\infty} K(\mathcal{E}_i(t)) = 0, \\ \lim_{\mathcal{E}_i(t) \rightarrow +\infty} K(\mathcal{E}_i(t)) = 1, \end{cases} \quad e_i(0) \geq 0 \quad (26)$$

$$\begin{cases} \lim_{\mathcal{E}_i(t) \rightarrow -\infty} K(\mathcal{E}_i(t)) = 1, \\ \lim_{\mathcal{E}_i(t) \rightarrow +\infty} K(\mathcal{E}_i(t)) = 0, \end{cases} \quad e_i(0) < 0 \quad (27)$$

这里, $K(\mathcal{E}_i(t))$ 选择如下:

$$K(\mathcal{E}_i(t)) = \begin{cases} \frac{e^{\mathcal{E}_i(t)}}{1 + e^{\mathcal{E}_i(t)}}, & e_i(0) \geq 0 \\ \frac{1}{1 + e^{\mathcal{E}_i(t)}}, & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (28)$$

因此, 转换后的误差为:

$$\mathcal{E}_i(t) = \begin{cases} \ln\left(\frac{e_i(t) - A_i(t)}{B_i(t) - e_i(t)}\right), & e_i(0) \geq 0 \\ \ln\left(\frac{e_i(t) - B_i(t)}{A_i(t) - e_i(t)}\right), & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (29)$$

为方便后续控制器设计, 对 $\mathcal{E}_i(t)$ 分别求一阶及二阶导数得:

$$\dot{\mathcal{E}}_i(t) = R_i(\dot{e}_i(t) + \sigma_i) \quad (30)$$

$$\ddot{\mathcal{E}}_i(t) = R_i(\ddot{e}_i(t) + \dot{\sigma}_i) + \dot{R}_i(\dot{e}_i(t) + \sigma_i) \quad (31)$$

其中, R_i 和 σ_i 的表达式为:

$$R_i = \begin{cases} \frac{B_i(t) - A_i(t)}{(e_i(t) - A_i(t))(B_i(t) - e_i(t))}, & e_i(0) \geq 0 \\ \frac{A_i(t) - B_i(t)}{(e_i(t) - B_i(t))(A_i(t) - e_i(t))}, & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \frac{\dot{A}_i(t) - \dot{B}_i(t)}{B_i(t) - A_i(t)} e_i(t) + \frac{A_i(t)\dot{B}_i(t) - \dot{A}_i(t)B_i(t)}{B_i(t) - A_i(t)}, & e_i(0) \geq 0 \\ \frac{\dot{B}_i(t) - \dot{A}_i(t)}{A_i(t) - B_i(t)} e_i(t) + \frac{B_i(t)\dot{A}_i(t) - \dot{B}_i(t)A_i(t)}{A_i(t) - B_i(t)}, & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (33)$$

经过上述变换, 有约束的跟踪误差 e_i 转变为无约束误差变量 \mathcal{E}_i , 降低了控制器设计难度. 这里, 需要强调的是 e_i 和 \mathcal{E}_i 是等价的, 即二者具有相同的收敛特性, 因此, 保证 \mathcal{E}_i 的收敛, 便可保证 e_i 的收敛.

3 控制器设计及稳定性分析

3.1 控制器设计

针对存在执行器非线性、复合扰动以及性能约束的车辆队列系统, 为在固定时间内实现控制目标, 基于上述误差转换, 构建一种固定时间滑模控制算法. 该算法的设计分为以下两步.

步骤 1. 滑模面的构建: 设计如下固定时间滑模面:

$$S_i(t) = \dot{\mathcal{E}}_i + \alpha_i \psi_i(\mathcal{E}_i) \quad (34)$$

$\psi_i(\mathcal{E}_i)$ 定义为:

$$\psi_i(\mathcal{E}_i) = \begin{cases} \text{sig}[\beta_{i1} \text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \beta_{i2} \text{sig}^{p_{i2}}(\mathcal{E}_i)]^{g_i}, & \text{if } \bar{S}_i = 0 \text{ or } \bar{S}_i \neq 0, |\mathcal{E}_i| \geq \iota_i \\ l_{i1} \mathcal{E}_i + l_{i2} \mathcal{E}_i^2 \text{sign}(\mathcal{E}_i), & \text{if } \bar{S}_i \neq 0, |\mathcal{E}_i| < \iota_i \end{cases} \quad (35)$$

$$\bar{S}_i = \dot{\mathcal{E}}_i + \alpha_i \text{sig}[\beta_{i1} \text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \beta_{i2} \text{sig}^{p_{i2}}(\mathcal{E}_i)]^{g_i} \quad (36)$$

其中, $\alpha_i, \beta_{i1}, \beta_{i2}, p_{i1}, p_{i2}, g_i > 0, p_{i1}g_i \in (0, 1), p_{i2}g_i > 1, l_{i1} = (2 - g_i) \left(\beta_{i1} \iota_i^{\frac{p_{i1}-1}{g_i}} + \beta_{i2} \iota_i^{\frac{p_{i2}-1}{g_i}} \right)^{g_i}, l_{i2} = (g_i - 1) \left(\beta_{i1} \iota_i^{\frac{p_{i1}-2}{g_i}} + \beta_{i2} \iota_i^{\frac{p_{i2}-2}{g_i}} \right)^{g_i}, \iota_i > 0$ 是一个小的常数, 并且 $\text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) = |\mathcal{E}_i|^{p_{i1}} \text{sign}(\mathcal{E}_i)$.

为保证队列稳定性, 引入以下耦合滑模面:

$$\Pi_i(t) = \begin{cases} qS_i(t) - S_{i+1}(t), & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ qS_i(t), & i = N \end{cases} \quad (37)$$

其中, q 是正常数, 且满足 $0 < q \leq 1$.

由式 (37) 可得 $\Pi_i(t)$ 和 $S_i(t)$ 具有相同的收敛性, 也就是当 $\Pi_i(t)$ 收敛到零时, $S_i(t)$ 同时收敛到零.

为方便后续控制器设计, 对 $\Pi_i(t)$ 求导数得:

$$\dot{\Pi}_i(t) = \begin{cases} q \left(\ddot{\mathcal{E}}_i + \alpha_i \dot{\psi}_i(\mathcal{E}_i) \right) - \dot{S}_{i+1}(t), & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ q \left(\ddot{\mathcal{E}}_i + \alpha_i \dot{\psi}_i(\mathcal{E}_i) \right), & i = N \end{cases} \quad (38)$$

步骤 2. 固定时间队列控制器设计: 由于 \bar{D}_i , \bar{P}_i , ρ_{i0} , $\gamma_{i \min}$ 是未知的正常数, 本文使用自适应技术估计这些参数的界, 定义估计误差为:

$$\tilde{\eta}_i = \eta_i - \hat{\eta}_i, \quad \tilde{\phi}_i = \phi_i - \hat{\phi}_i \quad (39)$$

其中,

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i \geq \bar{P}_i + \bar{r}_i + \bar{D}_i \geq \rho_i(t) P_i(A_i) + r_i(t) + D_i \\ \phi_i = \frac{1}{\rho_{i0} \gamma_{i \min}} \end{cases} \quad (40)$$

对于存在执行器故障、死区及饱和的第 i 辆车, 控制器设计如下:

$$\begin{cases} A_i = \hat{\phi}_i \aleph_i \\ \aleph_i = \frac{1}{\chi_i} \left[K_{i1} \text{sig}^{p_{i1} g_i}(\Pi_i) + \frac{Z_i^2 \Pi_i}{|Z_i \Pi_i| + \vartheta_i} + \right. \\ \left. K_{i2} \text{sig}^{p_{i2} g_i}(\Pi_i) + \chi_i \hat{\eta}_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) \right] \end{cases} \quad (41)$$

