

高速动车组数据驱动无模型自适应积分滑模预测控制

李中奇^{1,2} 周靓^{1,2} 杨辉^{1,2}

摘要 同许多复杂系统一样, 动车组 (Electric multiple unit, EMU) 运行过程也具有多变量、强耦合以及非线性等特性, 这严重影响着列控系统的性能. 针对包含外部扰动的动车组自动驾驶系统, 提出一种新型的多输入多输出 (Multi-input-multi-output, MIMO) 数据驱动积分滑模预测控制 (Integral sliding mode predictive control, ISMPC) 算法. 首先, 该算法基于与动车组运行过程等效的全格式动态线性化 (Full format dynamic linearization, FFDL) 数据模型, 设计一种离散积分滑模控制 (Integral sliding mode control, ISMC) 律. 为了使系统能够获得更高的输出跟踪误差精度, 利用模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 代替 ISMC 的切换控制, 进一步推导出 ISMPC 算法. 同时, 通过对 FFDL 数据模型的未知扰动、参数误差等不确定项进行延时估计, 提升了算法的控制性能和对系统的等价描述程度. 在提供两种算法的稳定性证明分析之后, 以实验室配备的 CRH380A 型动车组仿真实验台对提出的 ISMC 和 ISMPC 算法进行仿真测试, 并与其他方法进行对比, 仿真结果表明 ISMPC 算法控制性能较好, 动车组各动力单元速度跟踪误差均在 ± 0.132 km/h 以内, 满足列车的跟踪精度需求; 控制力和加速度分别在 $[-52$ kN, 42 kN] 和 ± 0.9249 m/s² 以内且变化平稳.

关键词 列车自动驾驶, 数据驱动控制, 速度跟踪, 积分滑模控制, 模型预测控制, 全格式数据模型

引用格式 李中奇, 周靓, 杨辉. 高速动车组数据驱动无模型自适应积分滑模预测控制. 自动化学报, 2024, 50(1): 194–210

DOI 10.16383/j.aas.c230074

Data-driven Model-free Adaptive Integral Sliding Mode Predictive Control for High-speed Electric Multiple Unit

LI Zhong-Qi^{1,2} ZHOU Liang^{1,2} YANG Hui^{1,2}

Abstract Like many complex systems, the electric multiple unit (EMU) operation process also has the characteristics of multivariable, strong coupling and nonlinearity, which seriously affect the performance of the train control system. A new multi-input-multi-output (MIMO) data-driven integral sliding mode predictive control (ISMPC) algorithm is proposed for the EMU autopilot system with external disturbances. Based on the full format dynamic linearization (FFDL) data model equivalent to the EMU operation process, a discrete integral sliding mode control (ISMC) law is designed. To achieve higher output tracking error accuracy, the switching control with ISMC is replaced by model predictive control (MPC), leading to the further derivation of the ISMPC algorithm. Through the delay estimation of the unknown disturbance, parameter error and other uncertainties of the FFDL data model, the control performance of the algorithm and the equivalent description of the system are improved. After providing the stability proof analysis of the two algorithms, the ISMC and ISMPC algorithms proposed in this paper are simulated and tested on the CRH380A EMU simulation test bench equipped in the laboratory, and compared with other methods. The simulation results show that the ISMPC algorithm has better control performance, and the speed tracking error of each power unit of the EMU is within ± 0.132 km/h, which meets the tracking accuracy requirements of the train; The control force and acceleration are within $[-52$ kN, 42 kN] and ± 0.9249 m/s² respectively and change smoothly.

Key words Train automatic driving, data-driven control, speed tracking, integral sliding mode control (ISMC), model predictive control (MPC), full format data model

Citation Li Zhong-Qi, Zhou Liang, Yang Hui. Data-driven model-free adaptive integral sliding mode predictive control for high-speed electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(1): 194–210

收稿日期 2023-02-22 录用日期 2023-05-18

Manuscript received February 22, 2023; accepted May 18, 2023
国家自然科学基金 (61991404, 52162048, 62003138), 江西省主要
学科学术和技术带头人培养项目 (20213BCJ22002), 流程工业综合
自动化国家重点实验室开放基金 (2022-KF-21-03) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China
(61991404, 52162048, 62003138), Jiangxi Provincial Program for
Academic and Technical Leaders Training of Major Disciplines
(20213BCJ22002), and Opening Foundation of State Key Labora-
tory of Synthetical Automation for Process Industries (2022-KF-

21-03)

本文责任编辑 吕宜生

Recommended by Associate Editor LV Yi-Sheng

1. 华东交通大学电气与自动化工程学院 南昌 330013 2. 轨道
交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室 南昌 330013

1. School of Electrical and Automation Engineering, East
China Jiaotong University, Nanchang 330013 2. State Key
Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail
Transit Infrastructure, Nanchang 330013

高速动车组 (Electric multiple unit, EMU) 是由拖车和电力机车组成的动力分布式列车, 它已经成为人们日常生活中最重要的交通工具之一. 但随着动车组运行速度越来越快、运行环境越来越复杂多变, 其车辆之间的非线性效应也越来越显著^[1-2]. 在这种情况下, 仅凭借列车司机手动操作无法保证动车组的安全性和其他性能要求. 因此, 进一步开发列车自动驾驶系统以实现动车组高效运行是非常必要的^[3]. 可靠性高、跟踪效果好的控制器是列车自动驾驶系统的核心, 它是实现列车安全、准点、舒适和停车精度等要求的关键. 针对动车组控制问题, 国内外学者已经提出了许多先进的控制方法, 从模型的角度出发, 大体上可以分为基于模型和基于数据驱动的控制方法^[4]. 其中基于模型的控制方法研究大多数是从牛顿力学定律出发, 通过引入一些假设条件, 推导出列车的机理模型从而设计控制方案^[5-7]. 这种思路对单质点列车模型尚且有效, 但研究对象是更接近实际情况的多质点动车组系统时则较为困难. 同许多复杂系统一样, 动车组实际运行过程具有多变量、强耦合以及非线性等特性, 使得机理模型的建立异常困难. 针对多质点动车组建模难的问题, 许多研究开始使用数据驱动建模的方法^[8-13]. 首先设立模型结构, 将采集到的各个车厢的输入输出数据通过神经网络训练^[8-9]、聚类分析^[10-12]、系统辨识^[13]等方法获取模型参数, 最后对所得模型设计控制方案. 虽然数据驱动建模的方法能有效地降低列车系统的非线性和耦合关系, 但是其前提是获取列车的模型结构 (输入输出阶数和影响较大的非线性项); 其次, 各个车厢的输入输出数据不仅数量众多, 而且具有较大的偶然性 (由环境因素、系统内扰、执行器故障等因素导致).

综上所述, 动车组模型中的基本阻力系数、附加阻力和耦合关系由于诸多不确定因素的影响, 导致精确数学模型无法得到; 另外, 即使建立了简化过后的多质点模型, 设计控制器时也必然要考虑到解耦, 这无疑增加了计算量和设计难度. 因此本文结合动态线性化 (Dynamic linearization, DL) 技术、离散积分滑模控制 (Integral sliding mode control, ISMC) 和模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 的优势, 使得它们能共同工作, 并更好地应用于动车组运行系统, 具有重要的理论意义和实际应用价值.

侯忠生^[14]提出的无模型自适应控制 (Model-free adaptive control, MFAC) 拉开了 DL 技术的序幕. 其大体思想是在系统每个工作点处建立一个虚拟等价的数据模型, 根据系统复杂程度可分为紧

格式动态线性化 (Compact format dynamic linearization, CFDL)、偏格式动态线性化 (Partial format dynamic linearization, PFDL) 和全格式动态线性化 (Full format dynamic linearization, FF-DL) 数据模型. 这些数据模型仅依赖被控对象输入输出数据, 通过在线估计系统的伪偏导数 (伪梯度向量或伪雅可比矩阵) 并最优化系统超前一步输出误差, 即可实现数据模型参数的在线更新. 随着相应理论的不断发展与完善, 基于 DL 数据模型的控制方法已经在许多领域得到了广泛应用^[15-18]. 除了奠基者 MFAC 之外, 基于 DL 技术的离散滑模控制 (Discrete sliding mode control, DSMC) 方法亦受到大量关注, 学者们在基于数据的建模与优化、数据驱动滑模控制方法改进及参数优化等方面开展了大量的研究. 文献 [19] 基于 DL 技术和 DSMC 指数趋近律, 首次提出了无模型自适应准滑模控制方法, 并进行了对应的数值仿真实验, 但没有考虑实际系统中的扰动等不确定性的影响. 在文献 [19] 的基础上, 文献 [20] 利用径向基神经网络来估计系统的广义扰动, 提出了基于 CFDL 数据模型的自适应滑模控制律, 并将其推广至多输入多输出 (Multi-input-multi-output, MIMO) 非线性系统, 取得了较好的控制效果. 但随着系统阶数的增多, 滑模控制器数量亦会成倍增多. 文献 [21] 基于指数趋近律的数据驱动离散滑模控制方法, 对智能汽车的速度和位置进行跟踪控制, 响应速度和鲁棒性均有所提高. 文献 [22-23] 充分结合 MFAC 和 DSMC 方法的优点设计复合控制器, 其中 MFAC 方法能降低控制器对系统模型信息的依赖, 而 DSMC 方法能补偿系统未知外界扰动和未建模动态等不确定性的影响, 但复合控制器的稳定性还有待证明. 上述方法中, 滑模控制律的设计均采用了指数趋近律的处理方法, 系统中存在明显的抖振现象. 而且, 文献 [20] 中径向基神经网络有较多参数, 加上神经网络的初始权值取随机数, 容易导致控制品质下降.

MPC 已成功应用于过程工业的各个领域. 然而, 对于受连续干扰的系统, 仅靠 MPC 无法提供令人满意的效果. 考虑到 DSMC 方法的鲁棒性, 一些学者尝试将这两种方法结合起来. 文献 [24] 提出了一种基于积分终端滑模控制和 MPC 的控制方案, 使系统在外界干扰下依然能保持良好的鲁棒性. 文献 [25] 采用 MPC 和 ISMC 实现机械手运动的分层控制. ISMC 用于补偿系统非线性影响, MPC 能对状态和输入进行约束. 针对受外界干扰的离散时间多输入多输出非线性系统, 文献 [26] 提出了一

种新的基于输出的离散时间积分滑模预测控制 (Integral sliding mode predictive control, ISMPC) 方案, 用 MPC 代替了 ISMC 的切换控制.

受上述文献的启发以及考虑动车组实际运行情况, 本文首次针对包含外部扰动的 MIMO 动车组系统, 提出了一种新的数据驱动离散积分滑模预测控制算法. 所提算法基于更符合列车运行特性的 FFDL 数据驱动模型, 构建了一种新的 ISMC 控制律. 为了将系统状态驱动到具有最优运动轨迹的滑模面上, 用 MPC 代替 ISMC 的切换控制. 这使得 ISMPC 能够获得更高的输出跟踪误差精度. 在满足一些合理假设的情况下, 给出了上述两种方法的严格证明过程. 最后, 以实验室配备的 CRH380A 型动车组仿真实验台对本文提出的 FFDL-ISMC 和 FFDL-ISMPC 方法进行仿真测试, 比较了两种控制策略的优劣性.

本文的具体贡献主要体现在 4 个方面:

1) 提出了新型的 MIMO 离散 ISMC 和 ISMPC 算法, 相较于文献 [22–23] 的方法, 系统抖振现象得到了缓解; ISMC 抖振现象良好主要是因为其有切换控制, 并使用饱和函数 sat 代替符号函数 sgn ; 而 ISMPC 是因为其在滑模函数中存在两个误差积分权重因子, 在跟踪误差和抖振现象中做了折中选择. 另外, 利用一步延时估计动车组系统参数误差、扰动等不确定因素, 实现了较为高效的非线性控制.

2) 为提高控制精度, 基于 FFDL 数据模型, 结合已设计的 ISMC 和 MPC, 进一步推导出积分滑模预测控制方案. 与现有组合算法相比, 本文的算法不依赖动车组动力学模型, 是一种数据驱动控制算法.

3) 与文献 [15–17, 27] 采用的 CFDL 数据模型相比, 本文采用的 FFDL 方法综合考虑下一时刻输出变化量与固定长度滑动时间窗口内的输入输出之间的关系. FFDL 数据模型对系统的结构、参数的时变性不敏感.