自适应律设计为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}}_i = \chi_i \Pi_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) - \sigma_{i1} \hat{\eta}_i^{p_{i1} g_i} - \sigma_{i2} \hat{\eta}_i^{p_{i2} g_i} \\ \dot{\hat{\phi}}_i = \chi_i \Pi_i \aleph_i - \sigma_{i\phi 1} \hat{\phi}_i^{p_{i1} g_i} - \sigma_{i\phi 2} \hat{\phi}_i^{p_{i2} g_i} \end{cases} \quad (42)$$

其中, K_{i1} , K_{i2} , ϑ_i , γ_i , p_{i1} , p_{i2} , g_i , σ_{i1} , σ_{i2} , $\sigma_{i\phi 1}$, $\sigma_{i\phi 2}$ 是正常数, 并且满足 $p_{i1} g_i \in (0, 1)$, $p_{i2} g_i > 1$, $\chi_i = q h_i R_i$, Z_i 表达式为:

$$Z_i = \begin{cases} q[R_i(a_{i-1} - a_i + \dot{\sigma}_i) + \dot{R}_i(\dot{e}_i(t) + \sigma_i) + \alpha_i \dot{\psi}_i - h_i R_i f_{i0}(v_i, a_i)] - \dot{S}_{i+1}(t), & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ q[R_i(a_{i-1} - a_i + \dot{\sigma}_i) + \dot{R}_i(\dot{e}_i(t) + \sigma_i) + \alpha_i \dot{\psi}_i - h_i R_i f_{i0}(v_i, a_i)], & i = N \end{cases} \quad (43)$$

3.2 稳定性分析

定理 1. 考虑由含执行器非线性车辆 (1) ~ (6)

组成的队列系统, 在假设 1 和 2 下, 结合给定的非线性近似 (15) ~ (21) 及预设性能转换 (23) ~ (29), 设计的基于固定时间滑模面 (34) 及自适应律 (42) 的队列控制器 (41) 可以保证间距跟踪误差在固定时间 T_i 内收敛至零附近的稳态区域, 即固定时间单车稳定性. 此外, 当 $t \geq T_{i\text{II}}$ 时, 如果 $0 < q \leq 1$, 那么固定时间队列稳定性可以得到保证.

证明. 整个证明分为固定时间单车稳定性及固定时间队列稳定性.

固定时间单车稳定性. 首先, 证明 Π_i 的收敛性, 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_{i\Pi}(t) = \frac{1}{2} \Pi_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2 + \frac{\rho_{i0} \gamma_{i \min}}{2} \tilde{\phi}_i^2 \quad (44)$$

对 $V_{i\Pi}(t)$ 求时间 t 的导数得:

$$\dot{V}_{i\Pi} = \Pi_i \dot{\Pi}_i - \tilde{\eta}_i \dot{\hat{\eta}}_i - \rho_{i0} \gamma_{i \min} \tilde{\phi}_i \dot{\hat{\phi}}_i \quad (45)$$

综合式 (1), 式 (21) 及式 (38) 得 $\Pi_i(t)$ 的时间导数为:

$$\dot{\Pi}_i(t) = -\chi_i(\rho_i(t) H'_i(A_{iu}) A_i + D_i + \rho_i(t) P_i(A_i) + r_i(t)) + Z_i \quad (46)$$

根据式 (40) 得:

$$-\chi_i(\rho_i(t) P_i(A_i) + r_i(t) + D_i) \leq \chi_i \eta_i \quad (47)$$

结合式 (20) 和式 (47), 得:

$$\Pi_i \dot{\Pi}_i \leq \chi_i \eta_i |\Pi_i| + |Z_i \Pi_i| - \chi_i \rho_{i0} \gamma_{i \min} A_i \Pi_i \quad (48)$$

其中,

$$\begin{aligned} -\chi_i \rho_{i0} \gamma_{i \min} A_i \Pi_i &= -\chi_i \Pi_i \aleph_i + \chi_i \Pi_i \rho_{i0} \gamma_{i \min} \tilde{\phi}_i \aleph_i \leq \\ & -K_{i1} |\Pi_i|^{p_{i1} g_i} \Pi_i \text{sign}(\Pi_i) - \frac{Z_i^2 \Pi_i^2}{|Z_i \Pi_i| + \vartheta_i} - \\ & K_{i2} |\Pi_i|^{p_{i2} g_i} \Pi_i \text{sign}(\Pi_i) + \chi_i \Pi_i \rho_{i0} \gamma_{i \min} \tilde{\phi}_i \aleph_i - \\ & \chi_i \hat{\eta}_i \Pi_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) \end{aligned} \quad (49)$$

通过计算得:

$$\begin{cases} -\frac{Z_i^2 \Pi_i^2}{|Z_i \Pi_i| + \vartheta_i} \leq -|Z_i \Pi_i| + \vartheta_i \\ -K_{i1} |\Pi_i|^{p_{i1} g_i} \Pi_i \text{sign}(\Pi_i) \leq -K_{i1} |\Pi_i|^{p_{i1} g_i + 1} \\ -K_{i2} |\Pi_i|^{p_{i2} g_i} \Pi_i \text{sign}(\Pi_i) \leq -K_{i2} |\Pi_i|^{p_{i2} g_i + 1} \end{cases} \quad (50)$$

使用自适应律 (42), 可得:

$$\begin{aligned} -\tilde{\eta}_i \dot{\hat{\eta}}_i &= -\chi_i \tilde{\eta}_i \Pi_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) + \sigma_{i1} \tilde{\eta}_i \hat{\eta}_i^{p_{i1} g_i} + \\ & \sigma_{i2} \tilde{\eta}_i \hat{\eta}_i^{p_{i2} g_i} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned}
 -\rho_{i0}\gamma_i \min \tilde{\phi}_i \hat{\phi}_i &= \chi_i \Pi_i \rho_{i0}\gamma_i \min \tilde{\phi}_i \aleph_i + \\
 &\quad \rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1} \tilde{\phi}_i \hat{\phi}_i^{p_{i1}g_i} + \\
 &\quad \rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2} \tilde{\phi}_i \hat{\phi}_i^{p_{i2}g_i} \quad (52)
 \end{aligned}$$

根据引理 2, 可以得到:

$$\begin{cases} \sigma_{i1} \tilde{\eta}_i \hat{\eta}_i^{p_{i1}g_i} \leq -\frac{\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} \tilde{\eta}_i^{p_{i1}g_i+1} + \frac{2\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} \eta_i^{p_{i1}g_i+1} \\ \sigma_{i2} \tilde{\eta}_i \hat{\eta}_i^{p_{i2}g_i} \leq -\frac{\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} \tilde{\eta}_i^{p_{i2}g_i+1} + \frac{2\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} \eta_i^{p_{i2}g_i+1} \end{cases} \quad (53)$$

$$\begin{cases} \rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1} \tilde{\phi}_i \hat{\phi}_i^{p_{i1}g_i} \leq -\frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \tilde{\phi}_i^{p_{i1}g_i+1} + \\ \quad \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \phi^{p_{i1}g_i+1} \\ \rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2} \tilde{\phi}_i \hat{\phi}_i^{p_{i2}g_i} \leq -\frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \tilde{\phi}_i^{p_{i2}g_i+1} + \\ \quad \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \phi^{p_{i2}g_i+1} \end{cases} \quad (54)$$

利用如下不等式: $0 < |\Pi_i| - \Pi_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) \leq K_s \gamma_i$, 进一步得:

$$\chi_i \eta_i |\Pi_i| - \chi_i \eta_i \Pi_i \tanh\left(\frac{\Pi_i}{\gamma_i}\right) \leq \chi_i \eta_i K_s \gamma_i \quad (55)$$

将式 (48) ~ 式 (55) 代入式 (45) 得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i\Pi} \leq & -K_{i1} |\Pi_i|^{p_{i1}g_i+1} - K_{i2} |\Pi_i|^{p_{i2}g_i+1} - \\
 & \frac{\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} \tilde{\eta}_i^{p_{i1}g_i+1} - \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \tilde{\phi}_i^{p_{i1}g_i+1} - \\
 & \frac{\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} \tilde{\eta}_i^{p_{i2}g_i+1} - \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \tilde{\phi}_i^{p_{i2}g_i+1} + \\
 & \frac{2\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} \eta_i^{p_{i1}g_i+1} + \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \phi^{p_{i1}g_i+1} + \\
 & \frac{2\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} \eta_i^{p_{i2}g_i+1} + \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \phi^{p_{i2}g_i+1} + \\
 & \chi_i \eta_i K_s \gamma_i + \vartheta_i \quad (56)
 \end{aligned}$$

通过变换得:

$$\begin{aligned}
 V_{i\Pi} \leq & -K_{i1} 2^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \Pi_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} - \\
 & K_{i2} 2^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \Pi_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} - \\
 & \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \left(\frac{2}{\rho_{i0}\gamma_i \min} \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} - \\
 & \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \left(\frac{2}{\rho_{i0}\gamma_i \min} \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} 2^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} - \\
 & \frac{\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} 2^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} + \varrho_i \quad (57)
 \end{aligned}$$

根据引理 3, 进一步可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i\Pi} \leq & -a_{i1} \left[\left(\frac{1}{2} \Pi_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} + \left(\frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} + \right. \\
 & \left. \left(\frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} \right] - a_{i2} \left[\left(\frac{1}{2} \Pi_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} + \right. \\
 & \left. \left(\frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} + \left(\frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \right] + \varrho_i \leq \\
 & -a_{i1} \left(\frac{1}{2} \Pi_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2 + \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} + \varrho_i - \\
 & a_{i2} 3^{\frac{1-p_{i2}g_i}{2}} \left(\frac{1}{2} \Pi_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\eta}_i^2 + \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min}{2} \tilde{\phi}_i^2\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \leq \\
 & -a_{i1} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} - c_i V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} + \varrho_i \leq \\
 & -\left(a_{i1}^{\frac{1}{g_i}} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}}\right)^{g_i} - \left(c_i^{\frac{1}{g_i}} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}}\right)^{g_i} + \varrho_i \quad (58)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{cases} a_{i1} = 2^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} \min \left\{ K_{i1}, \frac{\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1}, \right. \\ \quad \left. \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \left(\frac{1}{\rho_{i0}\gamma_i \min}\right)^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2}} \right\} \\ a_{i2} = 2^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \min \left\{ K_{i2}, \frac{\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1}, \right. \\ \quad \left. \frac{\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \left(\frac{1}{\rho_{i0}\gamma_i \min}\right)^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2}} \right\} \end{cases} \quad (59)$$

$$\begin{cases} c_i = a_{i2} 3^{\frac{1-p_{i2}g_i}{2}} \\ \varrho_i = \frac{2\sigma_{i1}}{p_{i1}g_i + 1} \eta_i^{p_{i1}g_i+1} + \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 1}}{p_{i1}g_i + 1} \phi^{p_{i1}g_i+1} + \\ \quad \frac{2\sigma_{i2}}{p_{i2}g_i + 1} \eta_i^{p_{i2}g_i+1} + \frac{2\rho_{i0}\gamma_i \min \sigma_{i\phi 2}}{p_{i2}g_i + 1} \phi^{p_{i2}g_i+1} + \\ \quad \chi_i \eta_i K_s \gamma_i + \vartheta_i \end{cases} \quad (60)$$

根据引理 3, 将分两种情况讨论:

情况 1. 当 $g_i > 1$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i\Pi} &\leq -2^{1-g_i} \left(a_{i1}^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + c_i^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \varrho_i \leq \\ &\quad - \left(2^{\frac{1-g_i}{g_i}} a_{i1}^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + 2^{\frac{1-g_i}{g_i}} c_i^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \\ &\quad \varrho_i \leq - \left(k_{i1} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + \mu_{i1} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \varrho_i \end{aligned} \quad (61)$$

其中, $k_{i1} = 2^{\frac{1-g_i}{g_i}} a_{i1}^{g_i}$, $\mu_{i1} = 2^{\frac{1-g_i}{g_i}} c_i^{g_i}$.

通过引理 1 可知, $V_{i\Pi}$ 是实际固定时间稳定的.

情况 2. 当 $0 < g_i \leq 1$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i\Pi} &\leq - \left(a_{i1}^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + c_i^{g_i} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \varrho_i \leq \\ &\quad - \left(k_{i2} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + \mu_{i2} V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \varrho_i \end{aligned} \quad (62)$$

其中, $k_{i2} = a_{i1}^{g_i}$, $\mu_{i2} = c_i^{g_i}$.

根据引理 1, $V_{i\Pi}$ 是实际固定时间稳定的.

综合情况 1 和情况 2, 可得:

$$\dot{V}_{i\Pi} \leq - \left(k_i V_{i\Pi}^{\frac{p_{i1}g_i+1}{2g_i}} + \mu_i V_{i\Pi}^{\frac{p_{i2}g_i+1}{2g_i}} \right)^{g_i} + \varrho_i \quad (63)$$

其中,

$$k_i = \min \{k_{i1}, k_{i2}\}, \quad \mu_i = \min \{\mu_{i1}, \mu_{i2}\} \quad (64)$$

根据引理 1, 系统状态 $V_{i\Pi}$ 是实际固定时间稳定的, 即 $V_{i\Pi}$ 在固定时间 $T_{i\Pi}$ 内收敛到零附近的稳定区域 Ω_i . 存在 $0 < \theta_i < 1$, $V_{i\Pi}$ 和 Ω_i 满足:

$$\begin{aligned} T_{i\Pi} \leq T_{i\Pi \max} &:= \frac{1}{k_i^{g_i} \theta_i^{g_i} (1 - \frac{p_{i1}g_i+1}{2})} + \\ &\quad \frac{1}{\mu_i^{g_i} \theta_i^{g_i} (\frac{p_{i2}g_i+1}{2} - 1)} \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} \Omega_i \leq \min &\left\{ \frac{1}{k_i^{\frac{2g_i}{p_{i1}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i1}g_i+1}}, \right. \\ &\left. \frac{1}{\mu_i^{\frac{2g_i}{p_{i2}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i2}g_i+1}} \right\} \end{aligned} \quad (66)$$

根据式 (44) 和式 (66), 我们可得 Π_i , $\tilde{\eta}_i$, 和 ϕ_i 在固定时间 $T_{i\Pi}$ 内收敛于下列范围:

$$\begin{aligned} \{|\Pi_i|, |\tilde{\eta}_i|\} &\leq \left\{ \sqrt{\frac{2}{k_i^{\frac{2g_i}{p_{i1}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i1}g_i+1}}}, \right. \\ &\quad \left. \sqrt{\frac{2}{\mu_i^{\frac{2g_i}{p_{i2}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i2}g_i+1}}} \right\} \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}_i| &\leq \left\{ \sqrt{\frac{2}{\rho_{i0} \gamma_i \min k_i^{\frac{2g_i}{p_{i1}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i1}g_i+1}}}, \right. \\ &\quad \left. \sqrt{\frac{2}{\rho_{i0} \gamma_i \min \mu_i^{\frac{2g_i}{p_{i2}g_i+1}}} \left(\frac{\varrho_i}{1 - \theta_i^{g_i}} \right)^{\frac{2}{p_{i2}g_i+1}}} \right\} \end{aligned} \quad (68)$$

接下来, 证明 \mathcal{E}_i 的收敛性. 由式 (67) 可以看出, 选择合适的参数, 可以保证 Π_i 收敛到零附近较小邻域内, 进而可近似看成 $\Pi_i \approx 0$. 由于 Π_i 与 S_i 具有相同的收敛特性, 当 $t \geq T_{i\Pi}$ 时, 滑模面 (34) 可以写成如下形式:

$$\dot{\mathcal{E}}_i = -\alpha_i \psi_i(\mathcal{E}_i) \quad (69)$$

为证明 \mathcal{E}_i 的稳定性, 定义如下李雅普诺夫函数:

$$V_{i\mathcal{E}}(t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_i^2 \quad (70)$$

对其进行求导得:

$$\dot{V}_{i\mathcal{E}} = \mathcal{E}_i \dot{\mathcal{E}}_i \quad (71)$$

根据式 (35) 中 $|\mathcal{E}_i|$ 与 ι_i 的关系, 下面分情况讨论.