4) 与已有将 DL 技术运用在列车上的文献 [15, 28] 相比, 本文的被控对象为多动力单元列车, 更符合实际运行要求. 本文所提的方法丰富了列车运行控制理论, 可以推广到其他型号的列车系统中 (14 动 2 拖的 CRH380AL、4 动 4 拖的 CRH380B、3 ~ 5 节编组的 TR08 型磁浮列车).

本文的主要结构如下: 第 1 节给出动车组多动力单元模型结构 (仅为列车运行仿真提供数据支持); 第 2 节和第 3 节分别提出基于 DL 技术的 ISMC 和 ISMPC 方法, 并对其稳定性进行严格的证

明; 第 4 节和第 5 节分别是仿真分析和总结展望.

引理 1^[26]. 考虑如下标量动态系统

$$z_i(t+1) = z_i(t) - k_1 \text{sig}^\alpha(z_i(t)) - k_2 z_i(t) + g(t) \quad (1)$$

式中, 权值常数 $0 < k_1$, $0 < k_2 < 1$, $0 < \alpha < 1$; sig 的含义为 $\text{sig}^\alpha(z) = [\text{sgn}(z_1)|z_1|^\alpha, \dots, \text{sgn}(z_n)|z_n|^\alpha]^\text{T}$, $\text{sig}^\alpha(z_i) = \text{sgn}(z_i)|z_i|^\alpha$, sgn 为符号函数. 如果 $|g(t)| < R$, R 为任意小的正数, 则状态 $z_i(t)$ 总是有界的且在有限时间内, 以下公式始终成立

$$|z_i(t)| \leq (1 + \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}) \times \max \left(\left(\frac{R}{k_1} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{k_1}{1-k_2} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right), \quad \forall t \geq t^* \quad (2)$$

式中, $t^* > 0$ 为一个有界时间常数; \max 表示取最大值.

1 动车组运行过程动力学分析

动车组运行系统是由多个相对独立的牵引动力单元组成的, 每个动力单元又由若干动力机车和拖车分布式组合^[2, 28]. 其运行过程中各动力单元除了受自身控制力的作用外, 还受到来自相邻单元的车钩影响, 动车组纵向动力学分析如图 1 所示. 图中, 中间车厢为装备了牵引单元的动车单元 (轮子为黑色的车厢), 首尾两节车厢为拖车.

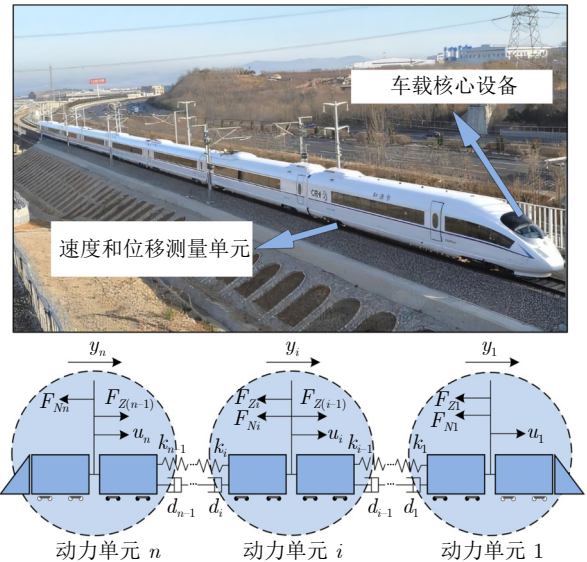


图 1 动车组运行过程动力学描述

Fig. 1 Dynamic description of EMU operation process

根据牛顿运动学定律分析动车组的受力情况, 各动力单元上均受到了牵引力或制动力、基本阻力、车间作用力. 根据以上分析, 可将列车动力单元数学模型表示为^[2, 28]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1}{dt} = \varepsilon_1 \alpha_1 = \varepsilon_1 (u_1 - F_{N1}(t) - F_{Z1}(t)) \\ \vdots \\ \frac{dy_i}{dt} = \varepsilon_i \alpha_i = \varepsilon_i (u_i - F_{Ni}(t) + \\ \quad F_{Z(i-1)}(t) - F_{Zi}(t)) \\ \vdots \\ \frac{dy_n}{dt} = \varepsilon_n \alpha_n = \varepsilon_n (u_n - F_{Nn}(t) + \\ \quad F_{Z(n-1)}(t)) \end{array} \right. \quad (3)$$

式中

$$F_{Ni}(t) = a_i + b_i y_i(t) + c_i y_i^2(t) \quad (4)$$

$$F_{Zi}(t) = k(x_i(t) - x_{i+1}(t)) + d(y_i(t) - y_{i+1}(t)) \quad (5)$$

u_i 为列车在不同工况下动力单元 i 产生的牵引力或制动力; y_i 和 x_i 分别表示动力单元 i 的速度和位移; ε_i 为加速度系数, α_i 表示动力单元 i 所受的合力; $F_{Ni}(t)$ 为列车运行时动力单元 i 所受到的基本阻力; 参数 a_i, b_i, c_i 分别表示基本阻力系数, 均具有高度不确定性; $F_{Zi}(t)$ 为动力单元 i 和动力单元 $i+1$ 间的车间作用力, k 为相邻动力单元的弹性系数, d 为阻尼系数. 由基本阻力公式可以看出, 动车组速度越快, 非线性项 $c_i y_i^2(t)$ 对系统的影响则越明显^[2, 28]. 参考文献 [2], 考虑将一阶差分算子应用于系统 (3), 得到如下离散时间非线性模型

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(t+1) = f_1(y_1(t), y_2(t), \\ \quad u_1(t), x_1(t), x_2(t)) \\ \vdots \\ y_i(t+1) = f_i(y_{i-1}(t), y_i(t), y_{i+1}(t), \\ \quad u_i(t), x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t)) \\ \vdots \\ y_n(t+1) = f_n(y_{n-1}(t), y_n(t), \\ \quad u_n(t), x_{n-1}(t), x_n(t)) \end{array} \right. \quad (6)$$

式中, $f_i(\cdot)$ 为非线性函数.

应用常规方案实现列车运行控制时, 首要问题是对所有动力单元进行特性分析, 将采集到的数据 $y(t), u(t), x(t)$ 之间的非线性关系建立起来, 得到可靠准确的动车组运行模型. 然而动车组实际运行中, 易受环境、路段变化的影响, 列车模型中质量参数、阻力系数、弹簧系数及阻尼系数都存在不确定性, 同时模型中还存在着非线性项, 导致精确的模型很

难得到. 针对上述问题, 一些研究考虑对列车的非线性部分和车钩作用进行简化, 得到了理想情况下的列车模型, 在此情况下, 若采用非数据驱动控制方法设计控制器需考虑各动力单元的耦合关系, 计算量巨大. 为此本文设计无模型自适应滑模控制器, 对动车组进行速度跟踪控制.

为方便后续动态线性化处理, 首先将式 (6) 进行转换. 式中所有动力单元的位移项 x_i 都可以用与 y_i 有关的公式表示, 而 y_i 又能转换成形如 $f(y(t), u(t), x(t))$ 的表达式. 将式 (6) 中所有位移项都转换成与速度和控制力相关的形式, 动车组的输入输出数据集可等效如下 MIMO 离散时间非线性系统

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t+1) &= g(\mathbf{y}(t), \dots, \mathbf{y}(t-n_y), \\ &\quad \mathbf{u}(t), \dots, \mathbf{u}(t-n_u)) \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别表示系统 t 时刻的输入和输出; n_u, n_y 分别为系统输入和输出阶数; $g(\cdot)$ 为一个非线性且时变的函数.

2 动车组积分滑模控制器设计

2.1 问题描述

首先对列车的输入输出数据集进行动态线性化处理. 常用的 CFDL 方法仅考虑了系统下一时刻的输出变化量与当前时刻的输入变化量之间的关系^[18]. 然而, 动车组运行系统的输出不仅仅取决于某一个时刻的控制输入. 基于以上考虑, 在对数据线性化处理时, 可将一个滑动时间窗口内的输入和输出对下一时刻输出的影响都考虑进来, 这就是 FFDL 数据处理方法. 使用该方法可以很好地捕获原系统中存在的复杂动态, 并且该动态线性化方法可有效地将系统复杂性分散降低^[18].

定义 $\bar{\mathbf{H}}(t)$ 为滑动时间窗口 $[t-L_u+1, t]$ 内的所有控制输入和滑动时间窗口 $[t-L_y+1, t]$ 内的所有输出组成的一个矩阵, 形式如下

$$\bar{\mathbf{H}}(t) = [\Delta \mathbf{y}^T(t), \dots, \Delta \mathbf{y}^T(t-L_y+1), \\ \Delta \mathbf{u}^T(t), \dots, \Delta \mathbf{u}^T(t-L_u+1)]^T \quad (8)$$

式中, $0 \leq L_y \leq n_y$, $0 \leq L_u \leq n_u$ 分别为系统输出和控制输入线性化的长度常数, 也称为伪阶数.

对动车组系统 (7) 做出如下两个假设:

假设 1^[18, 29-30]. 非线性时变函数 $g(\cdot)$ 对系统所有偏量的偏导数为连续的.

假设 2^[18, 29-30]. 对于 $\bar{\mathbf{H}}(t_1) \neq \bar{\mathbf{H}}(t_2)$ 和任意时刻 $t_1 \neq t_2 \geq 0$, 有 $\|\mathbf{y}(t_1+1) - \mathbf{y}(t_2+1)\| \leq b \|\bar{\mathbf{H}}(t_1) - \bar{\mathbf{H}}(t_2)\|$, 即系统满足广义的 Lipschitz 条件. 其中, b 为大于零的常数. 记 $\Delta \bar{\mathbf{H}}(t) = \bar{\mathbf{H}}(t) - \bar{\mathbf{H}}(t-1)$.

假设 1 是控制系统设计中对一般非线性系统的一种典型约束条件, 适用于一大类非线性系统; 假设 2 是一个类线性化条件, 即系统输出的变化受一定记忆长度的控制输入和系统输出变化的限制^[29].

定理 1. 如果非线性时变系统 (7) 满足假设 1 和假设 2, 当 $\|\Delta\bar{H}(t)\| \neq 0$ 时, 一定存在一个叫做伪分块雅克比矩阵的参数矩阵 $\Phi(t)$, 使得系统可以等价于 FFDL 数据模型

$$\mathbf{y}(t+1) = \mathbf{y}(t) + \Phi(t)\Delta\bar{H}(t) \quad (9)$$

式中, 任意时刻 t , $\Phi(t) = [\Phi_1(t), \dots, \Phi_{L_y+L_u}(t)]$ 均为有界, 相应的子方阵

$$\Phi_w(t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11w}(t) & \Phi_{12w}(t) & \cdots & \Phi_{1nw}(t) \\ \Phi_{21w}(t) & \Phi_{22w}(t) & \cdots & \Phi_{2nw}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n1w}(t) & \Phi_{n2w}(t) & \cdots & \Phi_{nnw}(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $w = 1, \dots, L_y + L_u$.

定理 1 已被严格证明^[18], 不同的线性化长度常数可以得到不同的 FFDL 数据模型, 合理选择长度常数可以提高数据模型对原系统描述时的灵活性. 为方便描述, 以下令 $L_y = L_u = 1$, 其他情况类似.

考虑动车组运行过程中存在未知外界扰动、参数估计误差等不确定因素, 将动车组的输入输出数据集重写为

$$\mathbf{y}_m(t+1) = g(\mathbf{y}(t), \dots, \mathbf{y}(t-n_y), \mathbf{u}(t), \dots, \mathbf{u}(t-n_u)) + \mathbf{d}(t) \quad (11)$$

式中, $\mathbf{y}_m(t+1) = [y_{m1}(t+1), \dots, y_{mn}(t+1)]^T$ 是系统 $t+1$ 时刻的输出; $\mathbf{d}(t) = [d_1(t), \dots, d_n(t)]^T$ 为包含未知外界扰动、参数估计误差等不确定项的有界广义扰动.