情况 1. 当 $\bar{S}_i = 0$ 或 $\bar{S}_i \neq 0$, $|\mathcal{E}_i| \geq \iota_i$,

$$\dot{\mathcal{E}}_i = -\alpha_i \text{sig}[\beta_{i1} \text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \beta_{i2} \text{sig}^{p_{i2}}(\mathcal{E}_i)]^{g_i} \quad (72)$$

将式 (72) 代入式 (71) 得:

$$\dot{V}_{i\mathcal{E}} = -\alpha_i \mathcal{E}_i \text{sig}[\beta_{i1} \text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \beta_{i2} \text{sig}^{p_{i2}}(\mathcal{E}_i)]^{g_i} \quad (73)$$

1) 当 $\mathcal{E}_i > \iota_i > 0$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i\mathcal{E}} &= -\alpha_i \mathcal{E}_i \left(\beta_{i1}(\mathcal{E}_i)^{p_{i1}} + \beta_{i2}(\mathcal{E}_i)^{p_{i2}} \right)^{g_i} \leq \\ &\quad - \left[\alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i1}(\mathcal{E}_i)^{p_{i1} + \frac{1}{g_i}} + \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i2}(\mathcal{E}_i)^{p_{i2} + \frac{1}{g_i}} \right]^{g_i} \leq \\ &\quad - \left[\alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i1} 2^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathcal{E}_i^2 \right)^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} + \right. \\ &\quad \left. \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i2} 2^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathcal{E}_i^2 \right)^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \right]^{g_i} \leq \\ &\quad - \left(\eta_{i1} V_{i\mathcal{E}}^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} + \eta_{i2} V_{i\mathcal{E}}^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \right)^{g_i} \end{aligned} \quad (74)$$

其中, $\eta_{i1} = \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i1} 2^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}}$, $\eta_{i2} = \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i2} 2^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}}$.

2) 当 $\mathcal{E}_i < -\iota_i < 0$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i\mathcal{E}} = & -\alpha_i |\mathcal{E}_i| - \beta_{i1} |\mathcal{E}_i|^{p_{i1}} - \beta_{i2} |\mathcal{E}_i|^{p_{i2}} |^{g_i} = \\ & -\alpha_i |\mathcal{E}_i| \left(\beta_{i1} |\mathcal{E}_i|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_i|^{p_{i2}} \right)^{g_i} \leq \\ & - \left[\alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i1} 2^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathcal{E}_i^2 \right)^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} + \right. \\ & \left. \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i2} 2^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathcal{E}_i^2 \right)^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \right]^{g_i} \leq \\ & - \left(\eta_{i1} V_{i\mathcal{E}}^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}} + \eta_{i2} V_{i\mathcal{E}}^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}} \right)^{g_i} \end{aligned} \quad (75)$$

其中, $\eta_{i1} = \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i1} 2^{\frac{p_{i1} + \frac{1}{g_i}}{2}}$, $\eta_{i2} = \alpha_i^{\frac{1}{g_i}} \beta_{i2} 2^{\frac{p_{i2} + \frac{1}{g_i}}{2}}$.

基于情况 1 中 1) 和 2) 的证明, 根据引理 1, 可得 $V_{i\mathcal{E}}$ 是全局固定时间收敛的.

情况 2. 当 $\bar{S}_i \neq 0$, $|\mathcal{E}_i| < \iota_i$ 时,

$$\dot{\mathcal{E}}_i = -\alpha_i [l_{i1} \mathcal{E}_i + l_{i2} \mathcal{E}_i^2 \text{sign}(\mathcal{E}_i)] \quad (76)$$

由于 $\dot{\mathcal{E}}_i = -\alpha_i [l_{i1} \mathcal{E}_i + l_{i2} \mathcal{E}_i^2 \text{sign}(\mathcal{E}_i)]$ 比 $\dot{\mathcal{E}}_i = -\alpha_i \text{sig}[\beta_{i1} \text{sig}^{p_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \beta_{i2} \text{sig}^{p_{i2}}(\mathcal{E}_i)]^{g_i}$ 有更快的收敛速度, 所以本阶段有更小的收敛时间.

根据情况 1 和 2, 可得 \mathcal{E}_i 是固定时间收敛的. 由引理 1, 可得一个较保守的收敛时间 $T_{i\mathcal{E}}$, 满足:

$$T_{i\mathcal{E}} \leq T_{i\mathcal{E}\max} = \frac{1}{\eta_{i1}^{g_i} (1 - \frac{p_{i1} g_i + 1}{2})} + \frac{1}{\eta_{i2}^{g_i} (\frac{p_{i2} g_i + 1}{2} - 1)} \quad (77)$$

综上所述, \mathcal{E}_i 是固定时间收敛的, 且稳定时间 T_i 满足 $T_i \leq T_{i\text{II}} + T_{i\mathcal{E}}$. 由于 \mathcal{E}_i 与跟踪误差 e_i 具有等价性, 所以跟踪误差 e_i 也是固定时间收敛的, 即固定时间单车稳定性.

固定时间队列稳定性. 由 Π_i 稳定性证明可以看出, 当 $t \geq T_{i\text{II}}$ 时, 通过选择合适的设计参数可使得 $\Pi_i(t)$ 收敛到原点附近的小邻域. 根据式 (37) 可以得到:

$$qS_i(t) \approx S_{i+1}(t) \quad (78)$$

明显有 $\frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} \approx q$. 由于 $0 < q \leq 1$, 进一步可得 $0 < \frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} \leq 1$.

根据极限的保号性定理得, 转换后的间距跟踪误差 $\mathcal{E}_i(t)$ 和滑模面 $S_i(t)$ 具有相同的符号, 即 $\mathcal{E}_i(t) \times S_i(t) \geq 0$. 又因为 $S_i(t) S_{i+1}(t) > 0$, 所以 $\mathcal{E}_i(t) \mathcal{E}_{i+1}(t) \geq 0$. 根据式 (78) 和 $0 < \frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} \approx q \leq 1$, 得 $0 < \frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)} \leq 1$.

在反证法的基础上对队列稳定性进行证明, 假设 $\frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)} > 1$.

情况 1. 当 $\bar{S}_i = 0$ 或 $\bar{S}_i \neq 0$, $|\mathcal{E}_i| \geq \iota_i$ 时, 分以下两部分进行分析.

1) 当 $\mathcal{E}_{i+1}(t) < \mathcal{E}_i(t) < 0$, 滑模面 (34) 改写为:

$$\begin{aligned} S_i(t) = & \dot{\mathcal{E}}_i(t) - \alpha_i |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i1}} - \beta_{i2} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i2}} |^{g_i} = \\ & \dot{\mathcal{E}}_i(t) - \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i2}})^{g_i} \end{aligned} \quad (79)$$

根据 $|\frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)}| > 1$ 及 $\mathcal{E}_{i+1}(t) < \mathcal{E}_i(t) < 0$, 得: $\mathcal{E}_{i+1}(t) e^{-st} < \mathcal{E}_i(t) e^{-st}$. 因此: $\int_0^t \mathcal{E}_{i+1}(t) e^{-st} dt < \int_0^t \mathcal{E}_i(t) e^{-st} dt < 0$. $\mathcal{E}_i(t)$ 的拉普拉斯变换为 $E_i(s) = \int_0^t \mathcal{E}_i(t) e^{-st} dt$, 有 $E_{i+1}(s) \leq E_i(s) < 0$. 因此 $\alpha_1 \beta_1 \times E_{i+1}^2(s) > \alpha_1 \beta_1 E_i^2(s)$. 所以

$$\begin{aligned} sE_{i+1}(s) - \alpha_i (\beta_{i1} |E_{i+1}(s)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |E_{i+1}(s)|^{p_{i2}})^{g_i} < \\ sE_i(s) - \alpha_i (\beta_{i1} |E_i(s)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |E_i(s)|^{p_{i2}})^{g_i} < 0 \end{aligned} \quad (80)$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_{i+1}(t) - \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_{i+1}(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_{i+1}(t)|^{p_{i2}})^{g_i} < \\ \dot{\mathcal{E}}_i(t) - \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i2}})^{g_i} < 0 \end{aligned} \quad (81)$$

因此 $\frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} > 1$, 该关系明显与 $0 < \frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} \leq 1$ 相反. 所以 $0 < \frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)} = q \leq 1$.

2) 当 $0 < \mathcal{E}_i(t) < \mathcal{E}_{i+1}(t)$ 时, 滑模面 (34) 写为:

$$S_i(t) = \dot{\mathcal{E}}_i(t) + \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i2}})^{g_i} \quad (82)$$

根据 $|\frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)}| > 1$ 及 $0 < \mathcal{E}_i(t) < \mathcal{E}_{i+1}(t)$, 得 $\mathcal{E}_i(t) e^{-st} < \mathcal{E}_{i+1}(t) e^{-st}$. 因此: $\int_0^t \mathcal{E}_i(t) e^{-st} dt < \int_0^t \mathcal{E}_{i+1}(t) e^{-st} dt < 0$. 因为 $\mathcal{E}_i(t)$ 的拉普拉斯变换为 $E_i(s) = \int_0^t \mathcal{E}_i(t) e^{-st} dt$, 所以 $0 < E_i(s) \leq E_{i+1}(s)$. 因此 $\alpha_i l_{i1} E_{i+1}^2(s) > \alpha_i \times l_{i2} E_i^2(s)$. 所以

$$\begin{aligned} sE_{i+1}(s) + \alpha_i (\beta_{i1} |E_{i+1}(s)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |E_{i+1}(s)|^{p_{i2}})^{g_i} > \\ sE_i(s) + \alpha_i (\beta_{i1} |E_i(s)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |E_i(s)|^{p_{i2}})^{g_i} > 0 \end{aligned} \quad (83)$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_{i+1}(t) + \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_{i+1}(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_{i+1}(t)|^{p_{i2}})^{g_i} > \\ \dot{\mathcal{E}}_i(t) + \alpha_i (\beta_{i1} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i1}} + \beta_{i2} |\mathcal{E}_i(t)|^{p_{i2}})^{g_i} > 0 \end{aligned} \quad (84)$$

因此 $\frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} > 1$, 与 $0 < \frac{S_{i+1}(t)}{S_i(t)} \leq 1$ 相反. 所以 $0 < \frac{\mathcal{E}_{i+1}(t)}{\mathcal{E}_i(t)} \leq 1$.

情况 2. 当 $\bar{S}_i \neq 0$, $|\mathcal{E}_i| < \iota_i$ 时, $|G_i(s)| \leq 1$ 的证明与 $\bar{S}_i = 0$ 或 $\bar{S}_i \neq 0$, $|\mathcal{E}_i| \geq \iota_i$ 时的证明相似, 故此省略.

综上所述, 当 $0 < q \leq 1$ 时, 在上述算法作用下, 固定时间队列稳定性可以得到保证. \square

定理 2. 如果跟踪误差 $\mathcal{E}_i(t)$ 是稳定的, 则预设跟踪性能 (22) 是可达的.

证明. 根据固定时间单车稳定性可得, 转换后的跟踪误差 $\mathcal{E}_i(t)$ 是固定时间收敛的, 即 $\mathcal{E}_i(t)$ 是有界的. 这里, 用 $\bar{\mathcal{E}}_i$ 表示 \mathcal{E}_i 的上界.

由式 (29) 可以推导出:

$$e^{\mathcal{E}_i} = \begin{cases} \frac{e_i(t) - A_i(t)}{B_i(t) - e_i(t)}, & e_i(0) \geq 0 \\ \frac{e_i(t) - B_i(t)}{A_i(t) - e_i(t)}, & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (85)$$

根据式 (85), 可得:

$$\frac{e^{\mathcal{E}_i}}{1 + e^{\mathcal{E}_i}} = \begin{cases} \frac{e_i(t) - A_i(t)}{B_i(t) - A_i(t)}, & e_i(0) \geq 0 \\ \frac{e_i(t) - B_i(t)}{A_i(t) - B_i(t)}, & e_i(0) < 0 \end{cases} \quad (86)$$

又因为 $0 < \frac{e^{-\bar{\mathcal{E}}_i}}{1 + e^{-\bar{\mathcal{E}}_i}} < \frac{e^{\bar{\mathcal{E}}_i}}{1 + e^{\bar{\mathcal{E}}_i}} < \frac{e^{\bar{\mathcal{E}}_i}}{1 + e^{\bar{\mathcal{E}}_i}} < 1$, 进一步

可得 $\begin{cases} 0 < \frac{e_i(t) - A_i(t)}{B_i(t) - A_i(t)} < 1, & e_i(0) \geq 0 \\ 0 < \frac{e_i(t) - B_i(t)}{A_i(t) - B_i(t)} < 1, & e_i(0) < 0 \end{cases}$, 所以有

$$\begin{cases} A_i(t) < e_i(t) < B_i(t), & e_i(0) \geq 0 \\ B_i(t) < e_i(t) < A_i(t), & e_i(0) < 0 \end{cases}$$

因此, 当 \mathcal{E}_i 稳定时, 预设跟踪性能 (22) 是能够得到保证的. \square

4 数值仿真

为验证所提控制算法的有效性, 在 MATLAB 环境中, 搭建由六辆车构成的车队仿真实验.

4.1 仿真设置

在仿真中, 仿真参数设置如下^[9]: 最小安全车间距 $\Delta_i = 5$ m, 第 i 辆车的车长 $L_i = 4$ m, 恒定时距 $h_i = 0.2$ s, 发动机时间常数 $\tau_i = 0.2$, 第 i 辆车的横截面积 $A_i = 2.2$ m², 空气质量比 $\rho_a = 0.2$, 空气阻力系数 $C_{ai} = 0.35$, 每辆车的质量 $m_i = 1\ 600$ kg, 重力加速度 $g = 9.8$ m/s², 道路坡度 $\theta_i = 0$, 道路滚动阻力系数 $b_i = 0.02$, 外部扰动 $\omega_i(t) = 0.1 \tanh(t)$, 模型不确定性 $\Delta f_i(v_i, a_i) = 0.5 f_{i0}(v_i, a_i)$, 队列中车辆的初始位置和速度分别为 $x_i(0) = [49.6, 39.2, 29.1, 19.2, 9.5, 0]$ m, $v_i(0) = 0$ m/s, $i = 1, 2, \dots, 5$. 领航车加速度设置如下:

$$a_0(t) = \begin{cases} 0.5t, & 0 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s} \\ 2, & 4 \text{ s} \leq t < 8 \text{ s} \\ -0.5t + 6, & 8 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s} \\ 0, & t \geq 12 \text{ s} \end{cases} \quad (87)$$

执行器故障选择为: $r_i(t) = 0.01 \sin(t)$, $\rho_i(t) = 0.75 + 0.25 \sin(0.1t)$.