将式 (7) 代入式 (11) 中, 可得

$$\mathbf{y}_m(t+1) = \mathbf{y}(t+1) + \mathbf{d}(t) \quad (12)$$

根据式 (9) 和式 (12), 可得到包含广义扰动的列车 FFDL 数据模型

$$\Delta\mathbf{y}_m(t+1) = \Phi_1(t)\Delta\mathbf{y}(t) + \Phi_2(t)\Delta\mathbf{u}(t) + \Delta\mathbf{d}(t) \quad (13)$$

由于 $\mathbf{d}(t)$ 是未知的, 因此本文基于扰动估计技术, 将式 (13) 中的扰动项 $\Delta\mathbf{d}(t)$ 通过其一步延时的值 $\Delta\hat{\mathbf{d}}(t)$ 估计

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\mathbf{d}}(t) &= \Delta\mathbf{d}(t-1) = \Delta\mathbf{y}_m(t) - \\ &\Phi_1(t-1)\Delta\mathbf{y}(t-1) - \Phi_2(t-1)\Delta\mathbf{u}(t-1) \end{aligned} \quad (14)$$

接下来需要对时变参数矩阵 $\Phi(t)$ 进行实时估

计, 引入参数估计准则函数^[17-18]

$$\begin{aligned} J_1(\Phi(t)) &= \mu \|\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)\|^2 + \\ &\|\Delta\mathbf{y}_m(t) - \Delta\hat{\mathbf{d}}(t) - \Phi(t)\Delta\bar{H}(t-1)\|^2 \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $J_1(\cdot)$ 为准则函数; $\hat{\Phi}(t)$ 为 $\Phi(t)$ 估计值; $\mu > 0$ 作用是约束相邻参数的变化率.

根据最小化参数估计准则函数 (15), 可得到以下参数估计算法

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \Phi(t-1) + \\ &\frac{\lambda(\Delta\mathbf{y}_m(t) - \Delta\hat{\mathbf{d}}(t) - \hat{\Phi}(t-1)\Delta\bar{H}(t-1))\Delta\bar{H}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta\bar{H}(t-1)\|^2} \end{aligned} \quad (16)$$

式中, $\lambda \in (0, 2]$ 为步长因子.

2.2 积分滑模控制器

定义系统输出误差为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}_m(t) - \mathbf{y}_r(t) \quad (17)$$

式中, $\mathbf{y}_r(t)$ 为期望输出.

受文献 [26] 中算法的启发, 考虑引入一种新的积分滑模函数, 形式如下

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{e}(t) + k_1\mathbf{E}(t-1) + bk_2\mathbf{F}(t-1) \quad (18)$$

式中, 积分权重因子 $0 < k_1 < 1$, $0 < k_2 < 1$, 可以通过调节 k_1, k_2 权衡跟踪大小与抖振现象; 两个积分输出跟踪误差项定义如下

$$\mathbf{E}(t) = \sum_{i=0}^t \mathbf{e}(i) = \mathbf{E}(t-1) + \mathbf{e}(t) \quad (19)$$

$$\mathbf{F}(t) = \sum_{i=0}^t \text{sig}^\alpha(\mathbf{e}(i)) = \mathbf{F}(t-1) + \text{sig}^\alpha(\mathbf{e}(t)) \quad (20)$$

随后, 基于以下趋近律设计滑模控制策略

$$\Delta\mathbf{s}(t+1) = \mathbf{s}(t+1) - \mathbf{s}(t) = \mathbf{0} \quad (21)$$

结合式 (17)、式 (18) 和式 (21), 不难得到

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t) &= \mathbf{s}(t+1) = \\ &\mathbf{e}(t+1) + k_1\mathbf{E}(t) + bk_2\mathbf{F}(t) = \\ &\mathbf{y}_m(t+1) - \mathbf{y}_r(t+1) + k_1\mathbf{E}(t) + bk_2\mathbf{F}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

将数据模型 (13) 代入式 (22) 中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t) &= \mathbf{y}_m(t) + \hat{\Phi}_1(t)\Delta\mathbf{y}(t) + \hat{\Phi}_2(t)\Delta\mathbf{u}(t) + \\ &\Delta\hat{\mathbf{d}}(t) - \mathbf{y}_r(t+1) + k_1\mathbf{E}(t) + bk_2\mathbf{F}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (23) 可以推导出等效控制律表达式

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) = & \hat{\Phi}_2^{-1}(t)(\mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - \\ & bk_2 \mathbf{F}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) + \\ & \mathbf{y}_r(t+1) - \mathbf{y}_m(t) - \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t)) \end{aligned} \quad (24)$$

当系统的初始状态不在滑模面上或者运动期间出现外部干扰时, 独立的等效控制不能驱动系统的轨迹到滑模面^[26-27]. 为了减轻滑模抖振现象, 提高系统鲁棒性, 设计如下切换控制律

$$\Delta \mathbf{u}_{sw}(t) = -\hat{\Phi}_2^{-1}(t) \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \quad (25)$$

式中, $0 < \gamma < \beta$ 表示切换增益, γ 为一个无穷小的正数.

综上所述, MIMO 动车组滑模控制方案为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{u}(t) = \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) + \Delta \mathbf{u}_{sw}(t) \\ \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) = \hat{\Phi}_2^{-1}(t)(\mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - \\ \quad bk_2 \mathbf{F}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) - \mathbf{y}_m(t) + \\ \quad \mathbf{y}_r(t+1) - \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t)) \\ \Delta \mathbf{u}_{sw}(t) = -\hat{\Phi}_2^{-1}(t) \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \end{cases} \quad (26)$$

注 1. 本文的等效控制 $\Delta \mathbf{u}_{eq}(t)$ 是由滑模函数、滑模趋近律和数据模型共同推导而成, 不仅与系统误差有关, 还与数据模型的参数矩阵有关; 切换控制 $\Delta \mathbf{u}_{sw}(t)$ 的系数矩阵与 FFDL 数据模型中 $\hat{\Phi}_2(t)$ 有关; 而文献 [24, 26] 中切换控制的系数矩阵与状态空间方程中控制矩阵和输出矩阵有关. 此外, 不难看出, 本文与文献 [24, 26] 最显著的区别是, 本文方法是一种数据驱动方法.

注 2. 为减轻滑模抖振现象, 可以考虑采用如下饱和函数 sat 代替符号函数 sgn

$$\text{sat}(s_i(t)) = \begin{cases} \text{sgn}(s_i(t)), & |s_i(t)| > \Delta \\ \frac{s_i(t)}{\Delta}, & |s_i(t)| < \Delta \end{cases} \quad (27)$$

式中, $\Delta > 0$. 当 $|s_i(t)| < \Delta$ 时, 系统的鲁棒性将会受到影响, 因此, 参数 Δ 的大小应在抑制抖振与鲁棒性之间折中选择.

2.3 算法稳定性分析

本节的稳定性证明包括: 参数矩阵的估计值 $\hat{\Phi}(t)$ 有界性、系统能达到准滑模状态和误差的收敛性证明. 首先给出如下假设:

假设 3^[24, 26]. 当采样时间足够小时, 相邻的两个采样间隔广义扰动的变化量不大, 即存在一个任意小的正数 γ 使得以下公式成立

$$\|\Delta \mathbf{d}(t+1) - \Delta \mathbf{d}(t)\|_\infty < o(\gamma) \quad (28)$$

式中, $o(\gamma)$ 表示 γ 的同阶无穷小, 以下同理.

注 3. 本文方法的误差收敛值与相邻采样间隔广义扰动的变化量有关, 所以只要噪声变量有界, 误差收敛值则有界, 而噪声在实验过程中是人为设计的 (可控), 不影响误差的有界性; 另外, 排除一些极端突发情况, 动车组正常运行过程中, 一个采样间隔内的环境因素、系统内扰等变化是可以忽略不计的, 所以假设 3 合理.

定理 2. 对于具有外部扰动的离散时间 MIMO 非线性系统 (11), 如果不确定项 $\mathbf{d}(t)$ 满足假设 3, 控制方案采用式 (26), 则被控系统满足如下性质:

- 1) 参数矩阵的估计值 $\hat{\Phi}(t)$ 是有界的;
- 2) 系统在有限步骤内达到准滑模状态;
- 3) 输出跟踪误差 $\mathbf{e}(t) = [e_1(t), \dots, e_n(t)]^T$ 收敛到区域 Ω_e , 其中

$$\Omega_e = \left\{ \mathbf{e}(t): |e_i(t)| \leq \left(1 + \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right) \times \max \left(\left(\frac{\gamma + \beta}{bk_2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{bk_2}{1 - k_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) \right\} \quad (29)$$

证明 1. 参数矩阵的估计值 $\hat{\Phi}(t)$ 是有界的.

令 $\tilde{\Phi}(t) = \hat{\Phi}(t) - \Phi(t)$, 然后在式 (16) 两边同时减去 $\Phi(t)$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) = & \tilde{\Phi}(t-1) + \Phi(t-1) - \Phi(t) + \\ & \frac{\lambda(\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t-1)) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} - \\ & \frac{\lambda \hat{\Phi}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \end{aligned} \quad (30)$$

式 (30) 展开可得如下形式

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) = & \tilde{\Phi}(t-1) + \Phi(t-1) - \Phi(t) + \\ & \frac{\lambda(\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t-1)) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} - \\ & \frac{\lambda \left(\tilde{\Phi}(t-1) + \Phi(t-1) \right) \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \end{aligned} \quad (31)$$

将数据模型 (13) 代入式 (31) 中可得

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) = & \tilde{\Phi}(t-1) \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \right) + \\ & \Phi(t-1) - \Phi(t) \end{aligned} \quad (32)$$

由于时变参数矩阵 $\Phi(t)$ 有界, 令 $\|\Phi(t)\| \leq v$, v 为有界常数. 对式 (32) 两边取范数, 可推出

$$\begin{aligned} \|\tilde{\Phi}(t)\| &\leq 2v + \\ &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \right) \right\| \end{aligned} \quad (33)$$

对式 (33) 右侧第 2 项取平方

$$\begin{aligned} &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \right) \right\|^2 = \\ &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \right\|^2 + \left(\frac{\lambda \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} - 2 \right) \times \\ &\frac{\lambda \|\tilde{\Phi}(t-1)\|^2 \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \end{aligned} \quad (34)$$

由于步长因子 $\lambda \in (0, 2]$, 以及 $\mu > 0$, 不难得到

$$\frac{\lambda \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} < \frac{\lambda \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2}{\|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} < 2 \quad (35)$$

通过式 (34) 和式 (35) 可推出

$$\begin{aligned} &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \right) \right\|^2 < \\ &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \right\|^2 \end{aligned} \quad (36)$$

由式 (36) 可推出, 一定存在一个 $0 < M_1 < 1$ 的数, 使以下不等式成立

$$\begin{aligned} &\left\| \tilde{\Phi}(t-1) \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda \Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1) \Delta \bar{\mathbf{H}}^T(t-1)}{\mu + \|\Delta \bar{\mathbf{H}}(t-1)\|^2} \right) \right\| \leq \\ &M_1 \left\| \tilde{\Phi}(t-1) \right\| \end{aligned} \quad (37)$$

将式 (37) 代入式 (33) 中可得到如下不等式

$$\begin{aligned} \|\tilde{\Phi}(t)\| &\leq M_1 \|\tilde{\Phi}(t-1)\| + 2v \leq \\ &M_1 \left(M_1 \|\tilde{\Phi}(t-2)\| + 2v \right) + 2v \leq \dots \leq \\ &M_1^{t-1} \|\tilde{\Phi}(1)\| + \frac{1 - M_1^{t-1}}{1 - M_1} 2v \end{aligned} \quad (38)$$

由式 (38) 可得出参数估计误差 $\tilde{\Phi}(t)$ 是有界的, 又由于 $\Phi(t)$ 有界, 所以估计值 $\hat{\Phi}(t)$ 是有界的. \square

证明 2. 系统在有限步骤内达到准滑模状态.

将式 (13) 代入式 (17) 中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{y}_m(t+1) - \mathbf{y}_r(t+1) = \\ &\mathbf{y}_m(t) + \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}(t) + \\ &\Delta \mathbf{d}(t) - \mathbf{y}_r(t+1) \end{aligned} \quad (39)$$

将控制律 (26) 代入式 (39) 中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) + \\ &\Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) - \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \end{aligned} \quad (40)$$

令

$$\mathbf{p}(t) = \Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) \quad (41)$$

由假设 3 不难得出

$$\begin{aligned} \|\mathbf{p}(t)\|_\infty &= \|\Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t)\|_\infty = \\ &\|\Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \mathbf{d}(t-1)\|_\infty < \gamma < \beta \end{aligned} \quad (42)$$

将式 (40) 代入滑模函数 (18) 中可得

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t+1) &= \mathbf{e}(t+1) + k_1 \mathbf{E}(t) + bk_2 \mathbf{F}(t) = \\ &\mathbf{s}(t) + \mathbf{p}(t) - \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \end{aligned} \quad (43)$$

给出式 (43) 的子元素形式

$$s_i(t+1) = s_i(t) + p_i(t) - \beta \text{sgn}(s_i(t)) \quad (44)$$

由式 (44) 不难得出

$$\begin{cases} s_i(t+1) - s_i(t) = \gamma + \beta > 0, & s_i(t) < 0 \\ s_i(t+1) - s_i(t) = \gamma - \beta < 0, & s_i(t) > 0 \end{cases} \quad (45)$$

由式 (45) 可推出

$$|s_i(t+1)| < |s_i(t)| \quad (46)$$

综上所述可知, 系统满足如下滑模存在和到达条件

$$\begin{cases} (s_i(t+1) - s_i(t)) \text{sgn}(s_i(t)) < 0 \\ (s_i(t+1) + s_i(t)) \text{sgn}(s_i(t)) > 0 \end{cases} \quad (47)$$

因此, $\mathbf{s}(t)$ 单调递减且在有限数量步骤内达到准滑模状态. \square

证明 3. 以下是对输出跟踪误差有界性的分析.

将滑模函数 (18) 代入式 (43) 中

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - \\ &bk_2 \mathbf{F}(t) + \mathbf{p}(t) - \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) = \\ &\mathbf{e}(t) - k_1 \mathbf{e}(t) - bk_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{e}(t)) + \\ &\mathbf{p}(t) - \beta \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \end{aligned} \quad (48)$$

理同式 (44), 可以给出式 (48) 的子元素形式

$$\begin{aligned} e_i(t+1) &= e_i(t) - k_1 e_i(t) - \\ &bk_2 \text{sig}^\alpha e_i(t) + p_i(t) - \beta \text{sgn}(s_i(t)) \end{aligned} \quad (49)$$

由假设 3 可得

$$g(t) = |p_i(t) - \beta \text{sgn}(s_i(t))| \leq \gamma + \beta \quad (50)$$

根据引理 1、式 (49) 和式 (50), 可得到跟踪误差 $e_i(t)$ 的收敛性表达式

$$|e_i(t)|_\infty \leq \left(1 + \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right) \times \max \left(\left(\frac{\gamma + \beta}{bk_2} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{bk_2}{1 - k_1} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) \quad (51)$$

式中, $\alpha, \gamma, \beta, k_1, k_2, b$ 均为有界常数, 不难得出系统的跟踪误差 $e(t)$ 是有界的. \square

综上所述, 利用控制方案 (26), 系统 (11) 的输出能够成功地跟踪期望输出, 系统 (11) 的输出也能以期望输出附近的邻域为界.

3 动车组积分滑模预测控制器设计

3.1 积分滑模预测控制器

为了提高系统的输出跟踪控制精度, 将所提出的 ISMC 与 MPC 方案相结合. 考虑如下 ISMPC 定律

$$\Delta \mathbf{u}^*(t) = \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) + \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) \quad (52)$$

式中, $\Delta \mathbf{u}_{eq}$ 为已设计的等效控制, $\Delta \mathbf{u}_{mp}$ 为 MPC 方法生成的最优控制. 该控制律使用最优控制 $\Delta \mathbf{u}_{mp}$ 将系统状态驱动到滑模面上, 等效控制 $\Delta \mathbf{u}_{eq}$ 用于在后续时间内将状态轨迹维持在滑模面上. 由式 (24) 中 $\Delta \mathbf{u}_{eq}$ 可知, ISMPC 总控制量 $\Delta \mathbf{u}^*(t)$ 如下

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}^*(t) &= \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) + \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) = \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2^{-1}(t)(\mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) + \\ &\mathbf{y}_r(t+1) - \mathbf{y}_m(t) - \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t)) \end{aligned} \quad (53)$$

式 (53) 中的 $\Delta \hat{\mathbf{d}}(t)$ 可以用第 2.1 节的一步延迟估计方法 (14) 来估计.

由于 $\Delta \mathbf{u}_{mp}(t)$ 是未知的, 下一步的目标是基于 MPC 方法设计 $\Delta \mathbf{u}_{mp}(t)$. 将数据模型 (13) 代入误差表达式 (17) 中

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{y}_m(t+1) - \mathbf{y}_r(t+1) = \\ &\mathbf{y}_m(t) + \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \Delta \mathbf{d}(t) - \mathbf{y}_r(t+1) \end{aligned} \quad (54)$$

将式 (24) 中的等效控制 $\Delta \mathbf{u}_{eq}(t)$ 代入式 (54) 并整理可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) \end{aligned} \quad (55)$$

结合式 (18) 和式 (55), 给出滑模状态的一步向前预测 $\mathbf{s}(t+1)$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t+1) &= \mathbf{e}(t+1) + k_1 \mathbf{E}(t) + bk_2 \mathbf{F}(t) = \\ &\mathbf{s}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \mathbf{p}(t) \end{aligned} \quad (56)$$

因此, $2, \dots, N$ 步向前预测滑模状态为

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{s}(t+2) &= \mathbf{s}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2(t+1) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t+1) + \\ &\mathbf{p}(t) + \mathbf{p}(t+1) \\ &\vdots \\ \mathbf{s}(t+N) &= \mathbf{s}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2(t+1) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t+1) + \dots + \\ &\hat{\Phi}_2(t+N-1) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t+N-1) + \\ &\mathbf{p}(t) + \mathbf{p}(t+1) + \dots + \mathbf{p}(t+N-1) \end{aligned} \right. \quad (57)$$

式中, N 是预测长度也是控制长度. 对以上 N 个方程积分得到

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t+1) \\ \mathbf{s}(t+2) \\ \vdots \\ \mathbf{s}(t+N) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ \vdots \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}(t) \\ \mathbf{p}(t+1) \\ \vdots \\ \mathbf{p}(t+N-1) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_2(t) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hat{\Phi}_2(t) & \hat{\Phi}_2(t+1) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\Phi}_2(t) & \hat{\Phi}_2(t+1) & \dots & \hat{\Phi}_2(t+N-1) \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) \\ \Delta \mathbf{u}_{mp}(t+1) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_{mp}(t+N-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (58)$$

令

$$\mathbf{S}(t) = [\mathbf{s}^T(t+1) \quad \dots \quad \mathbf{s}^T(t+N)]^T \quad (59)$$

$$\mathbf{P}(t) = [\mathbf{p}^T(t+1) \quad \dots \quad \mathbf{p}^T(t+N)]^T \quad (60)$$

$$\mathbf{U}(t) = [\Delta \mathbf{u}_{mp}^T(t) \quad \dots \quad \Delta \mathbf{u}_{mp}^T(t+N-1)]^T \quad (61)$$

$$\mathbf{\Lambda} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \dots \quad \mathbf{1}]^T \quad (62)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\Theta(t) = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_2(t) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hat{\Phi}_2(t) & \hat{\Phi}_2(t+1) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\Phi}_2(t) & \hat{\Phi}_2(t+1) & \cdots & \hat{\Phi}_2(t+N-1) \end{bmatrix} \quad (64)$$

N 个预测方程可以整理成以下形式

$$\mathbf{S}(t) = \Lambda \mathbf{s}(t) + \Theta(t) \mathbf{U}(t) + \Psi \mathbf{P}(t) \quad (65)$$

根据上述格式, 引入指标函数 J_2 的矩阵形式^[26]

$$J_2 = \mathbf{S}^T(t) \mathbf{S}(t) + \theta \mathbf{U}^T(t) \mathbf{U}(t) \quad (66)$$

式中, θ 为权重因子, 决定了控制量的大小. 将式 (65) 代入式 (66), 性能指标函数可重写为

$$J_2 = (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Theta(t) \mathbf{U}(t) + \Psi \mathbf{P}(t))^T \times (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Theta(t) \mathbf{U}(t) + \Psi \mathbf{P}(t)) + \theta \mathbf{U}^T(t) \mathbf{U}(t) \quad (67)$$

极小化性能指标函数 (67), 可得到如下控制序列

$$\mathbf{U}(t) = -(\Theta^T(t) \Theta(t) + \theta \mathbf{1})^{-1} \Theta^T(t) (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Psi \mathbf{P}(t)) \quad (68)$$

事实上, 式 (68) 中扰动估计误差的值是未知的, 用上一采样时刻的扰动估计误差代替是一种可行的方法. 由式 (41) 中定义的 $\mathbf{p}(t)$ 可得

$$\mathbf{p}(t-1) = \Delta \mathbf{d}(t-1) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t-1) \quad (69)$$

与第 2.1 节的处理类似, $\Delta \mathbf{d}(t-1)$ 可以由 $\Delta \hat{\mathbf{d}}(t)$ 得到, 那么, $\mathbf{p}(t-1)$ 可以由下式得到

$$\hat{\mathbf{p}}(t-1) = \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t-1) \quad (70)$$

通过式 (60)、式 (69) 和式 (70), $\mathbf{P}(t)$ 也可以用它的估计代替

$$\hat{\mathbf{P}}(t) = [\hat{\mathbf{p}}^T(t) \cdots \hat{\mathbf{p}}^T(t+N-1)]^T \quad (71)$$

所以, 控制序列 $\mathbf{U}(t)$ 可重新写为

$$\mathbf{U}(t) = -(\Theta^T(t) \Theta(t) + \theta \mathbf{1})^{-1} \Theta^T(t) (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Psi \hat{\mathbf{P}}(t)) \quad (72)$$

由于只需要将预测控制序列 $\mathbf{U}(t)$ 的第一个控制信号作用到系统中, 得到最优控制律为

$$\Delta \mathbf{u}_{mp}(t) = \mathbf{V} \mathbf{U}(t) = -\mathbf{V} (\Theta^T(t) \Theta(t) + \theta \mathbf{1})^{-1} \Theta^T(t) (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Psi \hat{\mathbf{P}}(t)) \quad (73)$$

式中

$$\mathbf{V} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0} \quad \cdots \quad \mathbf{0}] \quad (74)$$

综合以上, 积分滑模预测控制律整体组合为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{u}^*(t) = \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) + \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) \\ \Delta \mathbf{u}_{eq}(t) = \hat{\Phi}_2^{-1}(t) (\mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t) - \mathbf{y}_m(t) + \mathbf{y}_r(t+1) - \hat{\Phi}_1(t) \Delta \mathbf{y}(t)) \\ \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) = -\mathbf{V} (\Theta^T(t) \Theta(t) + \theta \mathbf{1})^{-1} \times \Theta^T(t) (\Lambda \mathbf{s}(t) + \Psi \hat{\mathbf{P}}(t)) \end{cases} \quad (75)$$

注 4. 与文献 [24, 26] 中的算法相比, 本文 IS-MPC 算法使用基于 FFDL 数据模型的 MPC, 因此也是数据驱动的方法. 由于参数矩阵是时变的, 在使用 MPC 时则需要进行参数预测处理或者使用向后 (与预测步数一致) 的参数值进行等效替代, 控制性能提升的同时复杂度也相应增加.

3.2 算法稳定性分析

定理 3. 对于具有外部扰动的离散时间 MIMO 非线性系统 (11), 在 $\theta = 0$ 时, 当不确定项 $\mathbf{d}(t)$ 满足假设 3, 采用式 (75) 的控制方案, 被控系统满足如下性质:

1) 任意初始状态, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \cdots s_n(t)]^T$ 将收敛到区域 Ω_s 内, 其中

$$\Omega_s = \{\mathbf{s}(t) : |s_i(t)| \leq 2\gamma\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (76)$$

2) 输出跟踪误差 $\mathbf{e}(t) = [e_1(t) \cdots e_n(t)]^T$ 收敛到区域 Ω_e , 其中

$$\Omega_e = \left\{ \mathbf{e}(t) : |e_i(t)| \leq \left(1 + \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right) \times \max \left(\left(\frac{4\gamma}{bk_2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{bk_2}{1-k_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) \right\} \quad (77)$$

证明 4. 滑模状态收敛到区域 Ω_s 内.