具有死区及饱和和非线性的控制输入 u_{ui} 为:

$$u_{ui} = \begin{cases} 12, & \Lambda_i \geq 12 \\ 2(\Lambda_i - 6), & 6 < \Lambda_i < 12 \\ 0, & -8 \leq \Lambda_i \leq 6 \\ \frac{7}{3}(\Lambda_i + 8), & -14 < \Lambda_i < -8 \\ -14, & \Lambda_i \leq -14 \end{cases} \quad (88)$$

4.2 仿真实验

在本节中, 控制器参数选择如下: $q = 0.9$, $p_{i1} = 0.7$, $p_{i2} = 2$, $g_1 = 0.8$, $K_{i1} = 50$, $K_{i2} = 50$, $\vartheta_i = 0.1$, $\gamma_i = 0.01$, $\sigma_{i1} = 15$, $\sigma_{i2} = 10$, $\sigma_{i\phi 1} = 20$, $\sigma_{i\phi 2} = 10$, $\iota_i = 0.5$, $\alpha_i = 2$.

根据式 (88), 改进的 Sigmoid 函数可以计算为:

$$H_i(\Lambda_i) = \frac{12}{1 + e^{-2/3(\Lambda_i - 9)}} - \frac{12}{1 + e^6} - \frac{14}{1 + e^{2/3(\Lambda_i + 11)}} + \frac{14}{1 + e^{22/3}} \quad (89)$$

固定时间性能函数设计如下:

$$A_i(t) = \begin{cases} 0.035 \text{sign}(e_i(0)) \left(\frac{1 - \frac{t}{15}}{\ln\left(e + \frac{15t}{15-t}\right)} - 1 \right), & 0 \text{ s} \leq t < 15 \text{ s} \\ -0.035 \text{sign}(e_i(0)), & t \geq 15 \text{ s} \end{cases} \quad (90)$$

$$B_i(t) = \begin{cases} 1.5 \text{sign}(e_i(0)) \left(\frac{0.8(1 - \frac{t}{15})}{\ln\left(1 + \frac{15t}{15-t}\right)} + 0.07 \right) - & \\ 0.07 \text{sign}(e_i(0)), & 0 \text{ s} \leq t < 15 \text{ s} \\ 0.035 \text{sign}(e_i(0)), & t \geq 15 \text{ s} \end{cases} \quad (91)$$

仿真结果如图 3 ~ 8 所示. 图 3 为车辆的轨迹信息, 可以看出, 跟随车可以跟踪上领队车的轨迹并按队列行驶, 同时无碰撞发生. 图 4 和图 5 说明跟随车的速度和加速度最终都能与领队车保持一致, 整个队列按照领队车的速度及加速度行驶. 图 6 为跟随车控制输入, 当队列稳定之后, 控制器的输出值也保持不变. 图 7 为滑模面信息, 滑模面可以在固定时间内达到稳定状态. 从图 8 可以看出, 跟踪误差始终保持在预设的范围内 (即使存在初始误差未知的情况) 并最终收敛到零附近的区域, 此外, 由性能函数形成的狭窄边界可以有效地限制误差的超调量, 同时, 误差的收敛速度也有所提高. 值得注意的是, 队列稳定性也得到保证, 即 $|\frac{e_{i+1}(t)}{e_i(t)}| \leq 1$, $i =$