首先, 当 $\theta = 0$ 时, 将最优控制律 (73) 代入式 (56) 中, 再根据式 (70), 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t+1) &= \mathbf{s}(t) + \hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \mathbf{p}(t) = \\ &= \mathbf{s}(t) - \hat{\Phi}_2(t) \mathbf{V} (\Theta^T(t) \Theta(t) + \theta \mathbf{1})^{-1} \times \\ &= \Theta^T(t) (\Lambda \mathbf{s}(t) - \Psi \hat{\mathbf{P}}(t)) + \mathbf{p}(t) = \\ &= \mathbf{s}(t) - \mathbf{s}(t) + \hat{\mathbf{p}}(t-1) + \mathbf{p}(t) = \\ &= \Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t-1) \end{aligned} \quad (78)$$

根据假设 3, 可得出

$$\|\Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \mathbf{d}(t-2)\|_{\infty} \leq 2\gamma \quad (79)$$

式中, 2γ 的量级也为 $o(\gamma)$. 由于 $\Delta \hat{\mathbf{d}}(t-1)$ 可以由 $\Delta \mathbf{d}(t-2)$ 得到, 不难推导

$$\|\Delta \mathbf{d}(t) - \Delta \hat{\mathbf{d}}(t-1)\|_{\infty} \leq 2\gamma \quad (80)$$

综上所述, 滑模状态 $\mathbf{s}(t)$ 将收敛到区域 Ω_s 内. \square

证明 5. 输出跟踪误差 $\mathbf{e}(t)$ 收敛到区域 Ω_e .

首先, 当 $\theta = 0$ 时, 将最优控制律 (73) 代入式 (55) 中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) + \\ &\hat{\Phi}_2(t) \Delta \mathbf{u}_{mp}(t) + \mathbf{p}(t) = \mathbf{s}(t) - k_1 \mathbf{E}(t) - \\ &bk_2 \mathbf{F}(t) - \mathbf{s}(t) + \hat{\mathbf{p}}(t-1) + \mathbf{p}(t) \end{aligned} \quad (81)$$

将滑模函数 (18) 代入式 (81) 中

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t+1) &= \mathbf{e}(t) + k_1 \mathbf{E}(t-1) + bk_2 \mathbf{F}(t-1) - \\ &k_1 \mathbf{E}(t) - bk_2 \mathbf{F}(t) - \mathbf{s}(t) + \hat{\mathbf{p}}(t-1) + \mathbf{p}(t) = \\ &\mathbf{e}(t) - k_1 \mathbf{e}(t) - bk_2 \text{sig}^{\alpha}(\mathbf{e}(t)) + \mathbf{l}(t) \end{aligned} \quad (82)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{l}(t) &= -\mathbf{s}(t) + \hat{\mathbf{p}}(t-1) + \mathbf{p}(t) = \\ &\mathbf{s}(t+1) - \mathbf{s}(t) \end{aligned} \quad (83)$$

根据定理 3 的性质 1), 可推出

$$\|\mathbf{l}(t)\|_{\infty} = \|\mathbf{s}(t+1) - \mathbf{s}(t)\|_{\infty} \leq 4\gamma \quad (84)$$

将式 (82) 重写为如下的子元素形式

$$e_i(t+1) = e_i(t) - k_1 e_i(t) - bk_2 \text{sig}^{\alpha}(e_i(t)) + l_i(t) \quad (85)$$

根据引理 1、式 (84) 和式 (85), 可以得到输出跟踪误差 $e_i(t)$ 的上界为

$$\begin{aligned} |e_i(t)|_{\infty} &\leq \left(1 + \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right) \times \\ &\max \left(\left(\frac{4\gamma}{bk_2} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{bk_2}{1-k_1} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) \end{aligned} \quad (86)$$

式中, $\alpha, \gamma, k_1, k_2, b$ 均为有界常数, 不难得出系统的跟踪误差 $\mathbf{e}(t)$ 是有界的. \square

注 5. 由本文的系统跟踪误差有界性证明可知, 系统误差的最终表达式只与滑模函数的形式以及干扰项的估计误差有关, 与系统的数据模型形式无关. 当系统干扰项的估计误差有界以及系统满足滑模存在和到达条件时, 系统的跟踪误差有界.

注 6. 本文分析了 $\theta = 0$ 时系统在 ISMPC 方案

(75) 下的收敛性. 当 $\theta \neq 0$ 时, 系统的收敛性还有待证明, 将作为作者未来的工作.

4 仿真实现及分析

采用实验室装备的 CRH380A 型动车组实验台对本文提出的 MIMO 数据驱动 ISMC 和 IS-MPC 算法进行仿真实验和性能评估, 实验装置如图 2 所示. 通过该平台预留的编程接口输入相应的控制策略, 可以将列车运行效果实时显示在虚拟现实设备上, 同时记录列车的运行速度、位置、与目标点的距离等信息, 模拟真实运行环境.

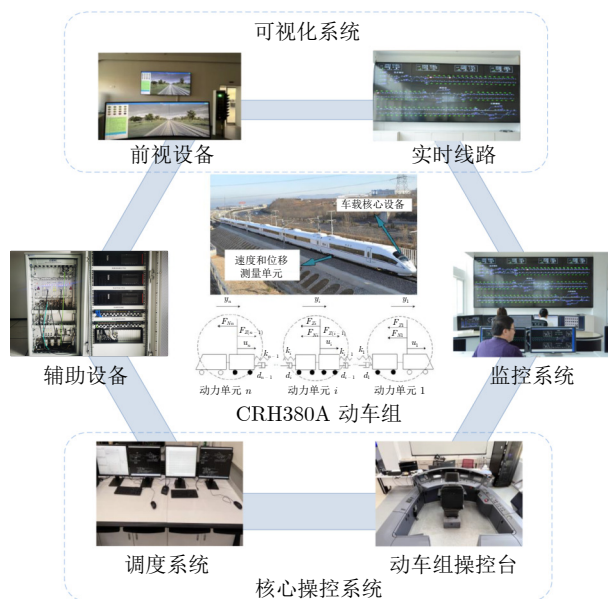


图 2 CRH380A 型动车组模拟实验台

Fig. 2 Simulation experiment device of CRH380A EMU

CRH380A 动车组有 3 个独立的牵引动力单元, 编组方式如图 3 所示. 该动车组的各节车辆的基本信息如表 1 所示^[10, 28].

4.1 仿真设置

车辆模拟运行于华东地区的济南西至徐州东路段, 速度-位移曲线如图 4 所示, 其中青色线为限速曲线, 红色线为期望的速度-位移曲线, 包括牵引、惰行和制动运行模式. 匀速段的减速过程表示动车组通过中性段时的滑行模式. 图 5 为 CRH380A 型动车组牵引/制动特性曲线.

操作过程中, 引入白噪声模拟列车实际运行过程中遇到的外界干扰, 用以验证所提算法的鲁棒性. 将控制策略以及车辆信息输入到仿真实验台中, 记录各方法的列车速度、位置、控制力等信息, 并与传统 FFDL-MFAC 和广义预测控制 (Generalized

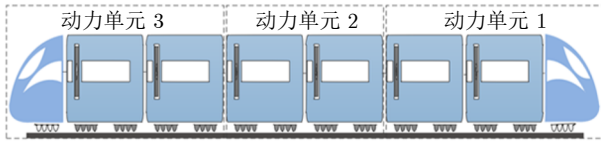


图 3 CRH380A 型动车组动力单元分布

Fig.3 Distribution of CRH380A EMU power unit

表 1 CRH380A 型动车组模型参数

Table 1 The CRH380A EMU model parameters

| 参数名称 | 参数值 | 单位 |
|--------------|------------------------|--------------------------------|
| 动力单元质量 M_1 | 1.836×10^5 | kg |
| 动力单元质量 M_2 | 1.123×10^5 | kg |
| 动力单元质量 M_3 | 1.836×10^5 | kg |
| 列车阻力系数 a_r | 5.200 | N/kg |
| 列车阻力系数 b_r | 3.600×10^{-2} | $N \cdot s^2 / (kg \cdot m)$ |
| 列车阻力系数 c_r | 1.200×10^{-3} | $N \cdot s^2 / (kg \cdot m^2)$ |
| 车钩弹性系数 k | 2.000×10^7 | N/m |
| 车钩阻尼系数 d | 5.000×10^6 | N·s/m |

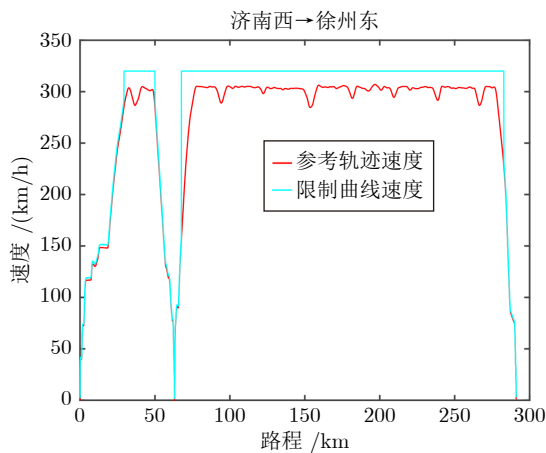


图 4 CRH380A 型动车组济南西至徐州东的实际曲线

Fig.4 The actual curves of CRH380A EMU from Jinan west to Xuzhou east

predictive control, GPC) 方法进行对比。

1) FFDL-ISMPC 方法: 系统的初始条件设置为 $y_1(1) = y_2(1) = y_3(1) = y_r(1)$, $\Phi_1(1) = \Phi_2(1) = \text{diag}\{0.5, 0.5, 0.5\}$. 控制器参数设置为 $\mu = 1$, $\lambda = 0.2$, $k_1 = 0.5$, $k_2 = 2$, $\alpha = 0.5$, $N = 10$.

2) FFDL-ISMIC 方法: 系统的初始条件设置为 $y_1(1) = y_2(1) = y_3(1) = y_r(1)$, $\Phi_1(1) = \Phi_2(1) = \text{diag}\{0.5, 0.5, 0.5\}$. 控制器参数设置为 $\mu = 1$, $\lambda = 0.2$, $\beta = 0.05$, $k_1 = 0.5$, $k_2 = 2$, $\alpha = 0.65$.

3) FFDL-MFAC 方法: FFDL-MFAC 方案可参考文献 [18]. 系统的初始条件设置为 $y_1(1) = y_2(1) =$

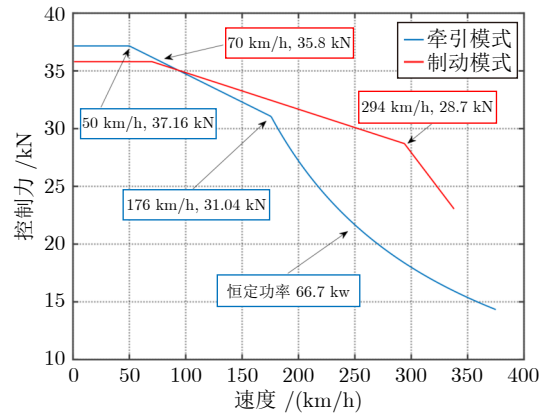


图 5 CRH380A 型动车组牵引/制动特性曲线

Fig.5 The traction/braking characteristic curves of CRH380A EMU

$y_3(1) = y_r(1)$, $\Phi_1(1) = \Phi_2(1) = \text{diag}\{0.52, 0.52, 0.52\}$. 控制器参数设置为 $\mu = 1$, $\lambda = 0.2$, $\delta = 1$, $\rho = 0.85$.

4) GPC 方法: GPC 方案可参考文献 [9-10]. 系统的初始条件设置为 $y_1(1) = y_2(1) = y_3(1) = y_r(1)$. 控制器参数设置为: 预测时域和控制时域分别为 $N_v = 3$, $N_u = 2$; 遗忘因子 $\lambda_{GPC} = 0.9$.