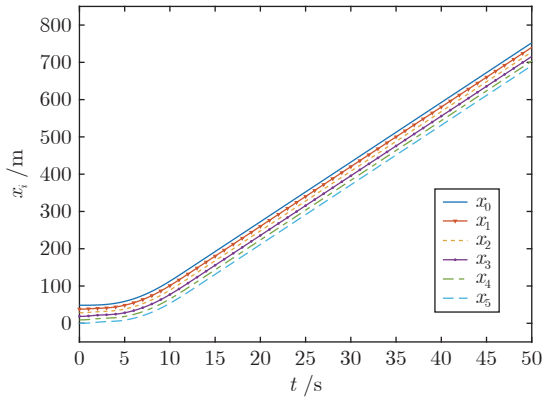


图 3 每辆车位置信息 $x_i(t)$
Fig.3 The position $x_i(t)$ of each vehicle

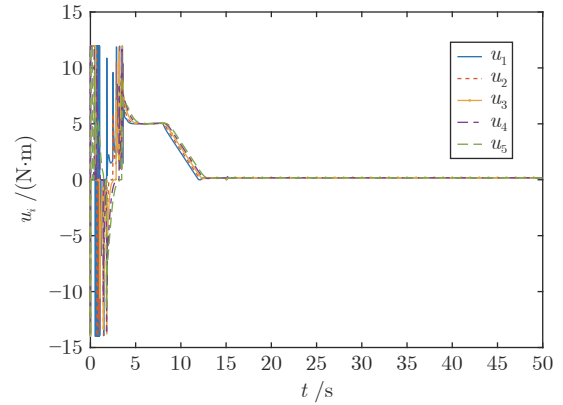


图 6 每辆车控制输入信息 $u_i(t)$
Fig.6 The control input $u_i(t)$ of each vehicle

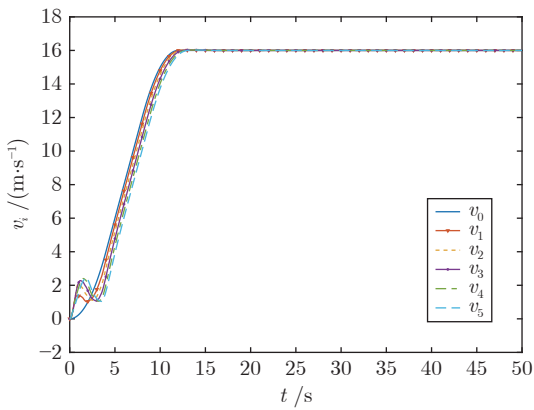


图 4 每辆车速度信息 $v_i(t)$
Fig.4 The velocity $v_i(t)$ of each vehicle

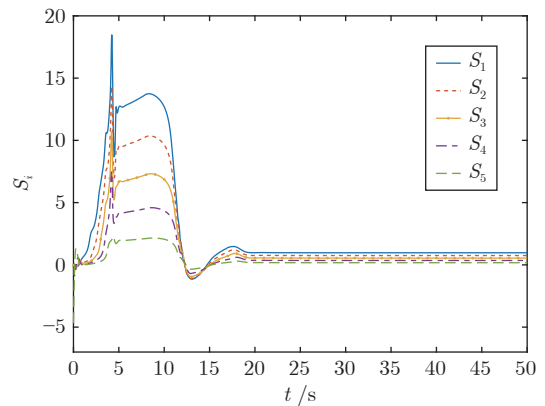


图 7 每辆车滑模面信息 $S_i(t)$
Fig.7 The sliding mode surface $S_i(t)$ of each vehicle

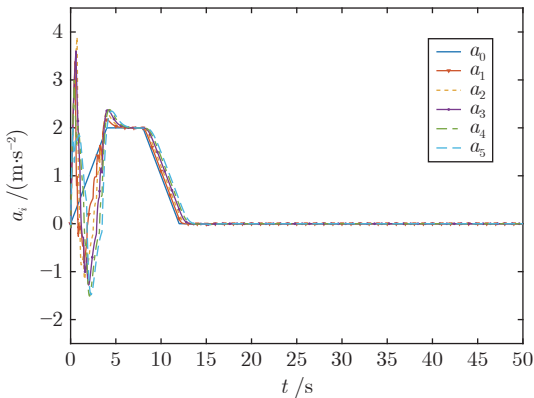


图 5 每辆车加速度信息 $a_i(t)$
Fig.5 The acceleration $a_i(t)$ of each vehicle

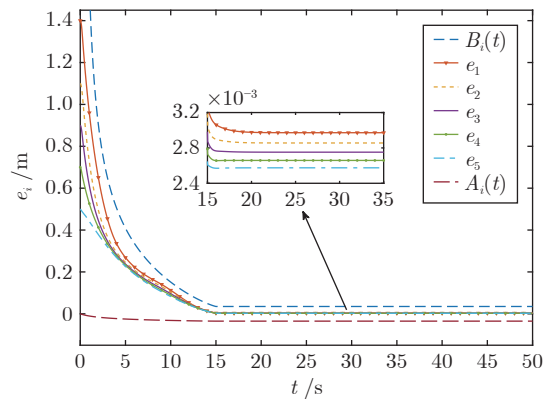


图 8 每辆车跟踪误差信息 $e_i(t)$
Fig.8 The tracking error $e_i(t)$ of each vehicle

1, 2, 3, 4, i.e., $|e_5(t)| < |e_4(t)| < |e_3(t)| < |e_2(t)| < |e_1(t)|$.

4.3 仿真对比

在本节中, 将给出如下两种对比实验来突显本

文所提出方法的性能。

对比实验 1. 为更好地体现本文 PPC 方法的性能, 与已有固定时间 PPC 方法进行对比。考虑约束条件 $-\xi_i \rho_i(t) < e_i(t) < \bar{\xi}_i \rho_i(t)$ 及如下固定时间性能函数^[14]:

$$\rho_i(t) = \begin{cases} \frac{1.93(1 - \frac{t}{15})}{\ln(e + \frac{15t}{15-t})} + 0.039, & 0 \leq t < 15 \text{ s} \\ 0.039, & t \geq 15 \text{ s} \end{cases} \quad (92)$$

这里, 约束参数选为: $\xi_i = \bar{\xi}_i = 0.9$.

仿真结果如图 9、10 所示. 从图 10 中可以看出, 使用分布在原点两侧的约束边界对误差进行约束时, 误差会存在波动较大的情况, 即该性能约束机制并未以一种积极的方式对误差进行限制. 进一步, 通过对比图 10 和图 8 可以发现, 在本文提出的预设性能控制方案作用下, 跟踪误差超调量比在传统固定时间预设性能控制方案作用下更小, 并且收敛速度有所提升.

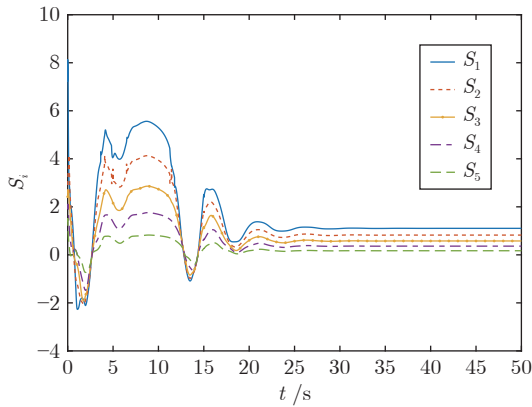


图 9 每辆车滑模面信息 $S_i(t)$

Fig.9 The sliding mode surface $S_i(t)$ of each vehicle

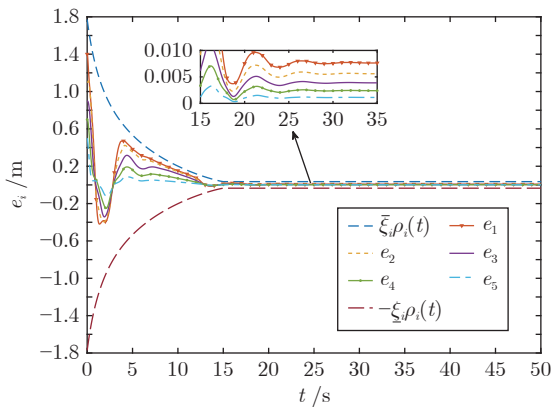


图 10 每辆车跟踪误差信息 $e_i(t)$

Fig.10 The tracking error $e_i(t)$ of each vehicle

对比实验 2. 为进一步说明所设计的固定时间滑模预设性能控制方法的性能, 本文与传统的固定时间滑模控制方法进行对比. 传统的固定时间滑模选为 $S_i = \dot{\mathcal{E}}_i + \alpha_{iq1} \text{sig}^{q_{i1}}(\mathcal{E}_i) + \alpha_{iq2} \text{sig}^{q_{i2}}(\mathcal{E}_i)$ [20], 参

数取: $q_{i1} = 0.56$, $q_{i2} = 1.6$, $\alpha_{iq1} = \alpha_{iq2} = 2$.

仿真结果如图 11、12 所示, 通过对比图 12 和图 8 可以看出, 本文提出的固定时间滑模控制算法具有更好的队列稳定性能, 同时使误差有更快的收敛速度及更高的控制精度.

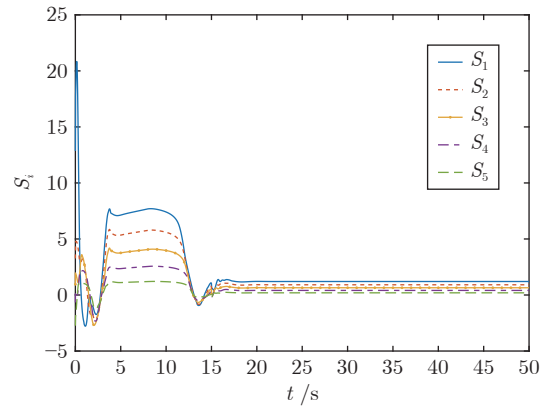


图 11 每辆车滑模面信息 $S_i(t)$

Fig.11 The sliding mode surface $S_i(t)$ of each vehicle

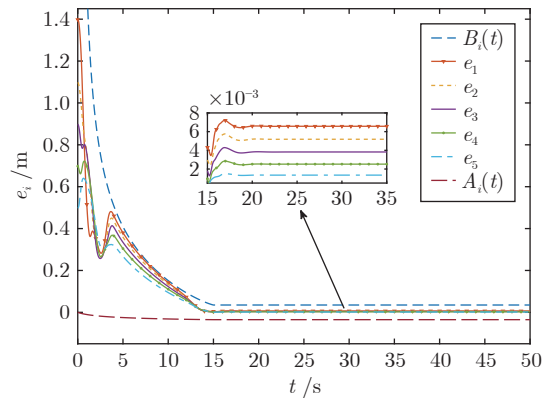


图 12 每辆车跟踪误差信息 $e_i(t)$

Fig.12 The tracking error $e_i(t)$ of each vehicle

5 结论

本文针对具有执行器非线性的车辆队列系统进行研究, 提出一种自适应固定时间全局预设性能控制算法. 所提算法可以实现: 1) 同一架构下处理执行器死区、饱和及故障, 保证控制输入的平滑性; 2) 保证跟踪误差在给定时间内收敛至预设稳态区域, 同时减少了跟踪误差超调量; 3) 保证闭环系统内所有状态都是固定时间稳定的, 确保固定时间单车稳定性及固定时间队列稳定性.

随着车载自组织网络 (Vehicular ad-hoc networks, VANETs) 的发展, 网络安全问题, 如恶意网络攻击、虚假信息注入等将变得更加普遍. 安全

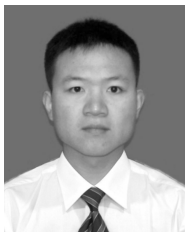
问题的发生, 会严重影响队列系统性能. 因此, 我们将来的研究中会充分考虑网络安全因素, 进一步探讨预设性能队列控制问题.