4.2 各种控制方法的速度跟踪及误差对比

图 6 为 ISMPC、ISMIC、MFAC 和 GPC 的各动力单元速度-位移跟踪曲线, 图 7 为对应的速度跟踪误差曲线. 由于存在外界扰动, ISMPC、MFAC 和 GPC 方法的性能受到了较大的影响, 收敛性难以保证. 平稳路段中, ISMPC 的各个动力单元跟踪误差范围在 $[-0.274 \text{ km/h}, 0.228 \text{ km/h}]$ 之间, 由于切换控制的加入, 系统抖振程度较轻; MFAC 和 GPC 的各动力单元跟踪误差范围分别在 $[-0.408 \text{ km/h}, 0.413 \text{ km/h}]$ 之间和 $[-0.446 \text{ km/h}, 0.438 \text{ km/h}]$ 之间; 在经过分相区等期望速度变化频繁的路段时, MFAC 和 GPC 方法的跟踪性能进一步恶化, 误差分别只能稳定在 $[-0.627 \text{ km/h}, 0.548 \text{ km/h}]$ 之间和 $[-0.811 \text{ km/h}, 0.862 \text{ km/h}]$ 之间. 反观 ISMPC 方法, 采用新型的积分滑模控制策略, 同时, 为了将系统状态驱动到具有最优运动轨迹的滑模面上, 用 MPC 代替了 ISMPC 的切换控制, 进一步提升控制性能. 各个动力单元跟踪误差范围全程稳定在 $[-0.121 \text{ km/h}, 0.132 \text{ km/h}]$ 之间, 受扰动影响较小, 满足速度跟踪精度要求. 但相较于 ISMPC 方法, 系统存在一定的抖振现象, 实际工程过程中可在抑制抖振与收敛性之间折中选择.

图 8 为 ISMPC、ISMIC、MFAC 和 GPC 各动力单元速度分级误差, 为图 7 的扩展, 目的是讨论 4

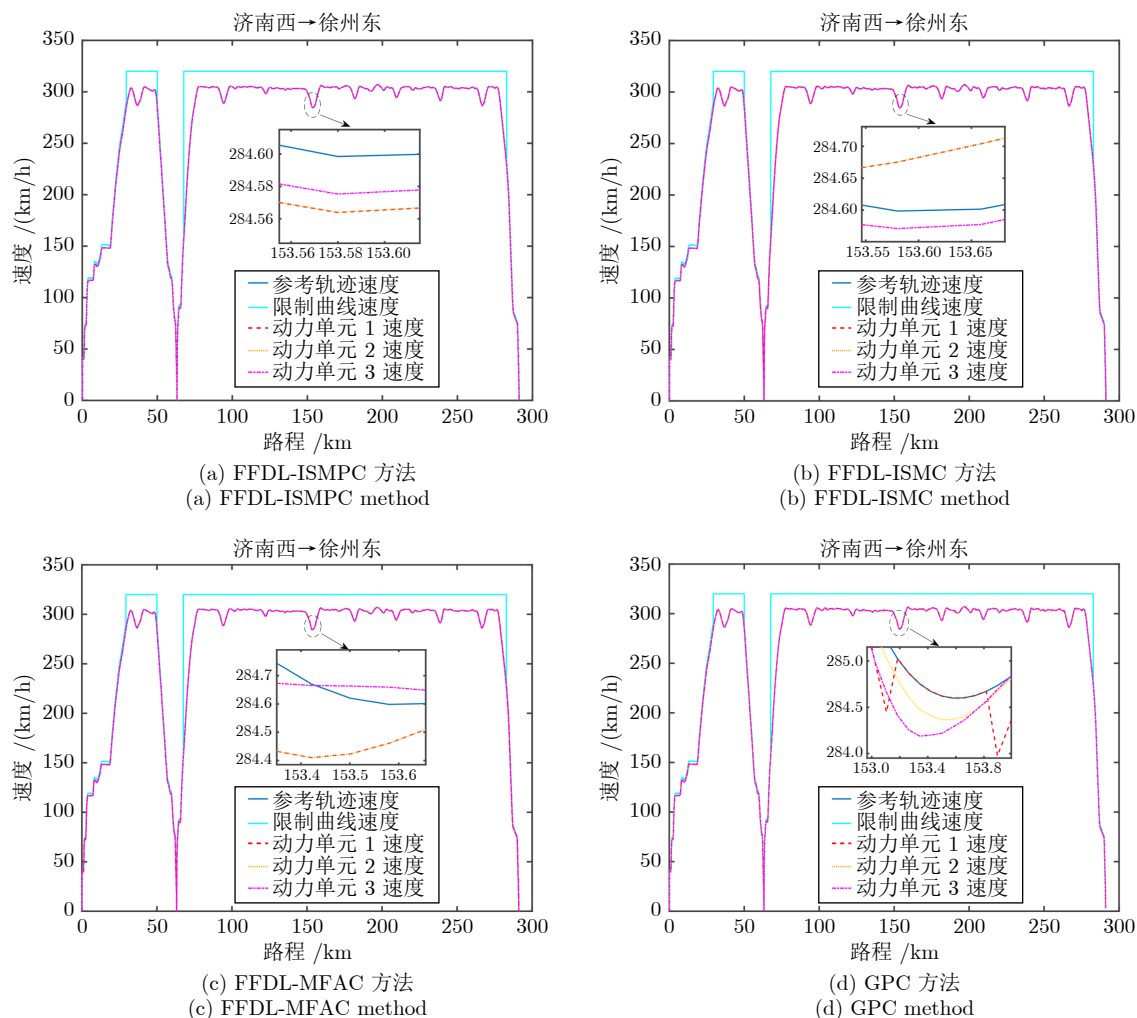


图6 本文方法与其他方法速度跟踪曲线对比

Fig.6 The velocity tracking curves of the proposed method are compared with those of other methods

种方法是否符合列车安全速度运行要求. 根据 CTCS-3^[1-2] (中国列车运行控制系统三级) 对速度误差的要求: 当速度小于等于 30 km/h 时, 速度误差范围不超过 ± 2 km/h; 当速度大于 30 km/h 时, 速度误差应在速度的 2% 以内. 图 8 清楚地阐释了 ISMPC 和 ISMC 方法在所有速度等级都满足 CTCS-3 速度误差要求, 而 MFAC 和 GPC 在 30 km/h 和 50 km/h 等级处超出速度误差限制, 不满足 CTCS-3 速度误差要求. 在速度等级 50 ~ 300 km/h 范围中, 虽然 MFAC 和 GPC 的误差在要求范围以内, 但如果出现一些特殊情况 (如过长隧道和长大下坡等特殊路段时), 速度容易超出限制, 给列车运行带来了一定的安全隐患.

4.3 各种控制方法的控制力和加速度对比

图 9 为各个控制方案的控制力变化图, 可以看

出, 在启动、制动、惰行时 ISMPC 和 ISMC 的控制方案各动力单元给出的单位控制力满足恒牵引力启动、恒功率运行等要求^[2], 控制力范围分别为 $[-52 \text{ kN}, 42 \text{ kN}]$ 和 $[-53 \text{ kN}, 43 \text{ kN}]$, 在工况过渡阶段, 控制力也能以一定的速率缓和变化. 同第 4.2 节的分析, 由于切换控制的加入, ISMC 较 ISMPC 方法系统抖振现象缓解. MFAC 和 GPC 在启动、制动时存在较大的控制力变化, 控制力范围分别为 $[-55 \text{ kN}, 47 \text{ kN}]$ 和 $[-57 \text{ kN}, 58 \text{ kN}]$, 变化较为频繁且幅值较大, 在不节能的情况下, 还给列车运行带来一定程度的安全问题.

从图 10 各个控制方案的加速度变化可得: MFAC 和 GPC 方法加速度变化过快, 范围分别为 $[-0.9749 \text{ m/s}^2, 0.8687 \text{ m/s}^2]$ 和 $[-1.0124 \text{ m/s}^2, 0.8746 \text{ m/s}^2]$, 幅值较大. 而采用 ISMPC 和 ISMC 方法的高速动车组加速度过渡阶段变化平缓, 除了启

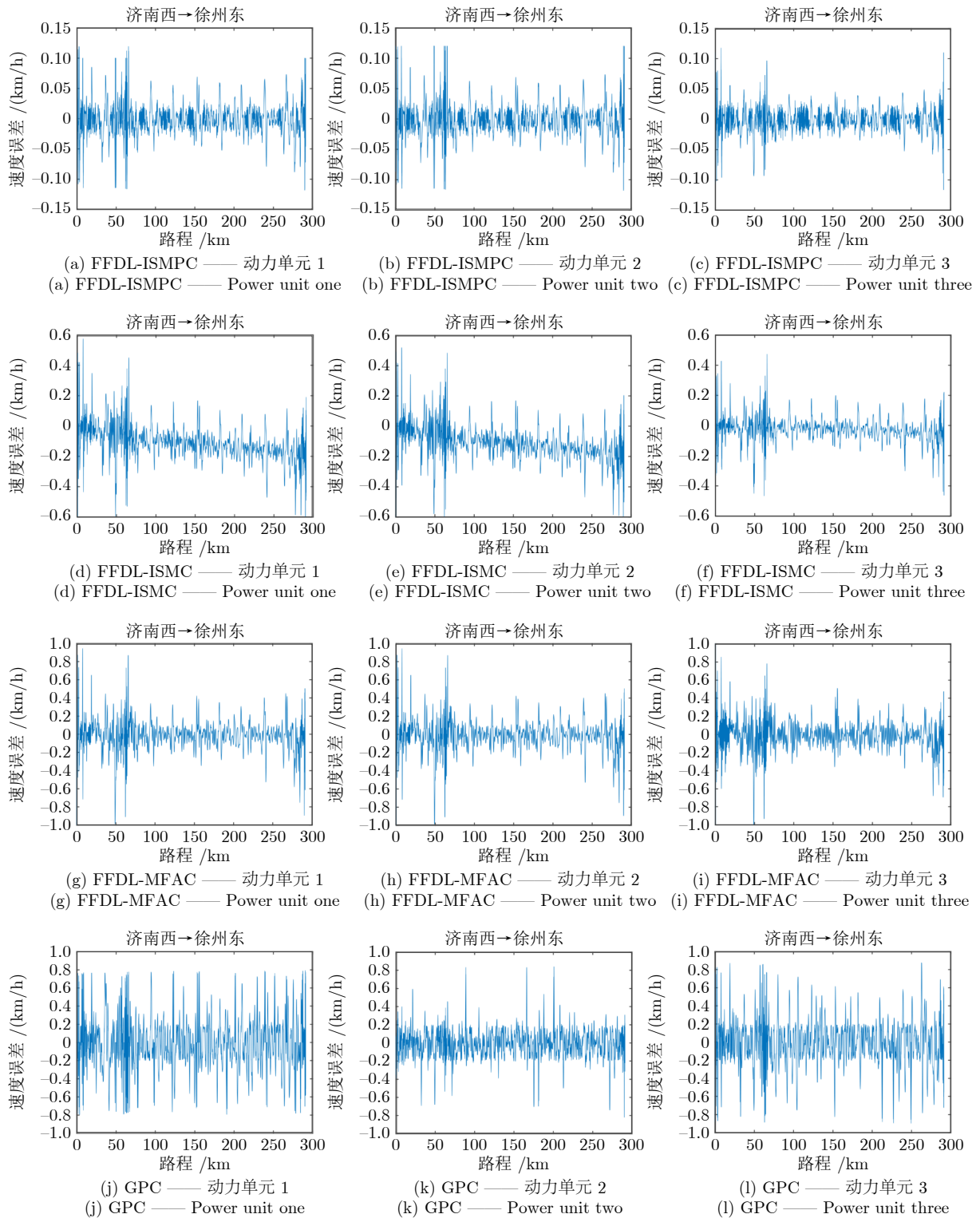


图 7 本文方法与其他方法各动力单元速度跟踪误差对比

Fig.7 The velocity tracking errors of the proposed method are compared with those of other methods

动阶段, 范围分别为 $[-0.9249 \text{ m/s}^2, 0.8187 \text{ m/s}^2]$ 和 $[-0.9432 \text{ m/s}^2, 0.8210 \text{ m/s}^2]$, 幅值小于 MFAC 方法的同时, 满足乘客的舒适度要求^[5, 12] (列车运行的加速度在 $[-1 \text{ m/s}^2, 1 \text{ m/s}^2]$ 范围内时, 乘客感觉

舒适).

综上, 本节引入外界干扰, 通过速度跟踪误差、控制力变化情况、加速度变化情况验证了 ISMPC 和 ISMC 算法的有效性、鲁棒性及各自优劣性所在.

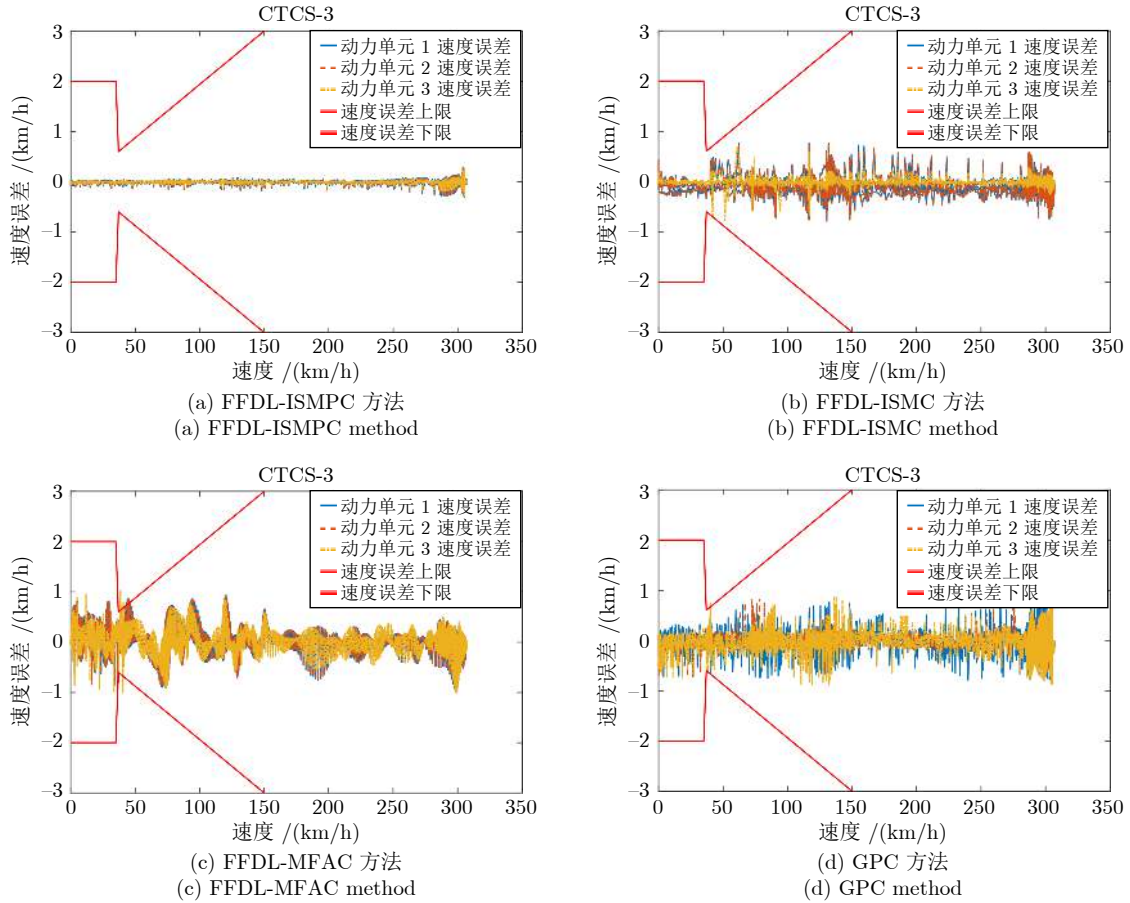


图 8 本文方法与其他方法分级速度跟踪曲线对比

Fig.8 The proposed method and other methods classify the speed tracking curve

4.4 各种控制方法的若干性能指标对比

进一步, 为了更直观分析各个控制器的控制性能, 考虑以下若干性能指标对控制器进行评价.

1) 均方误差 (Mean square error, MSE)

$$\text{MSE} = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T |e_i(t)|^2 \quad (87)$$

2) 积分误差绝对值 (Integral absolute error, IAE)

$$\text{IAE} = \frac{\sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} |e_i(t)| dt}{n} \quad (88)$$

3) 最大加速度^[5, 31] (Maximum acceleration, MA)

$$\text{MA} = \max_{t \in [2, T], i \in [1, n]} |y_i(t) - y_i(t-1)| \quad (89)$$

MSE 指标衡量的是观测值与真值偏差, 并且对数据中的异常值较为敏感, 该值越小, 系统跟踪效果越好, IAE 值类似, MA 值反映系统输入的稳定性. 各个控制方法的性能指标值如表 2 所示, 可以

看出, ISMPC 和 ISMC 算法的 MSE 值和 IAE 值均小于 MFAC 和 GPC 方法. 使用 ISMPC 和 ISMC 算法的列车, MA 值分别为 0.9249 和 0.9432, 变化偏小; MFAC 和 GPC 的 MA 值较大, 分别为 0.9749 和 1.0124, 也意味着 MFAC 和 GPC 不满足乘客的舒适性要求, 而 ISMPC 和 ISMC 算法可以达到要求. 综上, 在有干扰的情况下, ISMPC 和 ISMC 算法能控制动车组以较小的跟踪误差、稳定的加速度运行.

5 结论

本文首次针对包含未知外部扰动的动车组 MIMO 系统, 提出一种新的数据驱动离散积分滑模预测控制算法. 所提算法基于更符合列车运行特性的 FFDL 数据驱动模型, 构建了一种新的 ISMC 控制律. 为了将系统状态驱动到具有最优运动轨迹的滑模面上, 用 MPC 代替了 ISMC 的切换控制. 在满足一些合理假设的情况下, 给出了上述两种算法的严格证明过程. 最后, 以实验室配备的 CRH-380A 型动车组仿真实验台对本文提出的 ISMC 和

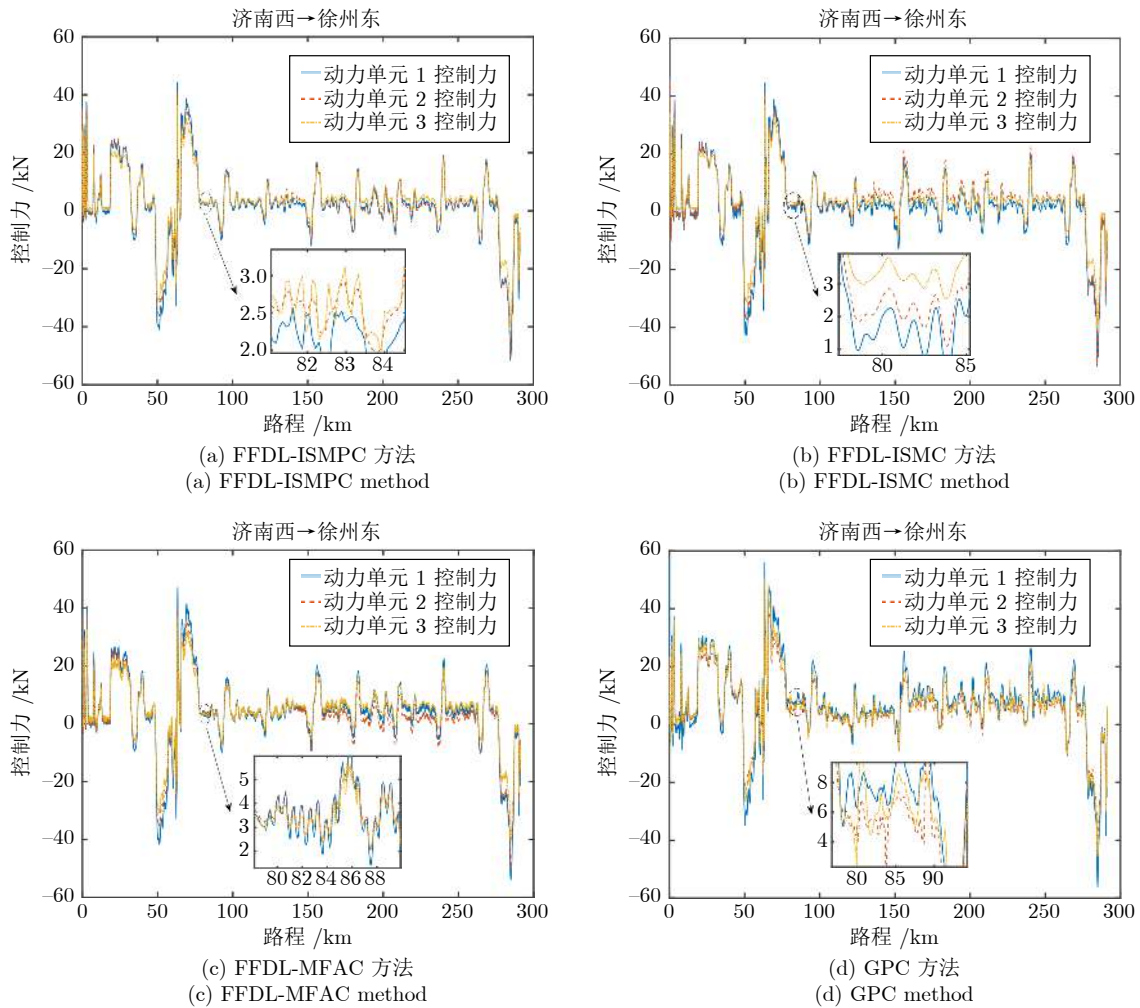


图 9 本文方法与其他方法单位控制力变化对比

Fig. 9 The variation of unit control force of the proposed method is compared with this of other methods

ISMPC 算法进行仿真测试. 通过与 MFAC 和 GPC 对比, 仿真结果表明:

1) ISMPC 实现了比 ISMC、MFAC 和 GPC 方法对给定速度-位移曲线更高精度的跟踪控制, 误差范围在 $[-0.121 \text{ km/h}, 0.132 \text{ km/h}]$ 之间, 满足列车速度误差要求, 确保列车安全准时运行;

2) ISMPC 算法控制力变化更平稳, 各动力单元加速度变化范围均在 $[-0.9249 \text{ m/s}^2, 0.8187 \text{ m/s}^2]$ 之间, 满足乘客的舒适度要求;

3) 由于用 MPC 代替了 ISMC 的切换控制, ISMPC 相较于 ISMC 算法, 系统存在一定的抖振现象, 实际工程中应该在抑制抖振与收敛性之间折中选择;

4) ISMC 相比于 ISMPC, 跟踪性能会差一些, 但是由于切换控制的存在, 它的抖振情况又比 ISMPC 要好; ISMPC 所使用的方法是基于 FFDL 数据模型的 MPC 方法, 因此也是数据驱动的方法.

由于参数矩阵是时变的, 在使用 MPC 时则需要进行参数预测处理或者使用向后 (与预测步数一致) 的参数值进行等效替代, 控制性能提升的同时复杂度也相应地增加了; 此外它的抖振现象比 ISMC 要明显. 如何使得该算法在跟踪性能良好的情况下无抖振现象, 将作为作者未来的工作重心.

进一步, 在本文的基础上, 作者将在未来进行以下研究:

1) 在引入外部干扰的基础上, 考虑不同车厢类型和延时影响;

2) 考虑采用神经网络方法对本文提出的控制算法进行参数优化;

3) 近年来, 许多学者开始关注列车多智能体系统的协调控制和编队控制问题. 其目标是通过系统中各智能体的相互协作, 提高运行效率, 防止事故发生^[32-33]. 因此, 在未来的工作中, 作者将研究具有多智能体的高速列车无模型自适应控制.