References

- Chu S, Majumdar A. Opportunities and challenges for a sustainable energy future. *Nature*, 2012, **488**(7411): 294–303
- Li Yong-Fu, Wu Chang-Qiang, Zhu Hao, Tang Xiao-Ming. Trajectory tracking control for connected vehicle platoon considering car-following interactions and time delays. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(9): 2264–2275
(李永福, 郭昌强, 朱浩, 唐晓铭. 考虑车辆跟驰作用和通信时延的网联车辆队列轨迹跟踪控制. 自动化学报, 2021, **47**(9): 2264–2275)
- Liu Y, Yao D Y, Li H Y, Lu R Q. Distributed cooperative compound tracking control for a platoon of vehicles with adaptive NN. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(7): 7039–7048
- Luo Jie, Lu Liang-Ye, He De-Feng, Yu Li, Du Hai-Ping. Distributed model predictive control of vehicle platoons with switching communication topologies. *Control Theory & Applications*, 2021, **38**(7): 887–896
(罗捷, 鲁良叶, 何德峰, 俞立, 杜海平. 通信拓扑切换下车车队分布式模型预测控制. 控制理论与应用, 2021, **38**(7): 887–896)
- Zhu Y, Zhu F. Distributed adaptive longitudinal control for uncertain third-order vehicle platoon in a networked environment. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, **67**(10): 9183–9197
- Guo Ge, Zhao Zi-Wei. Finite-time terminal sliding mode control of connected vehicle platoons. *Control Theory & Application*, 2023, **40**(1): 149–159
(郭戈, 赵梓唯. 网联车辆队列有限时间终端滑模控制. 控制理论与应用, 2023, **40**(1): 149–159)
- Yuan Hao-Nan, Guo Ge. Vehicle cooperative optimization scheduling in transportation cyber physical systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(1): 143–152
(原豪男, 郭戈. 交通信息物理系统中的车辆协同运行优化调度. 自动化学报, 2019, **45**(1): 143–152)
- Guo X G, Xu W, Wang J L, Park J H, Yan H C. BLF-based neuroadaptive fault-tolerant control for nonlinear vehicular platoon with time-varying fault directions and distance restrictions. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, **23**(8): 12388–12398
- Guo X G, Xu W, Wang J L, Ju H P. Distributed neuroadaptive fault-tolerant sliding-mode control for 2-D plane vehicular platoon systems with spacing constraints and unknown direction faults. *Automatica*, 2021, **129**: Article No. 109675
- Verginis C K, Bechlioulis C P, Dimarogonas D V, Kyriakopoulos K J. Robust distributed control protocols for large vehicular platoons with prescribed transient and steady-state performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, **26**(1): 299–304
- Li D D, Guo G. Prescribed performance concurrent control of connected vehicles with nonlinear third-order dynamics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, **69**(12): 14793–14802
- Wang J G, Luo X Y, Wong W C, Guan X P. Specified-time vehicular platoon control with flexible safe distance constraint. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, **69**(11): 10489–10503
- Wang J G, Wong W C, Luo X Y, Li X Y, Guan X P. Connectivity-maintained and specified-time vehicle platoon control systems with disturbance observer. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, **31**(16): 7844–7861
- Gao Zhen-Yu, Sun Zhen-Chao, Guo Ge. Finite-time sliding mode prescribed performance platoon control of connected vehicles. *Control Theory & Applications*, 2023, **40**(11): 1891–1902
(高振宇, 孙振超, 郭戈. 网联车辆有限时间滑模预设性能队列控制. 控制理论与应用, 2023, **40**(11): 1891–1902)
- Gao Z Y, Zhang Y, Guo G. Fixed-time prescribed performance adaptive fixed-time sliding mode control for vehicular platoons with actuator saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, **23**(12): 24176–24189
- Wang H, Bai W, Zhao X, Liu P X. Finite-time-prescribed performance-based adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems with dynamic uncertainty and actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, **52**(7): 6959–6971
- Guo X G, Wang J L, Liao F, Teo R S. Distributed adaptive control for vehicular platoon with unknown dead-zone inputs and velocity/acceleration disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, **27**(16): 2961–2981
- Guo X G, Wang J L, Liao F, Leo R S. Neuroadaptive quantized PID sliding-mode control for heterogeneous vehicular platoon with unknown actuator deadzone. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, **29**(1): 188–208
- Chen J Z, Liang H, Li J, Lv Z K. Connected automated vehicle platoon control with input saturation and variable time headway strategy. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, **22**(8): 4929–4940
- Gao Z Y, Zhang Y, Guo G. Adaptive fixed-time sliding mode control of vehicular platoons with asymmetric actuator saturation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, **72**(7): 8409–8423
- Guo X G, Zhao J J, Li H J, Wang J L, Liao F, Chen Y. Novel auxiliary saturation compensation design for neuroadaptive NTSM tracking control of high speed trains with actuator saturation. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 2020, **357**(3): 1582–1602
- Guo G, Li P, Hao L Y. A new quadratic spacing policy and adaptive fault-tolerant platooning with actuator saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, **23**(2): 1200–1212
- Guo X G, Ahn C K. Adaptive fault-tolerant pseudo-PID sliding-mode control for high-speed train with integral quadratic constraints and actuator saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, **22**(12): 7421–7431
- Guo G, Li P, Hao L Y. Adaptive fault-tolerant control of platoons with guaranteed traffic flow stability. *Transactions on Vehicular Technology*, 2022, **69**(7): 6916–6927
- Gao Z Y, Zhang Y, Guo G. Adaptive fixed-time prescribed performance control of vehicular platoons with unknown dead-zone and actuator saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023, **33**(2): 1231–1253
- Guo Ge, Zhang Qian, Gao Zhen-Yu. Finite-time fixed configuration formation control of intelligent vehicles with prescribed transient and steady-state performance. *China Journal of Highway and Transport*, 2022, **35**(3): 28–42
(郭戈, 张茜, 高振宇. 具有预设瞬态性能的有限时间智能车辆固定构型编队控制. 中国公路学报, 2022, **35**(3): 28–42)
- Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic*

Control, 2012, **57**(8): 2106–2110

- 28 Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, **54**: 305–309
- 29 Yang H J, Ye D. Adaptive fixed-time bipartite tracking consensus control for unknown nonlinear multi-agent systems: An information classification mechanism. *Information Sciences*, 2018, **459**: 238–254
- 30 Guo G, Li D D. Adaptive sliding mode control of vehicular platoons with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, **68**(8): 7511–7520



高振宇 东北大学秦皇岛分校副研究员. 主要研究方向为网联车辆队列控制与智能交通系统. 本文通信作者.

E-mail: 18840839109@163.com

(GAO Zhen-Yu Associate professor at Northeastern University at Qinhuangdao. His research interest

covers platoon control of connected vehicles and intelligent transportation systems. Corresponding author of this paper.)



孙振超 东北大学秦皇岛分校硕士研究生. 主要研究方向为网联车辆队列控制与智能交通系统.

E-mail: szc722@163.com

(SUN Zhen-Chao Master student at Northeastern University at Qinhuangdao. His research interest covers platoon control of connected vehicles and intelligent transportation systems.)



郭戈 东北大学教授. 主要研究方向为智能交通系统, 交通大数据分析, 人工智能应用和信息物理系统.

E-mail: geguo@yeah.net

(GUO Ge Professor at Northeastern University. His research interest covers intelligent transportation systems, traffic big data analysis, artificial intelligence applications, and information physical systems.)