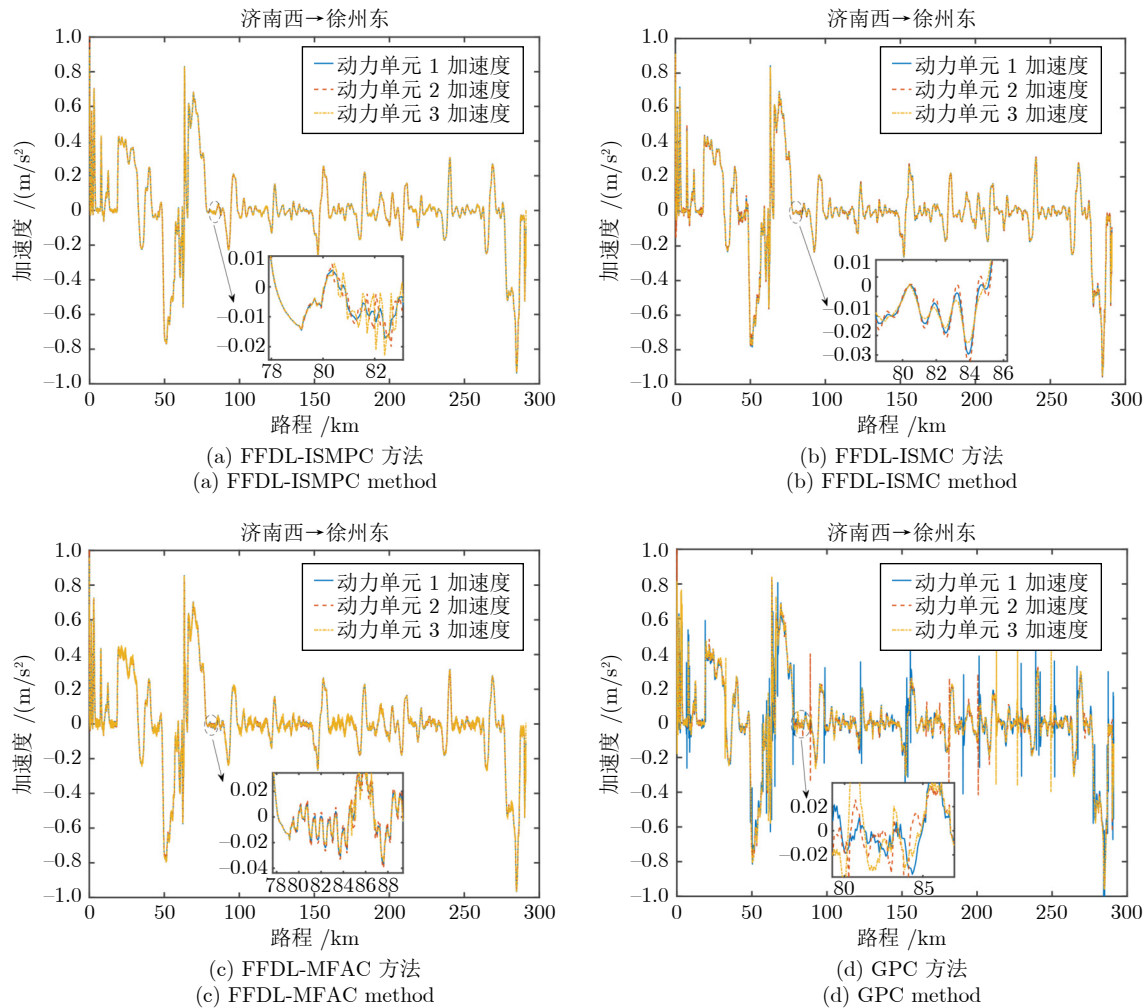


图 10 本文方法与其他方法加速度变化对比

Fig. 10 The acceleration changes of the proposed method are compared with those of other methods

表 2 各个控制方法的若干性能指标对比

Table 2 Comparison of several performance indexes of each control method

| 控制方法 | MSE | IAE | MA |
|------------|-------|------|--------|
| FFDL-ISMPC | 0.052 | 324 | 0.9249 |
| FFDL-ISMC | 0.161 | 940 | 0.9432 |
| FFDL-MFAC | 0.287 | 1814 | 0.9749 |
| GPC | 0.346 | 2421 | 1.0124 |

References

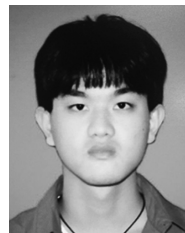
- Zhang K P, Jiang B, Chen F Y. Multiple-model based diagnosis of multiple faults with high speed train applications using second level adaptation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, **68**(7): 6257–6266
- Yang H, Fu Y T, Wang D H. Multi-ANFIS model based synchronous tracking control of high-speed electric multiple unit. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, **26**(3): 1472–1484
- Yang Hui, Zhang Fang, Zhang Kun-Peng, Li Zhong-Qi, Fu Ya-Ting. Predictive control using a distributed model for electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1912–1921 (杨辉, 张芳, 张坤鹏, 李中奇, 付雅婷. 基于分布式模型动车组预测控制方法. *自动化学报*, 2014, **40**(9): 1912–1921)
- Yuan H, Huang D Q, Li X F. Adaptive speed tracking control for high speed trains under stochastic operation environments. *Automatica*, 2023, **147**: Article No. 110674
- Li Zhong-Qi, Zhou Liang, Yang Hui. Data-driven model-free adaptive control method for high-speed electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(2): 437–447 (李中奇, 周靓, 杨辉. 高速动车组数据驱动无模型自适应控制方法. *自动化学报*, 2023, **49**(2): 437–447)
- Jia Chao. Nonlinear Predictive Control for Automatic Train Operation With Consideration of Safety Constraints and Multi-point Model [Ph.D. dissertation], Beijing Jiaotong University, China, 2020. (贾超. 考虑安全约束的列车自动驾驶多质点非线性预测控制 [博士学位论文], 北京交通大学, 中国, 2020.)
- Mao Z H, Tao G, Jiang B, Yan X G. Adaptive control design and evaluation for multibody high-speed train dynamic models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2021, **29**(3): 1061–1074
- Li Zhong-Qi, Jin Bai, Yang Hui, Tan Chang, Fu Ya-Ting. Predictive control using a distributed model for electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(3): 495–508 (李中奇, 金柏, 杨辉, 谭畅, 付雅婷. 高速动车组强耦合模型的分布式滑模控制策略. *自动化学报*, 2020, **46**(3): 495–508)
- Li Zhong-Qi, Ding Jun-Ying, Yang Hui, Liu Jiang. Generalized predictive control tuning for high-speed train based on controller matching method. *Journal of the China Railway Society*,

- 2018, **40**(9): 82–89
(李中奇, 丁俊英, 杨辉, 刘江. 基于控制器匹配的高速列车广义预测控制方法. 铁道学报, 2018, **40**(9): 82–89)
- 10 Li Zhong-Qi, Yang Hui, Liu Ming-Jie, Liu Jie-Min. Modeling and tracking control for braking process of high-speed electric multiple unit. *China Railway Science*, 2016, **37**(5): 80–86
(李中奇, 杨辉, 刘明杰, 刘杰民. 高速动车组制动过程的建模及跟踪控制. 中国铁道科学, 2016, **37**(5): 80–86)
- 11 Yang Hui, Liu Pan, Li Zhong-Qi. Speed tracking control for high-speed train with an Elman model. *Control Theory & Applications*, 2017, **34**(1): 125–130
(杨辉, 刘盼, 李中奇. 基于 Elman 模型的高速列车速度跟踪控制. 控制理论与应用, 2017, **34**(1): 125–130)
- 12 Yang H, Zhang K P, Liu H E. Online regulation of high speed train trajectory control based on T-S fuzzy bilinear model. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, **17**(6): 1496–1508
- 13 Yang Hui, Zhang Kun-Peng, Wang Xin, Zhong Lu-Sheng. Generalized multiple model predictive control method of high-speed train. *Journal of the China Railway Society*, 2011, **33**(8): 80–87
(杨辉, 张坤鹏, 王昕, 衷路生. 高速列车多模型广义预测控制方法. 铁道学报, 2011, **33**(8): 80–87)
- 14 Hou Zhong-Sheng. Nonlinear System Parameter Identification, Adaptive Control and Model Free Adaptive Learning Control [Ph.D. dissertation], Northeastern University, China, 1994.
(侯忠生. 非线性系统参数辨识、自适应控制及无模型学习自适应控制 [博士学位论文], 东北大学, 中国, 1994.)
- 15 Wang H J, Hou Z S. Model-free adaptive fault-tolerant control for subway trains with speed and traction/braking force constraints. *IET Control Theory & Applications*, 2020, **14**(12): 1557–1566
- 16 Ma Y S, Che W W, Deng C. Dynamic event-triggered model-free adaptive control for nonlinear CPSs under aperiodic DoS attacks. *Information Sciences: An International Journal*, 2022, **589**: 790–801
- 17 Liu S D, Hou Z S, Zhang X, Ji H H. Model-free adaptive control method for a class of unknown MIMO systems with measurement noise and application to quadrotor aircraft. *IET Control Theory & Applications*, 2020, **14**(15): 2084–2096
- 18 Xiong S S, Hou Z S. Model-free adaptive control for unknown MIMO nonaffine nonlinear discrete-time systems with experimental validation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, **33**(4): 1727–1739
- 19 Hui Y, Chi R H, Huang B, Hou Z S, Jin S T. Observer-based sampled-data model-free adaptive control for continuous-time nonlinear nonaffine systems with input rate constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, **51**(12): 7813–7822
- 20 Wang W H, Hou Z S. New adaptive quasi-sliding mode control for nonlinear discrete-time systems. *Journal of Systems Engineering & Electronics*, 2008, **19**(1): 154–160
- 21 Hou Zhong-Sheng, Wang Wei-Hong, Jin Shang-Tai. Adaptive quasi-sliding-mode control for a class of nonlinear discrete-time systems. *Control Theory & Applications*, 2009, **26**(5): 505–509
(侯忠生, 王卫红, 金尚泰. 一类非线性离散系统自适应准滑模控制. 控制理论与应用, 2009, **26**(5): 505–509)
- 22 Jiang Hao-Bin, Feng Zhang-Qi, Hong Yang-Ke, Wei Qi-Zhi, Pi Jian. Model-free adaptive sliding mode predictive control algorithm for vehicle longitudinal control. *Automotive Engineering*, 2022, **44**(3): 319–329
(江浩斌, 冯张棋, 洪阳珂, 韦奇志, 皮健. 应用于车辆纵向控制的无模型自适应滑模预测控制方法. 汽车工程, 2022, **44**(3): 319–329)
- 23 Wang X F, Li X, Wang J H, Fang X K, Zhu X F. Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi degree-of-freedom robotic exoskeleton. *Information Sciences: An International Journal*, 2016, **327**(C): 246–257
- 24 Xu Q S. Digital integral terminal sliding mode predictive control of piezoelectric-driven motion system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(6): 3976–3984
- 25 Incremona G P, Ferrara A, Magni L. MPC for robot manipulators with integral sliding modes generation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, **22**(3): 1299–1307
- 26 Xu Y T, Wu A G. Integral sliding mode predictive control with disturbance attenuation for discrete-time systems. *IET Control Theory & Applications*, 2022, **16**(17): 1751–1766
- 27 Wang Y S, Hou M D. Model-free adaptive integral terminal sliding mode predictive control for a class of discrete-time nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2019, **93**(C): 209–217
- 28 Zhou L, Li Z Q, Yang H, Fu Y T, Yan Y. Data-driven model-free adaptive sliding mode control based on FFDL for electric multiple units. *Applied Sciences*, 2022, **12**(21): Article No. 10983
- 29 Hou Z S, Xiong S S. On model-free adaptive control and its stability analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(11): 4555–4569
- 30 Bu X H, Yu W, Yu Q X, Hou Z S, Yang J Q. Event-triggered model-free adaptive iterative learning control for a class of nonlinear systems over fading channels. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(9): 9597–9608
- 31 Duan Li. Data-based Iterative Learning Control With Applications in Automatic Train Operation [Master thesis], Beijing Jiaotong University, China, 2020.
(段莉. 数据驱动迭代学习控制及在列车自动驾驶控制系统中的应用 [硕士学位论文], 北京交通大学, 中国, 2020.)
- 32 Lin P, Tian Y, Gui G, Yang C H. Cooperative control for multiple train systems: Self-adjusting zones, collision avoidance and constraints. *Automatica*, 2022, **144**: Article No. 110470
- 33 Liu Y F, Zhou Y, Su S, Xun J, Tang T. An analytical optimal control approach for virtually coupled high-speed trains with local and string stability. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2021, **125**: Article No. 102886



李中奇 华东交通大学电气与自动化工程学院教授。主要研究方向为列车运行过程建模与自适应控制。本文通信作者。E-mail: lzq0828@163.com

(LI Zhong-Qi Professor at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. His research interest covers modeling and adaptive control of train operation process. Corresponding author of this paper.)



周靓 华东交通大学电气与自动化工程学院博士研究生。主要研究方向为列车运行过程建模与无模型自适应控制。E-mail: zl971125@163.com

(ZHOU Liang Ph.D. candidate at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. His research interest covers modeling and model-free adaptive control of train operation process.)



杨辉 华东交通大学电气与自动化工程学院教授。主要研究方向为复杂系统建模、控制与运行优化。E-mail: yhshuo@263.com

(YANG Hui Professor at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. His research interest covers modeling, control and operation optimization of complex systems.)